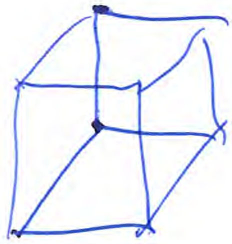
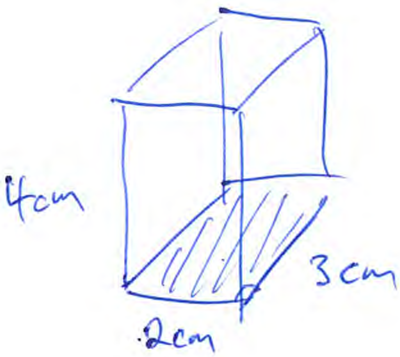
Volum av prismer



Idé: Volumet av en prisme er lik
Grunnflate ganget med høyde

$$V = G \cdot h$$

Eks:



$G = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$

$V = 6 \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ cm}$

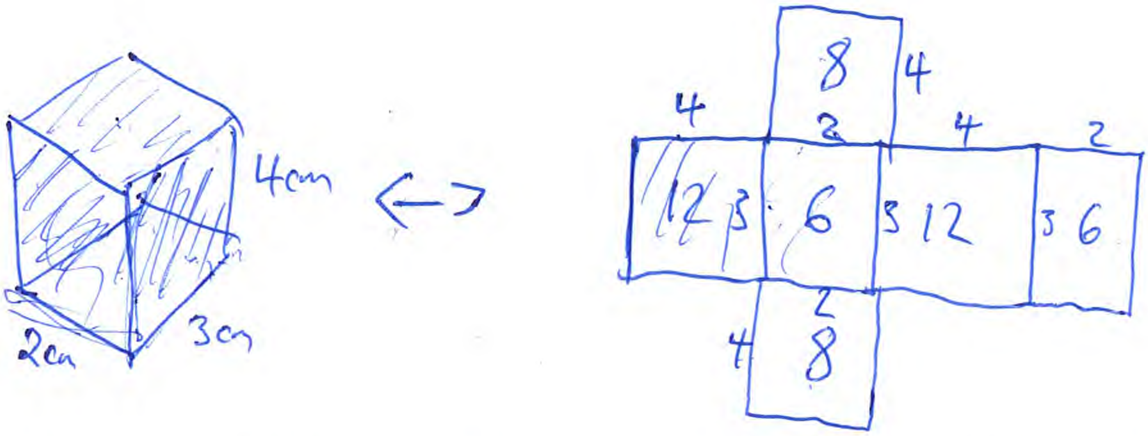
$= 24 \text{ cm}^3$

Finnes også skeive prismer:

Dette er nå høyden, og vi har da fremdeles $V = G \cdot h$.

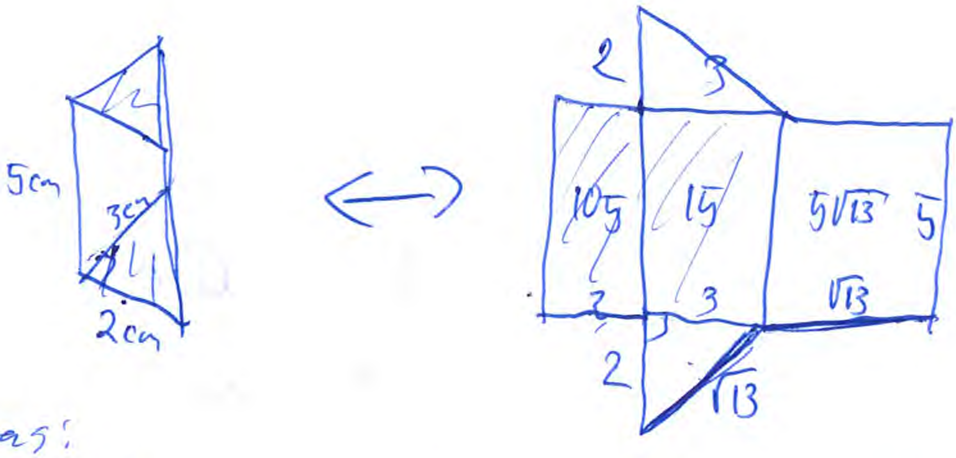
Vi kan også regne overflaten til en prisme:

Eks:



$$2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 3 = O = 52 = 12 + 12 + 6 + 6 + 8 + 8$$

Eks:



Pythagoras:

$$2^2 + 3^2 = x^2$$
$$13 = x^2$$

$$O = 10 + 15 + 5\sqrt{13} + \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2}$$

