Løsning Repetisjonsoppgaver Kap. 1 - 4

Oppg. 1

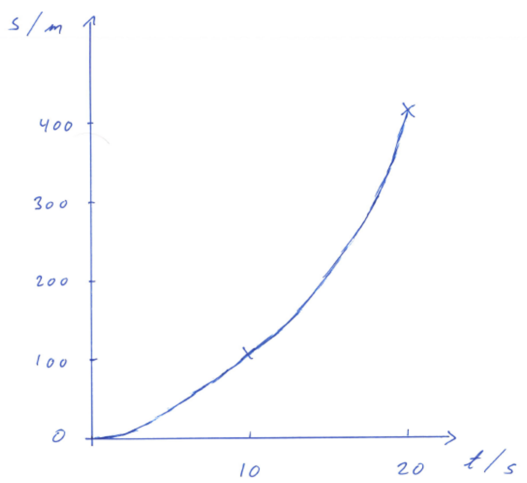
a: Rettlinja bevegelse, konstant akselerasjon:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &\Downarrow \\ a &= \frac{v - v_0}{t} \\ &\Downarrow \\ a &= \frac{41.7\,\mathrm{m/s} - 0}{20\,\mathrm{s}} \\ &\Downarrow \\ a &= \underline{\underline{2.1\,\mathrm{m/s^2}}} \end{aligned}$$

b:

$$\begin{aligned} s &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &\Downarrow \\ s &= 0 + \frac{1}{2} \cdot 2.08\,\mathrm{m/s^2}(20\,\mathrm{s})^2 \\ &\Downarrow \\ s &= \underline{\underline{4.2 \cdot 10^2\,\mathrm{m}}} \end{aligned}$$

c: Fra forrige deloppgave ser vi at posisjonen er en annengradsfunksjon av tiden. Det betyr at grafen vil være en parabel. Kjenner allerede to punkter (ved $t = 0$ og $t = 20$) regner ut et ekstra punkt for å lette skisseringen $s(10) = 0 + \frac{1}{2} \cdot 2.08\,\mathrm{m/s^2}(10\,\mathrm{s})^2 = 104\,\mathrm{m}$. Skisserer så grafen i figur 1.



Figur 1: Skisse av posisjonsgraf til oppgave 1c.

Oppg. 2

Tetthet er gitt ved $\rho = \frac{m}{V}$. Utfra dette regner vi ut tettheter og setter opp i tabell 1.

Regner ut middelverdien av tetthetene i tabellen:

$$\bar{\rho} = \frac{11.11 + 10.64 + 11.76 + 11.25 + 11.36}{5} = 11.22$$

Med måleenhet blir da $\bar{\rho} = \underline{\underline{11\,\mathrm{g/cm^3}}}$

Finner absolutt usikkerhet: $\rho_{max} - \bar{\rho} = 11.76 - 11.22 = 0.54$, $\bar{\rho} - \rho_{min} = 11.22 - 10.64 = 0.58$.

$$\rho = \underline{\underline{(11.2 \pm 0.6)\,\mathrm{g/cm^3}}}$$

Og til slutt relativ usikkerhet, $0.58/11.22 = 0.052$

$$\rho = \underline{\underline{11.2\,\mathrm{g/cm^3} \pm 5\%}}$$

Tabell 1: Utregna massetettheter til oppgave 2.

Masse/ g	20	50	100	180	250
Volum/ $\mathrm{cm^3}$	1.8	4.7	8.5	16	22
Massetetthet/ $\mathrm{g/cm^3}$	11.11	10.64	11.76	11.25	11.36

Oppg. 3

a:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(25\,\mathrm{N/m})(0.10\,\mathrm{m})^2 = \underline{\underline{0.13\,\mathrm{J}}}$$

$$F = kx = 25\,\mathrm{N/m} \cdot 0.1\,\mathrm{m} = \underline{\underline{2.5\,\mathrm{N}}}$$

b: All potensiell i fjæra ender opp som arbeid utført av friksjonskrafta:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}kx^2 &= R \cdot s \\
&\Downarrow \\
R &= \frac{\frac{1}{2}kx^2}{s} \\
&\Downarrow \\
R &= \frac{\frac{1}{2}(25\,\mathrm{N/m})(0.10\,\mathrm{m})^2}{0.225\,\mathrm{m}} \\
&\Downarrow \\
R &= 0.556\,\mathrm{N}
\end{aligned}$$

