NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Fakultet for informasjonsteknologi og elektroteknikk

Prøveeksamen i TFOR0101 Matematikk
(Arbeidskrav M7)

Eksamensdato: 15. desember 2020

Eksamenstid: 09:00-14:00

Tillatte hjelpemidler:

1) Alle hjelpemidler er tillatt.

2) Hjemmeeksamen er en individuell eksamen, og det er derfor ikke tillatt å gi hjelp til andre, og det er ikke tillatt å motta hjelp fra andre.

Språk: Norsk bokmål

Antall sider (uten forside): 3

Antall sider vedlegg: Ingen

Oppgave 1

a) Løs likningssettet.

$$y + 2 = 4x$$
$$y = 6x$$

b) Gitt elementene i mengde A:

$$A = \{\, (-2)\,, \frac{1}{3}\,, 2.27\,, e\,, \frac{4\pi}{3}\,, 666\,, 1.33 \cdot 10^4 \,\}$$

Hvilke(n) av mengdene $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}\; og\; \mathbb{R}$ hører hver av elementene i mengden A hjemme i?

c) Motstanden i en parallellkoblet strømkrets kan uttrykkes

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Finn et uttrykk for R i en slik krets. Og hva blir R når $R_1 = 3{,}0\ \Omega$ og $R_2 = 7{,}0\ \Omega$?

d) Løs likningen $(\sin x)^2 - \frac{9}{2}\sin x + 2 = 0$ når $x \in [0, 2\pi\rangle$.

e) Vis at $(x + 3)$ er en faktor i $f(x) = x^3 - 2x^2 - 21x - 18$, og bruk dette til å faktorisere funksjonen $f(x)$ så mye som mulig.

f) Hvor vil tangenten til $f(x) = e^x$ i punktet $(1, f(1))$ krysse andreaksen? Begrunn svaret.

g) Bestem den deriverte til funksjonen

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^3}{e^{2x-1}}\right)$$

Oppgave 2

Gitt funksjonen $f(x) = 3x^2 - 12$.

a) Vis at $f'(2) = 12$. Forklar hva dette tallet forteller om funksjonen $f(x)$ i punktet $(2, f(2))$.

b) Finn likningen til tangenten til f i punktet $(2, f(2))$.

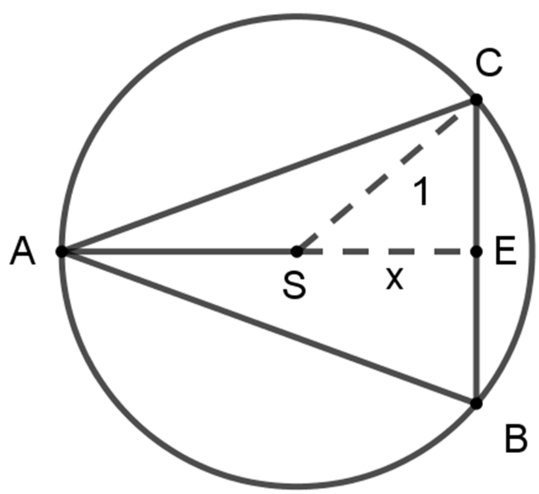
c) Drøft monotoniegenskapene til f og finn ekstremalpunktet til funksjonen.

d) Finn definisjonsmengden og verdimengden til $f(x)$.

e) Finn x-verdien(e) som tilfredsstiller likningen $f(x) = g(x)$ når $g(x) = 3x$.
Oppgi svaret eksakt.

f) Kan $f(x)$ faktoriseres på formen $a(x - x_1)(x - x_2)$? Hvorfor / hvorfor ikke?
Hvis $f(x)$ kan faktoriseres, oppgi verdiene av a, x_1 og x_2.

Oppgave 3



Ovenfor er det vist en trekant ABC, hvor sidene AB og AC er like lange. Alle hjørnene ligger på en sirkellinje. Sirkelen har sentrum i S og radius lik 1. Linjestykket AE faller vinkelrett ned på linjestykket BC. Vi lar $SE = x$.

a) Vis at arealet av trekanten ABC kan skrives som:

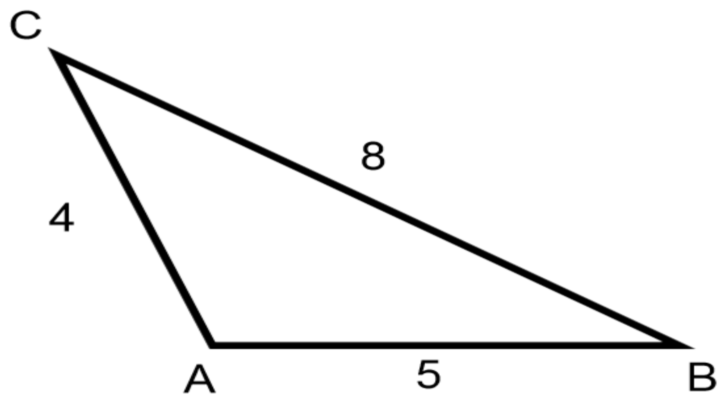
$$A_{\Delta ABC}(x) = (1 + x)\sqrt{1 - x^2}$$

b) Tegn grafen til $A_{\Delta ABC}(x)$ og finn grafisk det maksimale arealet til trekant ABC.

c) Vis ved regning at $x = \frac{1}{2}$ gir et stasjonært punkt for arealfunksjonen $A_{\Delta ABC}(x)$ og forklar hva slags stasjonært punkt vi har i dette tilfellet.

d) Sett $x = \frac{1}{2}$ og finn ved regning sidene i trekanten ABC. Hva slags trekant har vi nå?

Oppgave 4



a) Bestem alle vinklene i trekanten over.
b) Finn arealet til trekanten over.

Oppgave 5

Gitt funksjonen $h(t) = 3 + \frac{t-5}{t+2}$.

a) Løs ulikheten $h(t) \geq 0$.

b) Det er mulig å skrive $h(t) = A + \frac{B}{t+2}$. Hva er verdiene av konstantene A og B?

c) Finn asymptotene til $h(t)$.

I et eksperiment utvikles det hydrogengass gjennom en kjemisk likevektsreaksjon mellom to væsker. Antall mol utviklet hydrogen til sammen etter t sekunder er gitt ved funksjonen $h(t)$ for $t \geq 0$.

d) Bruk grafen til $h(t)$ til å forklare at reaksjonen går mot likevekt når $t \to \infty$, og at den teoretiske grensen er på 4 mol.

e) Hvor lang tid tar det før utviklet hydrogenmengde er 99 % av den teoretiske grensen?

f) Hvor fort utvikles det hydrogengass idet eksperimentet starter ($t = 0$), målt i mol/sekund?