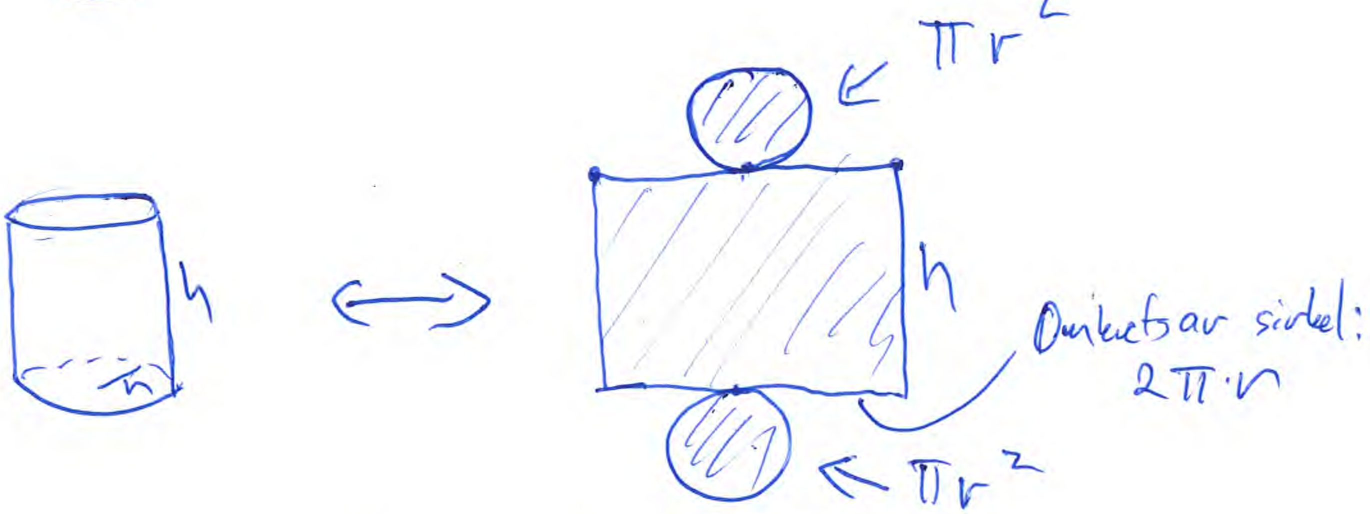
$=$

Også interessant i sylindre.

← Sylinder. Bestemt av radius og høyde.

$$\text{Volum} = G \cdot h$$
$$= \pi r^2 \cdot h$$

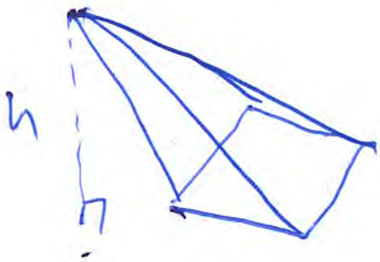
samme formel.



$$O = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r h$$
$$= 2\pi r (r + h)$$

Til slutt interessert i pyramider.

Tetraeder



Alle disse er pyramider.

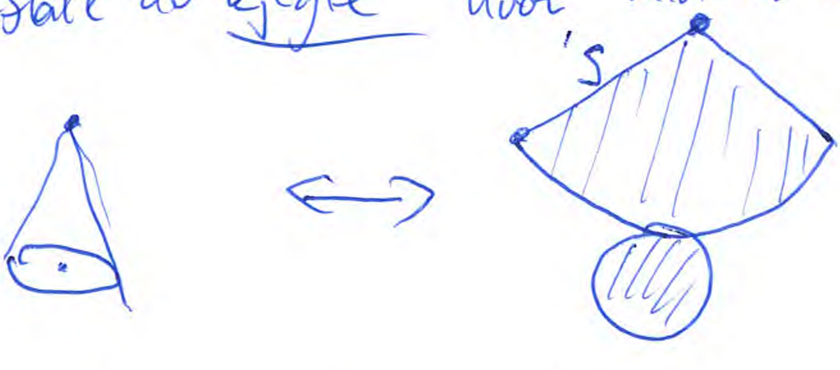
Volum for pyramider: Volum for tilsvarende ~~og~~ prisme delt på tre.

$$V = \frac{1}{3}\cdot G\cdot h = \frac{G\cdot h}{3}$$

Dette stemmer også for kjegler

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

Overflate av kjegle hvor midten e rett over.



