LØST OPPGAVE 14.310

14.310

En skilpadde krabber langs en rett linje. Vi legger inn et koordinatsystem og finner at posisjonen s som funksjon av tida er gitt ved

$$s(t) = 40\text{ cm} + 2,4\text{ cm/s} \cdot t - 0,10\text{ cm/s}^2 \cdot t^2$$

a) Finn posisjonen, farten og akselerasjonen til skilpadda ved start, $t = 0$.

b) Når er farten til skillpadda lik null?

c) Når er skilpadda kommet tilbake til startposisjonen?

d) Når er skilpadda 10 cm fra startstedet?

Hvor stor er farten, verdi og retning, ved disse tidspunktene?

e) Skisser posisjons-, farts- og akselerasjonsgrafene for bevegelsen i tidsintervallet $t = 0$ til $t = 40$ s.

Løsning:

a) For å finne farten og akselerasjonen deriverer vi $s(t)$ med hensyn på tida to ganger:

$$v(t) = s'(t) = 2,4\text{ cm/s} - 0,10\text{ cm/s}^2 \cdot 2t$$
$$= 2,4\text{ cm/s} - 0,20\text{ cm/s}^2 \cdot t$$

$$a(t) = v'(t) = -0,20\text{ cm/s}^2$$

Vi setter så inn $t = 0$ i uttrykkene for s, v og a:

$$s(0) = 40\text{ cm} + 2,4\text{ cm/s} \cdot 0 - 0,10\text{ cm/s}^2 \cdot 0^2 = \underline{40\text{ cm}}$$

$$v(0) = 2,4\text{ cm/s} - 0,20\text{ cm/s}^2 \cdot 0 = \underline{2,4\text{ cm/s}}$$

$$a(0) = \underline{-0,20\text{ cm/s}^2}$$

b) Vi løser likningen

$$v(t) = 0$$

$$2,4\text{ cm/s} - 0,20\text{ cm/s}^2 \cdot t = 0$$

$$t = \frac{-2,4\text{ cm/s}}{-0,20\text{ cm/s}^2} = \underline{12\text{ s}}$$

c) Startposisjonen er $s = 40$ cm. Skilpadda er altså kommet tilbake til startposisjonen når

$s(t) = 40\text{ cm}$

$40\text{ cm} + 2{,}4\text{ cm/s}\cdot t - 0{,}10\text{ cm/s}^2\cdot t^2 = 40\text{ cm}$

Vi ordner likningen og løser med hensyn på *t*:

$$-0{,}10\text{ cm/s}^2\cdot t^2 + 2{,}4\text{ cm/s}\cdot t = 0$$

$$-0{,}10t\text{ cm/s}^2\cdot t(t - 24\text{ s}) = 0$$

$$t = 0 \text{ eller } t = \underline{24\text{ s}}$$

d) Skilpadda er 10 cm fra startposisjonen når $s(t) = 30$ cm og når $s(t) = 50$ cm. Vi løser først likningen

$$40\text{ cm} + 2{,}4\text{ cm/s}\cdot t - 0{,}10\text{ cm/s}^2\cdot t^2 = 30\text{ cm}$$

Vi ordner likningen og løser med hensyn på *t*:

$$-0{,}10\text{ cm/s}^2\cdot t^2 + 2{,}4\text{ cm/s}\cdot t + 10\text{ cm} = 0$$

$$t = \frac{-2{,}4\text{ cm/s} \pm \sqrt{(2{,}4\text{ cm/s})^2 - 4\cdot(-0{,}10\text{ cm/s}^2)\cdot 10\text{ cm}}}{2\cdot(-0{,}10\text{ cm/s}^2)}$$

$$t = -3{,}620\text{ s},\ t = 27{,}62\text{ s}$$

Så løser vi likningen

$$40\text{ cm} + 2{,}4\text{ cm/s}\cdot t - 0{,}10\text{ cm/s}^2\cdot t^2 = 50\text{ cm}$$

Vi ordner likningen og løser med hensyn på *t*:

$$-0{,}10\text{ cm/s}^2\cdot t^2 + 2{,}4\text{ cm/s}\cdot t - 10\text{ cm} = 0$$

$$t = \frac{-2{,}4\text{ cm/s} \pm \sqrt{(2{,}4\text{ cm/s})^2 - 4\cdot(-0{,}10\text{ cm/s}^2)\cdot(-10\text{ cm})}}{2\cdot(-0{,}10\text{ cm/s}^2)}$$

$$t = 5{,}366\text{ s},\ t = 18{,}63\text{ s}$$

Svar: Skilpadda var 10 cm fra startposisjonen etter 5,4 s, 19 s og 28 s.

Vi finner farten ved disse tidspunktene ved å sette inn i uttrykket for *v*. Fortegnet gir retningen til *v*.

$$v_1 = v(5{,}366\text{ s})$$
$$= 2{,}4\text{ cm/s} - 0{,}20\text{ cm/s}^2\cdot 5{,}366\text{ s} = \underline{1{,}3\text{ cm/s}}$$

$$v_2 = v(18{,}63\text{ s})$$
$$= 2{,}4\text{ cm/s} - 0{,}20\text{ cm/s}^2\cdot 18{,}63\text{ s} = \underline{-1{,}3\text{ cm/s}}$$

$$v_3 = v(27{,}62\text{ s})$$
$$= 2{,}4\text{ cm/s} - 0{,}20\text{ cm/s}^2\cdot 27{,}62\text{ s} = \underline{-3{,}1\text{ cm/s}}$$

e) Vi tegner grafene med et digitalt hjelpemiddel.