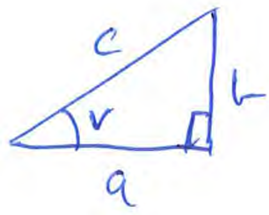
Sin og cos og tan

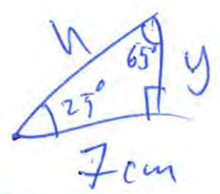
Tre definisjonar:
Rettvinkla trekant:



$$\sin v = \frac{b}{c} \qquad \cos v = \frac{a}{c} \qquad \tan v = \frac{b}{a}$$

Idé: Om vi har vinkel v, og en av $a, b,$ eller c, kan vi finne resten.

Eks: Trekant med ~~hypotenus~~ katet på 7 cm, vinkel 25° tilhørende denne.



$$\cos 25° = \frac{7\text{cm}}{h}$$

$$0.9063 = \frac{7}{h}$$

$$0.9063 \cdot h = 7$$

$$h = \frac{7}{0.9063} = 7.7236.$$

$$\sin 25° = \frac{y}{7.7236}$$

$$y = 7.7236 \cdot \sin 25°$$

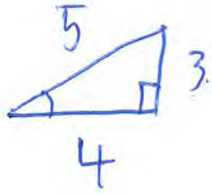
$$= 7.7236 \cdot 0.4226$$

$$= 3.2642.$$

$$\tan 25° = \frac{y}{7} \qquad y = 7 \cdot \tan 25° = 3.2642$$

Å finne vinkler:

Har en trekant, er rettvinkla.



$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
$5^2 = 25$

Hva er vinklene i trekanten?

$\sin v = \frac{3}{5} = 0.6$ $\qquad \cos v = \frac{4}{5} = 0.8$

$\tan v = \frac{3}{4} = 0.75$

Start ved å teste oss frem.

Vil finne en v slik at $\sin v = 0.6$

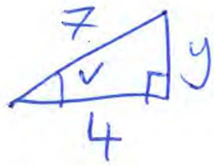
Vil bruke „omvendt sinus" arcsin, $\sin^{-1}$

Merk! Vi opphøyer ikke i -1, dette er kun notasjon.

$\sin v = 0.6$ $\qquad v = \arcsin 0.6$

$= 36.8699^\circ$

Eks: En rettvinkla trekant har hypotenus på 7 cm og en katet på 4 cm.



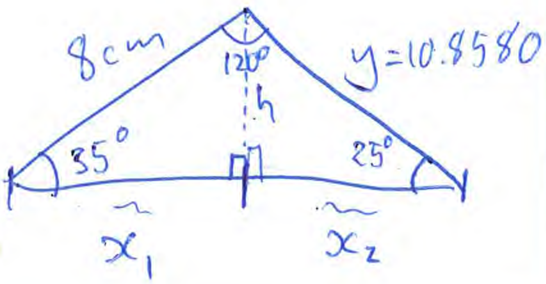
$\cos v = \frac{4}{7} \Leftrightarrow v = \arccos\left(\frac{4}{7}\right)$

$v = 55.15^\circ$

$\sin 55.15^\circ = \frac{y}{7} \Leftrightarrow y = 7 \cdot \sin 55.15^\circ = 5.7446 \text{ cm}$

Pythagoras: $4^2 + y^2 = 7^2 \Rightarrow y^2 = 49 - 16 = 33 \quad y = \sqrt{33}$

Hva med ikke-rettvinkla trekanter?



$$\sin 35^\circ = \frac{h}{8}$$

$$h = 8 \cdot \sin 35^\circ$$

$$= 4.5886 \text{ cm}$$

$$\sin 25^\circ = \frac{h}{y}$$

$$y \cdot \sin 25^\circ = h$$

$$y = \frac{h}{\sin 25^\circ} = \frac{4.5886}{0.4226} = 10.8580$$

$$\cos 35^\circ = \frac{x_1}{8} \Rightarrow x_1 = 8 \cdot \cos 35^\circ = 6.5532 \text{ cm}$$

$$\cos 25^\circ = \frac{x_2}{10.8580} \Rightarrow x_2 = 10.8580 \cdot \cos 25^\circ = 9.8407 \text{ cm}$$

