Fysikkeksamen vår 2015 – løsningsforslag

Oppgave 1

a) Måling av kroppshøyde, h:

Måling nr.	1	2	3	4	5
Høyde, h / cm	175,4	174,9	175,2	175,5	175,0

<u>Gjennomsnittshøyden, $\overline{h}$:</u>

$$\overline{h} = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_5}{5} =$$

$$\overline{h} = \frac{175{,}4\text{ cm} + 174{,}9\text{ cm} + 175{,}2\text{ cm} + 175{,}5\text{ cm} + 175{,}0\text{ cm}}{5}$$

$$= \mathbf{175,2\ cm}$$

<u>Absolutt usikkerhet, Δh:</u>

$$\Delta h = ½ \cdot (h_{\text{maks}} - h_{\text{min}}) = ½ \cdot (175{,}5\text{ cm} - 174{,}9\text{ cm}) = \mathbf{0,3\ cm}$$

<u>Relativ usikkerhet, Δh_{rel}:</u>

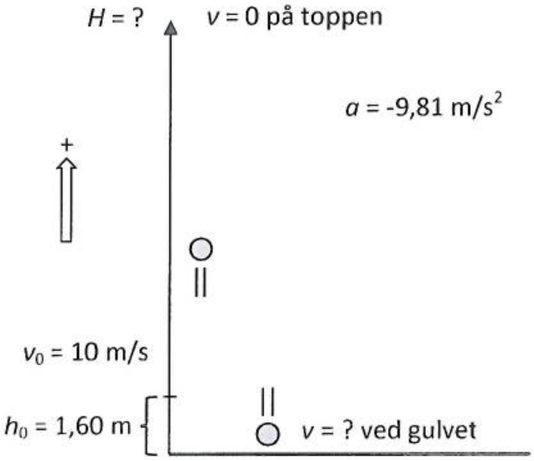
$$\Delta h_{\text{rel}} = \frac{\Delta h}{\overline{h}} \cdot 100\ \% = \frac{0{,}3\text{ cm}}{175{,}2\text{ cm}} \cdot 100\ \% = 0{,}17\ \% \approx \mathbf{0,2}\ \%$$

<u>Korrekt måleresultat:</u> $h = \overline{h} \pm \Delta h = \mathbf{175,2\ cm} \pm \mathbf{0,3\ cm}$

eller: $h = \overline{h} \pm \Delta h_{\text{rel}} = \mathbf{175,2\ cm} \pm \mathbf{0,2}\ \%$

b)

Håndballkast



fortsettelse oppgave 1 b):

Største høyden over gulvet, H:

Finner først største høyde over utgangsstedet, s: $2as = v^2 - v_0^2 \wedge v = 0$ på toppen

$$s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(10{,}0\ \mathrm{m/s})^2}{2 \cdot (-9{,}81\ \mathrm{m/s^2})} = 5{,}096\ \mathrm{m} \approx 5{,}10\ \mathrm{m}$$

Største høyden over gulvet: $H = h_0 + s = 1{,}60\ \mathrm{m} + 5{,}10\ \mathrm{m} = \mathbf{6{,}70\ m}$

Absoluttverdien av farten nede ved gulvet (rett før), v:
Bevegelseslikninger eller energibetraktning kan brukes. Her er valgt energibetraktning:

$$E_{\text{mek}}(\text{ved gulvet}) = E_{\text{mek}}(\text{ved start})$$

$$E_k\ (\text{gulv}) + E_p\ (\text{gulv}) = E_k\ (\text{start}) + E_p\ (\text{start}) \wedge E_p\ (\text{gulv}) = 0\ \ (\text{nullnivå})$$

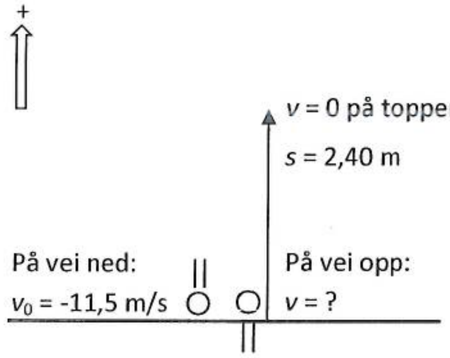
$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0$$

$$v = \left|-\sqrt{v_0^2 + 2gh_0}\right| = \sqrt{(10{,}0\ \mathrm{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot 1{,}60\ \mathrm{m}} = 11{,}46\ \mathrm{m/s} \approx \mathbf{11{,}5\ m/s}$$

Kommentar: Farten er egentlig negativ fordi den er nedover og mot positiv retning. Absoluttverdien er positiv og lik 11,5 m/s som vi skulle vise.

c) **Håndballkast impuls**

$a = -9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$



Impuls på ballen fra gulvet, I:
Impulslova: $I = \Delta p = mv - mv_0$

Her er $m = 0{,}350$ kg (massen til ballen) og v_0 og v er henholdsvis farten til ballen rett før og rett etter kollisjonen med gulvet. v_0 er kjent, men v må vi regne ut på grunnlag av spretthøyden.

fortsettelse oppgave 1 c):

