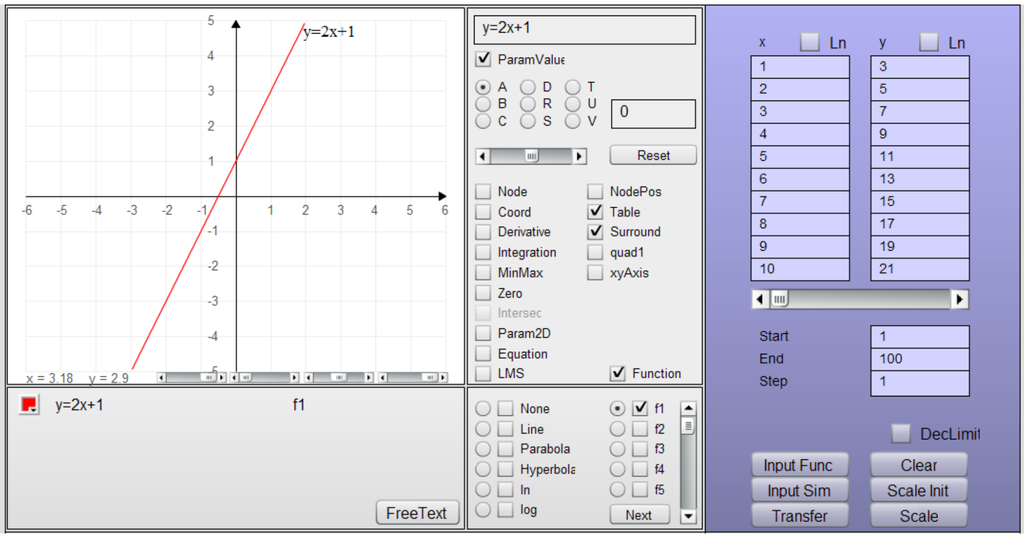
4. Rette linjer og grafer

4.1 Rette linjer

Alle rette linjer er på formen $y = ax + b$; der verdien til parameterne a og b bestemmer hvilken linje vi får.



- **b** gir skjæringspunkt med *y*-aksen
- **a** gir stigningstallet til linjen. Går vi 1 – enhet til høyre, og loddrett (opp eller ned) så langt som a angir. Dermed har vi to punkter og kan trekke linjen med hjelp av en linjal. = hurtigtegning.

4.2 Graftegning på kalkulatoren

Se gjerne i bruksanvisning på nett, eller les i læreboka om hvordan du tegner grafer.

Hva når grafen ikke synes i kalkulatorvinduet?

Default verdiene på *x*- og *y*-aksene er relativt små $-6.3 < x < 6.3$ og $-3.1 < y < 3.1$, derfor kan det rett som det er være nødvendig å velge andre enheter. Øv deg på dette.

MERK at du selv må huske hva 1 delestrek på aksen står for! Slik at du leser av rett. (noen nyere kalkulatorer har skala, vi andre må være obs særlig om dere bruker zoom – da mister mange kontroll)

4.3 Grafisk avlesning

Dette ser vi på sammen med 4.2 og 4.4

Ofte bruker vi den grafiske løsningen som kontroll på utregningen. Men husk at grafiske løsninger er litt upresise. Dette kan skyldes vår graf på papiret, men også digitalt får vi noe «feil»- kilder på en grafisk løsning.
Hovedfokus er derfor på å løse ved regning.

4.4 Grafisk løsning av lineære likningssett

Eksempel

$I: 5x - 2y = 4$ løser med hensyn på y: $y = \frac{5}{2}x - 2$

$II: x + y = 5$ løser med hensyn på y: $y = -x + 5$

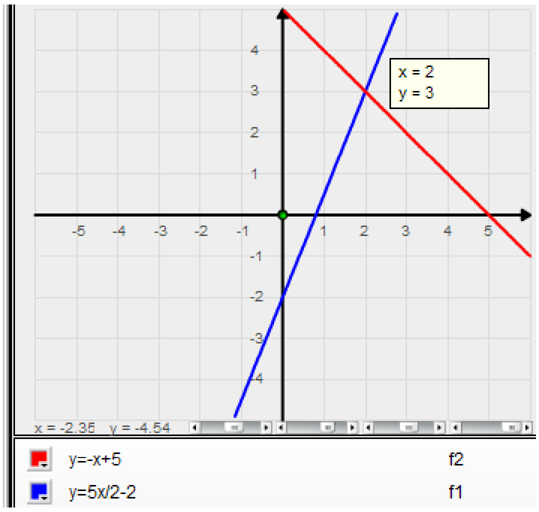
Likning nr II er rett frem, men her viser jeg hvordan jeg finner et uttrykk for y fra likning I:

