Obligatorisk øvelse 15 - Uke 5

FYS009-G 21H - Fysikk realfagskurs

Løsningsforslag

Oppgave 15.1

(a) De kreftene som virker på trafikklyset er begge snorkreftene $\vec{S}_1$ og $\vec{S}_2$, og i tillegg tyngdekraften $\vec{G} = m\vec{g}$.

(b) Vi setter snorkreftene

$$\vec{S}_1 = [\, S_{x1}, S_{y1} \,] \qquad \text{og} \qquad \vec{S}_2 = [\, S_{x2}, S_{y2} \,]$$

der snor 1 virker mot venstre og snor 2 virker mot høyre. Vi setter

$$|\vec{S}_1| = |\vec{S}_2| = S = 150 \text{ N}$$

Fra symmetri og kraftbalanse ser vi at $S_{x1} = -S_{x2}$. I y-retningen setter vi $S_{y1} = S_{y2} = S_y$, siden disse virker i samme retning, nemlig oppover.

Vi observerer at geometrisk er

$$S_x = S\cos 45^\circ \qquad \text{og} \qquad S_y = S\sin 45^\circ$$

Da bruker vi kraftbalanse i y-retningen:

$$S_y + S_y = mg \qquad \Rightarrow \qquad 2S_y = mg \qquad \Rightarrow \qquad 2S\sin 45^\circ = mg$$

Dette gir

$$m = \frac{2S\sin 45^\circ}{g} = \frac{2(150 \text{ N})(\frac{\sqrt{2}}{2})}{9.81 \text{ m/s}^2} \simeq \underline{21.62 \text{ kg}}$$

(c) Setter vi inn en vinkel på 90° vil trafikklysene essensielt henge i en enkeltsnor, med samlet kraft på 300 N, og dette vil da gi en masse på $(300/9.81)$ kg $\simeq \underline{30.58 \text{ kg}}$

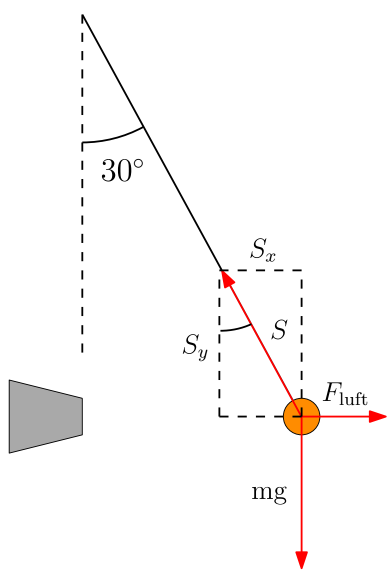
Setter vi inn en vinkel på 0° får vi en masse på $m = \underline{0 \text{ kg}}$. Dette skyldes at når vinkelen nærmer seg null, så vil begge y-komponentene S_y også bli null. Da eksisterer det ingen kraft i y-retningen som kan balansere tyngdekraften.

Oppgave 15.2

(a) De kreftene som virker på ballen er

(1) Gravitasjonskraften $\overrightarrow{F}_{\text{grav}} = mg$
(2) Kraften fra blåseren $\overrightarrow{F}_{\text{luft}} = kv^2$
(3) Kraften fra snoren $\overrightarrow{F}_{\text{snor}} = S$

Disse kreftene er avmerket med røde piler i figuren.



(b) Siden ballen henger i ro må summen av alle kreftene som virker på den være null. Vi må altså ha

$$\overrightarrow{F}_{\text{grav}} + \overrightarrow{F}_{\text{luft}} + \overrightarrow{F}_{\text{snor}} = 0$$

Dette innebærer at vi må dekomponere snorkraften S i en x-komponent S_x og en y-komponent S_y, og deretter balansere disse to komponentene med henholdvis F_{luft} og mg. Fra figuren finner vi at

$$\sin 30^\circ = \frac{S_x}{S} \qquad \Rightarrow \qquad S_x = S \sin 30^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \frac{S_y}{S} \qquad \Rightarrow \qquad S_y = S \cos 30^\circ$$

Vi balanserer først kreftene i <u>y-retningen</u> og får

$$S_y = mg \qquad \Rightarrow \qquad S \cos 30^\circ = mg \qquad \Rightarrow \qquad S = \frac{mg}{\cos 30^\circ}$$

Vi balanserer deretter kreftene i $\underline{x\text{-retningen}}$ og får

$$F_{\text{luft}} = S_x = S\sin 30^\circ = \left(\frac{mg}{\cos 30^\circ}\right)\sin 30^\circ = mg\cdot\tan 30^\circ \simeq \underline{0.048\ \text{N}}$$

