Obligatorisk øvelse 14 - Uke 4

FYS009-G 21H - Fysikk realfagskurs

Løsningsforslag

Oppgave 14.1

(a) Vi har

$$v(t) = 48 - 3t^2$$

og siden flyet lander ved $t = 0$ får vi $v(0) = 48$. Flyets hastighet når det lander vil derfor være $\underline{v = 48\ \mathrm{m/s}}$ eller omtrent $173\ \mathrm{km/h}$.

(b) Når flyet har mistet 25% av hastigheten har vi at $v = 0.75 \cdot v(0) = 36\ \mathrm{m/s}$.

$$v(t) = 48 - 3t^2 = 36 \qquad \Rightarrow \qquad 3t^2 = 12 \qquad \Rightarrow \qquad t = \pm 2\ \mathrm{s}$$

Siden vi kun betrakter tidspunkt $t > 0$ er derfor løsningen $\underline{t = 2\ \mathrm{s}}$.

Flyet stanser når $v = 0\ \mathrm{m/s}$, så

$$v(t) = 48 - 3t^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad 3t^2 = 48 \qquad \Rightarrow \qquad t = \pm 4$$

Siden vi kun betrakter tidspunkt $t > 0$ er derfor løsningen $\underline{t = 4\ \mathrm{s}}$.

(c) For å finne akselerasjonen finner vi

$$a(t) = v'(t) = -6t$$

Da blir akselerasjonen etter tre sekunder lik $\underline{a(3) = -18\ \mathrm{m/s^2}}$.

(d) Negativt fortegn betyr at flyet bremser. Oppbremsingen foregår med en akselerasjon på omlag $a = 18/9.81 = 1.83\ \mathrm{g}$.

(e) Her bruker vi at

$$v(t) = s'(t) \qquad \Rightarrow \qquad s(t) = \int v(t)\, dt = 48t - t^3 + C$$

Vi regner posisjonen ved $t = 0$ som $s = 0$. Da blir

$$\underline{s(t) = 48t - t^3}$$

Ved tiden $t = 4\ \mathrm{s}$ vil flyet ha posisjonen $\underline{s(4) = 128\ \mathrm{m}}$. Siden vi satte $s(0) = 0$, vil dette være lengden som flyet bruker på å bremse.

(f) Den viktigste grunnen er at fly som ikke klarer å bremse ned i tide, skal ha nok distanse foran seg til å kunne akselerere og lette fra hangardekket, for deretter å prøve en ny landing.

Flyet bremses i praksis av tykke wirer som er spent opp på tvers av skipet. I sjeldne tilfeller hender det at disse wirene ryker, eller at flyet ikke klarer å fange opp wirene under landingen.

Ofte er alternativet i slike tilfeller å havne i sjøen.

Oppgave 14.2

(a) Vi velger y-aksen langs høyden h og x-aksen langs bakken. I tillegg setter vi origo $(0, 0)$ der flyet slipper kassen.

Da er $v_{0y} = 0 \text{ m/s}$ og vi får at

$$h(t) = y(t) = -\tfrac{1}{2}gt^2$$

der $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. For å finne tiden før kassen når bakken setter vi

$$y(t) = -\tfrac{1}{2}gt^2 = -150 \text{ m} \qquad \Rightarrow \qquad t^2 = \frac{300 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2} \simeq 30.58 \text{ s}^2$$

slik at

$$t \simeq \pm 5.53 \text{ s} \qquad \Rightarrow \qquad \underline{t = 5.53 \text{ s}}$$

(b) Vi har

$$\begin{aligned} x &= v_{0x}t \\ &= (50 \text{ m/s})(5.53 \text{ s}) \simeq 276.5 \text{ m} \simeq \underline{277 \text{ m}} \end{aligned}$$

(c) Vi setter

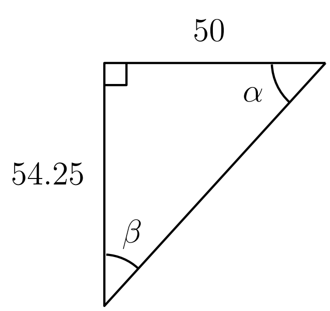
$$v_x = v_{0x} = 50 \text{ m/s}$$

$$v_y = -gt = -(9.81 \text{ m/s}^2)(5.53 \text{ s}) \simeq -54.25 \text{ m/s}$$

som gir

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \simeq 73.78 \text{ m/s} \simeq \underline{74 \text{ m/s}}$$

Vi skal finne retningen på fartsvektoren $v = [v_x, v_y]$ og støtter oss på følgende figur:



Vi kan velge vinkelen α, slik at retningen blir angitt i forhold til bakken. Da er

$$\tan\alpha = \frac{54.25}{50} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha \simeq 47.33^\circ \simeq \underline{47^\circ}$$

Velger vi å definere retningen ved hjelp av vinkelen β med loddlinjen, får vi at dette gir $\underline{\beta \simeq 43^\circ}$.