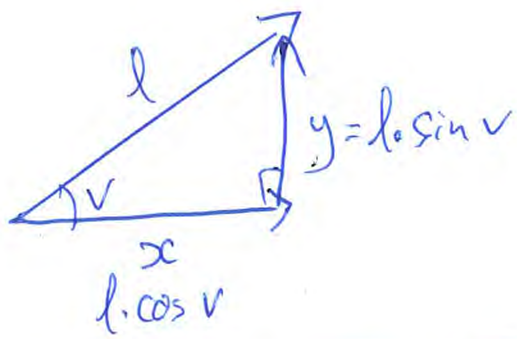
$$x = x_1 + x_2 = 6.5532 + 9.8407 = \underline{16.3939}$$

Kunne i stedet fått:

Sin og cos til dekomponering av en vektor:

v ← vinkel med horisontalplanet / x-aksen.

Lagen da en trekant



$$\cos v = \frac{x}{l} \Rightarrow x = l \cdot \cos v$$

$$\sin v = \frac{y}{l} \Rightarrow y = l \cdot \sin v$$

Litt om parenteser

$f(x) \iff \sin(x) \leftrightarrow \cos(x)$

Skrives ofte uten parenteser:

$\sin x \qquad \cos x$

Hvordan tolker vi:

$\sin x^2 \qquad \sin 2x - 1 \qquad \sin x + 4$

Menes typisk:

$\sin(x^2)$

Ikke skriv dette!

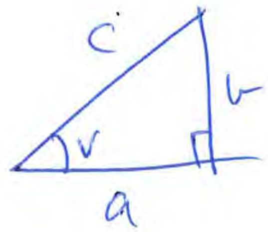
Skriv enten

$\boxed{\sin(2x) - 1}$

$\sin(2x - 1)$

Ikke skriv dette!

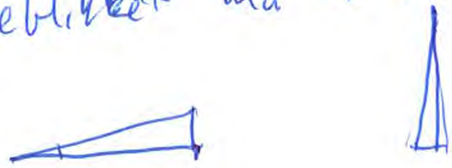
Hvor stor og liten kan sin og cos være?



$\sin v = \frac{b}{c}$

Nevner alltid større enn teller.

For øyeblikket må vinkelen v være mellom $0°$ og $90°$.



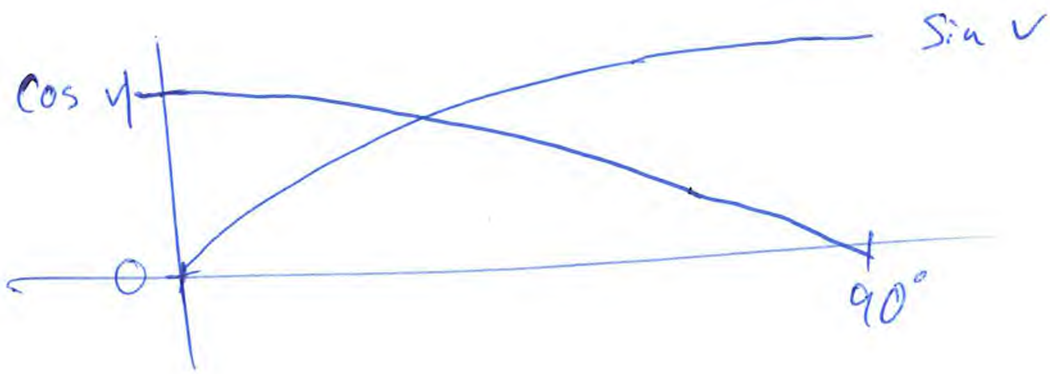
$0 < \sin v < 1$

Ser at $\sin 0°$ „burde være" 0,
og $\sin 90°$ „burde være" 1.

Samme for cos: $\cos v = \frac{a}{c}$

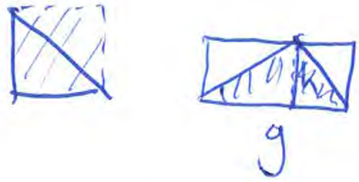
$0 < \cos v < 1$

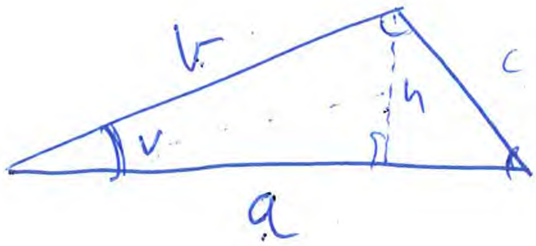
Ser at $\cos 0°$ „burde være" 1
Ser at $\cos 90°$ „burde være" 0.



