UNIVERSITETET I AGDER

FAKULTET FOR REALFAG OG TEKNOLOGI

J U L E T E N T A M E N

Emnekode:	**MA-015**
Emnenavn:	**Matematikk for forkurs**
Dato:	09.12.2015
Varighet:	5 timer
Antall sider inkl. forside	3
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator og formelsamling
Merknader:	Alle delspørsmål vektes likt. Mellomregninger skal tas med, og alle svar skal markeres tydelig.

Oppgave 1

Gjør uttrykkene så enkle som mulig:

a) $\dfrac{2x^2-8}{2x+8}:\dfrac{3x+6}{x+4}=$

b) $\left(\dfrac{a}{27}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\dfrac{6a^3}{a^2}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{2}=$

Løs likningene ved regning:

c) $(x-2)\sqrt{2}=\sqrt{x}$

d) $5\sin x-1=0 \qquad x\in[0,\,2\pi\rangle$

Løs likningsettet ved regning:

e) I) $x+y^2=2$ II) $-3x+y=-2$

Oppgave 2

a) Gitt en trekant ABC, der $AB=4,\ AC=x,\ BC=6-x$ og $\angle A=60°$.
Finn AC og $\angle B$.

b) Polynomet $P(x)=ax^2+bx+c$ har et nullpunkt for $x=2$ og toppunkt i $(0,\,12)$.
Bestem verdiene for koeffisientene a, b og c.

c) Løs ulikheten $\dfrac{x^2-6x+7}{x-1}\le -1$

Oppgave 3

En funksjon $f(x)$ er gitt som: $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2-4}$

a) Finn definisjonsmengden og eventuelle nullpunkter til $f(x)$.

b) Regn ut eventuelle asymptoter til funksjonen.

c) Vis ved utregning at $f'(x)=\dfrac{-16x}{\left(x^2-4\right)^2}$

d) Regn ut eventuelle topp- og bunnpunkter for $f(x)$.

e) Finn eventuelle vendepunkter til $f(x)$.

Oppgave 4

Temperaturen i en industrihall varierer periodisk over tid. Temperaturen kan med god tilnærming beskrives ved funksjonen:

$$T(x) = 3\sin\left(\frac{\pi}{12}x - \frac{3\pi}{4}\right) + 18 \quad x \in [0,\ 24]$$

der T er temperaturen i grader Celsius *x* antall timer etter midnatt.

a) Bestem funksjonens periode, amplitude og likevektslinje.

b) Hva blir den høyeste temperaturen i hallen?

c) Når er temperaturen høyest?

d) Vis at $T'(x) = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{12}x - \frac{3\pi}{4}\right)$. Regn også ut $T''(x)$.

e) Benytt resultatene i d) til å regne ut når temperaturen synker raskest.
Hvor mye synker den da pr. tidsenhet?

Oppgave 5

En funksjon $f(x)$ er definert ved $f(x) = 2x^3 - 8x \qquad D_f = R$

a) Faktoriser funksjonsuttrykket så mye som mulig.
Finn nullpunktene til $f(x)$.

b) Regn ut likningen til tangenten i punktet $\left(1,\ f(1)\right)$.

Bruk $f''(x)$ til å undersøke hvordan grafen til $f(x)$ krummer.

c) Tegn grafen og tangenten fra oppgave b) i samme koordinatsystem

Oppgave 6

Vi skal konstruere et høydebasseng som skal forsyne et område med vann. Bassenget skal utformes som en lukket sylindrisk tank med et volum på 800 m^3.

a) Finn høyden *h* i sylinderen uttrykt ved hjelp av radiusen *r*.
Anta at *h* og *r* måles i meter.

b) Vis at overflaten til sylinderen (målt i m^2) kan uttrykkes som:

$$O = 2\pi r^2 + \frac{1600}{r}$$

c) Vi ønsker å bruke minst mulig materialer når sylindertanken skal utformes.
Regn ut høyden *h* og radiusen *r* i dette tilfellet.