Eksamen TRE1100 2020

Nikolai

27. mai 2020

Hver oppgave på eksamen fantes i 4 varianter, bortsett fra oppgave 7a som fantes i 5. Hvert mulige svaralternativ var riktig svar på en av variantene.

Jeg hadde originalt satt opp at titlene på hver av oppgavene skulle være skjult for studentene, men denne innstillingen har visst forsvunnet før dere fikk eksamen, så i stedet for at dere bare så «Oppgave 7a» for eksempel, så kunne dere også se «Oppgave 7a opt1», for eksempel. For 3 av oppgavene så ga tittelen et hint til riktig svar, som gjorde disse oppgavene muligens lettere enn de burde.

Følgende rettinger/skrivefeil var også å finne i den originale eksamen, og ble informert om på Canvas:

- I oppgave 8a så skulle svaralternativet $(0, 6, 6)$ vært $(0, -6, -6)$.
- I oppgave 8b så skulle svaralternativet $(-1, 0, 2)$ vært $(-1, 0, -2)$

Jeg nummererer forskjellige varianter av samme oppgave med romerske tall, fra (i) til (iv) (og (v) i 7a).

Oppgave 1

(a) Regn ut $f'(1)$ til to desimaler når:

(i) $f(x) = \sin 3x + e^{2x}$
(ii) $f(x) = \sin 2x + e^{2x}$
(iii) $f(x) = \sin 2x + e^{3x}$
(iv) $f(x) = \sin 3x + e^{3x}$.

Løsning. Vi får at den deriverte blir:

(i) $f'(x) = 3\cos 3x + 2e^{2x}$
(ii) $f'(x) = 2\cos 2x + 2e^{2x}$
(iii) $f'(x) = 2\cos 2x + 3e^{3x}$
(iv) $f'(x) = 3\cos 3x + 3e^{3x}$

som gir oss følgende svar når vi regner ut (husk å regne med radianer!):

(i) 11,81
(ii) 13,95
(iii) 59,42
(iv) 57,29.

(b) Regn ut $f'(\frac{1}{2})$ til to desimaler når:

(i) $f(x) = (x-2)\sin x$
(ii) $f(x) = (x-1)\sin x$
(iii) $f(x) = (x+2)\sin x$
(iv) $f(x) = (x+1)\sin x$.

Løsning. Vi deriverer, og bruker produktregelen

$$(uv)' = u'v + uv'.$$

Vi får at den deriverte blir:

(i) $\sin x + (x-2)\cos x$
(ii) $\sin x + (x-1)\cos x$
(iii) $\sin x + (x+2)\cos x$
(iv) $\sin x + (x+1)\cos x$

som gir oss følgende svar når vi regner ut (igjen, husk å regne med radianer!):

(i) $-0{,}84$
(ii) 0,04
(iii) 2,67
(iv) 1,80.

Oppgave 2

(a) Regn ut det bestemte integralet til to desimaler:

(i) $\int\limits_1^2 2x^3 + \sin 2x + \frac{2}{x^2} - e^{-1}\,\mathrm{d}x$
(ii) $\int\limits_1^2 x^3 + 2\sin 2x + \frac{2}{x^2} - e^{-1}\,\mathrm{d}x$
(iii) $\int\limits_1^2 2x^3 + 2\sin 2x + \frac{1}{x^2} - e^{-1}\,\mathrm{d}x$

(iv) $\int_1^2 2x^3 - 2\sin 2x + \frac{1}{x^2} - e^{-1}\,\mathrm{d}x$.

Løsning. Vi har at:

$$\int x^3\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}x^4 + C$$
$$\int \sin 2x\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$$
$$\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{x} + C$$
$$\int e^{-1}\,\mathrm{d}x = e^{-1}x + C.$$

Setter vi disse inn i det ubestemte integralet, får vi:

(i) $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{2}{x} - e^{-1}x + C$

(ii) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \cos 2x - \frac{2}{x} - e^{-1}x + C$

(iii) $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - \cos 2x - \frac{1}{x} - e^{-1}x + C$

(iv) $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + \cos 2x - \frac{1}{x} - e^{-1}x + C$.

Om vi velger $C = 0$ og setter inn $x = 1$ og $x = 2$ får vi da:

Oppgavevariant	$F(1)$	$F(2)$	$F(2) - F(1)$
(i)	$-1{,}66$	6,59	8,25
(ii)	$-1{,}70$	2,92	4,62
(iii)	$-0{,}45$	7,42	7,87
(iv)	$-1{,}28$	6,11	7,39

hvor tallet i kolonnen til høyre er riktig svar.

