Forelesning - 03.02.22

FYS009-G 21H - Fysikk realfagskurs

Kapittel 15 - Kraft og bevegelse II

Forelesningene dekker i hovedsak boken *Rom-Stoff-Tid - Fysikk forkurs* fra Cappelen Damm. I tillegg til teorien gjennomgåes det endel simuleringer og regnede eksempler. De fleste eksemplene er orientert etter oppgaver fra boka, men også andre oppgaver og problemstillinger kan taes opp.

Repetisjon av kastbevegelse

Repetisjon av bevegelseslikninger og kast.

Boka: side 386.

Regnet: Oppgave 15.358

Newtons lover på komponentform

Newtons lover, Newtons lover på komponentform og valg av koordinatsystem.

Boka: side 400-401.

Oppgaveteknikk: Her bruker vi *Newtons lover* og *geometri*.

Regnet: Eksempel 15.1

Regnet: Oppgave 15.305

Regnet: Oppgave 15.02

Regnet: Oppgave 15.313

Newtons lover på skråplan

Boka: side 402.

Link: *Krefter på skråplan*

15.358

Vindmølla på bildet måler 67 m fra bakken og opp til festet for de tre rotorbladene. Disse er 33 m lange og roterer med en fart på 20 omdreininger per minutt. Mølla overfører den kinetiske energien i vinden til kinetisk energi i rotorbladene og videre til elektrisk energi i en generator.

Når vinden har en fart som er større enn en viss minsteverdi v_{min}, gir mølla en konstant elektrisk effekt $P_{\text{elektrisk}} = 1{,}65$ MW. Hvis vindfarten er mindre enn v_{min}, gir mølla null elektrisk effekt. I løpet av ett år gir mølla en total energimengde på 4,8 GWh.

Vind med fart v som treffer et areal A, har en effekt som er gitt ved

$$P = \frac{1}{2}A\rho v^3$$

der ρ er massetettheten til luft, og A arealet av den sirkelflaten som rotorbladene sveiper over. Cirka 40 % av effekten P overføres til elektrisk effekt.

a) Beregn hvor stor vindfart det minst må være for at mølla skal gi en elektrisk effekt på 1,65 MW. Anslå hvor stor del av et år mølla gir elektrisk energi.

Noen ganger vil det feste seg is på rotorbladene. Anta at en isbit sitter på spissen av et rotorblad og faller av når spissen er i det øverste punktet på sirkelen den beveger seg i. Isbiten vil da bevege seg som i et horisontalt kast. I resten av denne oppgaven ser vi bort fra luftmotstand.

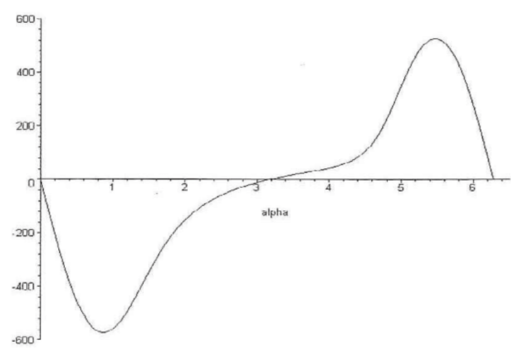
b) Beregn hvor langt isbiten beveger seg i horisontal retning før den treffer bakken.

Isbiten kan falle av når spissen på rotorbladet er i en hvilken som helst posisjon, og gi et horisontalt, vertikalt eller skrått kast. Grafen i figur 2 viser avstanden (i meter) i horisontal retning fra der isbiten løsner og til nedslagspunktet som funksjon av vinkelen α målt i radianer.

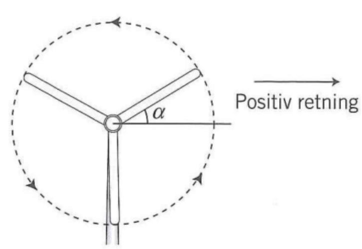
Vinkelen α er vinkelen mellom rotorbladet og horisontalplanet, se figur 3. Rotasjonen er mot klokka. Avstanden regnes med fortegn. Positiv retning er mot høyre som vist på figur 3.

c) Sammenlikn svaret du fikk i spørsmål b, med kurven. Forklar kurvens utseende.

Figur 1: Vindmølle i Nærøy kommune



Figur 2: Horisontal avstand fra der isbiten løsner til nedslagspunktet som funksjon av vinkelen (α)



Figur 3: Skisse av vindmølla. Sirkelen er den banen spissen av rotorbladene følger. Vinkelen α er vinkelen mellom horisontalplanet og et rotorblad.

