Løsning Tentamen Høsten 2019

Oppgave 1

a) Finner akselerasjonen $\quad 50\ \frac{km}{h} = \frac{50}{3{,}6}\ m/s = \underline{13{,}89\ m/s}$

$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{13.89\,m/s - 0\,m/s}{18\,s} = 0{,}77\ m/s^2$$

Newton 2. lov gir

$$\sum F = ma = (20 \cdot 1000\ kg) \cdot 0{,}77\ m/s^2 = \underline{\underline{15\ 432\ N}}$$

b)

1) Hookes lov gir

$$F = kx = 2{,}5\ \frac{N}{m} \cdot 0{,}05\ m = \underline{\underline{0{,}125\ N}}$$

2) Bevaring av mekanisk energi gir

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$\Rightarrow$

Dimensjoner

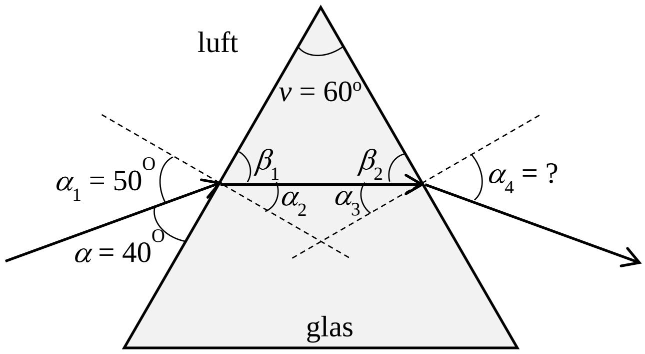
$$m\sqrt{\frac{N}{m\,kg}} = m\sqrt{\frac{kg\,m/s^2}{m\,kg}} = \frac{m}{\sqrt{s^2}} = \frac{m}{s}$$

$$V = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x$$

$$= \sqrt{\frac{2{,}5\ \frac{N}{m}}{0{,}005\ kg}}\ 0{,}05\ m$$

$$= \underline{\underline{1{,}12\ m/s}}$$

Oppgave 2



Figuren viser korleis lyset kjem inn frå venstre og går gjennom glasprismet. Dei stipla linjene er innfallslodda på kvar side av glasprismet. Vinklane β_1 og β_2 er hjelpevinklar for å løyse oppgåva.

Av figuren kan vi sjå at innfallsvinkelen α_1 må vere 50°, fordi innfallsloddet dannar vinkelen 90° med overflata slik at $\alpha + \alpha_1 = 40° + 50° = 90°$.

Brytingsindeksen til luft er n_l = 1,00 (frå tabellheftet side 16).
Brytingsindeksen til glaset er n_g = 1, 50 (frå oppgåveteksten).

a) Vi løyser denne oppgåva ved å finne dei tre vinklane α_2, α_3 og α_4 (sjå figuren).

<u>Brytingsvinkelen α_2 :</u>

Bruker Snells lov (på generell form):

$$n_l \cdot \sin\alpha_l = n_g \cdot \sin\alpha_2$$

Dette gjev:

$$\sin\alpha_2 = \frac{n_l \cdot \sin\alpha_l}{n_g} = \frac{1{,}00 \cdot \sin 50^o}{1{,}50} = 0{,}51069$$

Vinkelen α_2 blir då:

$$\alpha_2 = 30{,}71^o \approx \underline{31^o}$$

<u>Vinkelen α_3:</u>

Vi finn først vinkel β_1: Av figuren ser vi at $\beta_1 + \alpha_2 = 90°$

Dette gjev: $\beta_1 = 90° - \alpha_2 = 90° – 30{,}71° = \underline{59{,}29°}$

Så finn vi vinkel β_2: Av figuren ser vi at $\beta_1 + \beta_2 + v = 180°$ (vinkelsummen i trekant)
Vinkel v = 60° fordi trekanten er likesida.