(b) Regn ut følgende bestemte integral til to desimaler:

(i) $\int_0^1 \sin^2 x \cos x\,\mathrm{d}x$

(ii) $\int_0^2 \sin^2 x \cos x\,\mathrm{d}x$

(iii) $\int_0^4 \sin^2 x \cos x\,\mathrm{d}x$

(iv) $\int_0^5 \sin^2 x \cos x\,\mathrm{d}x$.

Løsning. Her bruker vi variabelskifte, med $u = \sin x$ og da

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} &= \cos x \\ \mathrm{d}u &= \cos x \,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

Det ubestemte integralet blir derfor

$$\begin{aligned}\int \sin^2 x \cos x \,\mathrm{d}x &= \int u^2 \,\mathrm{d}u \\ &= \frac{1}{3}u^3 + C \\ &= \frac{1}{3}\sin^3 x + C.\end{aligned}$$

Vi har at $\sin(0) = 0$, så svaret blir derfor

$$F(x) = \frac{1}{3}\sin^3 x$$

med x lik enten 1, 2, 4 eller 5, avhengig av variant. Vi setter inn riktig x og får

- $F(1) = 0{,}20$
- $F(2) = 0{,}25$
- $F(4) = -0{,}14$
- $F(5) = -0{,}29$.

Oppgave 3

(a) Skriv så enkelt som mulig:

(i) $\dfrac{a^3b^2}{b^{-2}a}$

(ii) $\dfrac{ab^2}{b^2a^{-1}}$

(iii) $\dfrac{a^3b^{-2}}{b^2a}$

(iv) $\dfrac{a^3b^2}{a^{-1}}$.

Løsning. Her ser vi på a-ene og b-ene hver for seg, og bruker at

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

og holder styr på fortegnene. Vi får

(i) $\dfrac{a^3b^2}{b^{-2}a} = a^{3-1}b^{2-(-2)} = a^2b^4$

(ii) $\dfrac{ab^2}{b^2a^{-1}} = a^{1-(-1)}b^{2-2} = a^2b^0 = a^2$

(iii) $\dfrac{a^3b^{-2}}{b^2a} = a^{3-1}b^{-2-2} = a^2b^{-4} = \dfrac{a^2}{b^4}$

(iv) $\dfrac{a^3b^2}{a^{-1}} = a^{3-(-1)b^2} = a^4b^2.$

(b) Skriv så enkelt som mulig:

(i) $\dfrac{x^2-6x-6}{x^2-x-6} + \dfrac{2}{x+2} + \dfrac{3}{x-3}$

(ii) $\dfrac{10}{x^2-x-6} + \dfrac{2}{x+2} + \dfrac{3}{x-3}$

(iii) $\dfrac{-4x-3}{x^2-x-6} + \dfrac{2}{x+2} + \dfrac{3}{x-3}$

(iv) $\dfrac{x}{x^2-x-6} + \dfrac{2}{x+2} + \dfrac{3}{x-3}.$

Løsning. Her må vi finne fellesnevner. Man kan faktorisere $x^2 - x - 6$, men går også an å gjette på at de to andre polynomene er faktoriseringen. Uansett så ser vi at $(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$. Vi får derfor at

$$\begin{aligned}\frac{2}{x+2} + \frac{3}{x-3} &= \frac{2(x-3)}{(x+2)(x-3)} + \frac{3(x+2)}{(x-3)(x+2)} \\ &= \frac{5x}{(x+2)(x-3)}.\end{aligned}$$

Slår vi dette sammen med det første leddet får vi da:

(i) $\dfrac{x^2-6x-6+5x}{x^2-x-6} = \dfrac{x^2-x-6}{x^2-x-6} = 1$

(ii) $\dfrac{10+5x}{(x+2)(x-3)} = \dfrac{5(x+2)}{(x+2)(x-3)} = \dfrac{5}{x-3}$

(iii) $\dfrac{-4x-3+5x}{(x+2)(x-3)} = \dfrac{x-3}{(x+2)(x-3)} = \dfrac{1}{x+2}$

(iv) $\dfrac{x+5x}{(x+2)(x-3)} = \dfrac{6x}{(x+2)(x-3)}.$

Oppgave 4

(a) En trekant har sidelengder

(i) $a = 5, b = 7, c = 3$
(ii) $a = 5, b = 7, c = 4$
(iii) $a = 5, b = 7, c = 5$
(iv) $a = 5, b = 7, c = 6$

Finn vinkelen mellom sidene a og b, målt i radianer.

