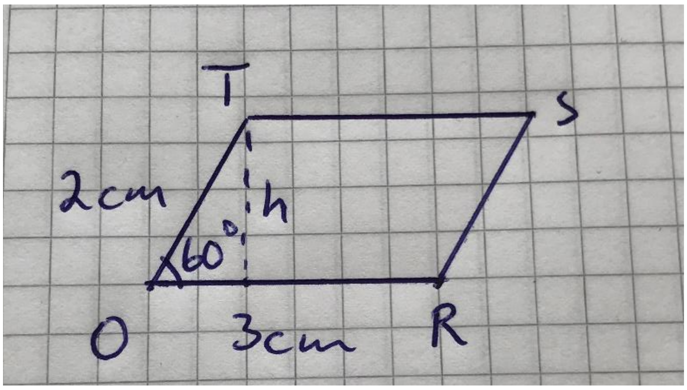
Time Out: vektorer (13.6)

Gitt parallellogrammet *ORST*. Vinkelen mellom *OR* og *OT* er $60°$. *OR* =3 cm og *OT*= 2 cm

a) Bestem høyden *h* i parallellogrammet.



Regner på trekanten til venstre:

$$\sin 60° = \frac{h}{2cm}$$

$$h = 2cm \cdot \sin 60° = \underline{\underline{\sqrt{3}cm}} \approx 1,732\,cm$$

Vi plasserer parallellogrammet i et koordinatsystem med *O* i origo. Og *OR* langs *x*- aksen.

b) Bestem koordinatene til O, R, S og T.

$\underline{\underline{O(0,0)}}$ ligger i origo

$\underline{\underline{\mathrm{R}(3,0)}}$ da $OR = 3$ og begge ligger på x-aksen.

For å bestemme koordinatene til T (x,y) finner jeg først koordinatene til P(x,0), punktet der høyden treffer OR.

$$\cos 60° = \frac{x}{2cm}$$

$$x = 2cm \cos 60° = 1cm \qquad T(1, y)$$

$$|\overrightarrow{OT}| = |[1, y]| = \sqrt{1+y^2} = 2 \qquad \text{løser likningen}$$

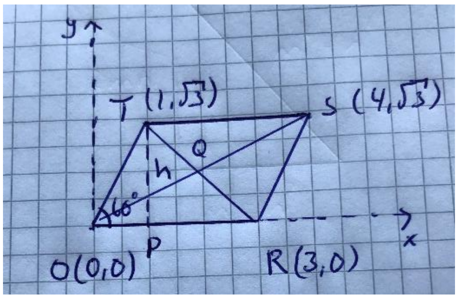
$$\sqrt{1+y^2} = 2$$

Vet at $1+y^2 = 4$

$$y^2 = 3$$

$$y = \sqrt{3} \qquad \underline{\underline{T(1,\sqrt{3}) \approx (1,\ 1,73)}}$$

Punktet S ligger i samme høyde som T, og 3 enheter til høyre, så koordinatene blir $\underline{\underline{S(4,\sqrt{3})}}$



c) Vi trekker diagonalene OS og RT i firkanten. Bestem vinklene mellom diagonalene. (Vinkel mellom to linjer er definert som den minste vinkelen.)
Bruker skalarprodukt

$$\overrightarrow{OS} = \left[4, \sqrt{3}\right] \qquad \left|\overrightarrow{OS}\right| = \sqrt{16+3} = \sqrt{19}$$

$$\overrightarrow{RT} = \left[-2, \sqrt{3}\right] \qquad \left|\overrightarrow{RT}\right| = \sqrt{4+3} = \sqrt{7}$$

$$\cos v = \frac{\overrightarrow{OS} \cdot \overrightarrow{RT}}{\left|\overrightarrow{OS}\right| \cdot \left|\overrightarrow{RT}\right|} = \frac{-5}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{7}}$$

$$\angle v = 115{,}7^\circ \qquad \angle u = 180^\circ - \angle v = \underline{\underline{64{,}3^\circ}}$$

d) Vis at koordinatene til skjæringspunktet Q blir $\left(2, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Skjæringspunktet vil være midtpunktet på OS (eller bruk RT).

$$La \qquad Q(x, y)$$

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OS}$$

$$[x, y] = \frac{1}{2}\left[4, \sqrt{3}\right] = \left[2, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$x = 2 \quad \wedge \quad y = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \underline{\underline{Q\left(2, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}}$$

e) Bestem arealet til parallellogrammet ORST.
Her er det flere muligheter:
Areal = $g \cdot h = 3\text{cm} \cdot \sqrt{3}\text{cm} = \underline{\underline{3\sqrt{3}\text{cm}^2}}$

Eller bruk arealsetning for trekanter (parallellogram delt i to like trekanter)

$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\text{cm} \cdot 2\text{cm} \cdot \sin 60^\circ = \underline{\underline{3\sqrt{3}\text{cm}^2}}$$

Eller ved en determinant med $\overrightarrow{OR}$ og $\overrightarrow{OT}$ som utspenner parallellogrammet.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} \end{vmatrix} = 3\sqrt{3} - 0 = 3\sqrt{3} \qquad A = \underline{\underline{3\sqrt{3}\text{cm}^2}}$$