Farten opp rett etter spretten: $v^2 - v_0^2 = 2as \wedge v = 0$ på toppen

Det gir: $$v_0 = \sqrt{-2as} = \sqrt{-2 \cdot (-9{,}81\ \text{m/s}^2) \cdot 2{,}40\ \text{m}} = 6{,}86\ \text{m/s}$$

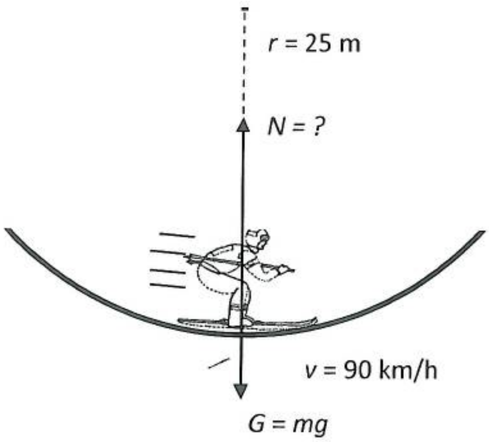
Merknad: Dette kan være noe forvirrende fordi v_0 her er farten til ballen rett etter spretten, som både på figuren og i impulslova har symbolet v. Vi har altså at $v = 6{,}86\ \text{m/s}$ på vei opp (positiv).

Impulsen blir da: $$I = mv - mv_0 = 0{,}350\ \text{kg} \cdot 6{,}86\ \text{m/s} - 0{,}350\ \text{kg} \cdot (-11{,}5\ \text{m/s})$$

$I = 6{,}426\ \text{kgm/s} \approx \mathbf{6{,}43\ Ns}$ positiv, det vil si retning opp.

d) Figuren under viser utforkjøreren nede i dumpa. Banefarten, regna om til m/s, er

$$v = 90\ \text{km/h} = \frac{90}{3{,}6}\ \text{m/s} = 25\ \text{m/s}$$



Normalkrafta på utforkjøreren:

Her er bare sentripetalakselerasjon. Da får vi:

$$\sum F = ma \ \wedge\ a = \frac{v^2}{r} \ \wedge\ \sum F = N - G$$

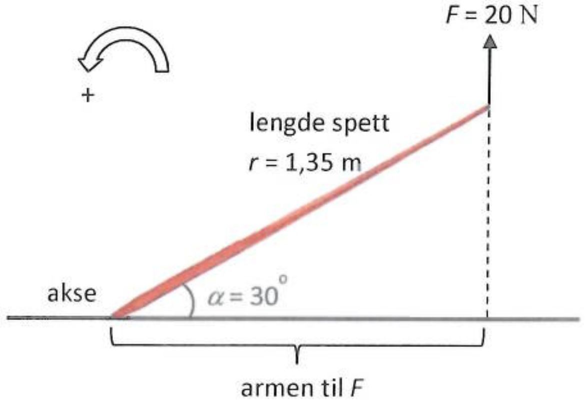
som gir:

$$N - G = m\frac{v^2}{r} \ \wedge\ G = mg$$

og normalkrafta blir:

$$N = m\frac{v^2}{r} + mg = 80\ \text{kg} \cdot \frac{(25\ \text{m/s})^2}{25\ \text{m}} + 80\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{N/kg} = 2784{,}8\ \text{N} \approx \mathbf{2{,}8\ kN}$$

e)

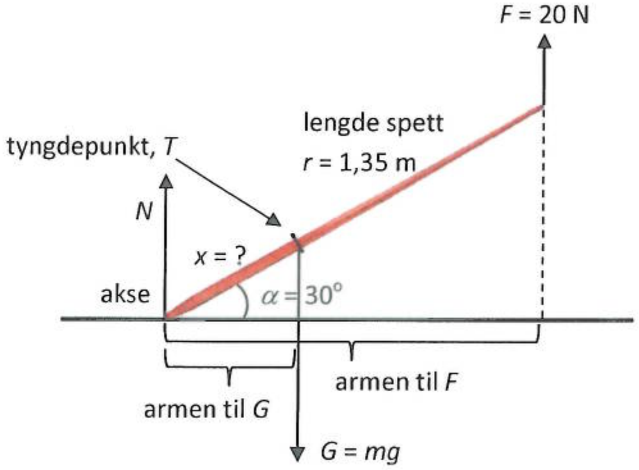


Figuren over viser armen til krafta *F* som avstanden mellom dreieaksen og angrepslinja til *F*. Figuren viser med dobbeltpila hva som er positiv dreieretning.

<u>Kraftmomentet til *F*:</u>

$$M_F = a_F \cdot F = F \cdot r \cdot \cos\alpha = 20 \text{ N} \cdot 1{,}35 \text{ m} \cdot \cos 30° = 23{,}3 \text{ Nm} \approx \mathbf{23\ Nm}$$

Kommentar: Kraftmomentet er positivt fordi *F* prøver å dra spettet i positiv dreieretning.



Figuren over viser spettet med alle kreftene som virker på det. *G* er tyngden av spettet med angrepspunkt i tyngdepunktet *T*. *N* er normalkrafta fra underlaget.

