FAKULTET FOR REALFAG OG TEKNOLOGI

P Å S K E T E N T A M E N

Emnekode: **Ma-015**
Emnenavn: **Matematikk for forkurs**

Dato: 19. mars 2018
Varighet: 09 – 14

Antall sider inkl. forside: 4

Tillatte hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk – uten notater.
Godkjent kalkulator

Merknader:

Løs hver oppgave oversiktlig. Ta med nødvendige mellomregninger slik at du forklarer fremgangsmåter og begrunner svarene. Legg vekt på nøyaktige utregninger.

Ved vurdering teller alle deloppgavene likt.

Oppgave 1

Forenkle uttrykkene så mye som mulig:

a) $\dfrac{(2x)^2 \cdot \sqrt[3]{y}}{8y^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{x} \cdot x^{\frac{3}{2}}}$

b) $(x-2)(x+2)+3(x+1)(x+3)-4x(x+3)$

Løs likningene ved regning:

c) $\sqrt{x-2}+2x=5$

d) $\left(\sin x+\dfrac{1}{2}\right)\left(\cos x-\dfrac{1}{2}\right)=0 \qquad x\in[0,2\pi]$

e) Løs ulikheten: $\dfrac{x+3}{x-2}\le 2x$

Deriver funksjonene:

f) $f(x)=e^x\cdot\sin x$

g) $g(x)=\ln\left(x^2+1\right)$

Regn ut integralene:

h) $\int(3x+\cos 2x)\,dx$

i) $\int x^2\left(x^3+1\right)^5 dx$

j) Regn ut y som en funksjon av t når vi vet at:

$\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{2t}{3y^2}$ og $y(0)=2$

k) Bestem konstantene a og b slik at $x=1$ og $x=2$ er to av løsningen i likningen:

$x^3+ax^2+b=0$

Beregn deretter den tredje løsningen.

Oppgave 2

Gitt funksjonen: $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+4x+3}{x}$

a) Finn definisjonsmengden til $f\left(x\right)$ og regn ut nullpunktene til funksjonen.

b) Finn ved regning eventuelle asymptoter til $f\left(x\right)$.

c) Vis at den deriverte til $f\left(x\right)$ er: $f'\left(x\right)=\dfrac{x^2-3}{x^2}$.

d) Finn ved regning eventuelle topp- og bunnpunkter til $f\left(x\right)$.

e) Tegn grafen til og $f\left(x\right)$ sammen med eventuelle asymptoter.
Hva er verdimengden til $f\left(x\right)$?

f) Grafen til $f\left(x\right)$ og *x*-aksen avgrenser et flatestykke i 2. kvadrant. Regn ut eksakt verdi til arealet av dette flatestykket.

Oppgave 3

I pyramiden *ABCT* er koordinatene til hjørnene kjent:
$A\left(1,0,0\right)$, $B\left(5,1,0\right)$, $C\left(-2,3,1\right)$ og $T\left(3,0,16\right)$.
Punktene *A*, *B* og *C* danner grunnflaten i pyramiden.

a) Finn $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ og vinkelen mellom disse to vektorene.

b) Finn arealet av grunnflaten i pyramiden ved regning.

c) Finn volumet av pyramiden *ABCT* ved regning.

d) Vis ved regning at likningen til planet α bestemt av *A*, *B* og *C* er:

$\alpha: x-4y+15z=1.$

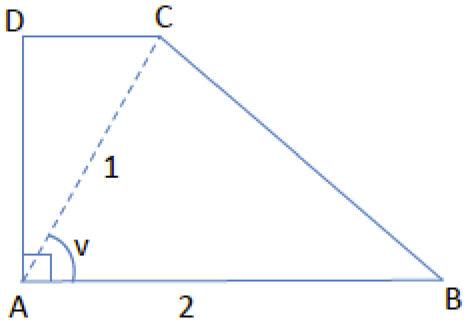
e) Finn en parameterframstilling for linja *l* som går gjennom punktet *T* og som står normalt på grunnflaten i pyramiden.

f) Finn koordinatene til skjæringspunktet mellom planet α og linja *l*.

Oppgave 4

I trapeset *ABCD* er *AB* og *CD* de parallelle sidene. AB=2

$AB = 2, AC = 1, \angle A = \frac{\pi}{2}$ og $\angle BAC = v.$



Vis at arealet av trapeset kan uttrykkes som en funksjon av *v* slik:

$$A(v) = \frac{(2 + \cos v)\sin v}{2}$$

Oppgave 5

a) I en uendelig geometrisk rekke er første leddet lik, $\frac{x}{2}$ og andre leddet er lik $\frac{x^2}{4}$.

For hvilke verdier av x er denne rekken konvergent, og hva blir summen da?

b) I en aritmetisk rekke er summen av de 51 første leddene -1173 og summen av de 61 første leddene -1708.
Bestem første leddet og differansen til rekken.