

LØST OPPGAVE 3.320

3.320+

Akselerasjonen til et legeme med startfart $(1,7 \pm 0,1) \text{ m/s}$ er oppgitt til å være $(3,7 \pm 0,2) \text{ m/s}^2$.

- Hva er farten til legemet $(5,0 \pm 0,1) \text{ s}$ etter start?
- Hvor langt har legemet beveget seg i løpet av denne tida?
- Forklar hvorfor det er viktigere å gjøre en mer nøyaktig måling av tida enn av akselerasjonen for å få beregne svaret i b mer nøyaktig.

Løsning:

- a) Opplysningene i oppgaveteksten er $v_0 = (1,7 \pm 0,1) \text{ m/s}$, $a = (3,7 \pm 0,2) \text{ m/s}^2$ og $t = (5,0 \pm 0,1) \text{ s}$. Vi bruker bevegelseslikning (1) og finner farten.

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 1,7 \text{ m/s} + 3,7 \text{ m/s}^2 \cdot 5,0 \text{ s} = 20,2 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Svaret består av størrelser som multipliseres, og størrelser som adderes. Da må vi summere de relative usikkerhetene for produktet og de absolutte usikkerhetene i summen når vi finner usikkerheten.

Den relative usikkerheten i akselerasjonen og tida er

$$\frac{\delta a}{a} = \frac{0,2 \text{ m/s}^2}{3,7 \text{ m/s}^2} = 0,0541 = 5 \%$$

$$\frac{\delta t}{t} = \frac{0,1 \text{ s}}{5,0 \text{ s}} = 0,0200 = 2 \%$$

Ved å summere disse to relative usikkerhetene finner vi usikkerheten i produktet (at):

$$\frac{\delta(at)}{at} = 0,0541 + 0,0200 = 0,0741 = 7 \%$$

Den absolutte usikkerheten til farten er

$$\begin{aligned} \delta v &= \delta v_0 + \delta(at) \\ &= 0,1 \text{ m/s} + 0,0741 \cdot (3,7 \text{ m/s}^2 \cdot 5,0 \text{ s}) = 1,57 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Farten etter $(5,0 \pm 0,1) \text{ s}$ er:

$$v = \underline{(20 \pm 2) \text{ m/s}}$$

- b) Vi bruker bevegelseslikning (2) og finner strekningen.

$$\begin{aligned} s &= v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \\ &= 1,7 \text{ m/s} \cdot 5,0 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 3,7 \text{ m/s}^2 \cdot (5,0 \text{ s})^2 = 54,75 \text{ m} = 55 \text{ m} \end{aligned}$$

Svaret består også her av størrelser som multipliseres, og størrelser som adderes. Da må vi summere der relative usikkerhetene for produktene og de absolutte usikkerhetene i summen. Den relative usikkerheten i startfarten er

$$\frac{\delta v_0}{v_0} = \frac{0,1 \text{ m/s}}{1,7 \text{ m/s}} = 0,0588 = 6\%$$

Ved å summere de relative usikkerhetene finner vi usikkerheten i produktene ($v_0 t$) og (at^2) = (att):

$$\frac{\delta(v_0 t)}{v_0 t} = 0,0588 + 0,0200 = 0,788 = 8\%$$

$$\frac{\delta(\frac{1}{2} at^2)}{\frac{1}{2} at^2} = 0 + 0,0541 + 0,0200 + 0,0200 = 0,941 = 9\%$$

Den absolutte usikkerheten til farten er:

$$\begin{aligned}\delta s &= \delta(v_0 t) + \delta(at^2) \\ &= 0,0788 \cdot (1,7 \text{ m/s} \cdot 5,0 \text{ s}) + 0,0941 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 3,7 \text{ m/s}^2 \cdot (5,0 \text{ s})^2) \\ &= 5,02 \text{ m} = 5 \text{ m}\end{aligned}$$

Etter $(5,0 \pm 0,1) \text{ s}$ har legemet beveget seg:

$$s = \underline{(55 \pm 5) \text{ m}}$$

c) Vi ser på bevegelseslikning (2):

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Tida er en faktor som går igjen i begge ledd og vil påvirke usikkerheten i begge ledd. I tillegg er tida opphøyd i andre potens i det andre leddet. Dermed vil usikkerheten i denne faktoren få dobbel innvirkning i dette leddet.