Løsning. Siden vi har alle sidene, vil vi bruke cosinus-setningen, som gir oss at

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha \\ c^2 - a^2 - b^2 &= -2ab\cos\alpha \\ \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ab} &= \cos\alpha \\ \cos\alpha &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{25 + 49 - c^2}{70} \\ &= \frac{74 - c^2}{70} \end{aligned}$$

hvor α er vinkelen mellom a og b. Avhengig av oppgavevariant får vi da

(i) $\cos\alpha = 0{,}929$
(ii) $\cos\alpha = 0{,}829$
(iii) $\cos\alpha = 0{,}700$
(iv) $\cos\alpha = 0{,}543$.

Dette gir oss da at α blir

(i) $\cos^{-1}(0{,}929) = 0{,}38$
(ii) $\cos^{-1}(0{,}829) = 0{,}59$
(iii) $\cos^{-1}(0{,}700) = 0{,}80$
(iv) $\cos^{-1}(0{,}543) = 1{,}00$.

(b) Finn arealet til trekanten.

Løsning. Her bruker vi arealsetningen, som sier at

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} ab \sin\alpha \\ &= \frac{5 \cdot 7}{2} \sin\alpha \\ &= 17{,}5 \cdot \sin\alpha \end{aligned}$$

Vi bruker den α vi fikk i forrige oppgave, og får:

(i) $17{,}5 \cdot \sin(0{,}38) = 6{,}49 \approx 6{,}50$

(ii) $17{,}5 \cdot \sin(0{,}59) = 9{,}73 \approx 9{,}80$

(iii) $17{,}5 \cdot \sin(0{,}80) = 12{,}55 \approx 12{,}50$

(iv) $17{,}5 \cdot \sin(1{,}00) = 14{,}73 \approx 14{,}70$

Det blir noe avrundinger i denne oppgaven, siden vi rundet av vinkelen til to desimaler. Om man beholder vinkelen med flere desimaler, kommer man nærmere svaralternativet.

Oppgave 5

Finn løsningen av differensiallikningen

$$y' = x^2 + 3x^2 y$$

som tilfredsstiller

(i) $y(0) = 0$

(ii) $y(0) = 1$

(iii) $y(0) = 2$

(iv) $y(0) = 3$

og regn ut $y(1)$ til to desimaler.

Løsning. For å løse differensiallikningen må vi først skrive den opp som en separabel differensiallikning, ved å få alle x-ene til å være igjen alene på høyresiden.

$$\begin{aligned} y' &= x^2 + 3x^2 y \\ &= x^2(1 + 3y) \\ \frac{y'}{1 + 3y} &= x^2. \end{aligned}$$

Vi skriver så $y' = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$, flytter $\mathrm{d}x$ over på andre siden, og integrerer begge sider. Vi får:

$$\begin{aligned}\int \frac{\mathrm{d}y}{1+3y} &= \int x^2\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{3}x^3 + C_1.\end{aligned}$$

Vi løser venstresiden ved å velge $u = 1 + 3y$, og da $\mathrm{d}u = 3\,\mathrm{d}y$. Vi får da

$$\begin{aligned}\int \frac{\mathrm{d}y}{1+3y} &= \int \frac{1}{3}\frac{\mathrm{d}u}{u} \\ &= \frac{1}{3}\ln|u| + C_2 \\ &= \frac{1}{3}\ln|1+3y| + C_2.\end{aligned}$$

Dette gir oss da

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}\ln|1+3y| + C_2 &= \frac{1}{3}x^3 + C_1 \\ \ln|1+3y| &= x^3 + 3(C_1 - C_2) \\ &= x^3 + C_3\end{aligned}$$

hvor vi har satt $C_3 = 3(C_1 - C_2)$

$$\begin{aligned}|1+3y| &= e^{x^3+C_3} \\ &= e^{C_3}e^{x^3} \\ 1+3y &= \pm e^{C_3}e^{x^3} \\ &= Ce^{x^3}\end{aligned}$$

hvor vi har satt $C = \pm e^{C_3}$

$$\begin{aligned}3y &= C_4e^{x^3} - 1 \\ y &= \frac{Ce^{x^3} - 1}{3}.\end{aligned}$$

