Løsningsforslag, midterm 24 feb. 2020

Oppgave 1

a) $c = \lambda f \Rightarrow f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3.0 \times 10^8 \, m/s}{490 \cdot 10^{-9} \, m} = \dfrac{3.0}{490} \cdot 10^{17} \, Hz = 6{,}122 \times 10^{14} \, Hz$

$= 612 \times 10^{12} \, Hz$

$= \underline{\underline{612 \, THz}}$

b) $d \sin \theta_2 = 2\lambda \Rightarrow \sin \theta_2 = \dfrac{2\lambda}{d}$

$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\dfrac{2\lambda}{d}\right) = \sin^{-1}\left(\dfrac{2 \cdot 490 \cdot 10^{-9} \, m}{3 \cdot 10^{-6} \, m}\right) = \underline{\underline{19{,}1^\circ}}$

Oppgave 2

a) $v(t) - v(0) = \int_0^t \frac{k}{m} t'^2 dt' = \left[\frac{1}{3}\frac{k}{m} t'^3\right]_0^t = \frac{1}{3}\frac{k}{m} t^3$

Newtons 2. lov gir
$a = \frac{F}{m} = \frac{k}{m} t^2$

$v(t) = \underbrace{v(0)}_{= 1 \, m/s} + \frac{1}{3}\frac{k}{m} t^3$

$v(10s) = 1{,}0 \frac{m}{s} + \frac{1}{3}\left(\frac{0{,}05 \, \frac{N}{s^2}}{2 \, kg}\right)(10s)^3 = \underline{\underline{9{,}3 \, m/s}}$

b) $v(t) = 4at^3 + 3bt^2$ fordi $v(t) = \frac{ds}{dt}$

$a(t) = 12at^2 + 6bt$ fordi $a(t) = \frac{dv}{dt}$

$a(10s) = 12 \cdot 0{,}02 \, m/s^4 \cdot (10s)^2 + 6 \cdot 0{,}5 \frac{m}{s^3} \cdot 10s = \underline{\underline{54{,}0 \, m/s^2}}$

oppgave 3

$$V_{ox} = V_0 \cos(50°) = 23\ m/s \cdot \cos(50°) = \underline{14{,}78\ m/s}$$

$$V_{oy} = 23\ m/s \cdot \sin(50°) = \underline{17{,}62\ m/s}.$$

$$x_0 = 0 \quad , \quad y_0 = 6m$$

Bevegelsesligninger

$$\boxed{\begin{array}{l} V_x(t) = V_{ox} \quad , \quad V_y(t) = V_{oy} - g \cdot t \\ x(t) = x_0 + V_{ox} \cdot t \quad , \quad y(t) = y_0 + V_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{array}}$$

a) Ball snur i lufta når $V_y(t) = 0$

$$V_{oy} - g \cdot t = 0 \implies t_{max1} = \frac{V_{oy}}{g} = \underline{1{,}796\ s}$$

tidspunktet når ball snur i lufta

$\implies$

$$y(t_{max1}) = 6m + (17{,}62 \cdot 1{,}796)m - \frac{1}{2}\, 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot (1{,}796)^2$$

$$y_{max} = \underline{\underline{21{,}8\ m}}$$

b) Ball treffer bakken når $y(t) = 0$

$$-\frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ m/s^2\ t^2 + 17{,}62\ m/s \cdot t + 6m = 0$$

$$t = \begin{cases} 3{,}9052\,s \\ -0{,}313\,s \end{cases} \implies t_{max,2} = \underline{3{,}9052\,s}$$

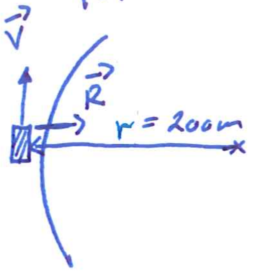
tidspunktet når ball lander

$\implies$

$$X_{max} = X(t_{max,2}) = 14{,}78\ \frac{m}{s} \cdot 3{,}9052\,s = \underline{\underline{57{,}7m}}$$

Oppgave 4

a) $|\vec{v}| = 70\,\text{km/h}$



$$V = 70\,\frac{\text{km}}{h} = \underline{19{,}444\ \text{m/s}}$$

$$\sum F = R$$

$\Rightarrow$

$$ma = \sum F = R \qquad a = \frac{v^2}{r} \text{ sentripetal akselerasjon}$$

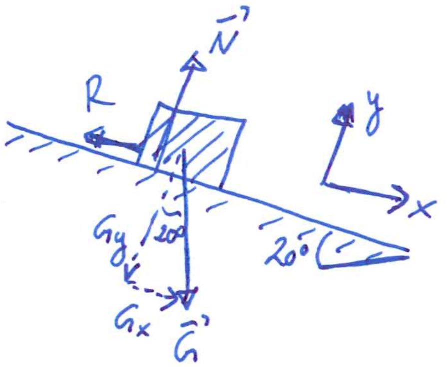
$\Rightarrow$

$$R = m\frac{v^2}{r}$$

$$= 1000\,\text{kg}$$

$$= \underline{\underline{1890\,N}}$$ innover mot sentrum av sirkel bevegelsen.