Friksjonskrafta, om vi antar den er konstant blir $\underline{\underline{0.56\,\mathrm{N}}}$.

c:

$$\begin{aligned}
R &= \mu N \\
&\Downarrow \\
R &= \mu G \\
&\Downarrow \\
\mu &= \frac{R}{mg} \\
&\Downarrow \\
\mu &= \underline{\underline{0.28}}
\end{aligned}$$

Oppg. 4

a) 1000 fot = 1000 · 0,3048 m = 304,8 m.
$\langle v \rangle$ = 304,8 m/3,701 s = 82,36 m/s = 296,5 km/h. Gjennomsnittsfarten er $\underline{82{,}36\text{ m/s} = 296{,}5\text{ km/h}}$.

b) $\langle a \rangle$ = (529,12/3,6) m/s / 3,701 s = 39,71 m/s^2. Dette tilsvarer (39,71/9,81) g = $\underline{4{,}05\,g}$.

c) Gjennomsnittsakselerasjonen har størst verdi der grafen er brattest. Det er den $\underline{\text{mellom } t = 5{,}000 \text{ og } t = 5{,}500\text{ s}}$. Her er verdien
$\langle a \rangle$ = ((423,0 − 529,1)/3,6) m/s / 0.5 s som gir at
$\langle a \rangle$ = −58,96 m/s^2 = −6,01g. Akselerasjonen er negativ og har verdi
$\underline{\langle a \rangle = -58{,}96\, m/s^2 = -6{,}01\, g,\ \text{dvs bilen bremser.}}$

Oppg. 5

$$F = kx = 200\ \text{N/m} \cdot 0{,}10\ \text{m} = 20\ \text{N}$$
$$\Delta E_k = 0{,}5kx_2^2 - 0{,}5kx_1^2 = 0{,}5 \cdot 200\ \text{N/m} \cdot [(0{,}20\ \text{m})^2 - (0{,}10\ \text{m})^2] = \underline{3{,}0\ \text{J}}$$

Oppg. 6

Banene er like lange og kula i bane ACD er raskest fordi den akselererer mest i starten over en kort strekning og slik får et betydelig forsprang som kula i bane ABD ikke kan ta igjen selv om kulene i følge prinsippet om bevaring av mekanisk energi ender opp med samme hastighet når de når bunnen D.

Oppg. 7

Bevaring av mekanisk energi gir:

$$mgl = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gl} = \sqrt{2 \cdot 9.8\,\text{m/s}^2 \cdot 1.5\,\text{m}} = \underline{\underline{5.4\,\text{m/s}}}$$

Oppg. 8

a)

$$v_\text{A} = v_{0,\text{A}} + a_\text{A}t = 0 + 4.0\text{m/s} \times 5.0\text{s} = \underline{\underline{20\text{m/s}}}$$

b) Anta at det tar en tid t_2 for bil B å ta igjen bil A. Lengden bil A kjører på tiden t_2 er gitt ved:

$$s_\text{A} = \frac{1}{2}a_\text{A}t^2 + v_\text{A}t_2,$$

der $t = 5.0\text{s}$ og $a_\text{A} = 4.0\ \text{m/s}^2$. Lengden bil B kjører på tiden t_2 er:

$$s_\text{B} = \frac{1}{2}a_\text{B}t_2^2 = \frac{1}{2}a_\text{A}t_2^2$$

Ved å kreve at $s_A = s_B$ kan vi regne ut for t_2:

$$\frac{1}{2}a_\text{A}t^2 + v_\text{A}t_2 = \frac{1}{2}a_\text{A}t_2^2$$

Dette gir en andregradsligning i t_2 som har løsningene $t_2 = 12,1$ og -1.8 s.
Svaret er 12,1 s fordi $t_2 > 0$s.