<u>Avstanden *x* fra spissen av spettet til tyngdepunktet:</u>

Spettet er i likevekt. Da er summen av kraftmomenta lik null, altså $\sum M = 0$.

$$M_N + M_G + M_F = 0 \;\wedge\; M_N = 0 \text{ fordi } a_N = 0$$

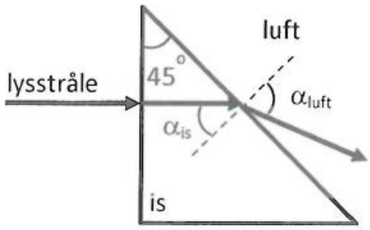
$$-a_G \cdot G + M_F = 0$$

$$-mg \cdot x \cdot \cos\alpha + 23{,}3 \text{ Nm} = 0$$

$$x = \frac{23{,}3 \text{ Nm}}{6{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ N/kg} \cdot \cos 30°} = 0{,}457 \text{ m} \approx \mathbf{46\ cm}$$

Oppgave 2

a)



I figuren er tegna inn hvordan lyset går videre inne i islegemet og etterpå i luft. Brytningsindeks for luft er $n_{luft} = 1{,}000$, og brytningsindeks for is er $n_{is} = 1{,}309$ fra tabell.

Lyset blir ikke brutt på vei inn i isen fordi det treffer normalt på grenseflata. På vei ut av isen blir strålen brutt. Vi ser av figuren at innfallsvinkelen $\alpha_{is} = 45°$. Brytningsvinkelen α_{luft} finner vi ved hjelp av Snells brytingslov på generell form:

$$n_{luft} \cdot \sin\alpha_{luft} = n_{is} \cdot \sin\alpha_{is} \ \wedge \ n_{luft} = 1{,}000 \ \wedge \ n_{is} = 1{,}309$$

$$\sin\alpha_{luft} = \frac{n_{is} \cdot \sin\alpha_{is}}{n_{luft}} = \frac{1{,}309 \cdot \sin 45°}{1{,}000} = 0{,}9256$$

Dette gir brytningsvinkelen i luft: $\alpha_{luft} = 67{,}75° \approx \mathbf{68°}$

b) Islegemet er bytta ut med et helt likt glasslegeme. Brytningsindeksen for glasset er $n_g = 1,47$. Hvis vi regner på samme måte som over med Snells lov, får vi:

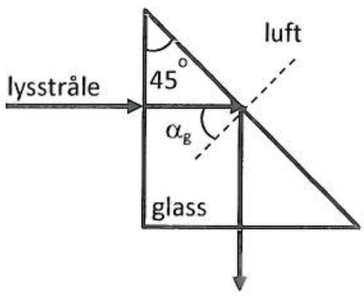
$$\sin\alpha_{luft} = \frac{n_g \cdot \sin\alpha_g}{n_{luft}} = \frac{1{,}47 \cdot \sin 45°}{1{,}000} = 1{,}039 > 1$$

Dette indikerer at vi får totalrefleksjon i skråflata glass/luft. Grensevinkelen α_{gr} for total-refleksjon er:

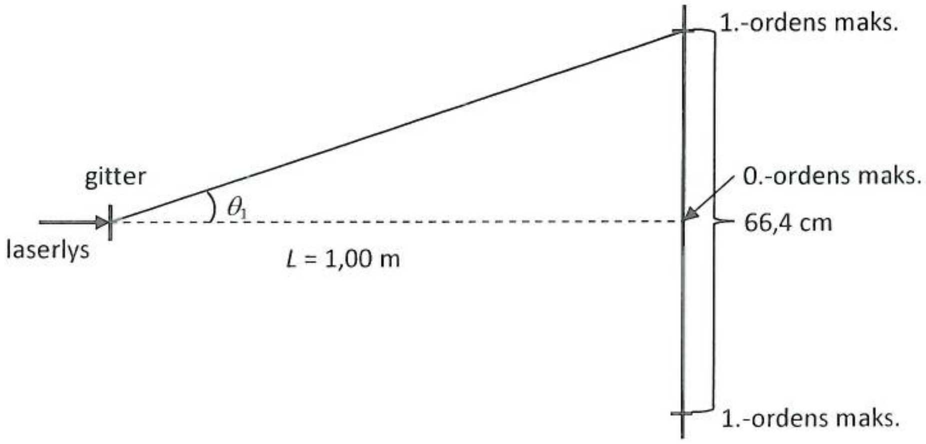
$$\sin\alpha_{gr} = 1/n_g = 1/1{,}47 = 0{,}6803 \ \Rightarrow \ \alpha_{gr} = 42{,}86° \approx 42{,}9°$$

Strålegangen blir nå slik som på figuren under:

Totalrefleksjon



c)



Bølgelengda til laserlyset:

Vi finner først gitterkonstanten d som er avstanden mellom strekene i gitteret. Gitteret har 500 streker per mm. Gitterkonstanten:

$$d = \frac{1{,}00 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}{500} = 2{,}00 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

Avstanden på skjermen fra 0.-ordens maks. til 1.-ordens maks. på ei side er lik y_1.
Vi har fra oppgaveteksten at $2y_1 = 0{,}664\ \mathrm{m}$. Da er $y_1 = 0{,}664\ \mathrm{m}/2 = 0{,}332\ \mathrm{m}$.