Hva C blir, er nå avhengig av oppgavevariant. Vi får at

$$\begin{aligned}y(0) &= \frac{Ce^{0^3} - 1}{3} \\ &= \frac{Ce^{0} - 1}{3} \\ &= \frac{C - 1}{3}\end{aligned}$$

Vi får da følgende verdier for C:

(i) $y(0) = 0 \Rightarrow C = 1$

(ii) $y(0) = 1 \Rightarrow C = 4$

(iii) $y(0) = 2 \Rightarrow C = 7$

(iv) $y(0) = 3 \Rightarrow C = 10.$

Vi får da følgende verdier for $y(1)$:

(i) $y(1) = \frac{1e^{1^3 -} - 1}{3} \approx 0{,}57$

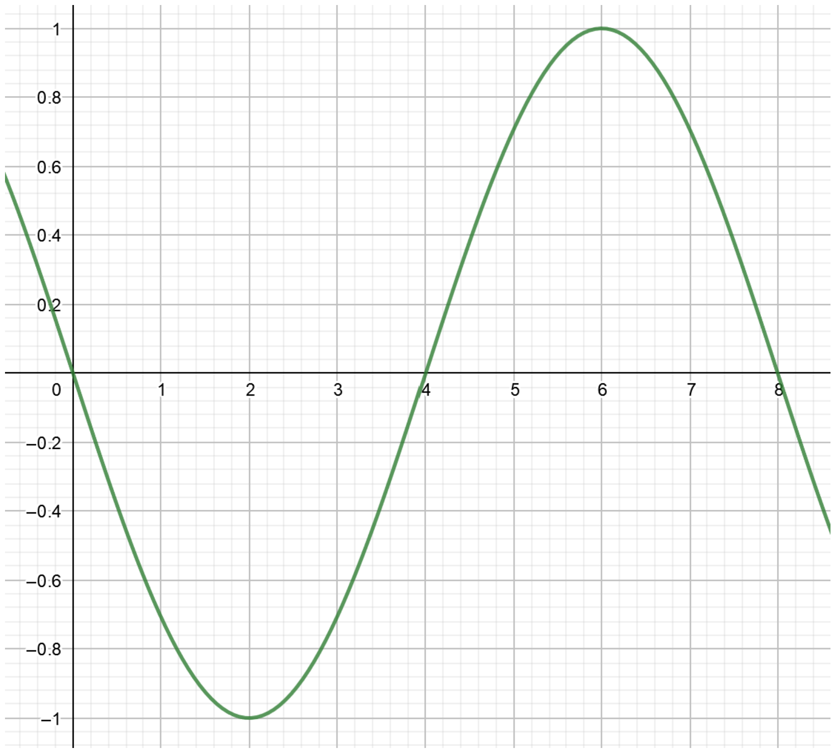
(ii) $y(1) = \frac{4e^{1^3 -} - 1}{3} \approx 3{,}29$

(iii) $y(1) = \frac{7e^{1^3 -} - 1}{3} \approx 6{,}01$ (jeg skrev 6,00 som svaralternativ, da jeg runda av feil)

(iv) $y(1) = \frac{10e^{1^3 -} - 1}{3} \approx 8{,}73$

Oppgave 6

En funksjon f har følgende graf:



Figur 1: Funksjonen f.

Se på punktet hvor

(i) $x = 1$

(ii) $x = 3$

(iii) $x = 5$

(iv) $x = 7$

og svar på følgende spørsmål:

(a) Er den deriverte positiv i punktet?

Løsning.

(i) Vi ser at funksjonen synker når $x = 1$, og den deriverte vil derfor være negativ.

(ii) Vi ser at funksjonen vokser når $x = 3$, og den deriverte vil derfor være positiv.

(iii) Vi ser at funksjonen vokser når $x = 5$, og den deriverte vil derfor være positiv.

(iv) Vi ser at funksjonen synker når $x = 7$, og den deriverte vil derfor være negativ.

(b) Er den dobbelderiverte positiv i punktet?

Løsning.

(i) Når $x = 1$ ser vi at den deriverte vokser (funksjonen synker mindre og mindre), så den dobbelderiverte er positiv.

(ii) Når $x = 3$ ser vi at den deriverte vokser (funksjonen vokser mer og mer), så den dobbelderiverte er positiv.