Oppg. 9

a) Måling av kroppshøyde, h:

Måling nr.	1	2	3	4	5
Høyde, h / cm	175,4	174,9	175,2	175,5	175,0

Gjennomsnittshøyden, $\bar{h}$:

$$\bar{h} = \frac{h_1 + h_2 + \ldots + h_5}{5} =$$

$$\bar{h} = \frac{175{,}4\text{ cm} + 174{,}9\text{ cm} + 175{,}2\text{ cm} + 175{,}5\text{ cm} + 175{,}0\text{ cm}}{5}$$

$$= \mathbf{175{,}2\text{ cm}}$$

Absolutt usikkerhet, Δh:

$$\Delta h = ½ \cdot (h_{\text{maks}} - h_{\text{min}}) = ½ \cdot (175{,}5\text{ cm} - 174{,}9\text{ cm}) = \mathbf{0{,}3\text{ cm}}$$

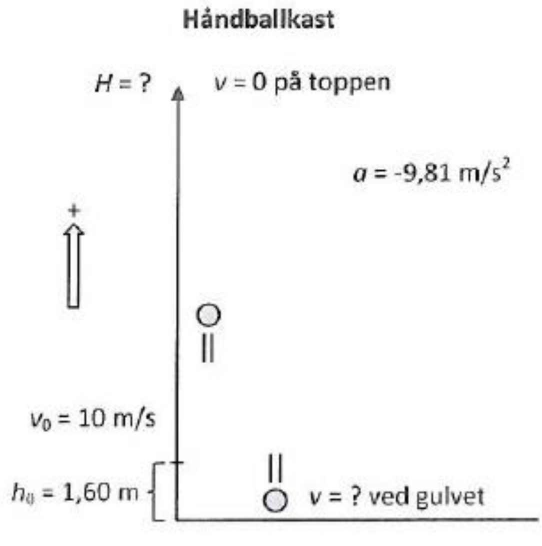
Relativ usikkerhet, Δh_{rel}:

$$\Delta h_{\text{rel}} = \frac{\Delta h}{\bar{h}} \cdot 100\,\% = \frac{0{,}3\text{ cm}}{175{,}2\text{ cm}} \cdot 100\,\% = 0{,}17\,\% \approx \mathbf{0{,}2\,\%}$$

Korrekt måleresultat: $h = \bar{h} \pm \Delta h = \mathbf{175{,}2\text{ cm} \pm 0{,}3\text{ cm}}$

eller: $h = \bar{h} \pm \Delta h_{\text{rel}} = \mathbf{175{,}2\text{ cm} \pm 0{,}2\,\%}$

b)



Største høyden over gulvet, *H*:

Finner først største høyde over utgangsstedet, s: $2as = v^2 - v_0^2 \wedge v = 0$ på toppen

$$s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(10{,}0\ \mathrm{m/s})^2}{2\cdot(-9{,}81\ \mathrm{m/s^2})} = 5{,}096\ \mathrm{m} \approx 5{,}10\ \mathrm{m}$$

Største høyden over gulvet: $H = h_0 + s = 1{,}60\ \mathrm{m} + 5{,}10\ \mathrm{m} = \mathbf{6{,}70\ m}$

Absoluttverdien av farten nede ved gulvet (rett før), *v*:

Bevegelseslikninger eller energibetraktning kan brukes. Her er valgt energibetraktning:

$$E_{\mathrm{mek}}(\text{ved gulvet}) = E_{\mathrm{mek}}(\text{ved start})$$

$$E_{\mathrm{k}}\ (\text{gulv}) + E_{\mathrm{p}}\ (\text{gulv}) = E_{\mathrm{k}}\ (\text{start}) + E_{\mathrm{p}}\ (\text{start}) \wedge E_{\mathrm{p}}\ (\text{gulv}) = 0\ \ (\text{nullnivå})$$

