

13.7 Determinanter

Determinant er navnet på et uttrykk vi har behov for å regne ut i flere sammenhenger (derfor har de fått et eget navn).

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Eksempler, regne ut determinant:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot (-1) = 6 + 1 = 7$$

Areal av parallelogram og tolkning av determinant

Regel 1: Arealet av et parallelogram er lik absoluttverdien av determinanten til 2 vektorer som utspenner parallelogrammet.

Regel 2 Arealet av en trekant er lik halve determinanten.

Regel: To vektorer er parallelle dersom determinanten er lik 0

Determinanter for vektorer i 3 dimensjoner.

Husk 2 x 2: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

Regne ut en 3x3 determinant: Vi kan regne 3x3 determinanter ved hjelp av følgende formel:

$$\det(M) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}.$$

Men den er ikke helt enkel å huske! ...

Eller vi kan utvikle determinanten etter 1. rad: NB Merk minus foran andre determinant!
Eksempel:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

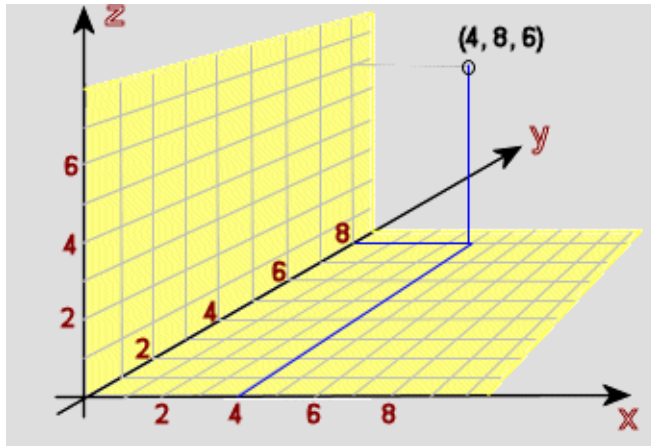
$$= 1(0 - (-2)) - 2(10 - 2) + 3(2 - 0)$$

$$= 2 - 16 + 6 = \underline{\underline{-8}}$$

Denne metoden kan vi senere også bruke for n x n matriser. Vi skal bruke denne utregningen i kap 14 + at dette er nyttig iblant annet i matriseregning i Matematikk 2.

13.8 Romkoordinater

3D vektorer har mye til felles med vektorer i planet, men hovedutfordringen er at 3D vektorer er mye vanskeligere å tegne. Utfordringen er at både tavla og arket er plant, og for 3D vektorer trenger vi tre akser.



Hvordan vi tegner aksene kan løses på ulike måter (men ikke helt fritt, det skal være et høyrehåndssystem), men i vår lærebok tegner vi koordinatsystemet slik dere ser på figuren.

Merk at når vi skal tegne enheter på y-aksen er det lurt å bruke linjal slik at lengde 1, blir like lang på alle aksene. Da «trekker» vi ikke figuren ut av proporsjoner.

For å bestemme hvor et punkt skal tegnes, bruker vi først x - og y -koordinatene og til slutt ser vi på z - koordinaten og går vertikalt opp eller ned.

Vi kan tegne vektor addisjon (+) som i planet, men her er det enklere å regne, fremfor å tegne! På prøver / eksamen er det forventet at dere kan «lese» en gitt figur, men oppgavene blir ikke slik at dere må tegne. Likevel er det jo slik at et godt syn for geometri er til god nytte.

Merk

Punkter i rommet har tre koordinater $D(x, y, z)$ og det samme gjelder vektorer $\overrightarrow{OD} = [x, y, z]$