$5x - 2y = 4$ flytter over *x*-leddet

$\frac{-2y}{-2} = \frac{4}{-2} - \frac{5x}{-2}$ deler på tall for y

$y = \frac{5}{2}x - 2$

Tegner så begge linjene i et koordinatsystem:



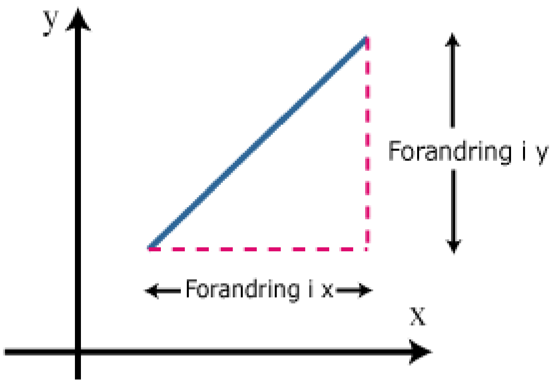
Vi ser at grafene skjærer hverandre i punktet (2,3), det betyr at likningssettet har løsningen *x* = 2, *y* = 3.

4.5 Å finne likningen til en linje

Her skal vi se på hvordan vi kan bestemme likningen til en linje ved regning.

Tenk deg at vi kjenner to punkter. $(x_1, y_1); (x_2, y_2)$

Da kan vi tegne en rett linje gjennom disse, og finner stigningstallet slik

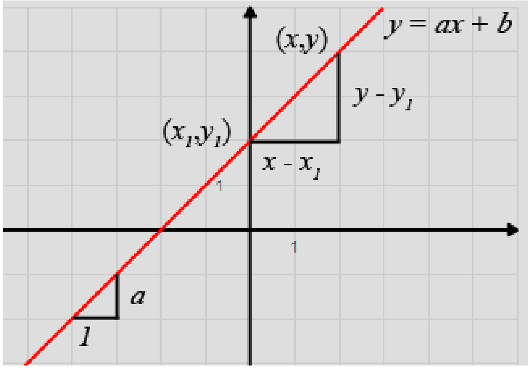


$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Eksempel: Gitt to punkter (-2, 1) og (4, 4)

Linjen gjennom disse punktene har stigningstall: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{4-(-2)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

For å bestemme likningen for linjen brukes gjerne *Ett punkts – formelen*, som vi kan utlede slik:

5. 

Merk at de to trekantene er formlike, derfor gjelder at:

$$\frac{y-y_1}{a}=\frac{x-x_1}{1} \qquad |\cdot a$$
$$y-y_1=a\left(x-x_1\right)$$

Du blir ikke spurt om utledningen, men kanskje ok å ha sett hvor formelen komme fra?

Ett punkts formel: $y-y_1=a\left(x-x_1\right)$

Eksempel fortsetter:

Vi kan nå fortsette å bestemme likningen for linjen gjennom punkter (-2, 1) og (4, 4).

Ved å sette koordinatene til ett av punktene og verdien til stigningstallet $a=\frac{1}{2}$ inn i formelen.

Velger her å bruke punktet $\left(x_1, y_1\right)=\left(4,4\right)$

$$y-y_1=a\left(x-x_1\right)$$
$$y-4=\frac{1}{2}\left(x-4\right)$$
$$y=\frac{1}{2}x-2+4=\frac{1}{2}x+2$$

Tilleggsspørsmål: Ligger punktet (2, 3) på denne linjen?

Vi setter inn *x* = 2 inn i likningen for å sjekke:
$x=2$ gir:

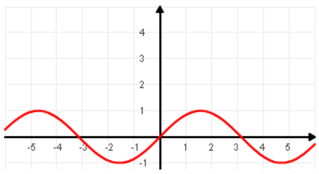
$$y=\frac{1}{2}\cdot 2+2=1+2=3$$

Siden y-verdien ble lik 3, det vil si lik y-koordinat for punktet, ligger punktet på linjen.

4.6 Funksjonsbegrepet

$y = f(x)$ er en funksjon av *x*, hvis hver mulig verdi for *x* gir nøyaktig en verdi for *y*.

Praktisk test: Grafen til en funksjon skjærer en loddrett linje i høyst ett punkt.



