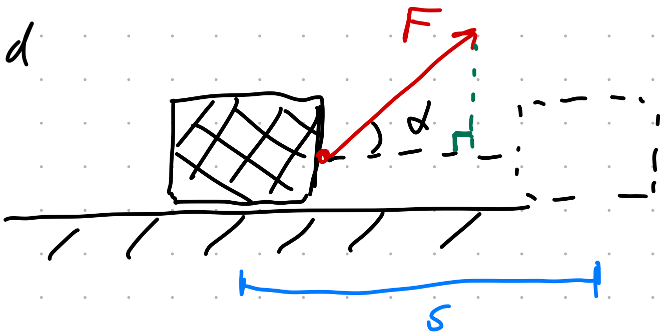
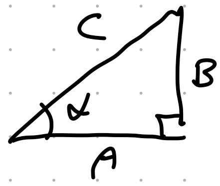
# Oppsummering

- Arbeid




$$W_F = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$




$$\cos\alpha = \frac{A}{C}$$

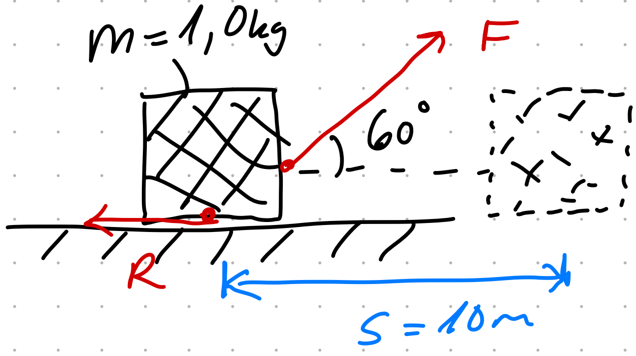
- Kinetisk energi til et legeme med hastighet v = Arbeidet summen av kreftene gjør for å akselerere legemet fra ro til hastighet v

- $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ Gresk: kinein = sette i bevegelse

- Enhet $J = N \cdot m = kg \frac{m^2}{s^2}$

---

## Eksempel




$F = 60\,N$

$R = 10\,N$

Hva er $E_k$?

$$E_k = W_{\Sigma F}$$

$$= \big(\underbrace{F \cdot \cos 60° + R \cdot \cos 180°}_{\Sigma F}\big) \cdot s$$

$$= \left(60\,N \cdot \tfrac{1}{2} + 10\,N \cdot (-1)\right) \cdot 10\,m$$

$$= 20\,N \cdot 10\,m = \underline{0{,}20\,kJ}$$

$$= \underbrace{F \cdot \cos 60° \cdot s}_{W_F} + \underbrace{R \cdot \cos 180° \cdot s}_{W_R}$$

$$= 60\,N \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 10\,m + 10\,N \cdot (-1) \cdot 10\,m$$

$$= 300\,Nm - 100\,Nm$$

$$= \underline{0{,}20\,kJ}$$

# Kap. 4.3 Potensiell energi

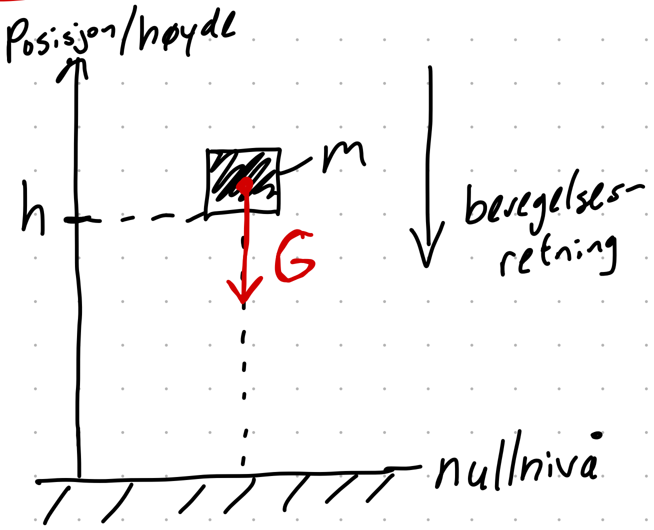
Latin potens = mektig

Potensiell energi / stillingsenergi

## 1. Potensiell energi i tyngdefelt

Definisjon

Den potensielle energien, $E_p$, til et legeme som er i høyden, $h$, over et valgt nullnivå, er lik det arbeidet tyngdekraften gjør når legemet faller til nullnivået.