Løsning:

(a) Vi setter

$$P_{\text{vind}} = \tfrac{1}{2}A\rho v^3 = \tfrac{1}{2}\left(\pi(33\ \text{m})^2\right)\left(1.25\ \text{kg/m}^3\right)v^3$$
$$\simeq (2103\ \tfrac{\text{kg}}{\text{m}})\, v^3$$

Dette er effekten som tilføres fra luft med hastighet v til vindmøllen. Den reele effekten som blir omgjort til elektrisk kraft er bare 40% av dette, eller $0.4 \cdot P_{\text{vind}}$.

$$0.4 \cdot P_{\text{vind}} = 1.65\ \text{MW} = 1.65 \cdot 10^6\ \text{W}$$

Dette gir

$$(2103\ \tfrac{\text{kg}}{\text{m}})\, v^3 = 4.13 \cdot 10^6\ \text{W} \qquad \Rightarrow \qquad v^3 \simeq 1964\ \text{m}^3/\text{s}^3$$

som gir $\underline{v \simeq 12.5\ \text{m/s}}$.

Vi finner videre at $1\ \text{kWh} = 1000\ \text{J/s} \cdot 3600\ \text{s} = 3.6 \cdot 10^6\ \text{J}$. Møllen gir en energi per år på $E = 4.8\ \text{GWh} = 1.73 \cdot 10^{13}\ \text{J}$.

Vi vet at $P = 1.65 \cdot 10^6\ \text{W}$ og total energi er $1.73 \cdot 10^{13}\ \text{J}$. Da blir tiden

$$t = \frac{E}{P} = \frac{1.73 \cdot 10^{13}\ \text{J}}{1.65 \cdot 10^6\ \text{W}} = 1.05 \cdot 10^7\ \text{s}$$

Et år er $3600 \cdot 24 \cdot 365 \simeq 3.15 \cdot 10^7\ \text{s}$. Da vil møllen levere elektrisk kraft omlag 1/3 av året.

(b) Vi finner først banefarten som isklumpen har. Siden møllen har 20 omdreininger i minuttet, får vi at perioden for en omdreining er $T = 3\ \text{s}$.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi(33\ \text{m})}{3\ \text{s}} \simeq 69\ \text{m/s}$$

Isklumpen løsner på det høyeste punktet som er $h = (67 + 33)\ \text{m} = 100\ \text{m}$ over bakken. Vinkelen for kastbevegelsen er da $\theta = 0$, altså et såkalt horisontalt (eller vannrett) kast. Da blir $v_0 = v_{x0} = 69\ \text{m/s}$ og $v_{0y} = 0\ \text{m/s}$.

Da gjelder følgende bevegelseslikninger for kastet

$$x = v_{0x}t = v_0 t \qquad \text{og} \qquad y = -\tfrac{1}{2}gt^2$$

Vi setter

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2 = -100 \qquad \Rightarrow \qquad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 100\ \text{m}}{9.81\ \text{m/s}^2}} \simeq 4.5\ \text{s}$$

Da blir x-koordinaten ved ved dette tidspunktet

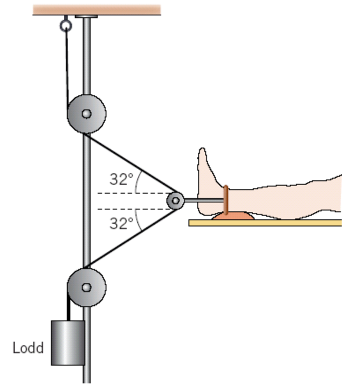
$$x = (69 \text{ m/s})(4.5 \text{ s}) \simeq \underline{311 \text{ m}}$$

(c) Dette stemmer veldig bra med kurven for vinkelen $\pi/2 \simeq 1.57$, som tilsvarer en vinkel på 90° grader.

Vi ser at avstanden blir størst (nærmere 600 m) når vinkelen er $\pi/4 \simeq 0.79$, fordi dette tilsvarer kast med vinkel på 45° grader, som gir maksimal lengde på kastet.

Når vinkelen er lik 0 og $\pi \simeq 3.14$, blir avstanden lik 0. I disse to tilfellene vil isklumpen kastes rett opp (og faller ned på samme x-koordinat), eller rett ned (og faller også ned på samme x-koordinat).

LØST OPPGAVE 15.305

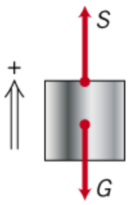


15.305

En pasient skal ligge med det ene beinet i strekk. Et lodd henger i ei snor som er festet i taket, se figuren til venstre. Beinet hviler på en pute, og ved hjelp av to trinser trekker snora i en ring som er festet til pasientens ankel. Massen til loddet er 5,6 kg. Snordraget er det samme overalt i snora.
Bestem verdien av den vannrette trekkraften på beinet til pasienten.

Løsning:

Vi bruker Newtons 1. lov på loddet og finner snordraget S:



$m = 5{,}6$ kg

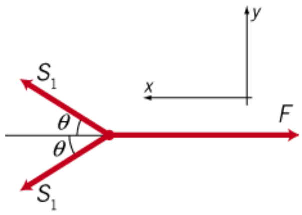
$$\Sigma F = 0$$

$$S - G = 0 \quad \text{der } G = mg$$

$$S = mg$$

$$S = 5{,}6 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ N/kg} = 54{,}93 \text{ N}$$

For å finne kraften på beinet fra ringen, finner vi først kraften F på ringen fra beinet ved hjelp av Newtons 1. lov. Vi regner med at ringens masse er liten slik at vi kan se bort fra tyngdekraften.



