Obligatorisk øvelse 13 - Uke 3

FYS009-G 21H - Fysikk realfagskurs

Løsningsforslag

Oppgave 13.1

(a) Med $a = 2\ \mathrm{m/s^2}$ og $v_0 = 3\ \mathrm{m/s}$ finner vi at

$$\begin{aligned} s(t) &= v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (3\ \mathrm{m/s})\,t + t^2 = 3t + t^2 \\ v(t) &= v_0 + at = (3\ \mathrm{m/s}) + (2\ \mathrm{m/s^2})t = 3 + 2t \\ a(t) &= (2\ \mathrm{m/s^2}) = 2 \end{aligned}$$

Da blir $s(0) = 0$, $v(0) = 3$ og $a(0) = 2$.

(b) Helt tilsvarende finner vi at $s(2) = 10$, $v(2) = 7$ og $a(2) = 2$.

Og for $t = 4$ som altså representerer bunnen av bakken får vi at $s(4) = 28$, $v(4) = 11$ og $a(4) = 2$.

(c) Siden $s(4) = 28$, er altså bakken 28 meter lang.

(d) Halvveis er da $s = 14$. For å finne tiden han bruker dit må vi løse annengradslikningen

$$s(t) = t^2 + 3t = 14 \qquad \Rightarrow \qquad t^2 + 3t - 14 = 0$$

Vi får da at

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{65}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad t \simeq -5.33 \quad \text{og} \quad t \simeq 2.53$$

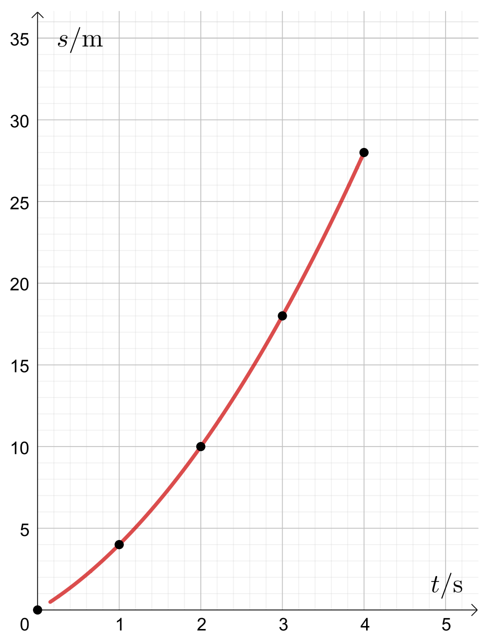
Siden $t < 0$ ikke er mulig, må den eneste muligheten være at $\underline{t = 2.53.}$ Dette er da tiden han bruker for å komme halveis nede i bakken.

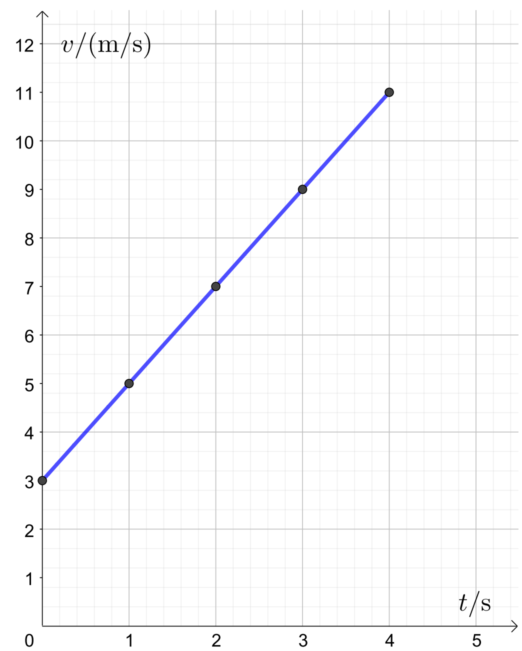
Vi bruker da $v = v_0 + at$ til å finne at $v = 3\ \mathrm{m/s} + (2\ \mathrm{m/s^2})(2.53\ \mathrm{s}) = \underline{8.06\ \mathrm{m/s}}$.

(e) Først finner vi at $30\ \mathrm{km/h} \simeq 8.33\ \mathrm{m/s}$. Så kan det være lurt å bruke den såkalte tidløsformelen $v^2 = v_0^2 + 2as$. Vi setter da

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(8.33\ \mathrm{m/s})^2 - (3\ \mathrm{m/s})^2}{2 \cdot (2\ \mathrm{m/s^2})} \simeq \underline{15.10\ \mathrm{m}}$$