Arbeidet tyngdekraften gjør:

$$W_G = G \cdot \cos\alpha \cdot s$$

$$G = m \cdot g$$

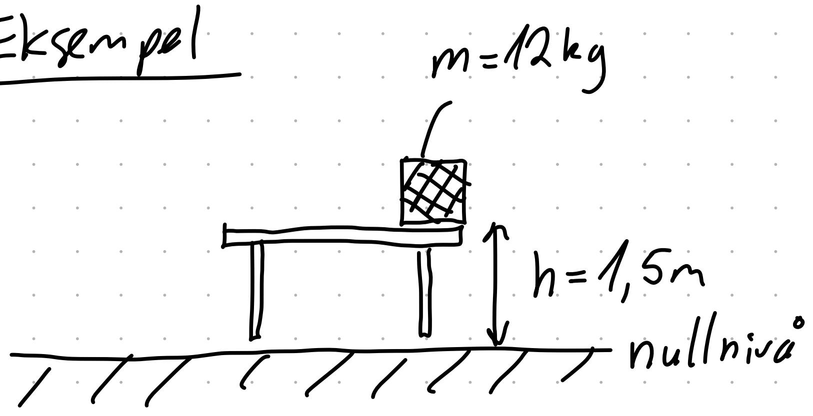
$$\alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos\alpha = 1$$

$$s = h$$

$$W_G = mgh = E_p$$

Potensiell energi i tyngdefelt : $\boxed{E_p = mgh}$

# Eksempel

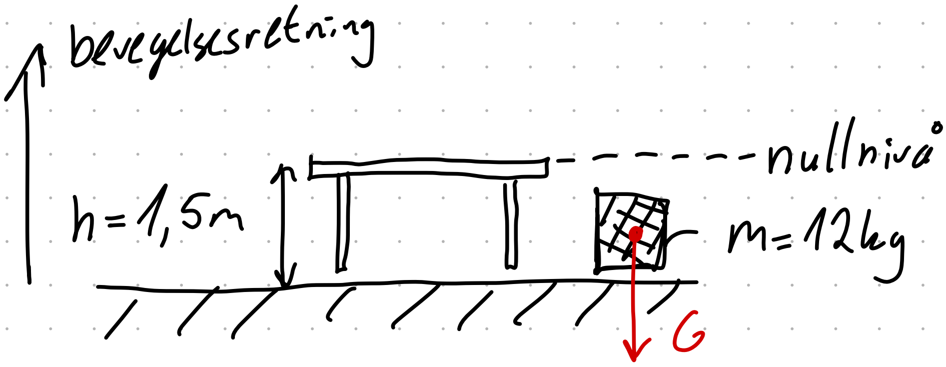



Hva er den potensielle energien til kassen på bordet?

$$E_p = mgh = 12\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1{,}5\,m = 176{,}5\,\underbrace{kg\,\frac{m^2}{s^2}}_{\underbrace{N\cdot m}_{J}}$$

$$\underline{E_p = 0{,}18\,kJ}$$

# Eksempel




Hva er kassens potensielle energi?

$$E_p = G \cdot \cos 180^\circ \cdot h = mg \cdot (-1) \cdot h = 12\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (-1) \cdot 1{,}5\,m$$

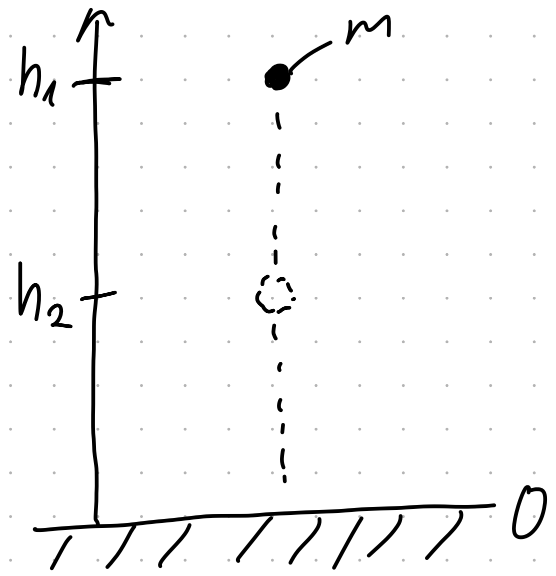
$$\underline{E_p = -\,0{,}18\,kJ}$$

negativ høyde siden kassen er under nullnivå

$$E_p = mgh = 12\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (-1{,}5\,m)$$

$$\underline{E_p = -0{,}18\,kJ}$$

Eksempel




$m = 1{,}0\,kg$

$h_1 = 20\,m$

$h_2 = 10\,m$

Hva er endringen i potensiell energi mellom $h_1$ og $h_2$?

