Obligatorisk øvelse 16 - Uke 6

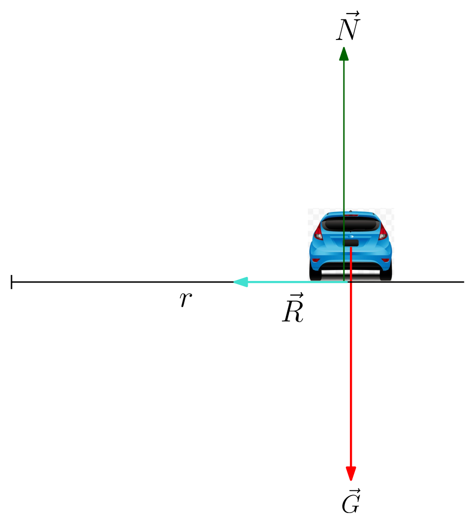
FYS009-G 21H - Fysikk realfagskurs

Løsningsforslag

Oppgave 16.1

Vi finner først at $v = 32\,\mathrm{km/h} \simeq 8.9\,\mathrm{m/s}$.

(a) Det virker tre krefter på bilen. Gravitasjonskraften (eller tyngden) $\vec{G}$, normalkraften fra veibanen $\vec{N}$ og friksjonskraften $\vec{R}$ som virker på tvers av dekkene.



Sentripetalkraften er gitt ved

$$ma = m\left(\frac{v^2}{r}\right) = 1000\ \mathrm{kg}\,\frac{(8.9\ \mathrm{m/s})^2}{10\ \mathrm{m}} \simeq \underline{7921\ \mathrm{N}}$$

(b) Sentripetalkraften er lik friksjonskraften $R = \mu N$. Vi finner at $N = mg \simeq 9810\,\mathrm{N}$. Da blir

$$\mu = \frac{R}{N} = \frac{7921\ \mathrm{N}}{9810\ \mathrm{N}} \simeq \underline{0.81}$$

(c) Når friksjonskoeffisienten μ endrer seg, vil veigrepet til bilen bli dårligere. Som en følge av dette vil den kraften som er tilgjengelig som sentripetalkraft blir mindre. Fra formelen for sentripetalkraften får vi

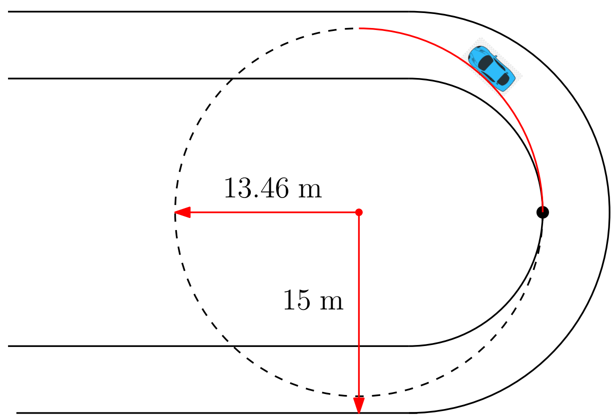
$$F = ma = m\left(\frac{v^2}{r}\right) \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{mv^2}{F}$$

Når F blir mindre (mens hastigheten v er uendret), vil altså r bli større. Bilen beskriver altså fortsatt en sirkelbane, men med større radius og med et annet sentrumspunkt. Dette er forsøkt illustrert i figuren.

(d) Når $\mu = 0.60$ blir $R = \mu N = 0.60 \cdot 9810\ \mathrm{N} = 5886\ \mathrm{N}$. Vi setter samme masse m og hastighet v og får at

$$r = \frac{mv^2}{F} = \frac{1000\ \mathrm{kg} \cdot (8.9\ \mathrm{m/s})^2}{5886\ \mathrm{N}} \simeq \underline{13.46\ \mathrm{m}}$$

Vi ser fra figuren nederst at så lenge den nye radien er mindre en $15\ \mathrm{m}$, så vil bilen holde deg på veien. Hvis den nye radien er større enn $15\ \mathrm{m}$, så vil bilen kjøre utenfor veien.



Siden $r = 13.46\ \mathrm{m} < 15\ \mathrm{m}$ vil bilen altså holde seg på veien.

Oppgave 16.2

(a) Vi setter

$$mg(\Delta h) = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{2g\Delta h}$$

der Δh er høydeforskjellen mellom startpunktet $h = 15\,\mathrm{m}$ og punktet vi ønsker å beregne.

Punkt A:
Her er $\Delta h = 15\,\mathrm{m}$ slik at $\underline{v_A \simeq 17.20\,\mathrm{m/s}}$.

Punkt B:
Her er $\Delta h = 5\,\mathrm{m}$ slik at $\underline{v_B \simeq 9.90\,\mathrm{m/s}}$.

(b) På bunnen av loopen er tyngden $G = mg$ rettet nedover, mens normalkraften N og sentrifugalkraften er rettet oppover mot sentrum av sirkelen. Da får vi

$$N - G = m\frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad N = \frac{mv^2}{r} + mg = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right) \simeq \underline{4828\,\mathrm{N}}$$

Da er $x = N/G \simeq 7.03$. Personen som sitter i vognen utsettes for en akselerasjon som er $7g$, han vil altså syvdoble vekten sin.

