LØST OPPGAVE 10.312+

10.312+

a) Beregn den korteste og den lengste bølgelengden i Balmerserien (når vi tar med overganger fra n = 3, 4, 5 og 6 ned til 2).

b) I 1885 fant Johan Balmer en formel for bølgelengdene til de fire synlige linjene i hydrogenspekteret, Balmer-serien. Formelen kan skrives slik:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \text{ der } R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Utled Balmer-formelen fra Bohrs uttrykk for energi-nivåene i hydrogen og Bohrs postulat 2.

Løsning:

a) Det største energispranget i den delen av Balmerserien som oppgaven handler om, er fra n = 6 til n = 2, og fotonet som emitteres i dette spranget har derfor størst energi og dermed minst bølgelengde. Bølgelengden til fotonet som emitteres når hydrogenatomet de-eksiterer fra n = 6 til n = 2, er gitt ved formelen:

$$E_6 - E_2 = hf$$

Fra Bohrs uttrykk for energinivåene finner vi

$$E_2 = -\frac{B}{n^2} = \frac{2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{2^2} = -0{,}54500 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_6 = -\frac{B}{n^2} = \frac{2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{6^2} = -0{,}060555 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Dette gir frekvensen

$$f = \frac{E_6 - E_2}{h}$$

$$= \frac{-0{,}060555 \cdot 10^{-18}\ \text{J} - (-0{,}54500 \cdot 10^{-18}\ \text{J})}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J}} = 7{,}3068 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

Ved å bruke bølgeformelen $c = f\lambda$ får vi da

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$= \frac{3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m}}{7{,}3001\ \text{Hz}} = \underline{411\ \text{nm}}$$

Den lengste bølgelengden får vi når atomet de-eksiterer fra $n = 3$ til $n = 2$. Samme framgangsmåte som ovenfor gir:

$$E_3 = -\frac{B}{n^2} = \frac{2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{3^2} = -0{,}24222 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{E_3 - E_2}{h} \\ &= \frac{-0{,}24222 \cdot 10^{-18}\ \text{J} - (-0{,}54500 \cdot 10^{-18}\,\text{J})}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J}} = 4{,}5668 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{f} \\ &= \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m}}{4{,}5668\ \text{Hz}} = \underline{657\ \text{nm}} \end{aligned}$$

(Avviket fra tabellverdien 656 nm skyldes at verdiene vi bruker for planckkonstanten, lysfarten og bohrkonstanten er avrundet.)

b) Ved hjelp av Bohrs teori kan vi utlede Balmer-formelen. Energien til et foton som emitteres ved overgang mellom en tilstand n og $n = 2$ er

$$E_\text{f} = E_n - E_2$$

Vi bruker nå Einsteins likning $E_\text{f} = hf$ og $\lambda = \dfrac{c}{f}$ som vi får fra bølgeformelen. Da får vi

$$E_\text{f} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

Da får vi videre

$$\begin{aligned} E_\text{f} &= E_n - E_2 \\ \frac{hc}{\lambda} &= -\frac{B}{n^2} - \left(-\frac{B}{2^2}\right) \\ \frac{hc}{\lambda} &= B\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \\ \frac{1}{\lambda} &= \frac{B}{hc}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \end{aligned}$$

Dette stemmer med Balmer-formelen hvis verdien av konstanten R stemmer. Vi ser at Bohrs teori gir denne verdien for R:

$$R = \frac{B}{hc} = \frac{2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}} = 1{,}096 \cdot 10^{7}\ \text{m}^{-1}$$

Det lille avviket skyldes at vi bruker verdier for konstantene *B*, *c* og *h* som har bare tre gjeldende siffer.