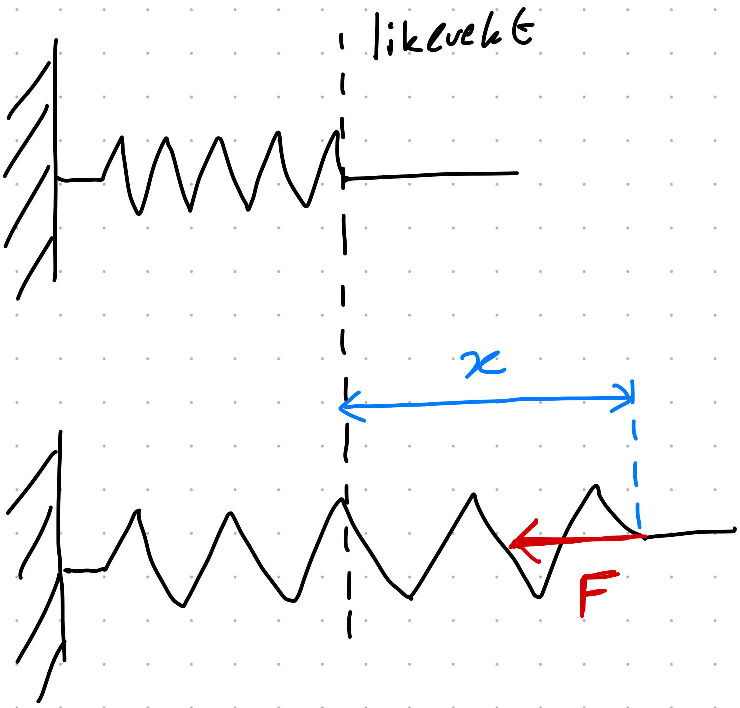
$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1)$$

$$= 1{,}0\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}(10\,m - 20\,m) = \underline{\underline{-98\,J}}$$

# 2. Potensiell energi i elastisk fjær

## Definisjon

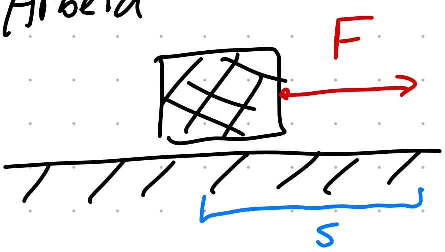
> Den potensielle energien til en spent fjær er lik det arbeidet fjæren gjør når den blir avspent.



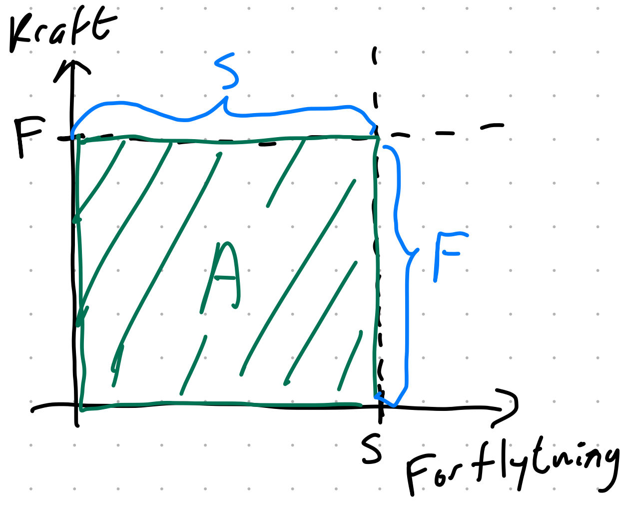

Vi vil finne et uttrykk for $E_p$, dvs. arbeidet fjæren gjør for å trekke seg sammen til likevektspunktet.