Dette gjev: $\beta_2 = 180° - \beta_1 – v = 180° – 59{,}29° – 60° = \underline{60{,}71°}$

No finn vi vinkel α_3: Av figuren ser vi at $\beta_2 + \alpha_3 = 90^o$

Dette gjev: $\alpha_3 = 90^o - \beta_2 = 90^o - 60{,}71^o = \underline{29{,}29^o}$

<u>Vinkelen α_4:</u>

Bruker Snells lov (for lysbrytinga ut av glasprismet):

$$n_l \cdot \sin \alpha_4 = n_g \cdot \sin \alpha_3$$

Dette gjev:

$$\sin \alpha_4 = \frac{n_g \cdot \sin \alpha_3}{n_l} = \frac{1{,}50 \cdot \sin 29{,}29^o}{1{,}00} = 0{,}7338$$

Vinkelen α_4 blir då:

$$\alpha_4 = 47{,}20^o \approx \underline{47^o}$$

b) <u>Lysfarten inne i glasprismet, c:</u>

I luft (og vakuum) er lysfarten $c_o = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s (frå tabellheftet).

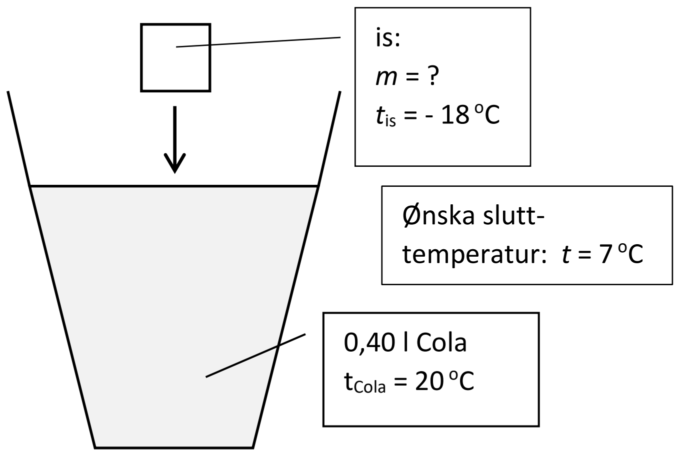
Når lyset kjem inn i eit stoff med større brytingsindeks, vil farten gå ned. Høvet mellom lysfarten i luft og i glas er lik brytingsindeksen til glaset (sjå formelarket!):

$$n = \frac{c_o}{c}$$

Dette gjev lysfarten i glaset:

$$c = \frac{c_0}{n} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}50} = \underline{2{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

c)



framhald oppgåve 1c):

Når isen kjem oppi Colaglaset, vil den ta i mot varme frå glaset og Colaen. Temperaturen i glaset og Colaen vil dermed bli lågare. Isen blir først varma opp frå -18 °C til 0 °C. Deretter vil den smelte. Når alt is er smelta, vil smeltevatnet auke temperaturen frå 0 °C til 7 °C. Dette kan formulerast slik:

Motteken varme = tilført varme

$$Q_{\text{is/isvatn}} = Q_{\text{Cola og glas}}$$

$$Q_{\text{oppvarming av is}} + Q_{\text{smelting av is}} + Q_{\text{oppvarming av isvatn}} = Q_{\text{Cola}} + Q_{\text{glas}}$$

$$c_{\text{is}} \cdot m_{\text{is}} \cdot \Delta t_{\text{is}} + l_{\text{is}} \cdot m_{\text{is}} + c_{\text{vatn}} \cdot m_{\text{vatn}} \cdot \Delta t_{\text{vatn}} = c_{\text{Cola}} \cdot m_{\text{Cola}} \cdot \Delta t_{\text{Cola}} + C_{\text{glas}} \cdot \Delta t_{\text{glas}}$$