Vinkelen θ_1:
Vi ser av figuren at

$$\tan\theta_1 = \frac{y_1}{L} = \frac{0{,}332\ \mathrm{m}}{1{,}00\ \mathrm{m}} = 0{,}332$$

som gir

$$\theta_1 = 18{,}36°$$

Nå finner vi bølgelengda ved hjelp av interferensformelen:

$$n\lambda = d\sin\theta_n \quad \wedge \quad n = 1$$

$$\lambda = 2{,}00 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m} \cdot \sin 18{,}36° = 6{,}299 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} \approx \mathbf{630\ nm}$$

Av tabellheftet ser vi at lys med denne bølgelengda er rødoransje på farge.

d) Reaksjonslikning for spalting av strontium-90 ved utsending av β-stråling:

$$^{90}_{38}\mathrm{Sr} \rightarrow {}^{90}_{39}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Reaksjonen viser at det blir danna grunnstoffet yttrium. Vi har her brukt bevaringslovene for kjernereaksjoner med bevaring av ladningstall og nukleontall.

e) Aktiviteten A for et radioaktivt stoff minker etter formelen:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

Her er A_0 aktiviteten ved tida $t = 0$, og $T_{½}$ er halveringstida.
Fra oppgaveteksten har vi at ved tida $t = 15{,}7\ \text{min}$ er $A = 2/3\ A_0$.

Halveringstida:

Vi omformer formelen over til

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} = \frac{A(t)}{A_0}$$

Så tar vi logaritmen på begge sider:

$$\lg\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}\right) = \lg\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$$

$$\frac{t}{T_{½}} \cdot \lg\left(\frac{1}{2}\right) = \lg\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$$

som gir halveringstida:

$$T_{½} = t \cdot \frac{\lg\left(\frac{1}{2}\right)}{\lg\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)} = 15{,}7\ \text{min} \cdot \frac{\lg\left(\frac{1}{2}\right)}{\lg\left(\frac{2}{3}\right)} = 26{,}83\ \text{min} \approx \mathbf{26{,}8\ min}$$

Oppgave 3

a) For å måle akselerasjonen til klossen når den glir nedover banen kan vi måle farten til klossen på to ulike steder A og B, v_A og v_B, og dessuten måle tida t som vogna bruker fra A til B.

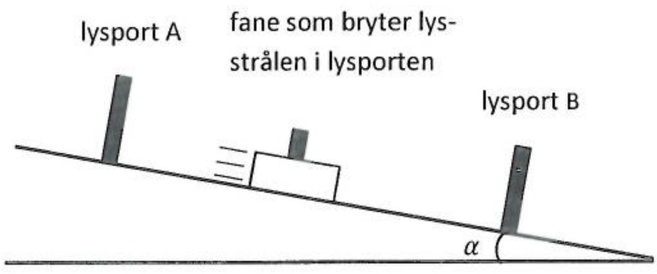
Gjennomsnittsakselerasjonen blir da:

$$\bar{a} = \frac{v_B - v_A}{t}$$

Det er hovedsaklig to måter å gjøre dette på dersom vi ønsker å måle nøyaktig. Den ene måten er å bruke elektronisk tidtaking og to lysporter. Den andre måten er å bruke en posisjonssensor knytta til en datalogger.

1. **Elektronisk tidtaking og lysporter**

Gjennomsnittsakselerasjon:



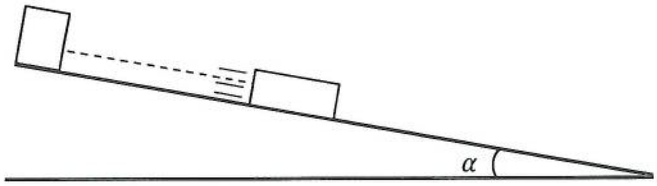
Lysportene virker slik at det går en smal lysstråle tvers over porten. Dersom strålen blir brutt, kan den elektroniske klokka starte eller stoppe. Fanen som er plassert på toppen av vogna, har en viss bredde som er målt nøyaktig. Denne bredden kan vi kalle for s.

Når klossen glir nedover, vil den passere de to lysportene, og klokka vil måle tida strålen blir brutt i begge lysportene, t_{A} og t_{B}. Klokka vil også måle tida klossen bruker fra A til B, t. Denne tidtakinga kan godt gjøres av en datalogger.

Vi kan nå regne ut farten klossen har i de to lysportene: $v_{\mathrm{A}} = s/t_{\mathrm{A}}$ og $v_{\mathrm{B}} = s/t_{\mathrm{B}}$. Gjennomsnittsakselerasjonen finner vi da lett av uttrykket foran (på side 7).

Momentanakselerasjonen:
En tilnærma verdi for momentanakselerasjonen i et punkt P på banen kan vi få ved å flytte lysportene slik at punkta A og B kommer svært nær hverandre på hver side av punkt P. Vi får da gjennomsnittsakselerasjonen over et lite intervall nær punkt P. Denne gjennomsnitts-akselerasjonen blir ganske lik momentanakselerasjonen i P.

2. **Bruk av dataloggar med tilknyttet posisjonssensor**



En posisjonssensor til skolebruk virker slik at den sender ut korte lydpulser med faste tids-intervall, for eksempel 10 ganger per sekund. Det blir brukt ultralyd for å måle nøyaktig og for at brukeren ikke skal høre noe støy. Ultralyd er høyfrekvent lyd som har en tone som er langt høyere enn det et menneske kan høre. Når en lydpuls treffer vogna, vil det bli sendt et ekko tilbake til sensoren. Sensoren måler tida fra pulsen blir sendt ut og til ekkoet er tilbake, t. Da har lydpulsen gått to ganger distansen mellom sensoren og klossen. Lydfarten i luft er om lag $v_{\mathrm{lyd}} = 340\ \mathrm{m/s}$.

