Obligatorisk øvelse 17 - Uke 7

FYS009-G 21H - Fysikk realfagskurs

Løsningsforslag

Oppgave 17.1

(a) Vi setter først tyngden $G = mg = (70 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \simeq 686.70 \text{ N}$. Kraftmomentet fra denne kraften er da

$$M_1 = (0.4 \text{ m})(686.70 \text{ N}) \sin \phi$$

der ϕ er vinkelen mellom loddlinjen og pedalstangen. Dette er stangen som går fra omdreiningsaksen gjennom navnet, ut til pedalen. Tilsvarende blir det konstante kraftmomentet lik

$$M_2 = (0.4 \text{ m})(300 \text{ N}) \sin 90^\circ \simeq 120 \text{ Nm}$$

fordi farten (eller retningen) til pedalen og pedalstangen alltid står normalt på hverandre.

Det totale kraftmomentet er da $M = M_1 + M_2$, og dette er størst når $\phi = 90^\circ$, og vi får

$$M_{\text{max}} = 394.68 \text{ Nm} \simeq \underline{395 \text{ Nm}}$$

Den minste verdien er når $\phi = 0^\circ$ og $\phi = 180^\circ$, da vil $M_1 = 0$ og

$$M_{\text{min}} = M_2 = \underline{120 \text{ Nm}}$$

(b) Fra høyre side av sykkelen vil pedalene alltid utsettes for en kraft som virker *mot klokken*. Ved vanlige fortegnskonvensjoner er da kraftmomentet negativt, men vil aldri skifte fortegn.

Oppgave 17.2

(a) Kraftmomentbalanse på stangen S betyr at stangen ikke får noen rotasjon. Da må summen av kraftmomentene som virker på stangen være lik null. Vi velger omdreiningsaksen gjennom H.

Vi setter først tyngden av lasten m lik $G = mg = 1962\ \mathrm{N}$. Kraftmomentet M_m fra denne kraften er da

$$M_m = (1962\ \mathrm{N})\, d \sin 45^\circ$$

der d er lengden på stangen S, og vinkelen er 45° på grunn av at vinkelen mellom loddlinjen fra lasten og bakken er 90°. Dette kraftmomentet er negativt, siden kraften gir en rotasjon *med* klokken.

Det andre kraftmomentet som virker på S er fra kabelen K. Her blir vinkelen mellom kraften og armen lik 15° (både K og S er med i en trekant med vinkler 30°, $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ og 15°). Da er

$$M_K = K d \sin 15^\circ$$

Siden disse må være like store i absoluttverdi, får vi

$$|M_m| = |M_K| \qquad \Rightarrow \qquad (1962\ \mathrm{N})\, d \sin 45^\circ = K d \sin 15^\circ$$

slik at

$$K = 1962\ \mathrm{N} \left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 15^\circ} \right) \simeq 5360.28\ \mathrm{N} \simeq \underline{5360\ \mathrm{N}}$$

(b) Vi velger oss toppunktet på stangen S, og beregner summen av krefter som virker på dette punktet. Siden punktet er i ro, må kraftsummen være lik null.

Vi legger positiv x-retning langs bakken mot høyre, og positiv y-retning oppover. Da er

$$K_x = -K \cos 30^\circ \simeq -4642\ \mathrm{N} \qquad \text{og} \qquad K_y = -K \sin 30^\circ \simeq -2680\ \mathrm{N}$$

begge i negativ retning.

I x-retningen påvirkes punktet bare av kraften fra kabelen K, mens i y-retningen virker også tyngdekraften $G = mg$ fra lasten. Denne er

$$G_y = -mg = -1962\ \mathrm{N}$$

Hvis dette skal balanseres må det virke en kraft fra punktet H opp gjennom S.

Da er

$$H_x + K_x = 0 \qquad \Rightarrow \qquad H_x = \underline{4642\ \mathrm{N}}$$

og

$$H_y + K_y + G_y = 0 \qquad \Rightarrow \qquad H_y = 2680\ \mathrm{N} + 1962\ \mathrm{N} = \underline{4642\ \mathrm{N}}$$

Oppgave 17.3

(a) Den generelle formelen for massemiddelpunktet mellom to legemer med masse m_1 og m_2 er

$$x_T = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

der x_1 og x_2 er posisjonene til massemiddelpunktene for hvert enkelt legeme. Vi antar at solen og jorden har noenlunde jevnt fordelt masse, slik at begge massemiddelpunktene er i sentrum av begge legemene. Vi setter posisjonen til solen $x_1 = 0$, siden vi skal beregne posisjonen til x_T utfra solens sentrum.

Da er

$$x_T = \frac{x_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Vi finner at $x_2 = 1.5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$, $m_1 = 1.99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$ og $m_2 = 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$. Da blir

$$x_T = \frac{(1.5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m})(5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg})}{1.99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg} + 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}} \simeq 4.5 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m} \simeq 450\ \mathrm{km}$$

(b) Vi kan sjekke ut at solradien er $r_\odot \simeq 7 \cdot 10^8\ \mathrm{m} = 700000\ \mathrm{km}$. Posisjonen til massemiddelpunktet x_T er altså omlag $450\ \mathrm{km}$ fra solsenteret, hvilket er for alle praktiske formål i senteret av solen.

Oppfatningen er altså særdeles godt berettiget.

Her kan det bemerkes at tilsvarende for Jupiter er $x_T \simeq 730000\ \mathrm{km}$, hvilket vil være i solens overflate.