Hookes lov: $F = kx$

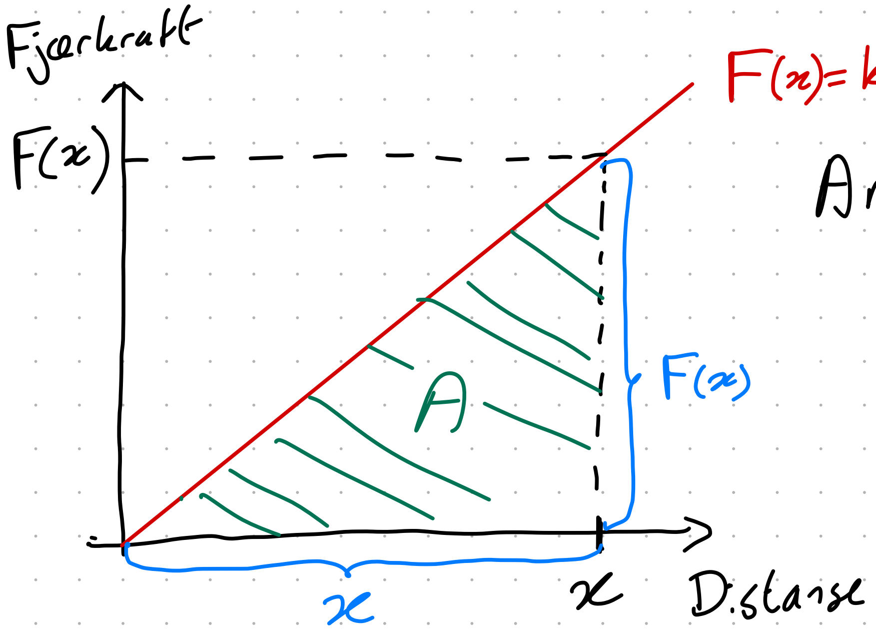
Arbeid




$W = F \cdot s$




Arealet $A = F \cdot s = W$




$$\text{Areal} = W = \frac{F(x)\cdot x}{2} = \frac{1}{2}kx\cdot x$$

$$W = \frac{1}{2}kx^2$$

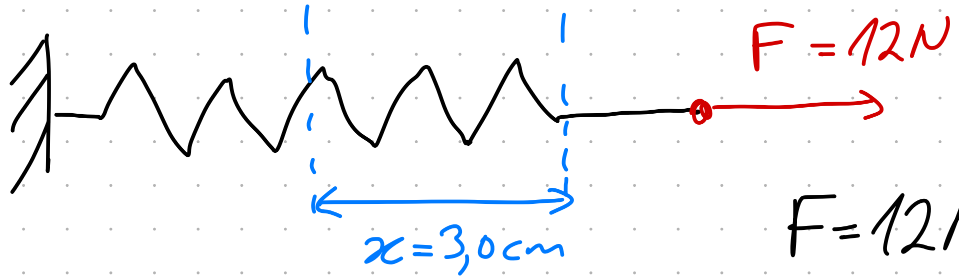
Potensiell energi til elastisk fjær

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

$k$: fjærstivhet

$x$: forlenget eller sammenpresset strekning

# Eksempel




$F = 12N$

$x = 3{,}0\,cm$
$= 3{,}0 \cdot 10^{-2}\,m$
$= 0{,}030\,m$

a) Hva er fjærstivheten?

b) Hva er $E_p$ når $x = 5{,}0\,cm$?

c) Hvor mye øker $E_p$ når vi øker $x$ fra 5,0 cm til 10 cm?

a) $k$? $\quad F = k \cdot x$

$$k = \frac{F}{x} = \frac{12N}{0{,}03\,m} = 400\,\frac{N}{m} = \underline{\underline{0{,}40\,\frac{kN}{m}}}$$

b) $E_{p,1} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad x = 0{,}05\,m$

$$= \frac{1}{2} \cdot 400\frac{N}{m} \cdot (0{,}05\,m)^2 = 200\,\frac{N}{\cancel{m}} \cdot 0{,}0025\,m^{\cancel{2}}$$

$$\underline{E_{p1} = 0{,}50\,J}$$

c) $\Delta E_p = E_{p,2} - E_{p,1}$

$E_{p,2} = \frac{1}{2}kx^2 \quad , \quad x = 0{,}1\,m$

$$= \frac{1}{2} \cdot 400\frac{N}{m} \cdot (0{,}1\,m)^2 = 200\frac{N}{m} \cdot 0{,}01\,m^2 = 2{,}0\,J$$