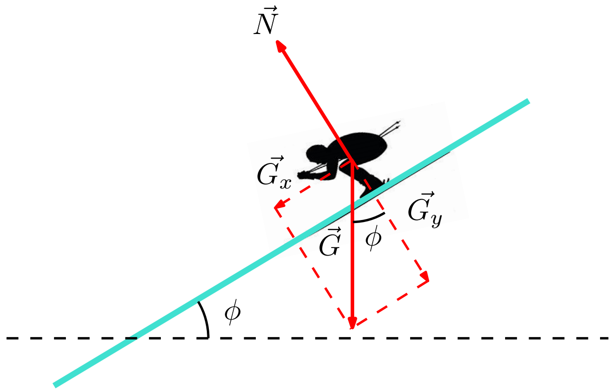
(c) Vi setter

$$kv^2 = F_{\text{luft}} \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{F_{\text{luft}}}{k}} = \sqrt{\frac{0.048\ \text{N}}{8.7\cdot 10^{-4}\ \text{Ns}^2/\text{m}^2}}$$

Dette gir med innsatte verdier at $\underline{v \simeq 7.43\ \text{m/s}}$.

Oppgave 15.3

(a) Vi setter gravitasjonskraften $\vec{G} = m\vec{g}$, og dekomponerer denne i to komponenter, en langs bakken og en normalt på bakken. Vi får for normalkomponenten at $G_y = G\cos\phi$ og for komponenten langs bakken at $G_x = G\sin\phi$.



(b) Vi finner for komponenten av tyngden $\vec{G}$ i x-retningen (langs bakken) at $G_x = G\sin\phi$. Da gir Newtons kraftlov at

$$\begin{aligned} ma_x &= G_x \\ &= G\sin\phi \\ &= mg\sin\phi \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad a_x = g\sin(32°) \simeq \underline{5.20\ \mathrm{m/s^2}}$$

(c) Fra figuren finner vi på samme måte som for G_x at $G_y = G\cos\phi = mg\cos\phi$. Siden alpinisten ikke letter fra underlaget må vi ha kraftbalanse i y-retningen. Dette gir at

$$N = G_y = mg\cos(32°) = \underline{665.55\ \mathrm{N}}$$

(d) Vi finner først at $72\ \mathrm{km/h} = 20\ \mathrm{m/s}$. Deretter bruker vi den såkalte tidløsformelen

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

med $v_0 = 20\ \mathrm{m/s}$, $a = 5.20\ \mathrm{m/s^2}$ og $s = 82\ \mathrm{m}$. Da blir

$$v_1 = 35.39\ \mathrm{m/s} = \underline{127.40\ \mathrm{km/h}}$$

(e) Den målte farten er altså $v_2 = 103\ \mathrm{km/h} \simeq 28.61\ \mathrm{m/s}$. Friksjonskrefter og luftmotstand har altså redusert den kinetiske energien til alpinisten, i forhold til tilfellet uten friksjon og luftmotstand.

Vi bruker da setningen om mekanisk energi til å beregne arbeidet fra friksjon og luftmotstand. Arbeidet blir da lik tapet i kinetisk energi som alpinisten opplever

$$W = \tfrac{1}{2}mv_1^2 - \tfrac{1}{2}mv_2^2 = \tfrac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2) \simeq \underline{-17356.80\ \mathrm{J}}$$

Dette gir

$$F = \frac{W}{s} = \frac{-17356.80\ \mathrm{J}}{82\ \mathrm{m}} \simeq \underline{-211.67\ \mathrm{N}}$$

(f) Vi har at friksjonskraften fra glidefriksjon er

$$\begin{aligned} R = -\mu N = -\mu mg\cos\phi &= -0.04 \cdot (80\ \mathrm{kg}) \cdot (9.81\ \mathrm{m/s^2}) \cdot \cos(32^\circ) \\ &= -26.62\ \mathrm{N} \end{aligned}$$

Da blir arbeidet som er utført av friksjonskraften på et strekning på $s = 82\ \mathrm{m}$ lik

$$W_R = Rs = (-26.62\ \mathrm{N})(82\ \mathrm{m}) = -2182.84\ \mathrm{J}$$

Siden arbeidet utført av friksjon og luftmotstand er $-17356\ \mathrm{J}$, ser vi at luftmotstanden yter en mye større motstand enn friksjonen mellom skiene og snøen gjør. Forholdet blir

$$\frac{W_R}{W_{\mathrm{tot}}} = \frac{-2182.84\ \mathrm{J}}{-17356.80\ \mathrm{J}} \simeq 0.13$$

slik at friksjonskreftene mellom snøen og skiene bare bidrar med omlag 13% av motstanden, mens luftmotstanden står for omlag 87%.