(iii) Når $x = 5$ ser vi at den deriverte synker (funksjonen vokser mindre og mindre), så den dobbelderiverte er negativ.

(iv) Når $x = 7$ ser vi at den deriverte synker (funksjonen synker mer og mer), så den dobbelderiverte er negativ.

Oppgave 7

(a) Du vil løse likningen

(i) $2\sin^2 x + \sin x - 6 = 0$

(ii) $2\sin^2 x - \sin x - 3 = 0$

(iii) $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$

(iv) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

(v) $2\sin^2 x - 1 = 0$

Hvor mange løsninger er i intervallet $[0, 2\pi)$?

Løsning. I hver av variantene får vi en andregradslikning dersom vi setter $y = \sin x$ og skriver opp likningen som en likning i y. Vi får følgende løsninger:

(i) $2y^2 + y - 6 = 0 \Rightarrow y = 1{,}5 \vee y = -2$

(ii) $2y^2 - y - 3 = 0 \Rightarrow y = 1{,}5 \vee y = -1$

(iii) $2y^2 - 3y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \vee y = -0{,}5$

(iv) $2y^2 - y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \vee y = -0{,}5$

(v) $2y^2 - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{2} \vee y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vi må nå løse x slik at $\sin x = y$, men siden vi bare vil vite *hvor mange* løsninger det er, og ikke hva de er, så kan vi bruke følgende påstander:

- Likningen $\sin x = y$ har ingen løsninger dersom $|y| > 1$.

- Likningen $\sin x = y$ har nøyaktig én løsning i intervallet $[0, 2\pi)$ dersom $|y| = 1$.
- Likningen $\sin x = y$ har to løsninger i intervallet $[0, 2\pi)$ dersom $|y| < 1$.

Ved hjelp av dette kan vi telle løsninger raskt.

(i) Likningene $\sin x = 1{,}5$ og $\sin x = -2$ har ingen løsninger, siden både $|1{,}5| > 1$ og $|-2| > 1$. Det er derfor ingen løsninger av den originale likningen.

(ii) Likningen $\sin x = 1.5$ har ingen løsninger, som over, og likningen $\sin x = -1$ har én løsning, da $|-1| = 1$. Til sammen har vi derfor én løsning av den originale likningen.

(iii) Likningen $\sin x = 2$ har ingen løsninger da $|2| > 1$, men likningen $\sin x = 0{,}5$ har to løsninger, da $|0{,}5| < 1$. Til sammen har vi da to løsninger.

(iv) Likningen $\sin x = 1$ har en løsning, da $|1| = 1$, og likningen $\sin x = -0{,}5$ har to løsninger, da $|-0.5| < 1$. Til sammen har vi derfor tre løsninger.

(v) Likningene $\sin x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ har to løsninger hver, siden $\left|\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 < 1$. Til sammen har vi derfor fire løsninger.

(b) Du vil løse likningen

(i) $2 \cdot 3^x = 1$

(ii) $2 \cdot 3^x = 3$

(iii) $2 \cdot 3^x = 11$

(iv) $2 \cdot 3^x = 25$.

I hvilket intervall ligger løsningen? Svaralternativene er $[-1, 0], [0, 1], [1, 2], [2, 3]$.

Løsning. Vi begynner med å dele på 2 på begge sider, for å få likningene

(i) $3^x = 0{,}5$

(ii) $3^x = 1{,}5$

(iii) $3^x = 5{,}5$

(iv) $3^x = 13{,}5$.

Det letteste her er å se at $3^0 = 1, 3^1 = 3, 3^2 = 9$ og $3^3 = 27$. Så:

(i) Hvis $3^x = 0{,}5$ må $x < 0$ siden $3^0 = 1$, som er for stort. Eneste mulige svaralternativ er da $[-1, 0]$.

(ii) Hvis $3^x = 1{,}5$ må $0 < x < 1$ siden $3^0 = 1$ er for lavt og $3^1 = 3$ er for høyt. Svaret ligger derfor i $[0, 1]$.

(iii) Hvis $3^x = 5{,}5$ må $1 < x < 2$ siden $3^1 = 3$ er for lavt og $3^2 = 9$ er for høyt. Svaret ligger derfor i $[1, 2]$.

(iv) Hvis $3^x = 13{,}5$ må $2 < x < 3$ siden $3^2 = 9$ er for lavt og $3^3 = 27$ er for høyt. Svaret ligger derfor i $[2, 3]$.