<u>Kommentarar til denne likninga:</u>

1. m_{is} er den ukjende som vi skal finne.
2. $m_{\text{vatn}} = m_{\text{is}}$ fordi smeltevatnet har same massen som isen
3. $c_{\text{is}} = 2{,}1 \cdot 10^3$ J/(kg·K) spesifikk varmekapasitet for is frå tabellheftet
4. $c_{\text{vatn}} = 4{,}18 \cdot 10^3$ J/(kg·K) spesifikk varmekapasitet for vatn frå tabellheftet
5. $\Delta t_{\text{is}} = 0\,^{\circ}\text{C} - (-18\,^{\circ}\text{C}) = 18$ K temp.differansar er like i celsius og kelvingrader
6. $l_{\text{is}} = 334 \cdot 10^3$ J/kg spesifikk smeltevarme for is frå tabellheftet
7. $\Delta t_{\text{vatn}} = 7\,^{\circ}\text{C} - 0\,^{\circ}\text{C} = 7$ K temp.differansar er like i celsius og kelvingrader
8. $c_{\text{Cola}} = c_{\text{vatn}}$ dette står i oppgåveteksten
9. $m_{\text{Cola}} = \rho_{\text{Cola}} \cdot V_{\text{Cola}} = 1{,}00$ kg/l · 0,40 l = 0,40 kg. $\rho_{\text{Cola}} = \rho_{\text{vatn}}$ etter oppgåveteksten
10. $\Delta t_{\text{Cola}} = \Delta t_{\text{glas}} = 20\,^{\circ}\text{C} - 7\,^{\circ}\text{C} = 13$ K
11. $C_{\text{glas}} = 90$ J/K varmekapasiteten for glas etter oppgåveteksten

Ved bruk av punkta 1 og 2 over kan vi finne eit uttrykk for massen av is som trengst:

$$c_{\text{is}} \cdot m_{\text{is}} \cdot \Delta t_{\text{is}} + l_{\text{is}} \cdot m_{\text{is}} + c_{\text{vatn}} \cdot m_{\text{is}} \cdot \Delta t_{\text{vatn}} = c_{\text{Cola}} \cdot m_{\text{Cola}} \cdot \Delta t_{\text{Cola}} + C_{\text{glas}} \cdot \Delta t_{\text{glas}}$$

$$m_{\text{is}} \cdot (c_{\text{is}} \cdot \Delta t_{\text{is}} + l_{\text{is}} + c_{\text{vatn}} \cdot \Delta t_{\text{vatn}}) = c_{\text{Cola}} \cdot m_{\text{Cola}} \cdot \Delta t_{\text{Cola}} + C_{\text{glas}} \cdot \Delta t_{\text{glas}}$$

$$m_{\text{is}} = \frac{c_{\text{Cola}} \cdot m_{\text{Cola}} \cdot \Delta t_{\text{Cola}} + C_{\text{glas}} \cdot \Delta t_{\text{glas}}}{c_{\text{is}} \cdot \Delta t_{\text{is}} + l_{\text{is}} + c_{\text{vatn}} \cdot \Delta t_{\text{vatn}}}$$

Med talverdiar får vi då:

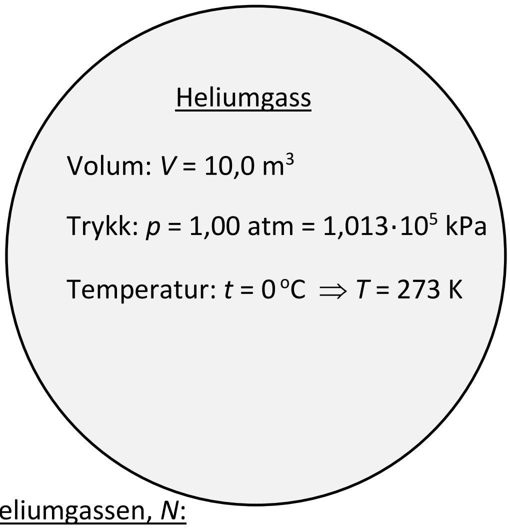
$$m_{\text{is}} = \frac{4{,}18 \cdot 10^3\ \text{J/kgK} \cdot 0{,}40\ \text{kg} \cdot 13\ \text{K} + 90\ \text{J/K} \cdot 13\ \text{K}}{2{,}1 \cdot 10^3\ \text{J/kgK} \cdot 18\ \text{K} + 334 \cdot 10^3\ \text{J/kgK} + 4{,}18 \cdot 10^3\ \text{J/kgK} \cdot 7\ \text{K}} = 0{,}0571\ \text{kg}$$

$$m_{\text{is}} = 0{,}0571\ \text{kg} \approx \underline{57\ \text{g}}$$

<u>Det trengst altså 57 g is for å kjøle Colaen til 7 grader.</u>

Oppgave 3

Verballong



a) Tal atom (molekyl) i heliumgassen, *N*:

Bruker tilstandslikninga: $pV = NkT,$ der k = 1,38·10^{-23} J/K Boltzmannskonstanten frå tabell

Tal atom:

$$N = \frac{pV}{kT} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \mathrm{Pa} \cdot 10{,}0 \mathrm{m}^3}{1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K} \cdot 273\,\mathrm{K}} = 2{,}688 \cdot 10^{26} \approx \underline{2{,}69 \cdot 10^{26}}$$

Massen til heliumgassen, *m*:

Av periodesystemet ser vi at atommassen til helium er: m_{He} = 4,003 u, der 1 u = 1,66·10^{-27} kg.