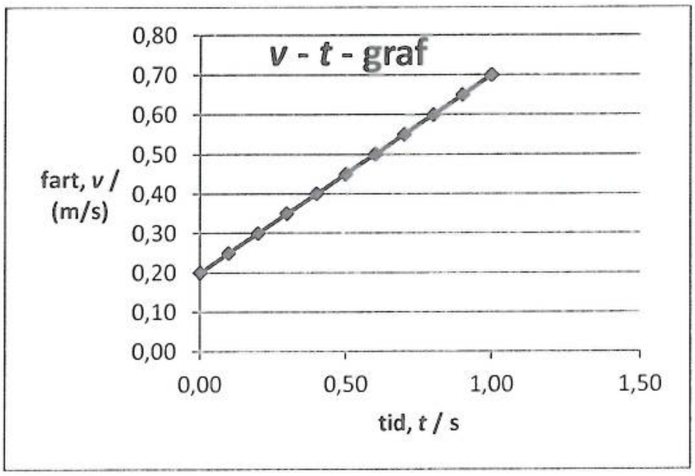
Dataloggaren kan nå regne ut avstanden mellom sensoren og klossen:

$$s = v_{\mathrm{lyd}} \cdot 0{,}5t = 340\ \mathrm{m/s} \cdot 0{,}5t$$

Dataloggeren lagrer alle disse distansene som er målt hvert tidsintervall. Ut fra to nabodistanser, s_{n} og $s_{\mathrm{n+1}}$, kan den regne ut gjennomsnittsfarten i dette vesle området:

$$\overline{v_{\mathrm{n}}} = \frac{s_{\mathrm{n+1}} - s_{\mathrm{n}}}{t_{n+1} - t_{\mathrm{n}}}$$

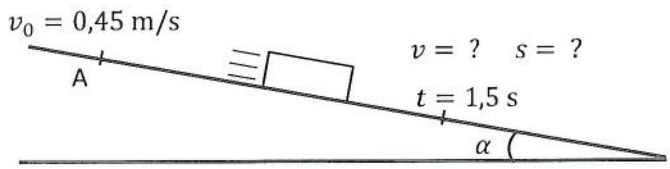
Her er n lik nummeret på lydpulsene fra sensoren. Når klossen glir nedover banen, blir det målt fart hele tida. Vi kan legge dette inn i en fartsgraf (v-t-graf), som den på neste side.



Dersom fartsgrafen er rettlinja, slik grafen over, er akselerasjonen lik stigningstallet til grafen. Dersom grafen <u>ikke</u> er rettlinja, vil gjennomsnittsakselerasjonen være lik stigningstallet til en sekant mellom to punkt på grafen, A og B. Stigningstallet til en tangent til grafen i et punkt P er lik momentanakselerasjonen i P. En datalogger, eller et PC-program knyttet til dataloggeren, vil ha verktøy som raskt finner disse stigningstalla.

b) <u>Fart og posisjon til klossen 1,5 s etter at den har passert punkt A:</u>

konstant akselerasjon $a = 0{,}75\ \mathrm{m/s^2}$

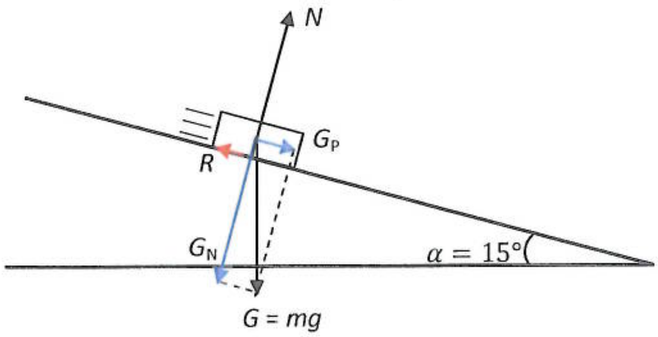


<u>Fart:</u> $v = v_0 + at = 0{,}45\ \mathrm{m/s} + 0{,}75\ \mathrm{m/s^2} \cdot 1{,}5\ \mathrm{s} = 1{,}575\ \mathrm{m/s} \approx \mathbf{1{,}6\ m/s}$

<u>Posisjon:</u> $s = v_0 t + ½at^2 = 0{,}45\ \mathrm{m/s} \cdot 1{,}5\ \mathrm{s} + 0{,}5 \cdot 0{,}75\ \mathrm{m/s^2} \cdot (1{,}5\ \mathrm{s})^2 =$
$s = 1{,}51\ \mathrm{m} \approx \mathbf{1{,}5\ m}$

c) <u>Figur med kreftene som virker på vogna:</u>

Kreftene som virker på klossen



fortsettelse oppgave 3 c):

Forklaring til kreftene:
G: Tyngdekrafta (gravitasjonskrafta fra jorda)

N: Normalkrafta fra underlaget (virker vinkelrett opp fra underlaget)

R: Friksjonskrafta mellom klossen og underlaget. Den virker mot bevegelsesretninga. Her tegna med rød farge.

