



UNIVERSITETET I AGDER

FAKULTET FOR TEKNOLOGI OG REALFAG

## TENTAMEN VÅR 2019

**Emnekode: MA-015**

**Emnenavn: Matematikk forkurs**

Dato: 19. mars 2019

Varighet: 5 timer

Antall sider inkl. forside: 4

Tillatte hjelpemidler: Godkjente formelsamlinger (uten egne notater) og godkjent kalkulator.

Merknader: Skriv ned oversiktlige svar og vis alle nødvendige mellomregninger – skriv ned hva du gjør og hvorfor du gjør det.

Hver deloppgave teller like mye ved sensur.

Kontakt under tentamen: Vuk Milanovic +47 900 46 227

---

**Oppgave 1**

Forenkle uttrykket:

a) 
$$\frac{(a^2b)^{-1} \cdot \sqrt[3]{b^4a}}{(ab)^{-\frac{2}{3}}}$$

Løs likningene ved regning. Løsningene skal gis i eksakte svar.

b) 
$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0 \quad x \in [0, 2\pi)$$

c) 
$$3e^{4x} - 2e^x = 0$$

Løs ulikheten:

d) 
$$x^2 - 2x - 35 \leq 0$$

Deriver funksjonene:

e) 
$$f(x) = 2 \cos(x^2)$$

f) 
$$g(x) = x^{\frac{3}{2}} - 2xe^{-x}$$

Løs integralene:

g) 
$$\int \left( -\frac{\sin x}{2} \right) dx$$

h) 
$$\int_0^2 \frac{4x-2}{x^2-x+2} dx$$

Finn den løsningen av differensiallikningen:

i) 
$$y' - 4y = 2 \quad \text{som er slik at } y = 1 \text{ når } x = 0$$

**Oppgave 2**

Gitt funksjonen  $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

- a) Finn eventuelle skjæringspunkter med koordinataksene.
- b) Finn funksjonens asymptoter.
- c) Vis at  $f'(x) = \frac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$ . Finn funksjonens toppunkt og bunnpunkt.
- d) Vis at  $\frac{x^2}{2x-1} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{8x-4}$ . Finn arealet av flatestykket som er avgrenset av  $f(x)$ , x-aksen og linjene  $x=1$  og  $x=2$ .
- d) Gitt en annen funksjon  $g(x) = x$ . Finn ved regning skjæringspunktene mellom  $f(x)$  og  $g(x)$ .

**Oppgave 3**

Gitt punktene  $A(3,2,2)$ ,  $B(6,1,-1)$  og  $D(3,4,0)$

- a) Finn  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $|\overline{AB}|$ ,  $|\overline{AD}|$  og vinkelen mellom  $\overline{AB}$  og  $\overline{AD}$
- b) Vis at koordinatene til punktet C er  $(6,3,-3)$ , slik at firkanten ABCD er et parallellogram.
- c) Vis at arealet av parallellogrammet ABCD er  $2\sqrt{34}$ .
- d) Ei rett linje,  $l$ , går gjennom punktene A og C. Finn parameterframstillingen til linja  $l$ .
- e) Vis at midtpunktet, M, mellom A og C også er midtpunktet mellom B og D.
- f) Et punkt  $T(4,2,5)$  er toppunktet i pyramiden ABCDT. Finn høyden til denne pyramiden.

#### Oppgave 4

Emma driver med road racing. Etter en ulykke på banen er Emma tvunget til å ta smertestillende tabletter. Tablettene hun har fått inneholder 1,5 mg virkestoff. Kroppen til Emma bryter ned 20% av det aktive stoffet per døgn. Legen beordrer Emma til å spise en tablett hver dag.

- a) Forklar hvorfor den geometriske rekka

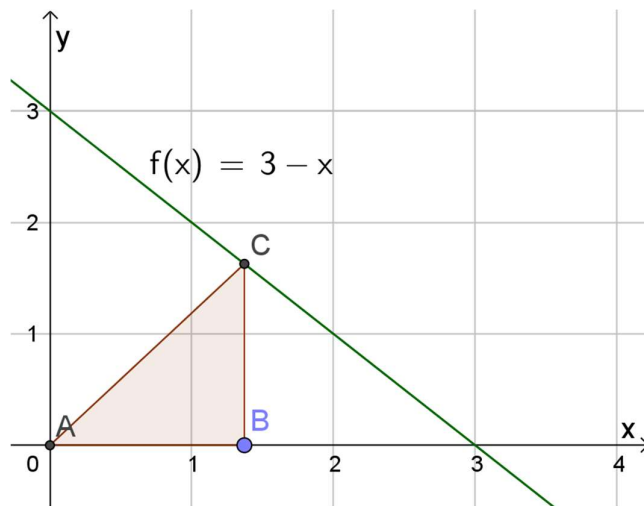
$$1,5 + 1,5 \cdot 0,80 + 1,5 \cdot 0,80^2 + 1,5 \cdot 0,80^3 + \dots$$

Uttrykker mengden virkestoff (målt i milligram) i Emma sin kropp.

- b) Finn kvotienten,  $k$ , ledd nr. 6,  $a_6$ , og summen av de seks første leddene,  $S_6$ , i denne geometriske rekka.
- c) Normalt tåler kroppen 10 mg av et virkestoff. Vil Emma overskride denne grensen ved å fortsette tablettkuren for lenge?

#### Oppgave 5

Figuren nedenfor viser en del av den rette linja  $f(x) = 3 - x$ . Når trekanten ABC roterer  $360^\circ$  om x-aksen, kommer det fram ei kjegle.



- a) Vis at volumet kan skrives som  $V = \frac{\pi}{3}(9x - 6x^2 + x^3)$
- b) Beregn koordinatene til punktet C når kjeglens volum er størst mulig, og finn kjeglens største volum.