Eksamen i matematikk tretermin våren 2014

Alle ti oppgavene teller likt. For at en besvarelse skal gi full uttelling må det vises hvordan svaret er regnet ut.

Oppgave 1

Finn verdiene av a og b som gjør at den følgende funksjonen er kontinuerlig ved $x=4$.

$$f(x)=\begin{cases} 2ax & for \quad x<4 \\ x+b & for \quad x=4 \\ x^2-6 & for \quad x>4 \end{cases} \quad .$$

Oppgave 2

Finn den deriverte av $y(x)$ for følgende funksjoner:

1. $y(x)=\ln\sqrt{5x^2-4}$, 2. $y(x)=2^{x+4}$, 3. $y(x)=e^x \sin x$.

Oppgave 3

En linje skjærer *x*-aksen i $x=12$ og *y*-aksen i $y=12$. Skriv ned likningen for linjen.

Hvilket punkt på linjen gir størst mulig verdi av $z=x^2y$?

Finn maksimalverdien av *z*.

Oppgave 4

Vis hvordan en beregner integralet $I=\int_1^8\left(6x^2-\sqrt[3]{x}+\frac{2}{x^3}\right)dx$.

Oppgave 5

Plott grafen til funksjonen $y=4x-x^3$.

Vis ved regning hvordan en finner skjæringspunktene til kurven $y=4x-x^3$ med *x*-aksen.

Vis hvordan en beregner størrelsen av arealet på oversiden av *x*-aksen mellom kurven og *x*-aksen.

Oppgave 6

Vis ved å innføre en ny variabel hvordan du beregner det ubestemte integralet $I = \int x\sqrt{x^2-1}\,dx$.

Oppgave 7

a) Dersom grafen til en kurve $y = f(x)$ mellom $x = a$ og $x = b$ roteres om x-aksen er volumet til rotasjonslegemet $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. Gi en begrunnelse for formelen.

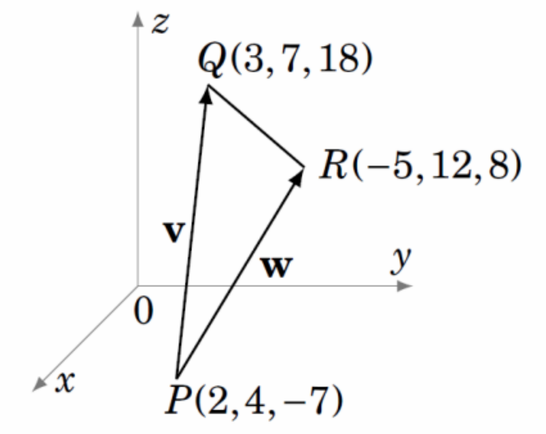
b) Beregn volumet til rotasjonslegemet som fås ved å rotere flaten mellom grafen til $y = 1 - x^2$ og x-aksen rundt x-aksen.

Oppgave 8

a) Gitt en vektor $\vec{v} = 5\vec{e}_x - 12\vec{e}_y$.

Finn enhetsvektoren med samme retning som $\vec{v}$.

b) Finn vinkelen mellom vektorene $\vec{A} = [2,\ 1,\ -1]$ og $\vec{B} = [3,\ -4,\ 1]$.

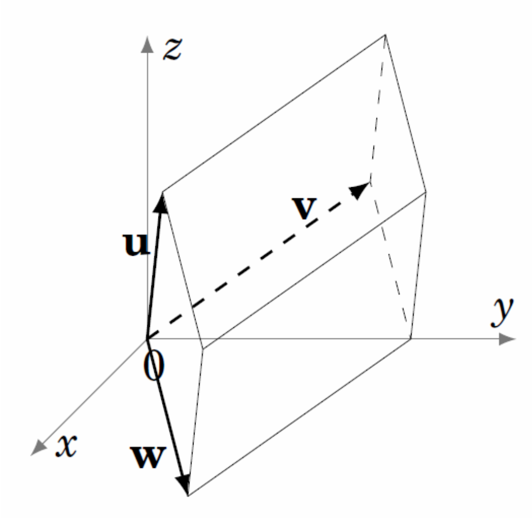


Oppgave 9

Beregn arealet av trekanten ΔPQR på figuren

der $P = (2, 4, -7)$, $Q = (3, 7, 18)$, $R = (-5, 12, 8)$.

På figuren er $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$ og $\vec{w} = \overrightarrow{PR}$.



Oppgave 10

Finn volumet av parallellepipedet vist på figuren der

$\vec{u} = [2, 1, 3]$ $\vec{v} = [-1, 3, 2]$, $\vec{w} = [1, 1, -2]$.