Hjelpekrefter, ikke sjølstendige krefter, men komponenter av tyngdekrafta G:
G_P: Parallellkomponenten til G. Tegna med lyseblå farge.
G_N: Normalkomponenten til G. Tegna med lyseblå farge.

Verdien av alle kreftene:

Tyngdekrafta: $G = mg = 0{,}500\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{N/kg} = 4{,}905\ \text{N} \approx \mathbf{4{,}91\ N}$

Tyngdekrafta dekomponert:

$G_P = G \cdot \sin\alpha = 4{,}905\ \text{N} \cdot \sin 15° = 1{,}269\ \text{N}$ (ikke avrunda)

$G_N = G \cdot \cos\alpha = 4{,}905\ \text{N} \cdot \cos 15° = 4{,}737\ \text{N}$ (---«---)

Normalkrafta: Det er ingen bevegelse normalt på underlaget. $v_N = 0$ konstant.
Da sier Newtons 1. lov at summen av kreftene denne veien er null.
$\sum F_N = N - G_N = 0$. Altså:
$N = G_N = 4{,}737\ \text{N} \approx \mathbf{4{,}7\ N}$

Friksjonskrafta: $R = \mu N = 0{,}18 \cdot 4{,}737\ \text{N} = 0{,}852\ \text{N} \approx \mathbf{0{,}85\ N}$

d) Akselerasjonen:

Vi bruker Newtons 2. lov langs banen:

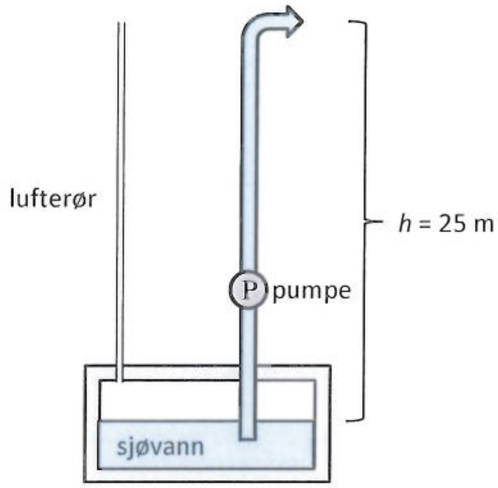
$$\sum F_P = ma \quad \wedge \quad \sum F_P = G_P - R$$

Dette gir akselerasjonen:

$$a = \frac{G_P - R}{m} = \frac{1{,}269\ \text{N} - 0{,}852\ \text{N}}{0{,}500\ \text{kg}} = 0{,}834\ \text{N/kg} \approx \mathbf{0{,}83\ m/s^2}$$

Oppgave 4

a)



1) Antall kg sjøvann som blir pumpa ut i løpet av 15 minutter:

Volumet som blir pumpa ut i ett minutt er $V = 120\ \mathrm{dm}^3 \approx 0{,}120\ \mathrm{m}^3$.
Av tabellen finner vi av massetettheten til sjøvann er $\rho = 1{,}025 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.

Massen som blir pumpa ut i 15 minutter:
$m = \rho \cdot V = 1{,}025 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}120\ \mathrm{m^3/min} \cdot 15\ \mathrm{min} = 1845\ \mathrm{kg} \approx \mathbf{1{,}8 \cdot 10^3\ kg}$

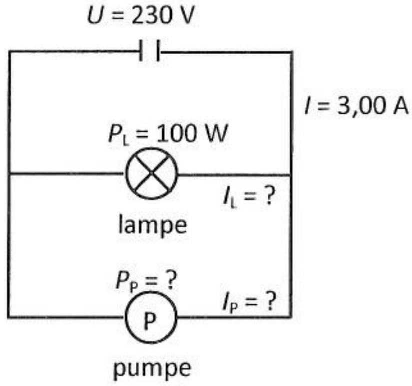
2) Den nyttbare effekten til pumpa, P:

Effekten er lik arbeidet per sekund som pumpa gjør. Krafta for å løfte massen m vann rett opp med konstant fart er lik tyngden av dette vannet, $G = mg$.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Gh}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho V g h}{t} = \frac{1{,}025 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}120\ \mathrm{m^3/min} \cdot 9{,}81\ \mathrm{N/kg} \cdot 25\ \mathrm{m}}{60\ \mathrm{s/min}}$$

Som gir: $P = 502\ \mathrm{Nm/s} \approx \mathbf{0{,}50\ kW}$ som vi skulle vise.

b) Koblingsskjema:



fortsettelse oppgave 4b):

Strømmen gjennom pumpa:

Vi finner først strømmen gjennom lampa: $P_L = U \cdot I_L$, der spenninga over lampa er 230 V. Dette gir:

$$I_L = \frac{P_L}{U} = \frac{100\text{ W}}{230\text{ V}} = 0{,}434\text{ A}$$

Av Kirchhoffs 1. lov er strømmen inn og ut av et forgreiningspunkt lik. Det gir:

$$I = I_L + I_P$$

Strømmen i pumpa:

$$I_P = I - I_L = 3{,}00\text{ A} - 0{,}434\ A = 2{,}566\text{ A} \approx \mathbf{2{,}57\ A}$$

c) Tilført effekt til pumpa:

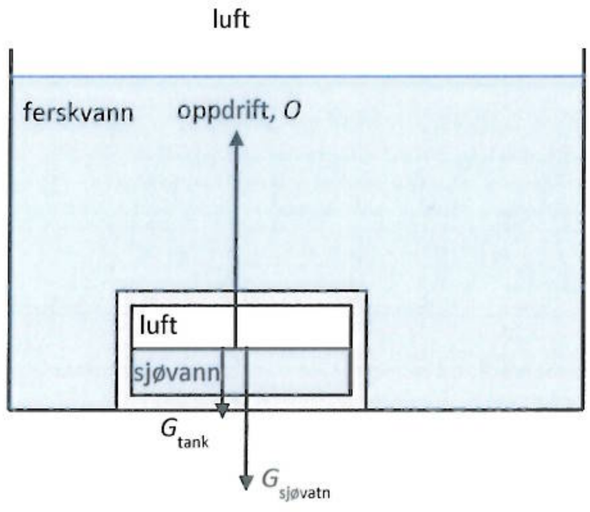
$$P_P = U \cdot I = 230\ V \cdot 2{,}566\text{ A} = 590{,}1\text{ W} \approx \mathbf{590\ W}$$

Virkningsgraden til pumpa:

$$\eta = \frac{P_{\text{nyttbar}}}{P_{\text{tilført}}} \cdot 100\ \% = \frac{502\text{ W}}{590\text{ W}} \cdot 100\ \% = 85{,}08\ \% \approx \mathbf{85}\ \%$$

Merknad: 2 gjeldende siffer i svaret fordi P_{nyttbar} bare kan ha 2 siffer.

d)



Minste volumet av sjøvann inne i tanken uten at den flyter opp:

Figuren over viser de tre kreftene som virker på den nedsenka tanken. Det er oppdrifta oppover og tyngden av tanken med innholdet av sjøvann nedover. Med minst mulig innhold av sjøvann er normalkrafta på tanken fra bunnen lik null. Tanken er i ro. Da gjelder Newtons 1. lov på den.

fortsettelse oppgave 4d):

$$\sum F = 0 \;\wedge\; \sum F = O - G_{\text{tank}} - G_{\text{sjøvann}}$$

Det gir:

$$G_{\text{sjøvann}} = O - G_{\text{tank}}$$

$$\rho_{\text{sjøvann}} \cdot V_{\text{sjøvann}} \cdot g = \rho_{\text{vann}} \cdot V_{\text{tank}} \cdot g - m_{\text{tank}} \cdot g$$

Oppdrifta er funnet av Arkimedes lov som tyngden av den fortrengte væskemengden, her ferskvann. Nå finner vi volumet av sjøvann inne i tanken (g kan vi korte vekk):

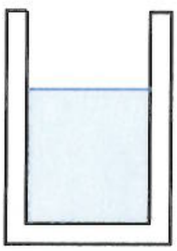
$$V_{\text{sjøvann}} = \frac{\rho_{\text{vann}} \cdot V_{\text{tank}} - m_{\text{tank}}}{\rho_{\text{sjøvann}}} = \frac{0{,}998 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 \cdot 15\ \text{m}^3 - 10 \cdot 10^3\ \text{kg}}{1{,}025 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3} =$$

$$V_{\text{sjøvann}} = 4{,}84\ \text{m}^3 \approx \mathbf{4{,}8\ m^3}$$

Oppgave 5

a)

Termos med vann



Vann:

spesifikk varme-
kapasitet: $c_{\text{v}} = 4{,}18 \cdot 10^3\ \text{J/kgK}$
masse: $m = 200\ \text{g} = 0{,}200\ \text{kg}$
temperatur: $t_{\text{v}} = 42{,}5\ °\text{C}$
$t = 39{,}7\ °\text{C}$

Termos:

temperatur: $t_{\text{kal}} = 22{,}0\ °\text{C}$
varmekapasitet: $C_{\text{kal}} = ?$

Varmekapasiteten til termosen:

Mottatt varme = tilført varme

$$Q_{\text{kal}} = Q_{\text{v}}$$

$$C_{\text{kal}} \cdot \Delta T_{\text{kal}} = c_{\text{v}} \cdot m \cdot \Delta T_{\text{v}}$$

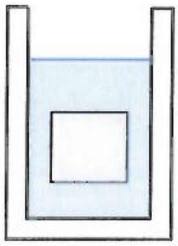
$$C_{\text{kal}} \cdot (t_{\text{v}} - t) = c_{\text{v}} \cdot m \cdot (t - t_{\text{kal}})$$

$$C_{\text{kal}} = \frac{c_{\text{v}} \cdot m \cdot (t_{\text{v}} - t)}{t - t_{\text{kal}}} = \frac{4{,}18 \cdot 10^3\ \text{J/kgK} \cdot 0{,}200\ \text{kg} \cdot (42{,}5\ \text{K} - 39{,}7\ \text{K})}{39{,}7\ \text{K} - 22{,}0\ \text{K}} =$$

$$C_{\text{kal}} = 132{,}2\ \text{J/K} \approx \mathbf{132\ J/K}$$

b)