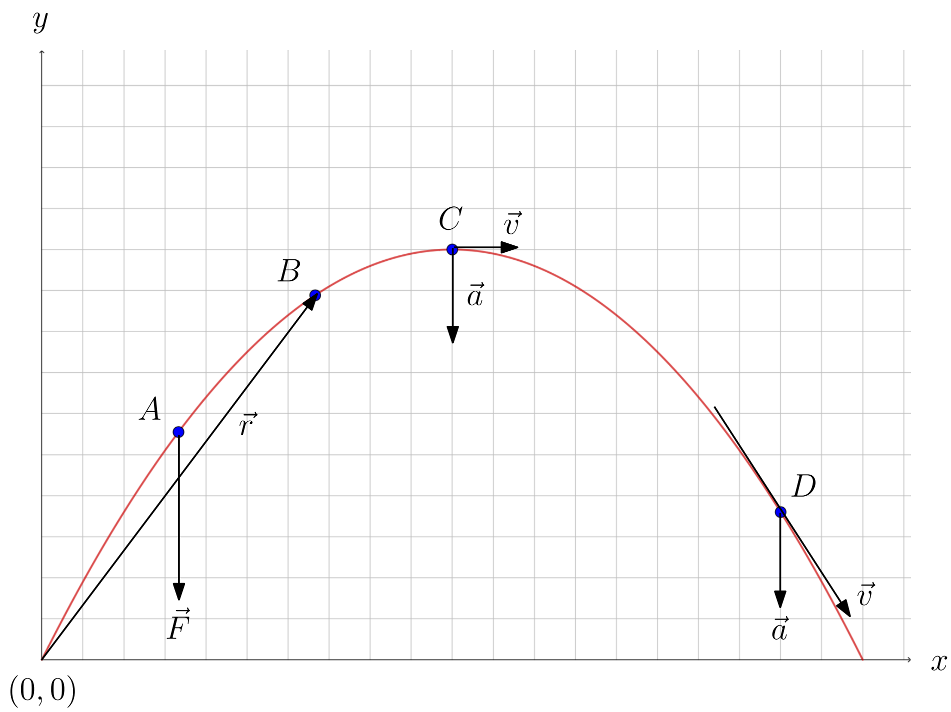
(f) Basert på dataene vi har til rådighet kan vi lage følgende posisjons-, farts- og akselerasjonsgraf for Arnes sykkeltur ned bakken.





Oppgave 13.2

(a) Vektorene blir som på figuren. Siden steinens masse er 2 kg, vil kraften F være dobbelt så som akselerasjonen a. Akselerasjonsvektoren $\vec{a} = \vec{g}$ er den samme overalt. x-komponenten v_x av hastighetsvektoren $\vec{v}$ er den samme overalt.



(b) På grunn av bevarelse av mekanisk energi, vil den kinetiske energien avta desto høyere steinen kommer. Derfor vil den kinetiske energien være minst på toppen, og dermed vil også hastigheten v være minst der. Riktig svar er altså punkt C.

Av samme grunn vil hastigheten v være størst i punkt D.

(c) Det er slik at x-komponenten v_x av vektoren $\vec{v}$ er konstant under hele banen. Dette skyldes at det ikke virker noen kraft i x-retningen. Derfor vil $|v_x|$ være konstant, og derfor like stor/liten i alle punktene.

Den vertikale komponenten v_y av hastigheten avtar når høyden øker. Den blir null på toppen av banen, og deretter blir den mer og mer negativ. Absoluttverdien vil derfor være minst i punkt C, og størst på det punktet som ligger nederst i banen: punkt D

Oppgave 13.3

Vi har generellt at

$$
\begin{aligned}
v_{0x} &= v_0 \cos\alpha \\
v_{0y} &= v_0 \sin\alpha
\end{aligned}
$$

og at

$$
\begin{aligned}
x &= v_{0x} t \\
y &= v_{0y} t - \tfrac{1}{2} g t^2
\end{aligned}
$$

(a) For $\underline{\alpha = 0^\circ}$ blir $v_{0x} = v_0$ og $v_{0y} = 0$. Slik at

$$
\begin{aligned}
x &= v_{0x} t \\
y &= -\tfrac{1}{2} g t^2
\end{aligned}
$$

Vi bruker likningen for x-koordinaten og får $x = d = 3\,\mathrm{m}$, slik at $t = d/v_0 = 0.2\,\mathrm{s}$.

(b) Setter vi tiden som vi fant i punkt (a) inn i uttrykket for $y(t)$ får vi

$$
y = -\tfrac{1}{2} g t^2 \simeq \underline{-0.2\,\mathrm{m}}
$$

Siden skiven har en radius på $r = 0.25\,\mathrm{m}$ vil pilen treffe skiven.

(c) Ved å derivere uttrykkene for x og y, finner vi at

$$
\begin{aligned}
v_x &= v_{0x} \\
v_y &= -gt = -9.8t
\end{aligned}
$$

Dette betyr at ved tiden $t = 0.2\,\mathrm{s}$ vil vi ha at $v_x = 15\,\mathrm{m/s}$ og at $v_y = -1.96\,\mathrm{m/s}$. Da er

$$
v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \underline{15.13\,\mathrm{m/s}}
$$

(d) Med $\underline{\alpha = 10^\circ}$ blir $v_{0x} \simeq 14.77\,\mathrm{m/s}$ og $v_{0y} \simeq 2.60\,\mathrm{m/s}$. Videre får vi fra likningen for x-koordinaten at $x = v_{0x} t$.

For at man skal treffe midt på skiven må vi ha $y = 0$

$$
y = v_{0y} t - \tfrac{1}{2} g t^2 = 0
$$

$$
\Rightarrow \quad v_{0y} t = \tfrac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2 v_{0y}}{g}
$$

Vi setter inn dette tidspunktet i $x = v_{0x} t$ med $x = d$

$$
d = v_{0x} t = v_{0x} \left(\frac{2 v_{0y}}{g} \right) \quad \Rightarrow \quad d = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g} \simeq \underline{7.83\,\mathrm{m}}
$$

(e) Utfra energibevarelse innser vi at hastigheten til pilen i det den treffer midten av skiven blir $v = v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$. Dette gjelder fordi midten av skiven og kastpunktet for pilen ligger like høyt.

(f) Pila faller like fort nedover som blinken og vil derfor hele tiden ha den samme koordinaten i y-retningen (og samme fart i y-retningen). Dette gjelder uansett hva avstanden d er, og hva utgangsfarten v_0 er. Pila vil derfor alltid treffe midt på skiven.