Definisjons mengde = mengden til «lovlige» *x*- verdier. Vi skriver f.eks. $D_f = \mathbf{R}$

Bestemmes gjerne ved:

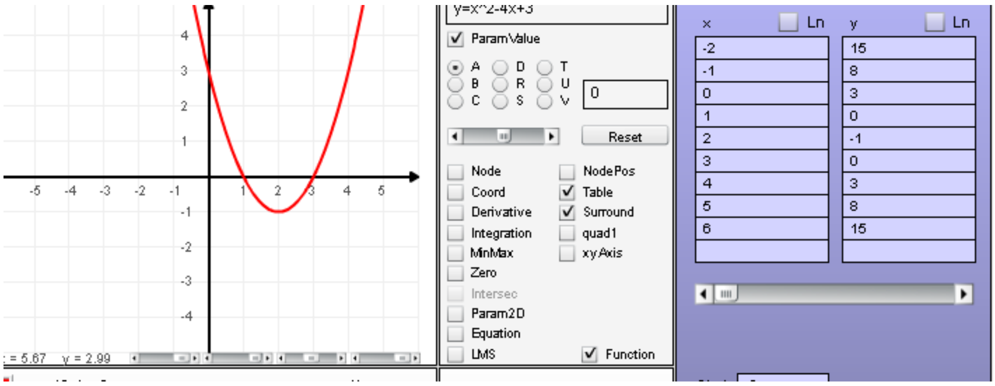
- ✓ Se på funksjonsuttrykket. Kan ikke trekke roten av negative tall, kan ikke dele på 0 osv
- ✓ Praktisk avgrensninger. Lengder er positive, tidtaking, maks kapasitet, antall dager i året eller lignende. Hvilket intervall for *x* som er av interesse.
- ✓ Kan også være gitt i oppgaven

Verdi mengde = mengden av mulige *y*-verdier. (denne leser vi gjerne ut fra grafen)

Vi ser på hvordan vi kan få hjelp av kalkulator til å tegne grafer, bruk av tabell, finne toppunkt bunnpunkt nullpunkt o.l.

Eksempel $f(x) = x^2 - 4x + 3$ Tegn grafen og bruk denne til å finne nullpunkt og bunnpunkt.

Skriv inn uttrykket og la kalkulatoren regne ut punkter (tabell) (merk at <u>du</u> kan bestemme hvilke punkter som regnes ut vha TabellRange / SET)



Merk Du må selv vite så mye om hvordan grafen skal se ut, slik at du viser hele den interessante delen av grafen. (erfaring er viktig)

På grafen er noen punkter mer «interessante», ofte spørres det etter:

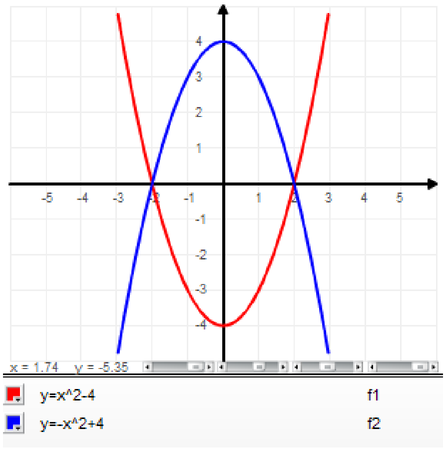
Nullpunkt: (root / zero) Punkter der *y* = 0. Disse skal vi finne både grafisk og ved regning.

Bunnpunkt / Toppunkt (min / max) (prøv ut på din kalkulator)

Skjæringspunkt (mellom to eller flere grafer)

Praktisk øvelse i bruk av kalkulator:

Tegn grafene til funksjonene: $\begin{array}{l} f(x) = x^2 - 4 \\ g(x) = -x^2 + 4 \end{array}$ i samme koordinatsystem.



Bruk tabell, og tegn grafene også på papir.

Hva er koordinatene til skjæringspunktene mellom kurvene?

Vi kan sjekke ved å regne ut funksjonsverdiene:

$$f(-2) = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0 \qquad \text{og}$$
$$g(-2) = -(-2)^2 + 4 = -4 + 4 = 0 \qquad \text{for } x = -2, \text{har funksjonene lik verdi}$$

Men det mest vanlige er kanskje å løse likningene:

$$f(x) = g(x)$$
$$x^2 - 4 = -x^2 + 4$$
$$2x^2 = 8 \,|: 2$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

4.7 Andregradsfunksjoner

Jeg brukte andregradsfunksjoner som eksempler i 4.6.

Den generelle formelen for en andregrads-funksjon er: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Merk at når a > 0, får vi en «blid graf, mens når a < 0 er grafen sur.