S 361-362 i boka.

$$O = \pi r^2 + \pi\cdot r\cdot s$$

Den siste 3D-figuren vi skal lære formler for er en kule:

$$\boxed{\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ O &= 4\pi r^2 \end{aligned}}$$

Vektorer

Hva er en vektor? En vektor er en pil med en størrelse og en retning.

Tegner de som piler

Samme vektor selv om de starter forskjellig sted.

Vi kan gjøre to ting med vektoren:

- Skalere en vektor.
- Kombinere to vektorer.

Representeres med et tall.

setter etter hverandre

Definerer da at en vektor kan ganges med et tall (skalering), og to vektorer kan plusses sammen (kombinasjon)

Har to tall, a, og b, og to vektorer $\vec{v}$, $\vec{w}$.

Skalere: $a \cdot \vec{v}$ ← gir mening   Tallet a kalles her en skalar.

Kombinere: $\vec{v} + \vec{w}$ ← gir mening

Eks: $\vec{v} = \nearrow$ $\vec{w} = \downarrow$ $\vec{v} + \vec{w}$ 

Plusse tall: $a + b$ ← gir mening.

Gange tall: $a \cdot b$ ← gir mening.

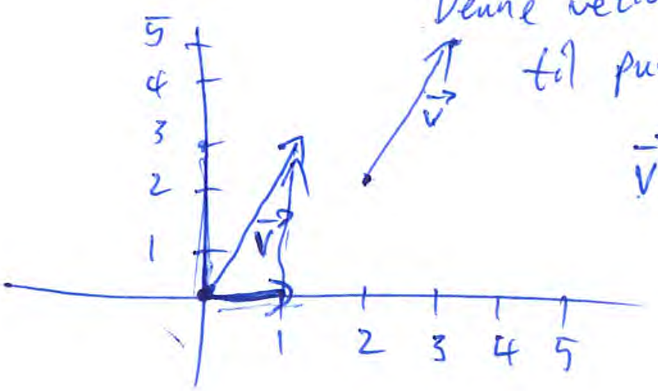
Resten gir ikke mening for oss:

$a + \vec{v}$ ← ???

$\vec{v}\vec{w}$ ← ???

Vi kan tegne vektorene våres i et koordinatsystem:

Denne vektoren beveger seg fra origo til punktet $(1,3)$.



$$\vec{v} = [1,3]$$

Merk at:

$$\vec{v} = [1,0] + [0,3]$$

$$= [1,0] + 3 \cdot [0,1]$$

$$= \vec{e_x} + 3 \cdot \vec{e_y}$$

Hva vil det si å kombinere to vektorer på koordinatform:

$$\vec{v} = [x_1, y_1] \qquad \vec{w} = [x_2, y_2]$$

Hva er $\vec{v} + \vec{w}$?

$$\vec{v} = x_1 \cdot \vec{e_x} + y_1 \cdot \vec{e_y} \qquad \vec{w} = x_2 \cdot \vec{e_x} + y_2 \cdot \vec{e_y}$$

$$\vec{v} + \vec{w} = x_1 \vec{e_x} + y_1 \vec{e_y} + x_2 \vec{e_x} + y_2 \vec{e_y}$$

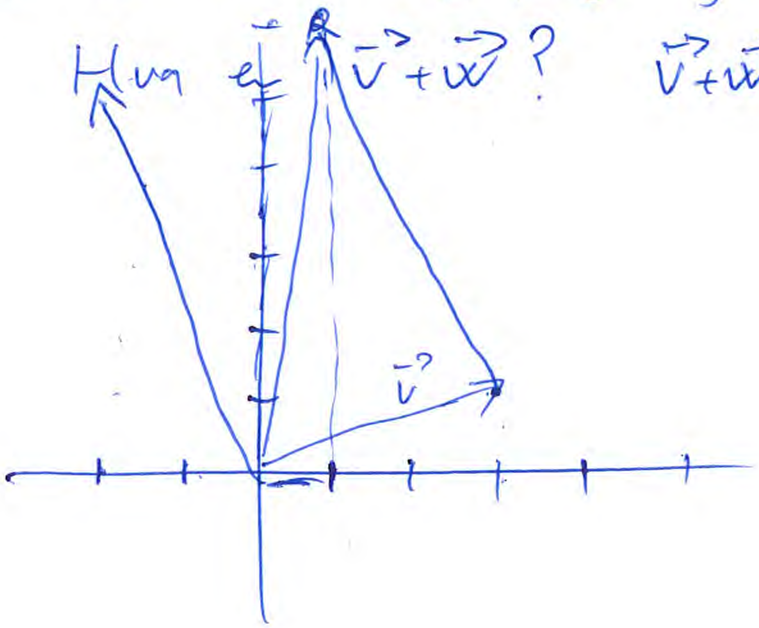
$$= x_1 \vec{e_x} + x_2 \vec{e_x} + y_1 \vec{e_y} + y_2 \vec{e_y}$$

$$= (x_1 + x_2) \vec{e_x} + (y_1 + y_2) \vec{e_y}$$

$$= [x_1 + x_2, y_1 + y_2]$$

Eks: Vektor $\vec{v} = [3, 1]$ og $\vec{w} = [-2, 5]$.

