

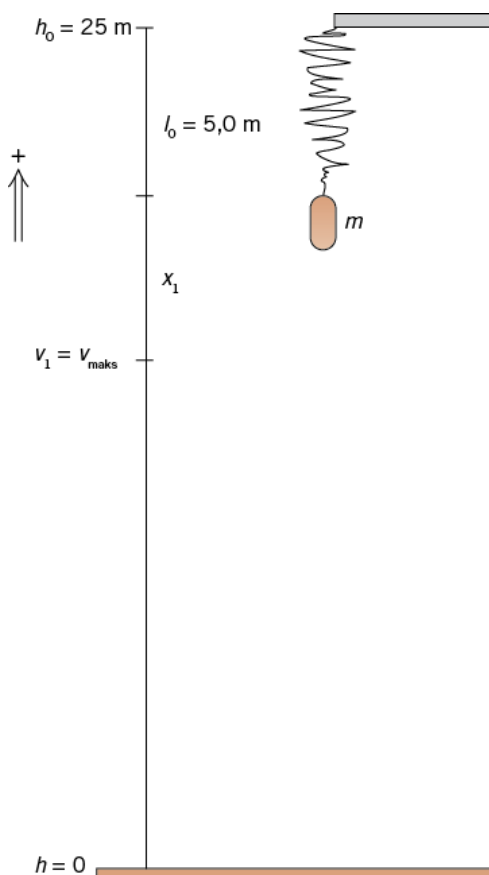
LØST OPPGAVE 4.350**4.350**

En strikkehopper med masse 50 kg skal hoppe fra en plattform 25 m over bakken. Strikken er 5,0 m lang når den henger uten belastning og har fjærstivheten 100 N/m.

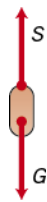
- Hvor i hoppet er farten størst?
- Hvor langt under plattformen kommer hopperen før hun trekkes opp igjen?
- Hva er akselerasjonen til hopperen da?

Løsning:

Vi tegner en figur med de viktigste opplysningene, og velger positiv retning oppover.



- Hopperen er i fritt fall med stadig økende fart så lenge strikken er slakk. Etter hvert som strikken begynner å stramme vil akselerasjonen avta (farten øker fortsatt) og etter hvert bli null i det strikkraften blir like stor som tyngdekraften. Deretter blir akselerasjonen negativ og farten begynner å avta. Farten er altså størst når akselerasjonen er null. Vi bruker Newtons 2. lov og får



$$\Sigma F = 0$$

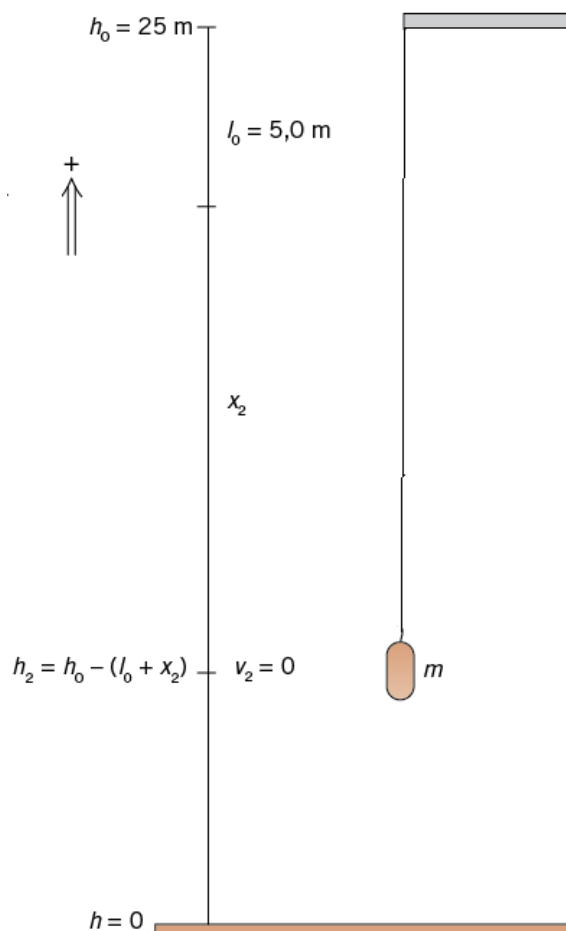
$$S - G = 0 \quad \text{der } S = kx_1 \text{ og } G = mg$$

$$kx_1 = mg$$

$$x_1 = \frac{mg}{k} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg}}{100 \text{ N/m}} = 4,905 \text{ m}$$

Svar: Posisjonen med størst fart er altså 4,905 m + 5,0 m, det vil si 9,9 m under plattformen.

b) Når hopperen er i det laveste punktet, er farten lik null.



Vi setter opp energibevaring:

Mekanisk energi i det laveste punktet = mekanisk energi ved plattformen

$$E_2 = E_0$$

$$mgh_2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2$$

$$mg(h_0 - (l_0 + x_2)) + \frac{1}{2}kx_2^2 + 0 = mgh_0 + 0 + 0$$

$$mgh_0 - mgl_0 - mgx_2 + \frac{1}{2}kx_2^2 = mgh_0$$

$$\frac{1}{2}kx_2^2 - mgx_2 - mgl_0 = 0$$

Dette er en 2. gradslikning i x_2 med koeffisienter

$$A = \frac{1}{2}k = \frac{1}{2}100 \text{ N/m} = 50,00 \text{ N/m}$$

$$B = -mg = -50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} = -490,5 \text{ N}$$

$$C = -mgl_0 = -50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} \cdot 5,0 \text{ m} = -2452 \text{ Nm}$$

Ved innsetting i formelen for løsningene i en 2. gradslikning eller i et program som regner ut løsningene, finner vi den positive aktuelle løsningen $x_2 = 13,45 \text{ m}$.

Svar: Det laveste punktet i hoppet altså $13,45 \text{ m} + 5,0 \text{ m}$, det vil si 18 m under plattformen.



c) Akselerasjonen i dette laveste punktet finner vi fra Newtons 2. lov, $\Sigma F = ma$:

$$S - G = ma \quad \text{der } S = kx_2 \text{ og } G = mg$$

$$kx_2 - mg = ma$$

$$a = \frac{kx_2 - mg}{m} = \frac{k}{m}x_2 - g$$

$$a = \frac{100 \text{ N/m}}{50 \text{ kg}} \cdot 13,45 \text{ m} - 9,81 \text{ N/kg} = 17,09 \text{ m/s}^2$$

Svar: Akselerasjonen i det laveste punktet er 17 m/s² rettet oppover.