Formler for ikke-rettvinkla trekanta:

① Arealsetninga.





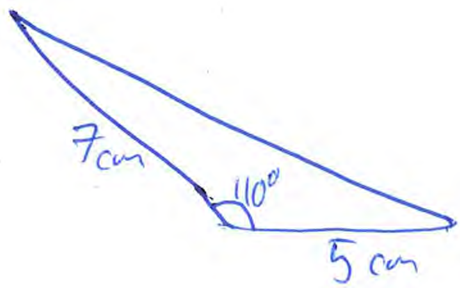
Areal av trekant

$$\text{Areal} = \frac{g \cdot h}{2}$$

Her: $g = a$ $\sin v = \frac{h}{b} \Rightarrow h = b \cdot \sin v$

$$\text{Areal} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin v = \frac{1}{2} ab \sin v$$

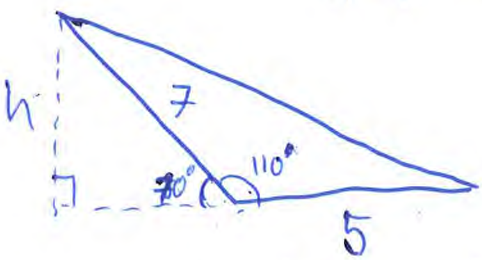
Merk: vinkel v må være mellom sidene a og b.



Arealsetninga sier: $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin v$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 \cdot \sin 110° = 16.44 \text{ cm}^2$$

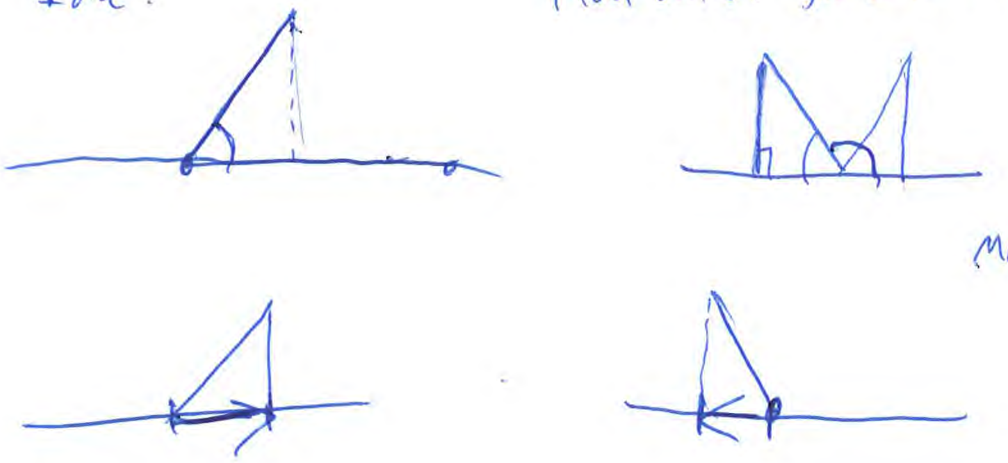
$$h = 7 \cdot \sin 70°$$



Definerer $\sin(v) = \sin(180° - v)$

Idé:

Hva om vi fortsetter å øke vinkelen?



Merk: sin-høyden peker samme retning (oppover)
cos-lengden peker motsatt retning.

To nye formler:

$$\sin(v) = \sin(180^\circ - v)$$
$$-\cos(v) = \cos(180^\circ - v)$$

<u>Merk at:</u> Gitt $\sin(v)$ finnes <u>to</u> mulige v, om jeg ikke har en rettvinkla trekant!
Men for $\cos v$, alltid kun <u>én</u>

<u>Eks:</u> En trekant med areal 20 har to sidelengder på 7 cm og 6 cm. Hva er vinkelen mellom de to sidene?

Samme areal