(d) Vi setter for bevarelse av mekanisk energi at

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0$$

der indeksen 0 refererer til $t = 0$ når kassen ble sluppet, og 1 refererer til t_1 når kassen treffer bakken. Vi opprettholder vårt valg av koordinatsystem. Da blir

$$v_0 = 50 \text{ m/s} \quad h_0 = 0 \text{ m} \qquad\qquad v_1 = \text{Ukjent} \quad h_1 = -150 \text{ m}$$

Vi setter

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 &= \tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 \\
\tfrac{1}{2}mv_1^2 &= \tfrac{1}{2}mv_0^2 - mgh_1 \\
v_1^2 &= v_0^2 - 2gh_1 \qquad\qquad \text{Tidløsformelen med } a = -g\text{!}
\end{aligned}$$

Slik at

$$\begin{aligned}
v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_1} &= \sqrt{2500 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 2 \cdot (9.81 \text{ m/s}^2)(-150 \text{ m})} \\
&\simeq 73.78 \text{ m/s} \underline{\simeq 74 \text{ m/s}}
\end{aligned}$$

som er *eksakt* det samme vi fant ved å bruke bevegelseslikningene for kast.

Vi husker at tidløsformelen $v^2 = v_0^2 + 2as$ kan utledes fra bevegelseslikningene $v = v_0 + at$ og $s = \bar{v}t$. Siden tidsløsformelen essensielt er energibevarelse, betyr dette at bevegelseslikningene for kast i selve verket er det samme som bevarelse av mekanisk energi.

Oppgave 14.3

(a) Vi setter $s = vt$, som for en sirkelbevegelse med radius r, konstant fart v og periode T blir

$$2\pi r = vT \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{2\pi r}{T}$$

For å være i stand til å bestemme banefarten v for jorden setter vi baneradien lik $r = 150 \cdot 10^6 \text{ km} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ og perioden er jo et år som tilsvarer $T = 24 \cdot 3600 \cdot 365 \text{ s} \simeq 3.15 \cdot 10^7 \text{ s}$.

Da blir

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}}{3.15 \cdot 10^7 \text{ s}} \simeq 29904 \text{ m/s} \simeq \underline{30 \text{ km/s}}$$

(b) Vi setter for sentripetalakselerasjonen

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{29904^2}{1.5 \cdot 10^{11}} \text{ m/s}^2 \simeq 5.96 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

For sentripetalkraften får vi

$$F = ma = (6 \cdot 10^{24} \text{ kg})(5.96 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2) \simeq \underline{3.58 \cdot 10^{22} \text{ N}}$$

som er gravitasjonskraften mellom solen og jorden.

(c) Vi setter igjen

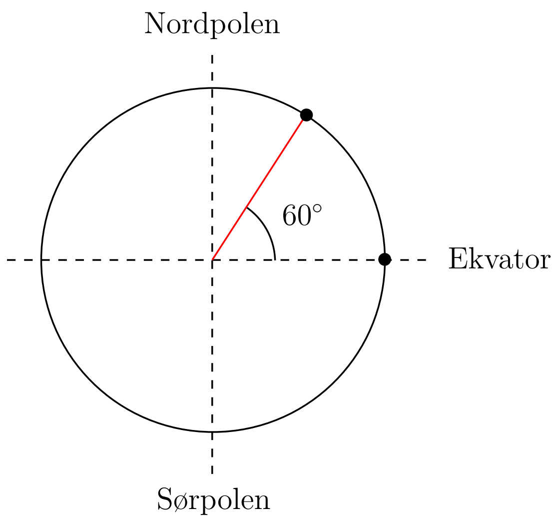
$$s = vt \qquad \Rightarrow \qquad 2\pi r = vT \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{2\pi r}{T}$$

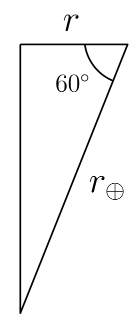
Da blir

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}{r} = \underline{\frac{4\pi^2 r}{T^2}}$$

(d) Begge de to punktene har samme periode på $T = 24\,\text{h} = 86400\ \text{s}$, men de har forskjellig baneradius r.

Vi betrakter de to figurene:





På ekvator står vi på $0°$ nordlig (og sørlig) breddegrad. Når vinkelen på figuren er $60°$ betyr dette at vi står på $60°$ nordlig bredde. Dette betyr at på ekvator er baneradien for jordens rotasjon lik $r = r_\oplus = 6400\ \text{km} = 6.4 \cdot 10^6\ \text{m}$.

Fra figuren til høyre ser vi at baneradien r for jordens rotasjon ved $60°$ nordlig bredde er $r = r_\oplus \cos(60°) = r_\oplus/2 = 3.2 \cdot 10^6\ \text{m}$.

Vi vet at sentripetalkraften er gitt ved

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

For legemet som står på ekvator er $r = r_\oplus = 6.4 \cdot 10^6\ \text{m}$ og $T = 86400\ \text{s}$, slik at

$$a = \frac{4\pi^2 (6.4 \cdot 10^6\ \text{m})}{(86400\ \text{s})^2} \simeq 3.38 \cdot 10^{-2}\ \text{m/s}^2 = \underline{3.38\ \text{cm/s}^2}$$

Sentripetalakselerasjonen på $60°$ nordlig bredde blir eksakt halvparten av dette, siden $r = r_\oplus/2$, som gir $a = 1.69 \cdot 10^{-2}\ \text{m/s}^2 = \underline{1.69\ \text{cm/s}^2}$.

På nordpolen (ved $90°$ nordlig bredde) er sentripetalakselerasjonen fra jordens rotasjon lik null. Denne sentripetalakselerasjonen motvirker gravitasjonskraften, slik at tyngdens akselerasjon g på ekvator er litt mindre enn på nordpolen.

Vi har $g = 9.78\ \text{m/s}^2$ på ekvator, mens på nordpolen er den $g = 9.81\ \text{m/s}^2$. Når vi anvender den siste verdien i beregninger er det essensielt tyngdens akselerasjon på en *ikke-roterende* jordklode vi bruker.