Massen til gassen: $m = N \cdot m_{\mathrm{He}} = 2{,}688 \cdot 10^{26} \cdot 4{,}003 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg} = 1{,}786\ \mathrm{kg} \approx \underline{1{,}79\ \mathrm{kg}}$

b) Farten til eit gjennomsnittsatom (-molekyl) i gassen, *v*:

Vi har to ulike uttrykk for gjennomsnittleg kinetisk energi til eit atom i gassen:

Frå mekanikken: $E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv^2$ Frå termofysikken: $E_{\mathrm{k}} = \frac{3}{2}kT$

Vi kan finne farten ved å setje desse to uttrykka lik kvarandre: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$

Farten:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K} \cdot 273\,\mathrm{K}}{4{,}003 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}}} = 1304\,\mathrm{m/s} \approx \underline{1{,}30\,\mathrm{km/s}}$$

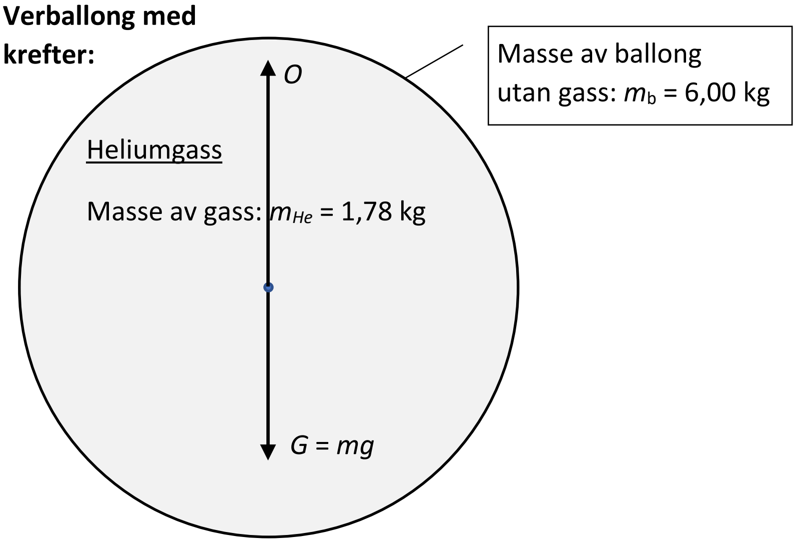
c) Oppdrifta til ballongen, *O*:

Oppdrifta til heliumballongen er lik tyngda av den lufta den fortrengjer:

$$O = m_{\text{luft}} \cdot g = \rho_{\text{luft}} \cdot V \cdot g = 1{,}29\,\text{kg/m}^3 \cdot 10{,}0\ \text{m}^3 \cdot 9{,}81\,\text{N/kg} = 126{,}5\ \text{N} \approx \underline{127\ \text{N}}$$

d)

Verballong med krefter:



Figuren over syner dei to kreftene som verkar på ballongen, tyngda *G* nedover, og oppdrifta *O* oppover. Summen av desse kreftene gjev akselerasjonen:

$$\sum F = O - G = ma$$

Tyngda er $G = mg$, der massen er massen til ballongen utan gass m_b og massen til gassen m_{He}. Tyngda til ballongen:

$$G = mg = (m_{\text{b}} + m_{\text{He}})g = (6{,}00\ \text{kg} + 1{,}786\ \text{kg}) \cdot 9{,}81\,\text{N/kg} = 76{,}38\ \text{N} \approx 76{,}4\ N$$

Akselerasjonen til ballongen:

$$a = \frac{O - G}{m} = \frac{126{,}5\ N - 76{,}4\ N}{6{,}00\ \text{kg} + 1{,}786\ \text{kg}} = 6{,}370\,\text{N/kg} \approx \underline{6{,}37\ \text{m/s}^2}$$

e) Volumet av ballongen ved høgda 10 km, *V*:

Når ballongen stig frå bakkenivå til høgda 10 km, endrar gasstilstanden seg.

