

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER
Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske
fag og tilhørende realfagskurs.

Høgskolen i Bergen, Høgskolen i Sørøst-Norge, Høgskolen i Oslo og Akershus, Høgskulen i Sogn og Fjordane, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, Universitetet i Tromsø, Rogaland kurs- og kompetansesenter, Westerdals

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

26. mai 2016

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk.
Godkjent kalkulator.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 6 oppgaver.
Du skal svare på alle oppgavene og deloppgavene.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

Regn ut og skriv svaret så enkelt som mulig:

a) $\frac{\sqrt{ab^4} \cdot \sqrt[3]{(ac)^6}}{\sqrt[4]{a^{10}} \cdot b^2}$

b) $2\ln(2a) - \ln(4a^2)$

Deriver følgende funksjoner:

c) $f(x) = 3x^4 + \cos(3x) - 5\ln x$

d) $f(x) = e^{2x} \ln x$

e) $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 3}$

Løs følgende integraler:

f) $\int (x^4 + \sin(3x) - e^{2x}) \, dx$

g) $\int x^6 e^{x^7} \, dx$

Oppgave 2

Løs likningene ved regning:

a) $\sqrt{2x+1} + 1 = x$

b) $\sin(3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x \in [0, 2\pi)$

Løs ulikheten ved regning:

c) $\frac{x+3}{x-2} \leq \frac{x+1}{x-3}$

d) Gitt den geometriske rekken:

$$5 + 25x + 125x^2 + 625x^3 + 3125x^4 + \dots$$

For hvilke verdier av x konvergerer rekken? Finn et uttrykk for summen av rekken.

Oppgave 3

Gitt funksjonen

$$f(x) = (x - 1)e^x$$

- a) Finn eventuelle nullpunkt til funksjonen f ved regning.
- b) Deriver funksjonen og finn eventuelle topp- og bunnpunkt til funksjonen f .
- c) Finn vendepunktet til funksjonen f ved regning.
- d) Finn tangenten i punktet $(1, f(1))$ ved regning.
- e) Tegn grafen til funksjonen f .
- f) Beregn arealet avgrenset av x -aksen, linja $x = 1$, linja $x = 2$ og grafen til funksjonen f .

Oppgave 4

På en arbeidsplass jobber 13 jenter og 15 gutter. Seks av jentene og ti av guttene drikker kaffe. Vi velger en tilfeldig person.

- a) Hva er sannsynligheten for at vi velger en gutt?
Hva er sannsynligheten for at vi velger en person som drikker kaffe?
- b) Hva er sannsynligheten for at personen vi velger er en jente som drikker kaffe?
Dersom vi får vite at personen er en jente. Hva er da sannsynligheten for at hun drikker kaffe?

Oppgave 5

Gitt tre punkter $A(2, 1, 2)$, $B(0, -1, 0)$ og $C(-1, 10, 3)$

- a) Finn \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} og vinkel $\angle BAC$.
- b) Finn arealet av trekanten ABC .
- c) Vis at $[2, 1, -3]$ er en normalvektor for planet gjennom punktene A , B og C .
- d) Finn en likning for planet α gjennom punktene A , B og C .
- e) Gitt en rett linje l med parameterframstilling:

$$l : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 8t \\ z = 1 + kt \end{cases}$$

Finn k slik at linjen skjærer planet α i punktet $(2, -5, 0)$.

Oppgave 6

En 1 meter lang streng kuttes i to deler. Den ene delen med lengde x skal formes som et kvadrat og den andre som en sirkel.

- a) Forklar at formelen for summen av arealene til kvadratet og sirkelen (målt i kvadratmeter) kan skrives som:

$$A(x) = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \pi \left(\frac{1-x}{2\pi}\right)^2, \quad x \in [0, 1]$$

- b) Vis ved regning hvilken verdi for x som gjør at arealet $A(x)$ blir minst mulig? Hva er arealet da?