$\theta = 32°$
$S_1 = S_2 = S$

I tillegg til F, blir da kreftene på ringen de to snordragene:

$$S_1 = S_2 = S$$

Vi bruker Newtons 1. lov for de horisontale komponentene av kreftene:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$S_{1x} + S_{2x} - F = 0 \quad \text{der } S_{1x} = S_{2x} = S\cos\theta$$

$$S\cos\theta + S\cos\theta - F = 0$$

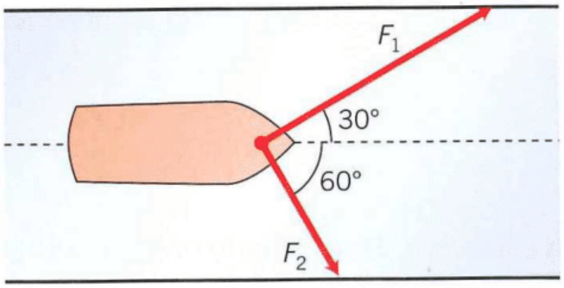
$$F = 2S\cos\theta$$

$$F = 2 \cdot 54{,}93 \text{ N} \cdot \cos 32^\circ = 93{,}16 \text{ N} = \underline{93 \text{ N}}$$

Svar: Da vet vi fra Newtons 3. lov at kraften på beinet fra ringen er like stor; 93 N.

15.02

En båt blir trukket oppover ei elv ved hjelp av to tau. Tauene drar i båten med kreftene F_1 og F_2, som har retning slik figuren viser. Verdien av F_1 er 6,0 kN. Båten går rett fram med konstant fart.



a) Hvor stor er F_2?
b) Finn friksjonskraften fra elva på båten.

Løsning:

(a) Vi finner fra figuren at

$$\sin 30^\circ = \frac{F_{1y}}{F_1} \qquad \Rightarrow \qquad F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ = 3000 \text{ N}$$

Vi vet siden båten beveger seg *rett fram* vil $F_{1y} = -F_{2y}$, eller $|F_{1y}| = |F_{2y}|$. Vi finner da basert på absoluttverdier

$$\sin 60^\circ = \frac{F_{2y}}{F_2} \qquad \Rightarrow \qquad F_2 = F_{2y} \sin 60^\circ = F_{1y} \sin 60^\circ \simeq \underline{3464 \text{ N}}$$

(b) Siden båten beveger seg med *konstant fart* må friksjonskreftene F_f i fartsretningen (x) være like stor og motsatt rettet med $F_{1x} + F_{2x}$. Vi setter

$$\cos 30^\circ = \frac{F_{1x}}{F_1} \qquad \Rightarrow \qquad F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ \simeq 5196 \text{ N}$$

og

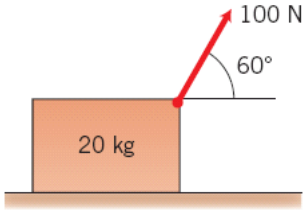
$$\cos 60^\circ = \frac{F_{2x}}{F_2} \qquad \Rightarrow \qquad F_{2x} = F_2 \cos 60^\circ \simeq 1732 \text{ N}$$

Da blir $F_f = F_{1x} + F_{2x} = \underline{6928 \text{ N}}$.

LØST OPPGAVE 15.313

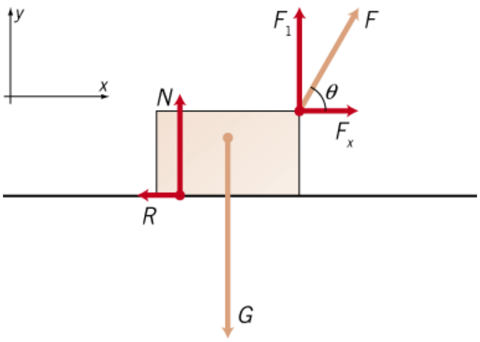
15.313

Et legeme med massen 20 kg blir dradd langs golvet. Kraften som drar, er på 100 N og rettet slik figuren viser. Legemet får akselerasjonen 1,5 m/s^2.



Finn friksjonskraften som virker på legemet.

Løsning:



$m = 20$ kg
$F = 100$ N
$\theta = 60°$
$a_x = a = 1{,}5$ m/s^2
$a_y = 0$

Kreftene som virker på pakken er, i tillegg til dragkraften F, normalkraften N og friksjonskraften R fra golvet, og tyngdekraften G.
Vi dekomponerer dragkraften og bruker Newtons 2. lov for x-retningen og får

$$\Sigma F_x = ma$$

$$F_x - R = ma \qquad \text{der } F_x = F\cos\theta$$

$$R = F\cos\theta - ma$$

$$R = 100\text{ N}\cdot\cos 60^\circ - 20\text{ kg}\cdot 1{,}5\text{ m/s}^2$$

$$= \underline{20\text{ N}}$$