LØST OPPGAVE 14.333

14.333

En kule blir skutt oppover i en retning som danner 60° med horisontalplanet. Kula treffer en bygning 30 m unna, 15 m over utskytingspunktet.
Finn hvor stor fart kula hadde da den ble skutt ut.

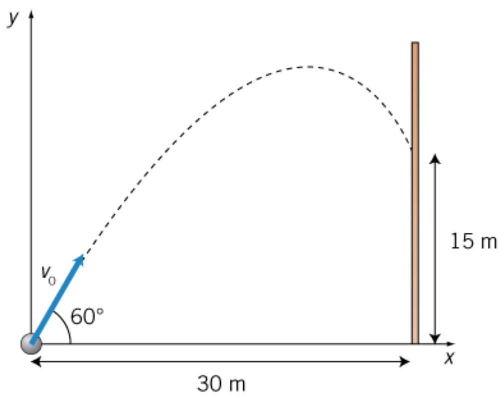
Løsning:

Vi legger inn et koordinatsystem med vannrett *x*-akse og origo i startstedet. Vi har skissert banen til kula på figuren nedenfor. Her er:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$x = 30\ \text{m}$$

$$y = 15\ \text{m}$$



Komponentene av begynnelsesfarten $\vec{v}_0$ er

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

Bevegelseslikningene for konstant akselerasjon

$$x = v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

$$y = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

gir da denne parameterframstillingen for bevegelsen:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad (1)$$

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Her har vi brukt at $a_x = 0$ og $a_y = -g$ der g er akselerasjonen ved fritt fall.

Vi skal nå løse linkningssettet ovenfor med hensyn på v_0.

Vi finner først *t* uttrykt ved hjelp av *x* av likning (1):

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

Dette uttrykket setter vi inn i likning (2):

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \tfrac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha} \right)^2$$

$$y = \tan\alpha \cdot x - \frac{gx^2}{2{v_0}^2 \cos\alpha}$$

Vi løser så denne likningen med hensyn på v_0:

$$y = \tan\alpha \cdot x - \frac{gx^2}{2\cos^2\alpha \cdot {v_0}^2}$$

$$\frac{gx^2}{2\cos^2\alpha \cdot {v_0}^2} = \tan\alpha \cdot x - y$$

$${v_0}^2 = \frac{gx^2}{2\cos^2\alpha \cdot (\tan\alpha \cdot x - y)}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{2\cos^2\alpha \cdot (\tan\alpha \cdot x - y)}}$$

$$= \sqrt{\frac{9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot (30\ \text{m})^2}{2\cos^2 60° \cdot (\tan 60° \cdot 30\ \text{m} - 15\ \text{m})}} = \underline{22\ \text{m/s}}$$

(Hvis du husker de eksakte verdiene for cos og tan til 60°, blir oppgaven noe enklere.)