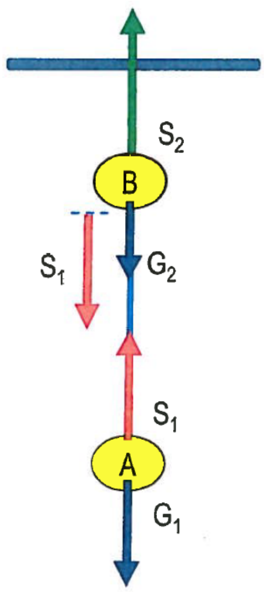
$$½mv^2 = ½mv_0^2 + mgh_0$$

$$v = \left|-\sqrt{v_0^2 + 2gh_0}\right| = \sqrt{(10{,}0\ \mathrm{m/s})^2 + 2\cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 1{,}60\ \mathrm{m}} = 11{,}46\ \mathrm{m/s} \approx \mathbf{11{,}5\ m/s}$$

Kommentar: Farten er egentlig negativ fordi den er nedover og mot positiv retning. Absoluttverdien er positiv og lik 11,5 m/s som vi skulle vise.

Oppg. 10

Loddene henger i ro → sum av krefter er lik null for både A og B



Krefter som virker på B:

Tyngde: $G_2 = m_B g = 1{,}70 \cdot 9{,}81$ N $= 16{,}677$ N $\approx$ <u>16,7 N</u>

Snordrag fra nedre snor:

$S_1 = G_1 = m_A g = 1{,}20\cdot 9{,}81$ N $= 11{,}772$ N $\approx$ <u>11,8 N</u>

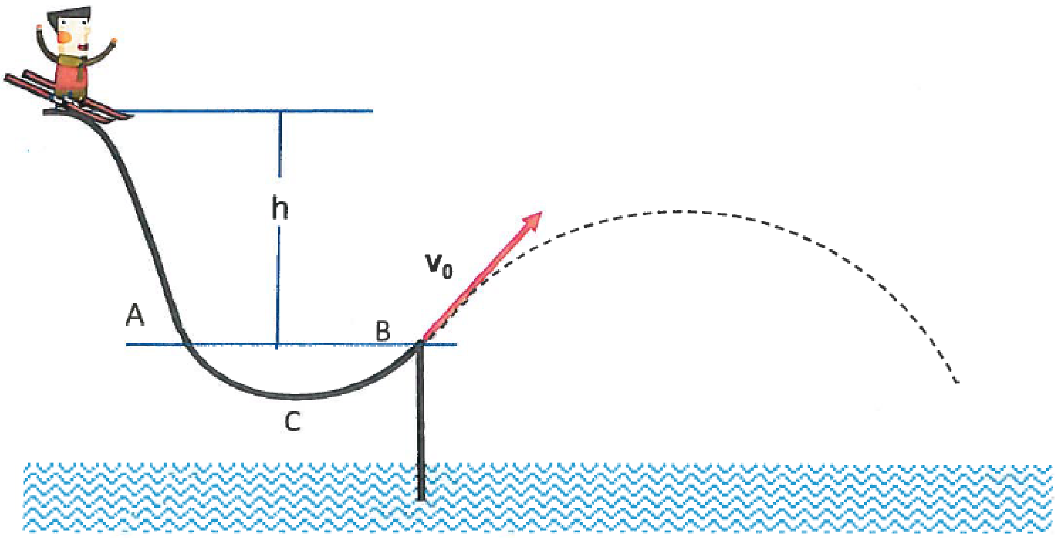
Snordrag fra øvre snor: $S_2 = G_2 + S_1 = (16{,}677 + 11{,}772)$ N $=$ <u>28,4 N</u>

Motkrefter til krefter på B:

Motkraft til G_2 virker på jorda
Motkraft til S_1 virker på nedre snor
Motkraft til S_2 virker på øvre snor

} Fra B

Oppg. 11



Energibevaring: Kin. energi i B er lik pot. energi på toppen

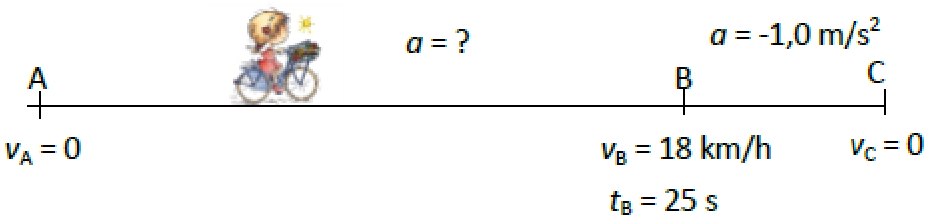
$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{14{,}0^2}{2 \cdot 9{,}81}\text{m} = \underline{9{,}99\text{m}}$$