Termos med vann og aluminium



Vann:

masse og spesifikk varmekapasitet som i a)

temperatur: $t_v = 39{,}7\ °\mathrm{C}$

$t = ?$ (blandingstemperatur)

Aluminium:

spesifikk varmekapasitet: $c_{Al} = 900\ \mathrm{J/kgK}$ (fra tabell)

masse: $m_{Al} = 150\ \mathrm{g} = 0{,}150\ \mathrm{kg}$

temperatur: $t_{Al} = 22{,}0\ °\mathrm{C}$

Kalorimeter:

varmekapasitet: $C_{kal} = 132\ \mathrm{J/K}$ (utregna i a))

Blandingstemperatur:

mottatt varme = tilført varme

$$Q_{Al} = Q_{kal} + Q_v$$

$$c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot \Delta T_{Al} = C_{kal} \cdot \Delta T_{kal} + c_v \cdot m_v \cdot \Delta T_v \quad \wedge \quad \Delta T_{kal} = \Delta T_v$$

$$c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot (t - t_{Al}) = C_{kal} \cdot (t_v - t) + c_v \cdot m_v \cdot (t_v - t)$$

$$c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot t + C_{kal} \cdot t + c_v \cdot m_v \cdot t = c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot t_{Al} + C_{kal} \cdot t_v + c_v \cdot m_v \cdot t_v$$

$$(c_{Al} \cdot m_{Al} + C_{kal} + c_v \cdot m_v) \cdot t = c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot t_{Al} + C_{kal} \cdot t_v + c_v \cdot m_v \cdot t_v$$

$$t = \frac{c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot t_{Al} + C_{kal} \cdot t_v + c_v \cdot m_v \cdot t_v}{c_{Al} \cdot m_{Al} + C_{kal} + c_v \cdot m_v}$$

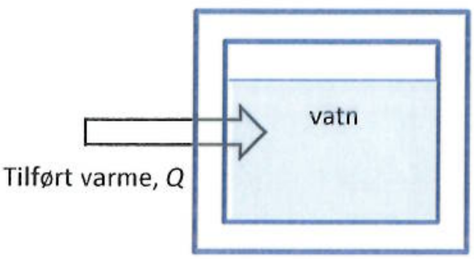
Vi setter inn verdier og får blandingstemperaturen:

$$t = \frac{900\ \mathrm{J/kgK} \cdot 0{,}150\ \mathrm{kg} \cdot 22{,}0\ °\mathrm{C} + 132\ \mathrm{J/K} \cdot 39{,}7\ °\mathrm{C} + 4{,}18 \cdot 10^3\ \mathrm{J/kgK} \cdot 0{,}200\ \mathrm{kg} \cdot 39{,}7\ °\mathrm{C}}{900\ \mathrm{J/kgK} \cdot 0{,}150\ \mathrm{kg} + 132\ \mathrm{J/K} + 4{,}18 \cdot 10^3\ \mathrm{J/kgK} \cdot 0{,}200\ \mathrm{kg}}$$

$$t = 37{,}53\ °\mathrm{C} \approx \mathbf{37{,}5}\ °\mathrm{C}$$

c)

Oppvarming av vann i tank



Tilført varme: $Q = 15{,}4\ \mathrm{MJ}$

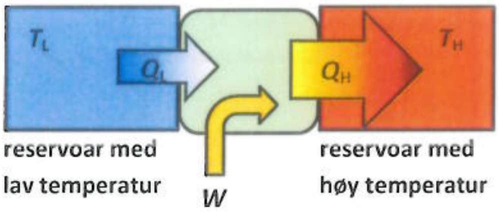
Tid: $t = 120\ \mathrm{min}$

fortsettelse oppgave 5c):

Tilført effekt til vannet i tanken:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{15{,}4 \cdot 10^6\ \mathrm{J}}{120\ \mathrm{min} \cdot 60\ \mathrm{s/min}} = 2138{,}8\ \mathrm{J/s} \approx 2{,}14\ \mathrm{kW}$$

Varmepumpe (skjematisk)



Selve varmepumpa er den grønne boksen i midten. Den tar i mot varme med lav temperatur (Q_L) og arbeid (W) og gir fra seg varme med høyere temperatur (Q_H).

Til arbeidet med å drive den elektriske kompressorpumpa bruker varmepumpa effekten $P_e = W/t$. Den gir fra seg effekten $P = Q_H/t$ til vannet.

Effektfaktoren til varmepumpa:

$$f = \frac{Q_H}{W} = \frac{P}{P_e} = \frac{2{,}14 \cdot 10^3\ \mathrm{W}}{750\ \mathrm{W}} = 2{,}853 \approx \mathbf{2{,}85}$$

Mottatt varme fra innsjøen:

Energiregnskapet for varmepumpa:

$$Q_H = Q_L + W$$

Varme fra innsjøen:

$$Q_L = Q_H - W \quad \wedge \quad W = P_e \cdot t$$

$$Q_L = Q_H - P_e \cdot t = 15{,}4 \cdot 10^6\ \mathrm{J} - 750\ \mathrm{W} \cdot 120\ \mathrm{min} \cdot 60\ \mathrm{s/min} = 1{,}00 \cdot 10^7\ \mathrm{J} = \mathbf{10{,}0\ MJ}$$

- S L U T T -