Alternativt kan man også løse liningen ved å ta logaritmen på begge sider og se hva svaret blir.

(i) $3^x = 0{,}5 \Rightarrow x \ln 3 = \ln 0{,}5 \Rightarrow x = \frac{\ln 0{,}5}{\ln 3} \Rightarrow x \approx -0{,}63$

(ii) $3^x = 1{,}5 \Rightarrow x \ln 3 = \ln 1{,}5 \Rightarrow x = \frac{\ln 1{,}5}{\ln 3} \Rightarrow x \approx 0{,}37$

(iii) $3^x = 5{,}5 \Rightarrow x \ln 3 = \ln 5{,}5 \Rightarrow x = \frac{\ln 5{,}5}{\ln 3} \Rightarrow x \approx 1{,}55$

(iv) $3^x = 13{,}5 \Rightarrow x \ln 3 = \ln 13{,}5 \Rightarrow x = \frac{\ln 13{,}5}{\ln 3} \Rightarrow x \approx 2{,}37$.

Oppgave 8

Et plan er gitt av likningen

(i) $2x + y + z = 4$

(ii) $2x + y + z = -4$

(iii) $2x + y + z = -12$

(iv) $2x + y + z = 20$.

(a) Hvilket punkt ligger i planet? Svaralternativene er:

- $(2, 1, -1$
- $(1, -1, -5)$
- $(0, -6, -6)$
- $(5, 5, 5)$.

Det ene svaralternativet var skrevet som $(0, 6, 6)$ på eksamen, ved en feiltagelse.

Løsning. Letteste her er å bare sette inn punktene i likningen, og se om venstresiden blir lik høyresiden. Vi får

(i) $2 \cdot 2 + 1 + (-1) = 4$, så $(2, 1, -1)$ er i planet $2x + y + z = 4$.

(ii) $2 \cdot 1 + (-1) + (-5) = -4$, $(1, -1, -5$ er i planet $2x + y + z = -4$.

(iii) $2 \cdot 0 + (-6) + (-6) = -12$, så $(0, -6, -6)$ er i planet $2x + y + z = -12$.

(iv) $2 \cdot 5 + 5 + 5 = 20$, så $(5, 5, 5)$ er i planet $2x + y + z = 20$.

Linja ℓ er gitt ved formlene

$$\ell : \begin{cases} x &= 3 + 2t \\ y &= 2 + t \\ z &= 4 + 3t \end{cases}$$

(b) Hvilket punkt er skjæringen mellom linja og planet?

Løsning. For å finne skjæringspunktet fyller vi inn formelen for x, y og z i likningen for planet, og får

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 2(3 + 2t) + (2 + t) + (4 + 3t) \\ &= 6 + 4t + 2 + t + 4 + 3t \\ &= 8t + 12. \end{aligned}$$

Dette skal være lik forskjellige ting avhengig av oppgavevariant.

(i) Vi får

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 4 \\ 8t + 12 &= 4 \\ 8t &= -8 \\ t &= -1. \end{aligned}$$

Dette gir

$$(x, y, z) = (3 + 2(-1), 2 + (-1), 4 + 3(-1)) = (1, 1, 1).$$

(ii) Vi får

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= -4 \\ 8t + 12 &= -4 \\ 8t &= -16 \\ t &= -2. \end{aligned}$$

Dette gir

$$(x, y, z) = (3 + 2(-2), 2 + (-2), 4 + 3(-2)) = (-1, 0, -2).$$

Dette svar-alternativet var skrevet som $(-1, 0, 2)$ på eksamen, ved en feiltagelse.

(iii) Vi får

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= -12 \\ 8t + 12 &= -12 \\ 8t &= -24 \\ t &= -3. \end{aligned}$$

Dette gir

$$(x, y, z) = (3 + 2(-3), 2 + (-3), 4 + 3(-3)) = (-3, -1, -5).$$

(iv) Vi får

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 20 \\ 8t + 12 &= 20 \\ 8t &= 8 \\ t &= 1. \end{aligned}$$

Dette gir

$$(x, y, z) = (3 + 2 \cdot 1, 2 + 1, 4 + 3 \cdot 1) = (5, 3, 7).$$

Siden i hvert tilfelle så er det kun en av svaralternativene som faktisk ligger i planet, kunne man også her bare testet hvilket av de fire punktene som ligger i planet, og derfor tenkt at dette må jo være riktig løsning.