Energibevaring igjen. Her er høydeforskjellen $h_C = (9{,}99 + 1{,}15)\text{m} = 11{,}14\text{m}$

$\frac{1}{2} mv_C^2 = mgh_C$

$$v_C^2 = 2gh_C = 2 \cdot 9{,}81 \cdot 11{,}14 \Rightarrow v_c = 14{,}78 \underline{\approx 14{,}8\text{m/s}}$$

Oppg. 12



1) <u>Omregning av farten i B mellom enhetene km/h og m/s:</u>

$$v_{\mathrm{B}} = 18\,\mathrm{km/h} = \frac{18\,\mathrm{km}}{1{,}0\,\mathrm{h}} = \frac{18 \cdot 10^3\mathrm{m}}{3{,}6 \cdot 10^3\mathrm{s}} = \frac{18\,\mathrm{m}}{3{,}6\,\mathrm{s}} = \frac{18}{3{,}6}\,\mathrm{m/s} = \mathbf{5{,}0\,m/s}$$

2) <u>Akselerasjonen på strekninga AB:</u>

$$a = \frac{v_{\mathrm{B}} - v_A}{t} = \frac{5{,}0\,\mathrm{m/s} - 0\,\mathrm{m/s}}{25\,\mathrm{s}} = \mathbf{0{,}20\,m/s^2}$$

Strekninga AC: $s_{\mathrm{AC}} = s_{\mathrm{AB}} + s_{\mathrm{BC}}$

AB: $2a_{\mathrm{AB}}s_{\mathrm{AB}} = v_{\mathrm{B}}^2 - v_{\mathrm{A}}^2 \wedge v_{\mathrm{A}} = 0$

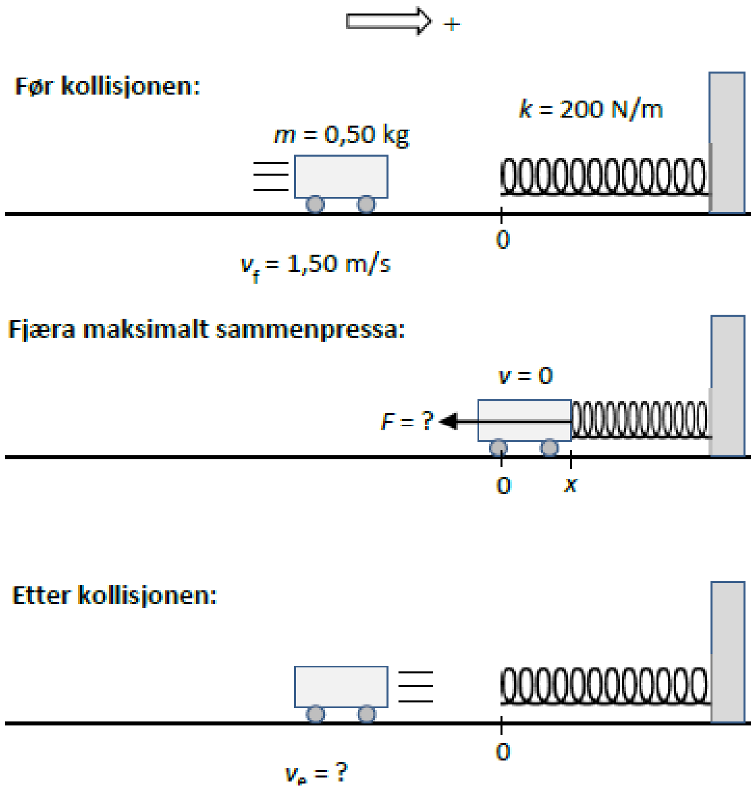
$$s_{\mathrm{AB}} = \frac{v_{\mathrm{B}}^2}{2a} = \frac{(5{,}0\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 0{,}20\,\mathrm{m/s^2}} = 62{,}5\,\mathrm{m}$$