Tilstand 1 (ved bakken): $p_1 = 1{,}00$ atm (her kan vi nytte nemninga atm)
$V_1 = 10{,}0\ \text{m}^3$
$T_1 = 273$ K ($t_1 = 0\,°\text{C}$)

Tilstand 2 (10 km høgd): $p_2 = 0{,}29$ atm (her kan vi nytte nemninga atm)
$V_2 = ?$
$T_2 = (273 - 45)$ K $= 228$ K ($t_2 = -45\,°\text{C}$)

For å finne volumet V_2 bruker vi tilstandslikninga for gassar:

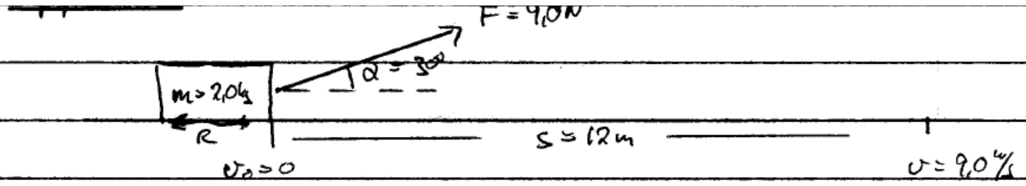
$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

Volumet blir:

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{1{,}00\ \mathrm{atm} \cdot 10{,}0\ \mathrm{m}^3 \cdot 228\ \mathrm{K}}{0{,}29\ \mathrm{atm}\ \cdot 273\ K} = 28{,}79\ \mathrm{m}^3\ \approx \underline{28{,}8\ \mathrm{m}^3}$$

Oppgave 4

a)



Arbeidet: $W = F \cdot s \cdot \cos\alpha = 9{,}0N \cdot 12m \cdot \cos 30° = 93{,}53 Nm \approx \underline{\underline{94J}}$

Endring i kinetisk energi:

$$\Delta E_K = E_K - E_{K0} = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 = \tfrac{1}{2}\,2{,}0kg \cdot (9{,}0 m/s)^2 - 0$$

$$= \underline{\underline{81J}}$$

Vi ser at $W > \Delta E_K$. Dette kan forklares slik:

$\Delta E_K \overset{def}{=} \sum F \cdot s$, altså det arbeidet summen av kreftene utfører.

Det må altså være flere krefter som verker på klossen enn kun F.

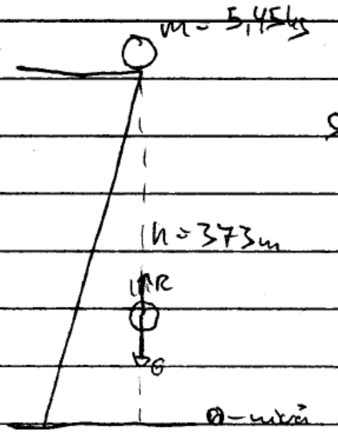
Friksjonen R (se på figuren) er en slik kraft. Da får vi:

$$\Delta E_K = \sum F \cdot s = (F \cdot \cos\alpha - R) \cdot s = W - Rs$$

Dette gir oss: $W = \Delta E_K + Rs = \Delta E_K + \text{varme}$.

Friksjonsarbeidet Rs, vil bremse klossen og avgi varme.

b)



Stillingsenergi:

$$E_p = mgh = 5{,}45kg \cdot 9{,}81 N/kg \cdot 373m$$

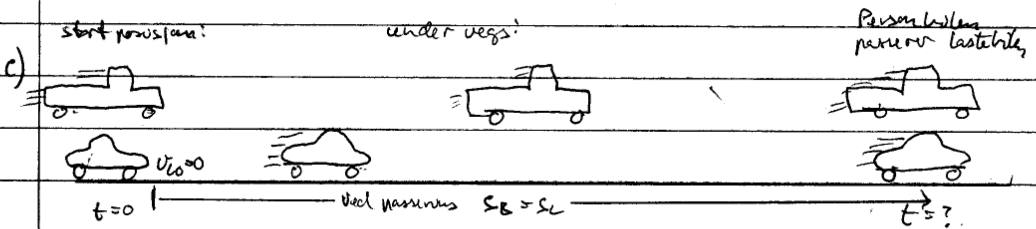
$$= 19942 Nm \approx \underline{\underline{19{,}9kJ}}$$