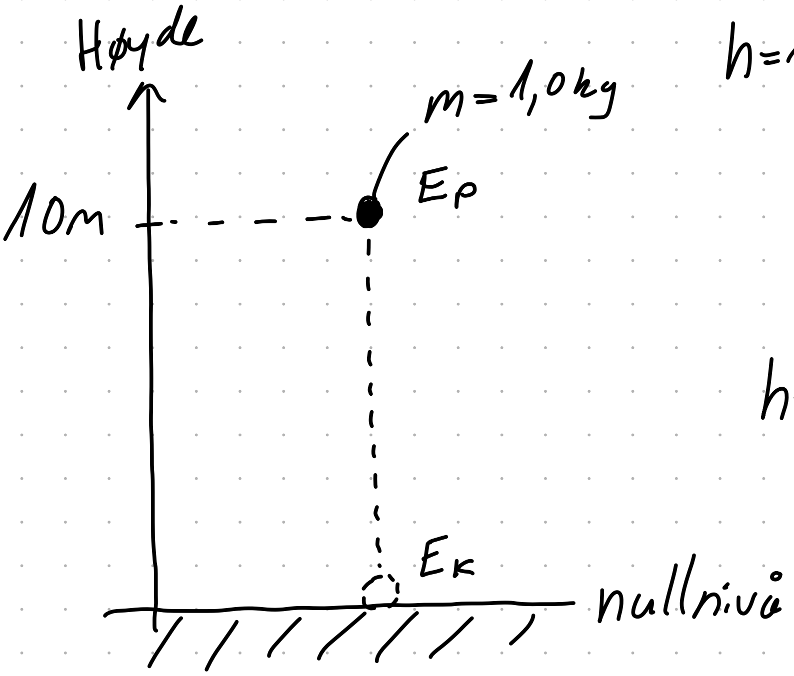
$$\Delta E_p = 2{,}0\,J - 0{,}50\,J = \underline{\underline{1{,}5\,J}}$$

# Kap. 4.4 Mekanisk energi og arbeid

Definisjon

$\boxed{\text{Mekanisk energi er summen av potensiell og kinetisk energi.}}$

$$\boxed{E = E_p + E_K}$$




$h = 10\,m$ : $E_p = m \cdot g \cdot h$

$= 1{,}0\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 10\,m$

$$\underline{E_p = 98\,J}$$

$h = 0\,m$ : $E_K = \frac{1}{2} m v^2$ ← ?

Tidløs formel:

$v^2 - v_0^2 = 2a(s - s_0)$, $v_0 = 0$, $s_0 = 0$

$v^2 = 2as = 2gh$

(bevegelse nedover)

$v = \sqrt{2 \cdot g h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 10\,m}$

$v = 14\,\frac{m}{s}$

$E_K = \frac{1}{2} m v^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 1{,}0\,kg \cdot \left(14\,\frac{m}{s}\right)^2$

$= 98\,kg\,\frac{m^2}{s^2} = \underline{\underline{98\,J}}$

$E_{10m} = E_p + \cancel{E_K} = E_p = 98\,J$

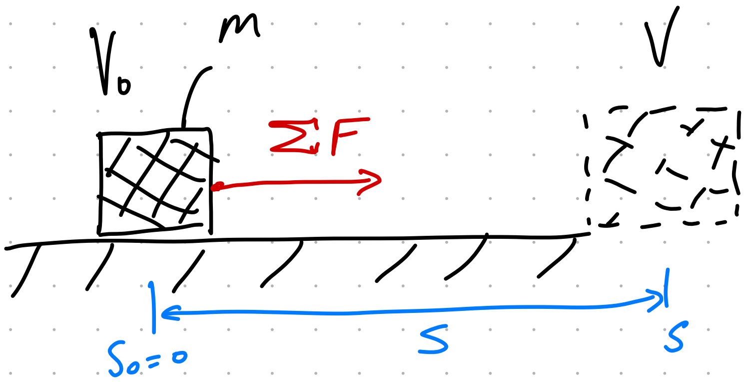
$E_{0m} = \cancel{E_p} + E_K = E_K = 98\,J$

Mekanisk energi er bevart

# Arbeid – energi – setning

For et legeme i translatorisk bevegelse er det arbeidet summen av kreftene gjør på legemet, lik endringen i kinetisk energi:

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$




$$W_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot s$$

$$= m\, a \cdot s \quad \text{(Newtons 2. lov)}$$

$$= m \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2}$$

Tidløs formel

$$2a(s - \cancel{s_0}) = v^2 - v_0^2$$

$$2as = v^2 - v_0^2$$

$$as = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= E_k - E_{k0} = \Delta E_k$$

$$\underline{W_{\Sigma F} = \Delta E_k}$$