BC: $2a_{\mathrm{BC}}s_{\mathrm{BC}} = v_{\mathrm{C}}^2 - v_{\mathrm{B}}^2 \wedge v_{\mathrm{C}} = 0$

$$s_{\mathrm{BC}} = \frac{-v_{\mathrm{B}}^2}{2a} = \frac{-(5{,}0\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot (-1{,}0\,\mathrm{m/s^2})} = 12{,}5\,\mathrm{m}$$

AC: $s_{\mathrm{AC}} = s_{\mathrm{AB}} + s_{\mathrm{BC}} = 62{,}5\,\mathrm{m} + 12{,}5\,\mathrm{m} = \mathbf{75\,m}$

Oppg. 13



De tre figurene over viser situasjonen til vogna før, under og etter kollisjonen med fjæra.

1) <u>Største krafta fra fjæra på vogna, *F*:</u>

Denne krafta er størst når fjøra er maksimalt sammenpressa. Vi finner den ved hjelp av Hookes lov, $F = kx$.

Største sammenpressing av fjæra finner vi ved bevaring av mekanisk energi:

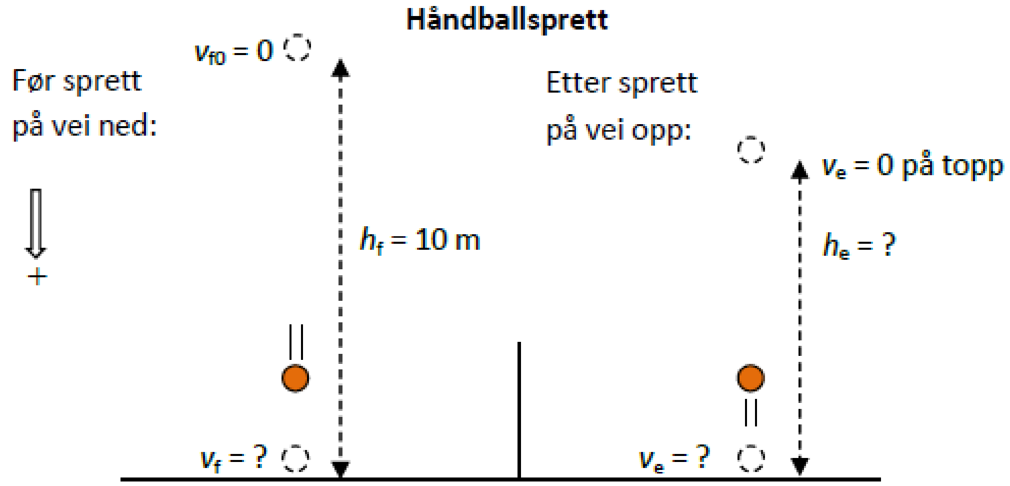
$$E_p\,(\text{fjær}) = E_k\,(\text{vogn før kollisjonen})$$
$$½\,kx^2 = ½\,mv^2$$

Som gir:

$$x = \sqrt{\frac{mv^2}{k}} = \sqrt{\frac{0{,}50\ \text{kg} \cdot (1{,}5\ \text{m/s})^2}{200\ \text{N/m}}} = 0{,}075\ \text{m} = 7{,}5\ \text{cm}$$

Største krafta blir da: $F = kx = 200\ \text{N} \cdot 0{,}075\ \text{m} = \mathbf{15\ N}$ (mot venstre)

Oppg. 14



Ballen taper 25 % kinetisk energi i spretten

<u>Farten til ballen ved bakken på vei ned, v_f:</u>

Vi bruker bevaring av mekanisk energi i tyngdefeltet:

$$E_k \text{ (ved bakken)} = E_p \text{ (på toppen)}$$

$$\tfrac{1}{2} m v_f^2 = m g h_f$$

$$v_f = \sqrt{2 g h_f} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m}} = 14{,}0 \text{ m/s} \approx \mathbf{14 \text{ m/s}}$$

<u>Høyden ballen spretter opp igjen fra bakken, h_e:</u>

Bevaring av kinetisk energi på vei ned: $E_{kf} \text{ (ved bakken)} = E_{pf} \text{ (på toppen)}$