Hva er $\vec{v} + \vec{w}$?



$$\vec{v} + \vec{w} = [3, 1] + [-2, 5]$$

$$= [3 + (-2), 1 + 5]$$

$$= [1, 6]$$

Hva vil det si å skalere en vektor på koordinatform:

Tall (skalar) a vektor $\vec{v} = [x_1, y_1]$

$$\vec{v} = x_1 \cdot \vec{e_x} + y_1 \vec{e_y}$$

$$a\vec{v} = a(x_1 \vec{e_x} + y_1 \vec{e_y}) = (a x_1)\vec{e_x} + (a y_1)\vec{e_y}$$
$$= [a x_1, a y_1]$$

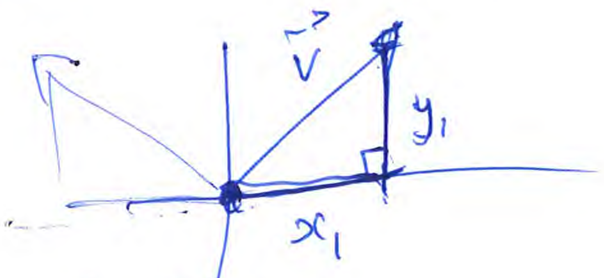
Tallet ganges inn i hvert koordinat.

Eks: $a = 2$, $\vec{v} = [-1, 5]$

$$a\vec{v} = [2\cdot(-1), 2\cdot 5] = [-2, 10].$$

Påstod at en vektor består av en retning og en lengde.
Gitt en vektor på koordinatform, hvordan finner vi retningen og lengden?

Idé: Enhver vektor gir oss en rettvinklet trekant:



$\vec{v} = [x_1, y_1]$

Kan bruke pythagoras:

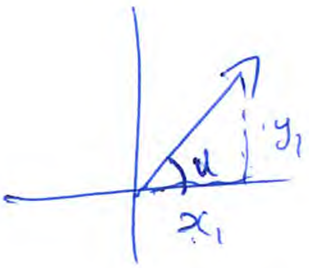
Lengden til v:

$$|\vec{v}|^2 = x_1^2 + y_1^2 \qquad \boxed{|\vec{v}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

Funker også fint ved negative verdier for x_1 og y_1.

Hva med retninga?

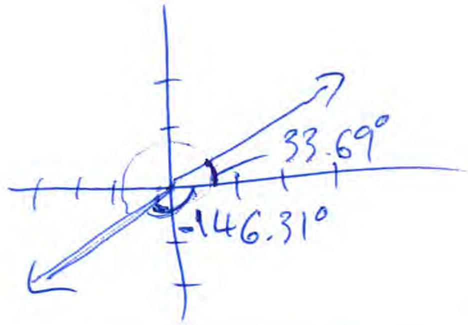
Definerer hen retninga vha vinkelen med x-aksen:



$$\tan u = \frac{y_1}{x_1}$$

<u>Problem:</u> To vektorer: $\vec{v} = [3, 2]$

$\vec{w} = [-3, -2]$



$$\tan \angle \vec{v} = \frac{2}{3}$$

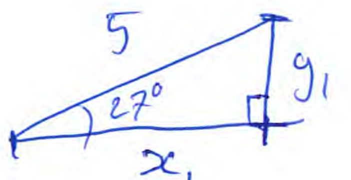
$$\tan \angle \vec{w} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

Motsatt problem:

Vektor $\vec{v}$ har lengde 5 og vinkel 27° med horisonten (x-aksen)

Finn koordinatene til $\vec{v}$.

<u>Idé:</u> Tegn opp trekant:



$$\sin 27^\circ = \frac{y_1}{5}$$

$$\cos 27^\circ = \frac{x_1}{5}$$

$$\vec{v} = [5 \cdot \cos 27^\circ, 5 \cdot \sin 27^\circ]$$

Generell formel:

$$\vec{v} = [l \cdot \cos u^\circ, l \cdot \sin u^\circ]$$

$\vec{v}$ har lengde l og vinkel u° med x-aksen.