Kinetisk energi til steinen nede ved bakken:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 5{,}45\,kg \cdot (25{,}0\,m/s)^2 = 1703\,J \approx \underline{1{,}70\,kJ}$$

Vi ser at E_p (oppe) >> E_k (nede). Mekanisk energi er altså ikkje bevart. Dette tyder at det er fleire krefter enn berre tyngdekrafta G som har verka på steinen under fallet. Mest nærliggjande er friksjon, R, som luftmotstand. Sjå figuren!

c)



Lastebilen har konstant fart $v_L = 60\,km/h = \frac{60\cdot 1000m}{3600s} = \underline{16{,}67\,m/s}$

Personbilen har konstant akselerasjon:

$$a_B = \frac{v_B - v_{0B}}{t} = \frac{100\,km/h - 0\,km/h}{12\,s} = \frac{\frac{100\cdot 1000m}{3600s}}{12s} = \underline{2{,}315\,m/s^2}$$

Ved passering har bilane køyrt like langt og like lenge:

$$s_B = s_L$$

$$v_{0B}\cdot t + \frac{1}{2}a_B\cdot t^2 = v_L\cdot t \quad \wedge \quad v_{0B}=0$$

$$\frac{1}{2}a_B\cdot t^2 = v_L\cdot t$$

$$\frac{1}{2}a_B\cdot t = v_L \quad \vee \quad t=0 \quad \text{(tida ved første passering)}$$

$$\Downarrow$$

Tida ved 2. passering: $t = \frac{2v_L}{a_B} = \frac{2\cdot 16{,}67\,m/s}{2{,}315\,m/s^2} = \underline{14{,}40\,s}$

Strekninga personbilen (og lastebilen) har kjørt når personbilen når att lastebilen (2. passering):

$$s_B = s_L = v_L \cdot t = 16{,}67\,\text{m/s} \cdot 14{,}40\,\text{s} = 240{,}0\,\text{m} \approx \underline{\underline{0{,}24\,\text{km}}}$$

Farten til personbilen ved passering:

$$v_B = v_{0B} + a_B \cdot t \;\wedge\; v_{0B} = 0$$

$$v_B = a_B \cdot t = 2{,}315\,\text{m/s}^2 \cdot 14{,}40\,\text{s} = 33{,}336\,\text{m/s}$$

$$= (33{,}336 \cdot 3{,}6)\,\text{km/h} = 120\,\text{km/h} \approx \underline{\underline{1{,}2 \cdot 10^2\,\text{km/h}}}$$

Oppgave 5

a) Temperaturmålinger:

Høgre øyre:

Gjennomsnitt: $\overline{T} = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_n}{n}$

$= \frac{36{,}6°C + 36{,}5°C + 36{,}5°C + 36{,}7°C + 36{,}4°C}{5}$

$= 36{,}54°C \approx \underline{\underline{36{,}5°C}}$

Usikkerheit : $\Delta T = \frac{1}{2}(T_{maks} - T_{min})$

$= \frac{1}{2}(36{,}7°C - 36{,}4°C) = 0{,}15°C \approx \underline{\underline{0{,}2°C}}$

Korrekt temperatur: $T = \overline{T} \pm \Delta T = \underline{\underline{36{,}5°C \pm 0{,}2°C}}$

Venstre øyre:

Gjennomsnitt : $\overline{T} = \frac{36{,}2°C + 36{,}6°C + 36{,}6°C + 36{,}2°C + 36{,}5°C}{5}$

$= 36{,}42°C \approx \underline{\underline{36{,}4°C}}$

Usikkerheit : $\Delta T = \frac{1}{2}(36{,}6°C - 36{,}2°C) = \underline{\underline{0{,}2°C}}$

Korrekt temperatur: $T = \overline{T} \pm \Delta T = \underline{\underline{36{,}4°C \pm 0{,}2°C}}$

Målingane viser 0,1°C lågare temperatur på venstre øyre.
Usikkerheita er den same på begge øyre.

