Midtsemestersprøve - FYS009 - 03.03.22

Løsningsforslag

Oppgave 1

Vi setter

$$v=f\lambda$$
 \Rightarrow $f=rac{v}{\lambda}=rac{340 \mathrm{\ m/s}}{17\cdot 10^{-3} \mathrm{\ m}}=20000 \mathrm{\ Hz}$

Altså svaralternativ: 4

Oppgave 2

Vi har at

$$n\lambda = d\sin\theta_n \qquad \Rightarrow \qquad \sin\theta_n = \frac{n\lambda}{d}$$

For n = 1 får vi da

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{1.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = \frac{1}{3}$$

slik at $\theta_1 \simeq 19.47^\circ$, og da blir vinkelen mellom de to 1. ordens maksimaene lik det dobbelte. Altså lik $38.94^\circ \simeq 39^\circ$.

Vi har at

$$a = \frac{dv}{dt}$$
 \Rightarrow $v(t) = \int a(t) dt = \int -kt dt = -\frac{1}{2} kt^2 + C$

Siden hastigheten til ballen ved t=0 var $v_0=36~\mathrm{km/h}=10~\mathrm{m/s}$ får vi at

$$v(t) = -\frac{1}{2}kt^2 + 10$$

Farten er lik null når ballen stopper, altså setter vi

$$v(t) = 0$$
 \Rightarrow $\frac{1}{2}kt^2 = 10$ \Rightarrow $t = \pm \sqrt{\frac{20 \text{ m/s}}{181000 \text{ m/s}^3}}$

Vi velger den positive løsningen (siden t > 0), og får at

$$t = \sqrt{\frac{20 \text{ m/s}}{181000 \text{ m/s}^3}} \simeq 0.01 \text{ s}$$

Altså svaralternativ: 1

Oppgave 4

Vi velger positiv retning oppover. Når en ball da kastes oppover vil hastigheten avta, men så lenge ballen beveger seg oppover vil farten forsatt være positiv.

Når ballen når toppen av banen blir farten lik null, og deretter negativ når ballen faller nedover igjen.

Den eneste grafen som passer til dette er graf (2).

Vi velger positiv x-retning mot høyre, og positiv y-retning oppover. Vi setter også origo (0,0) der ballen befinner seg når t=0.

For dette loddrette kastet settes da $v_{0x}=v_0\,$ og $\,v_{0y}=0.$

For ballens bevegelse i x-retningen har vi

$$x = v_{0x}t = v_0t$$
 \Rightarrow $v_0 = \frac{x}{t}$

Her er x posisjonen ved tiden t. Vi vet at $x=1.63~\mathrm{m}$ når ballen lander. Så vi må beregne tiden det tar før ballen treffer gulvet. For y-retningen har vi at (med $v_{0y}=0$)

$$y = -\frac{1}{2}gt^2$$

For å finne tidspunktet når ballen lander setter vi

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -0.60$$
 \Rightarrow $t = \pm \sqrt{\frac{2 \cdot 0.60 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}}$

Igjen velger vi den positive løsningen for t, og får

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.60 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} \simeq 0.35 \text{ s}$$

Setter vi dette inn i uttrykket for v_0 , får vi

$$v_0 = \frac{x}{t} = \frac{1.63 \text{ m}}{0.35 \text{ s}} = 4.66 \text{ m/s}$$

Sentripetalakselerasjonen er

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Her er $r=0.25~\rm m$, og vi må finne v. Vi vet at sentrifugen har 20 omdreininger i sekundet. Da må tiden den bruker på hver runde være $T=1/20~\rm s=0.05~\rm s$. Da blir banefarten til sokken

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{1.57 \text{ m}}{0.05 \text{ s}} \approx 31.4 \text{ m/s}$$

Da blir sentripetalakselerasjonen lik

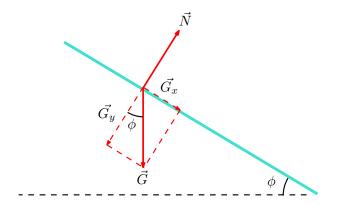
$$a = \frac{(31.4 \text{ m/s})^2}{0.25 \text{ m}} \simeq 3944 \text{ m/s}^2$$

Slik at sentripetalkraften er

$$F = ma = m \frac{v^2}{r} = 0.1 \text{ kg} \cdot 3944 \text{ m/s}^2 \simeq 394 \text{ N}$$

For å holde sokken i sirkelbanen er dette kraften (normalkraften) som trommelveggen yter på sokken.