25 % energitap ved sprett: $E_{ke} \text{ (ved bakken)} = E_{kf} - 25\,\% \text{ (ved bakken)}$

.. som gir: $E_{ke} \text{ (ved bakken)} = 0{,}75 \cdot E_{kf} \text{ (ved bakken)}$

Bevaring av kinetisk energi på vei opp: $E_{pe} \text{ (på toppen)} = E_{ke} \text{ (ved bakken)}$

Av dette følger:

$$E_{pe} \text{ (på toppen)} = 0{,}75 \cdot E_{pf} \text{ (på toppen)}$$

$$m g h_e = 0{,}75 \cdot m g h_f$$

$$h_e = 0{,}75 \cdot h_f = 0{,}75 \cdot 10 \text{ m} = \mathbf{7{,}5 \text{ m}}$$

<u>Ballen spretter altså opp 7,5 m</u>

Oppg. 15

a) Akselerasjon: $a = \dfrac{\frac{100}{3,6} - 0}{4,5} m/s^2 = 6,173 m/s^2 \approx \underline{6,2 m/s^2}$

Summen av kreftene: $F = ma = 1058 \cdot 6,173\ N = 6531 N = \underline{6,5 kN}$

---

b) Bremsearbeid = endring i kinetisk energi

Bremsekraft: $R = -\mu N$

$$W_R = R \cdot s = ½\, mv^2 - ½ mv_0^2 \qquad \left[\begin{array}{l} v_0 = \dfrac{72}{3,6} m/s = 20 m/s \\ v = \dfrac{27}{3,6} m/s = 7,5 m/s \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Bremselengden: $s = \dfrac{½\, mv^2 - ½ mv_0^2}{-\mu mg} = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\mu g} = \dfrac{7,5^2 - 20^2}{-2 \cdot 0,65 \cdot 9,81} m \approx \underline{27m}$

---

c) Effekt $P = F \cdot v \Rightarrow$ motorkraft: $F = \dfrac{P}{v} = \dfrac{20000W}{20 m/s} = \underline{1000N}$

---

d) Tid på 1 mil: $s = vt \Rightarrow t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{10000}{20} s = 500s$

Motoren leverer på 1 mil: $W_{motor} = 20000\ W \cdot 500\ s = 10^7\ J$

Energibehov pr mil når virkningsgraden er 40%: $\dfrac{10^7}{0,40} J = 2,5 \cdot 10^7 J$

Bensinforbruk: $\dfrac{2,5 \cdot 10^7 J/mil}{35 \cdot 10^6 J/l} = \underline{0,71 l/mil}$

Oppg. 16

a) $E_p = mgh = 8300\text{kg} \cdot 9{,}81\text{m/s}^2 \cdot 90\text{m} = 7328070\text{J} \approx \underline{\underline{7{,}3\text{MJ}}}$

b) $E_{slutt} = E_{start} \to \frac{1}{2}mv^2 = mgh \to v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\text{m/s}^2 \cdot 90\text{m}} = \underline{\underline{42\text{m/s} = 151\text{km/h}}}$

c) Tapet = $E_{start} - E_{slutt} = mgh - \frac{1}{2}mv^2 = 7328070\text{J} - \frac{1}{2}8300\text{kg} \cdot \left(\frac{110}{3{,}6}\text{m/s}\right)^2 = 3453456\text{J} \approx \underline{\underline{3{,}4\text{MJ}}}$

d) Absoluttverdien av arbeidet som friksjonskraften gjør på bilen er lik tapet i mekanisk energi:

$$W_f = Rs \to R = \frac{W_f}{s} = \frac{3453456\text{J}}{2300\text{m}} = 1502\text{N} \approx \underline{\underline{1{,}5\text{kN}}}$$

e) Effekten=

$$P = Fv = G_p v = mg\sin\theta \cdot v = 8300\text{kg} \cdot 9{,}81\text{m/s}^2 \cdot \frac{90\text{m}}{2300\text{m}} \cdot \frac{50}{3{,}6}\text{m/s} = 44252\text{W} \approx \underline{\underline{44\text{kW}}}$$