(c) På toppen av loopen er alle kreftene rettet nedover mot sentrum av sirkelen. Da får vi

$$N + G = m\frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow \quad N = \frac{mv^2}{r} - mg = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right) \simeq \underline{685\,\mathrm{N}}$$

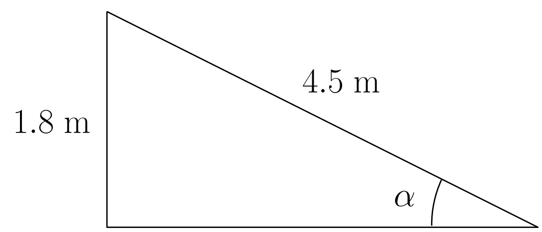
Da blir $x = N/G \simeq 1$. Personen som sitter i vognen utsettes altså nå for en akselerasjon som er $1g$, han vil altså presses mot vognsetet med en kraft tilsvarende vekten sin.

Siden vi må ha $x = 0$ (eller i praksis $N = 0$) for å være vektløs kan man godt si at utfra vår modell uten luftmotstand og friksjon vil man *ikke* bli vektløs på toppen av loopen. I praksis vil farten på toppen være *mindre* enn $v_B = 9.90\,\mathrm{m/s}$ på grunn av luftmotstand og friksjon, slik at man da får mindre normalkraft N, og dermed kan oppnå tilnærmet vektløshet.

(d) Dette gjøres for å redusere normalkraften nederst i loopen. Jo større radien r er, desto mindre sentripetalkraft kreves for å holde vognen i bane, og dette resulterer i mindre normalkraft (forutsatt at farten v er den samme). På toppen vil man i praksis oppnå det motsatte, med mindre r vil normalkraften øke..

Oppgave 16.3

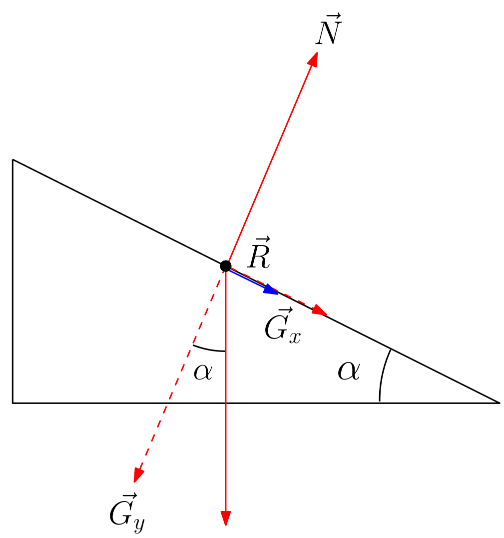
Høyden på hoppet er 1.8 m, mens lengden på rampen er 4.5 m.



Vi ser at vinkelen mellom rampen og horisontalt er

$$\sin\alpha = \frac{1.8 \text{ m}}{4.5 \text{ m}} = 0.4 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \underline{23.58^\circ}$$

Farten ved inngangen til hoppet er $v_0 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$. På hoppet vil følgende krefter virke på hopperen



Vi velger positiv x-retning mot venstre langs rampen, og positiv y-retning normalt på rampen, og får at

$$G_x = G\sin\alpha \qquad \text{og} \qquad G_y = G\cos\alpha = N$$

Vi har friksjonskraften $R = \mu N = \mu G_y$, og da blir bevegelseslikningen i x-retning

$$ma_x = -G_x - R \qquad \Rightarrow \qquad ma_x = -mg\sin\alpha - \mu\, mg\cos\alpha$$

slik at

$$a_x = -g(\sin\alpha + \mu\, g\cos\alpha) \simeq -6.57 \text{ m/s}^2$$

med $\mu = 0.30$, $\alpha = 23.58^\circ$ og $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Da vil hopperen ha hastigheten v på hoppkanten, der

$$v^2 = v_0^2 + 2as \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{(15\ \mathrm{m/s})^2 - 2\,(6.57\ \mathrm{m/s^2})(4.5\ \mathrm{m})}$$

som gir

$$v \simeq 12.88\ \mathrm{m/s}$$

Vi vet da at hopperen har en utgangshastighet på hoppkanten som er lik $12.88\ \mathrm{m/s}$ og en utgangsvinkel på $\alpha = 23.58°$ i forhold til horisontalplanet.

Dette er en kastbevegelse, og vi velger da en «ny» utgangshastighet på $v_0 = 12.88\ \mathrm{m/s}$ og legger origo til punktet på hoppkanten hvor hopperen starter kastbevegelsen. I tillegg legger vi positiv x-retning mot venstre langs bakken, og positiv y-retning oppover.

Vi får da

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \simeq 11.81\ \mathrm{m/s} \qquad \text{og} \qquad v_{0y} = v_0 \sin\alpha \simeq 5.15\ \mathrm{m/s}$$

Vi setter for y-koordinaten

$$y = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}at^2 = (5.15\ \mathrm{m/s})\,t - (4.91\ \mathrm{m/s^2})\,t^2$$

der $a = -g$ er brukt. For landingen ved $y = -1.8\ \mathrm{m}$ får vi da at (uten enheter)

$$y = -1.8 \qquad \Rightarrow \qquad -4.91\,t^2 + 5.15\,t + 1.8 = 0$$

som gir $t = -0.28$ og $t = 1.33$. Han lander altså etter $t = 1.33\ \mathrm{s}$. Han vil da ha forflyttet seg en avstand

$$x = v_{0x}\,t = (11.81\ \mathrm{m/s})(1.33\ \mathrm{s}) \simeq \underline{15.71\ \mathrm{m}}$$

i horisontal retning. Hoppet hans blir altså $15.71\ \mathrm{m}$ langt.