Vi ser kreftene som virker på kjelken og barnet på figuren under. Vi velger positiv x-retning mot høyre, og positiv y-retning oppover.



Her er normalkraften N og G_y egentlig ikke relevante, siden det ikke er friksjon. Vi finner at den eneste kraften i x-retningen (nedover bakken) er G_x . Fra geometri ser vi at

$$G_x = G\sin\phi$$

Vinkelen ϕ finner vi ved å betrakte den vinkelrette trekanten i oppgaveteksten. Her har den motstående kateten til vinkelen ϕ lengde lik 3, mens hypotenusen har lengde lik 6. Da blir

$$\sin \phi = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \phi = 30^{\circ}$$

Vi får da at

$$ma_x = G_x = mg\sin 30^\circ \qquad \Rightarrow \qquad a_x = g\sin 30^\circ = 4.91 \text{ m/s}^2$$

Vi finner fra figuren at

$$\sin 30^{\circ} = \frac{F_{1y}}{F_1}$$
 \Rightarrow $F_{1y} = F_1 \sin 30^{\circ} = 3000 \text{ N}$

Vi vet siden båten beveger seg rett fram vil $F_{1y} = -F_{2y}$, eller $|F_{1y}| = |F_{2y}|$. Vi finner da basert på absoluttverdier

$$\sin 60^{\circ} = \frac{F_{2y}}{F_2}$$
 \Rightarrow $F_2 = F_{2y} \sin 60^{\circ} = F_{1y} \sin 60^{\circ} \simeq 3464 \text{ N}$

Siden båten beveger seg med konstant fart må friksjonskreftene F_f i fartsretningen F_f være like stor og motsatt rettet med $F_{1x} + F_{2x}$. Vi setter

og
$$\cos 30^{\circ} = \frac{F_{1x}}{F_1} \qquad \Rightarrow \qquad F_{1x} = F_1 \cos 30^{\circ} \simeq 5196 \text{ N}$$
$$\cos 60^{\circ} = \frac{F_{2x}}{F_2} \qquad \Rightarrow \qquad F_{2x} = F_2 \cos 60^{\circ} \simeq 1732 \text{ N}$$

Da blir $F_f = F_{1x} + F_{2x} = \underline{6928 \text{ N}}.$

Hvis stupebrettet ikke skal rotere må summen av kraftmomentene som virker på det, være lik null. Vi velger omdreiningsaksen slik at den går gjennom festepunktet for støtten til høyre (normalt på papirplanet).

Siden avstanden r til omdreiningsaksen fra det høyre festepunktet er lik null, blir kraftmomentet fra denne støtten lik null. De to andre kraftmomentene kommer da fra støtten til venstre + tyngden til stuperen.

Disse kreftene setter vi lik F_s og $G=mg\simeq 638$ N . Disse kreftene har arm som er henholdsvis $a_s=1.5$ m og $a_G=3.5$ m. Kraftmomentbalanse gir da

$$a_s F_s = a_G G$$
 \Rightarrow $F_s = \frac{a_G G}{a_s} = \frac{a_G}{a_s} = \left(\frac{a_G}{a_s}\right) G$

Dette gir

$$F_s = \left(\frac{3.5 \text{ m}}{1.5 \text{ m}}\right) (638 \text{ N}) \simeq 1488 \text{ N}$$

Hvis kraftmomentet F_s fra støtten skal motvirke kraftmomentet fra tyngden G, må det virke i motsatt retning. Siden kraftmomentet fra stuperens tyngde virker med klokka (negativt), må kraftmomentet fra støtten virke mot klokka (positivt), altså nedover.

Altså svaralternativ: 1

Oppgave 10

Vi setter origo for x-aksen i den tunge kulen med masse $m_1 = 3m$. Da vil koordinaten til denne tunge kulen være $x_1 = 0$. Den andre kulen med masse $m_2 = m$ vil ha koordinat $x_2 = d$.

Tyngdepunktet regnet med den tunge massen som origo blir da:

$$x_T = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{x_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{dm}{3m + m} = \frac{dm}{4m} = d/4$$