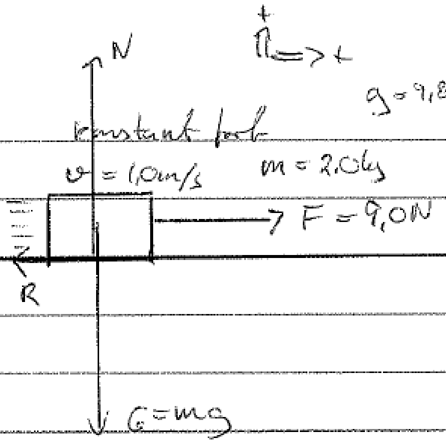
Oppg. 17

(5)

Oppgave 4

konstant fart

$v = 1{,}0\,m/s$ $m = 2{,}0\,kg$ $g = 9{,}81\,N/kg$



Forklaring

F = drakraft

R = friksjonskraft

G = tyngde av klossen

N = normalkraften på klossen fra underlaget.

Friksjonskraften R:

Newtons 1. lov: v = konstant gir $\sum F_x = 0$.

$$\sum F_x = F - R = 0$$

$$R = F = 9{,}0\,N \text{ mot fartsretningen}$$

Friksjonstallet μ:

$$\mu = \frac{R}{N}$$. Vi må finne N først!

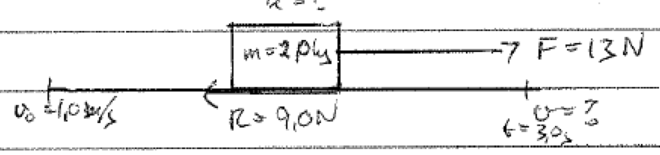
Newtons 1. lov: Vertikal fart $v_y = 0$ gir $\sum F_y = 0$

$$\sum F_y = N - G = 0$$

$$N = G = mg = 2{,}0\,kg \cdot 9{,}81\,N/kg = 19{,}62\,N$$

Friksjonstallet: $\mu = \frac{R}{N} = \frac{9{,}0\,N}{19{,}62\,N} = 0{,}458 \approx 0{,}46$

Akselerasjon ved drakraft på 13 N:



Newtons 2. lov: $\sum F = ma \wedge \sum F = F - R$

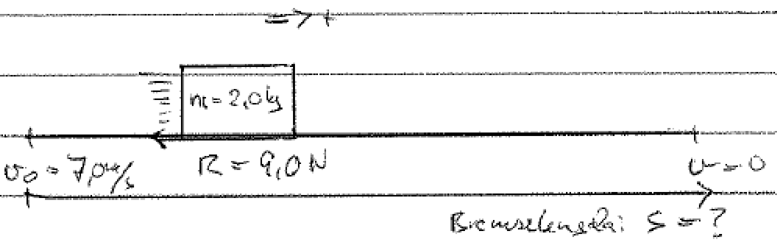
$$\Downarrow$$

Akselerasjonen: $a = \frac{F-R}{m} = \frac{13\,N - 9{,}0\,N}{2{,}0\,kg} = 2{,}0\,N/kg = 2{,}0\,m/s^2$

Sluttfarten etter 3,0 s:

$$v = v_0 + at = 1,0\,\text{m/s} + 2,0\,\text{m/s}^2 \cdot 3,0\,\text{s} = \underline{\underline{7,0\,\text{m/s}}}$$

c)



Finner først akselerasjonen under nedbremsinga:

Av Newtons 2. lov:

$$\sum F = ma \quad \wedge \quad \sum F = -R$$

$$-R = ma$$

$$a = \frac{-R}{m} = \frac{-9,0\,\text{N}}{2,0\,\text{kg}} = -4,5\,\text{N/kg}$$

$$= \underline{\underline{-4,5\,\text{m/s}^2}}$$

Bremselengda:

$$2as = v^2 - v_0^2 \quad \wedge \quad v = 0 \text{ ved stans}$$

Bremselengda s: $$s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(7,0\,\text{m/s})^2}{2 \cdot (-4,5\,\text{m/s}^2)} = 5,44\,\text{m} \approx \underline{\underline{5,4\,\text{m}}}$$