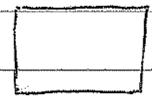
w) Målingane kan ikkje fastslå om termometeret er godt nok, trass i ein måleusikkerheit på 0,2°C.
Dersom målingane er utførde på nøyaktig same måte, ville eg leggje vekk dette termometeret. Altså ville eg først undersøke nøye korleis målingane vart utførde, før eg ville gå til det skrittet å kaste termometeret.

Oppgave 6

<u>Før samanstøyten:</u>

prosjektil

kloss



$m_p = 50{,}0\,g = 0{,}0500\,kg$

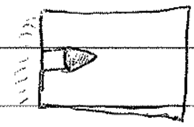
$v_p = 160\,m/s$

$m_k = 300\,g = 0{,}300\,kg$

$v_k = 0$

<u>Etter samanstøyten:</u>

felleslekam (kloss + prosjektil)



$m = m_p + m_k$

$v = ?$

a) Bevaring av massefart (rørslemengd):

$$p_{etter} = p_{før}$$

$$(m_p + m_k)\cdot v = m_p \cdot v_p + m_k \cdot v_k \quad \wedge \; v_k = 0$$

<u>Farten til felleslekamen:</u>

$$v = \frac{m_p \cdot v_p}{m_p + m_k} = \frac{0{,}0500\,kg \cdot 160\,m/s}{0{,}0500\,kg + 0{,}300\,kg}$$

$$= 22{,}857\,m/s \approx \underline{\underline{22{,}9\,m/s}}$$

b) <u>Energitapet:</u>

<u>Energi før samanstøyten:</u> Berre prosjektilet har energi!

$$E_{før} = E_k(\text{prosjektil}) = \tfrac{1}{2} m_p \cdot v_p^2$$

$$= \tfrac{1}{2}\cdot 0{,}0500\,kg \cdot (160\,m/s)^2 = \underline{640\,J}$$

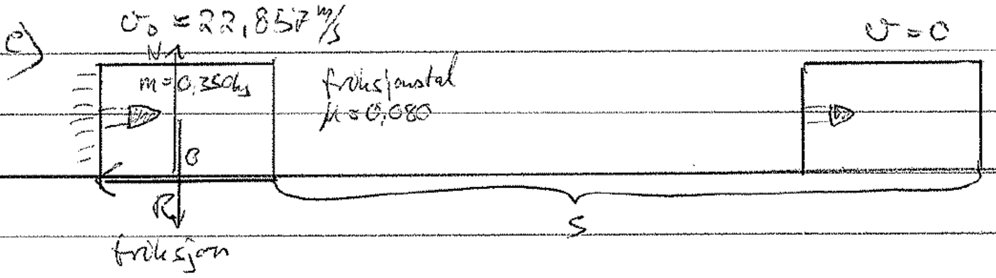
<u>Energi etter samanstøyten:</u> Energien til felleslekamen!

$$E_{etter} = E_k(\text{felleslekam}) = \tfrac{1}{2}(m_p + m_k)\cdot v^2$$

$$= \tfrac{1}{2}(0{,}0500\,kg + 0{,}300\,kg)\cdot(22{,}857\,m/s)^2 = \underline{91{,}4\,J}$$

Energitapet $= E_{før} - E_{etter} = 640\,J - 91{,}4\,J = 548{,}6\,J \approx \underline{\underline{549\,J}}$

c)



Klossen har rørsleenergi: $E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$

Denne energien blir brukt til å gjere eit friksjonsarbeid slik at klossen stansar, altså $E_k = W$.

Arbeid: $W = F \cdot s = R \cdot s \quad \wedge \quad R = \mu N = \mu m g$

sidan N er like stor som G.

Altså: $\underline{W = \mu m g \cdot s}$

$$W = E_k$$
$$\mu m g s = \frac{1}{2} m v_0^2$$
$$\mu g s = \frac{1}{2} v_0^2$$

Distanse før stopp: $s = \frac{v_0^2}{2\mu g}$

$$= \frac{(22,857\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 0,080 \cdot 9,81\ \text{m/s}^2}$$

$$= 332,85\ \text{m} \approx \underline{\underline{0,33\ \text{km}}}$$