b)



x-komp	y-komp
$R_x = -R = -\mu N$	$R_y = 0$
$N_x = 0$	$N_y = N$
$G_x = mg\sin(20°)$	$G_y = -mg\cos(20°)$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - mg\cdot\cos(20°) = 0 \Rightarrow N = mg\cdot\cos(20°)$$

$$\sum F_x = ma$$

$$mg\sin(20°) - \mu N = ma_x$$

$$mg\cdot\sin(20°) - \mu mg\cdot\cos(20°) = ma_x$$

$\Rightarrow$

$$a_x = g\left(\sin(20°) - \mu\cos(20°)\right)$$

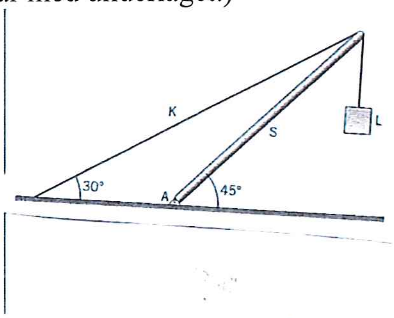
$$= \underline{\underline{2{,}4\ \text{m/s}^2}}$$

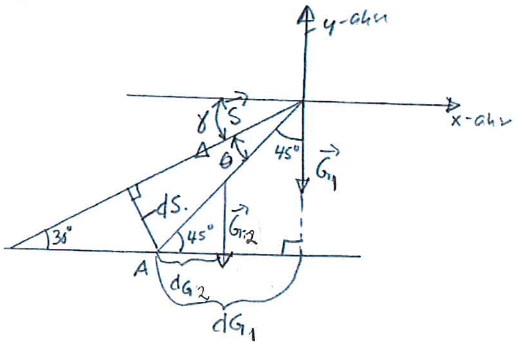
Oppgave 5

Figuren under viser eit system som er i likevekt. Stanga S er festa til horisontalt underlag i punktet A. Stanga er jamntjukk og har lengde L. Tyngda av stanga er 150 N. Stanga dannar ein vinkel på 45° med horisontalplanet. I enden av stanga heng eit lodd L med tyngda 200 N. Systemet vert halde i likevekt av ein kabel K. Kabelen dannar vinkel på 30° med horisontalplanet.
Vi ser bort frå tyngda til kabelen og til tauet som loddet heng i.

a) Rekn ut snordraget i kabelen.

b) Rekn ut krafta som verkar på stanga som verkar i hengselet i A. (Absoluttverdi og vinkelen krafta dannar med underlaget.)





a) Kraftmoment om punktet A:

$$\angle\theta = 180^\circ - 30^\circ - 135^\circ = 15^\circ$$

$$d_S = L\sin 15^\circ$$

$$d_{G1} = L\cos 45^\circ$$

$$d_{G2} = \frac{L}{2}\cos 45^\circ$$

$$\sum M = 0$$

$$Sd_S - G_1 d_{G1} - G_2 d_{G2} = 0$$

$$S = \frac{G_1 d_{G1} + G_2 d_{G2}}{d_S} = \frac{(G_1 L + G_2 \frac{L}{2})\cos 45^\circ}{L\sin 15^\circ} = \frac{(200N + \frac{1}{2}\cdot 150N)\cdot\cos 45^\circ}{\sin 15^\circ}$$

$$= 751N \approx 0{,}75kN$$

b) $\vec{F}_A = [F_{Ax}\ , F_{Ay}]$

$\angle\gamma = 90^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$

$S_x = -S\cos 30^\circ$

$S_y = -S\sin 30^\circ$

$G_{1x} = 0$

$G_{1y} = -G_1$

$G_{2x} = 0$

$G_{2y} = -G_2$

$\sum F_x = 0$

$F_{Ax} - S\cos 30^\circ = 0$

$F_{Ax} = S\cos 30^\circ = 751N \cdot \cos 30^\circ = 651N$

$\sum F_y = 0$

$F_{Ay} - S\sin 30^\circ - G_1 - G_2 = 0$

$F_{Ay} = G_1 + G_2 + S\sin 30^\circ = 200N + 150N + 751N \cdot \sin 30^\circ = 726N$

$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(651N)^2 + (726N)^2} = 975N \approx 0{,}98kN$

$\tan\varphi = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \frac{726N}{651N} = 1{,}11$

$\varphi = 48{,}1^\circ \approx 48^\circ$

φ er vinkelen som $\vec{F}_A$ dannar med underlaget.

5