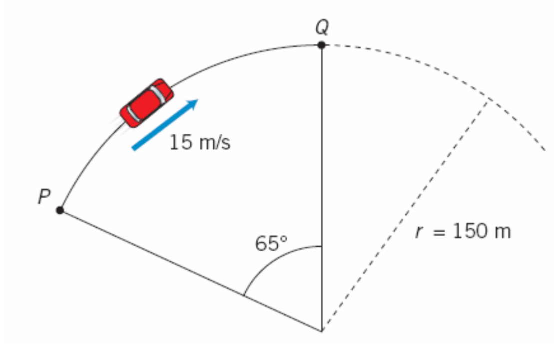
LØST OPPGAVE 14.317

14.317

En bil kjører med den konstante farten 15 m/s gjennom en kurve *PQ*. Kurven er en del av en sirkel (se figur).



a) Hvor lang tid bruker bilen fra *P* til *Q*?

b) Finn gjennomsnittsakselerasjonen fra *P* til *Q* under bevegelsen. (Husk også retningen.)

c) Hva blir svaret i b hvis bilen har dobbelt så stor fart?

d) Hva blir svaret i b hvis farten er 15 m/s og radien endres til 75 m?

Løsning:

a) Siden (bane)farten til bilen er konstant kan vi bruke likningen $\Delta s = v\Delta t$. Veien Δs er 65/360 deler av omkretsen til sirkelbanen. Vi får

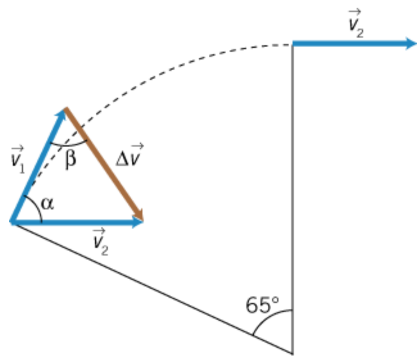
$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

$$= \frac{\frac{65}{360}2\pi r}{v} = \frac{\frac{65}{360}\cdot 2\pi \cdot 150\ \text{m}}{15\ \text{m/s}} = 11{,}34\ \text{s} = \underline{\underline{11\ \text{s}}}$$

b) Vi bruker definisjonen av gjennomsnittsakselrasjon

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Vi tegner figur der startfarten ved *P*, $\vec{v}_1$, og sluttfarten ved *Q*, $\vec{v}_2$, er tegnet inn:



Vi har parallellforskjøvet vektoren $\vec{v}_2$ slik at den får samme begynnelsespunkt som vektoren $\vec{v}_1$. Av figuren ser vi at vinkelen mellom $\vec{v}_1$ og $\vec{v}_2$ er $\alpha = 65°$. Siden vektorene $\vec{v}_1$ og $\vec{v}_2$ er like lange, er trekanten som utspennes av de to vektorene og fartsendringen $\Delta\vec{v}$ likebeinet. Vinkelen β på figuren er da gitt ved

$$\alpha + 2\beta = 180°$$

som gir

$$\beta = 90° - \frac{\alpha}{2} = 90° - \frac{65°}{2} = 57,5°$$

Vinkelen mellom $\vec{v}_1$ og $\Delta\vec{v}$ er da

$$\angle(\Delta\vec{v}, v_1) = 180° - \beta = 180° - 57,5° = 122,5°$$

Vi finner lengden av $\Delta\vec{v}$ ved hjelp av cosinussetningen:

$$(\Delta v)^2 = {v_1}^2 + {v_2}^2 - 2v_1 v_2 \cos\alpha$$

Dette gir idet $v_1 = v_2 = v = 15\ \text{m/s}$:

$$\begin{aligned}\Delta v &= \sqrt{{v_1}^2 + {v_2}^2 - 2v_1 v_2 \cos\alpha} \\ &= v\sqrt{1^2 + 1^2 - 2\cos\alpha} \\ &= 15\ \text{m/s} \cdot \sqrt{1 + 1 - 2\cos 65°} = 16,11\ \text{m/s}\end{aligned}$$

Akselerasjonens absoluttverdi blir da:

$$\begin{aligned}\bar{a} &= \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ &= \frac{16,11\ \text{m/s}}{11,34\ \text{s}} = 1,420\ \text{m/s}^2 = \underline{1,4\ \text{m/s}^2}\end{aligned}$$

Siden akselerasjonen $\vec{\bar{a}}$ har samme retning som $\Delta\vec{v}$, er retningen til $\vec{\bar{a}}$ gitt ved

$$\angle(\vec{\bar{a}}, v_1) = \underline{122,5°}$$

c) Dersom farten til bilen er dobbelt så stor, blir fartsendringen $\Delta\vec{v}$ dobbelt så stor, og tida Δt blir halvparten så stor. Dermed blir akselerasjonen fire ganger så stor som i b. Vi får

$$\bar{a} = 4 \cdot 1{,}420\ \text{m/s}^2 = \underline{5{,}7\ \text{m/s}^2}$$

d) Dersom farten til bilen er den samme som i b, mens radien er halvparten, blir fartsendringen $\Delta\vec{v}$ den samme, og tida Δt blir halvparten så stor. Dermed blir akselerasjonen dobbelt så stor som i b. Vi får

$$\bar{a} = 2 \cdot 1{,}420\ \text{m/s}^2 = \underline{2{,}8\ \text{m/s}^2}$$