EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER
Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.
Høgskolen i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

30. mai 2018

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk.
Godkjent kalkulator.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 5 sider medregnet forsiden, og inneholder 6 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

Forenkle uttrykket:

a) $$\frac{x^2 \cdot (x^2 - 2x + 1) \cdot \ln e^x \cdot \sin\frac{\pi}{4}}{(x^{-1})^{-1} \cdot e^{\ln x} \cdot (x-1) \cdot \sqrt{2}} =$$

Løs likningene ved regning. Løsningene skal gis ved eksakte svar.

b) $\sin 3x = -1, \qquad x \epsilon [-\pi, \pi].$

c) $\ln(x+2) - \ln x = 1$

Deriver funksjonene:

d) $f(x) = \sin(x) \cdot e^x$

e) $g(x) = \ln(\cos x)$

Løs integralene:

f) $$\int \frac{4x}{x^2 - 4}\, dx$$

g) $$\int \frac{4x}{x - 4}\, dx$$

h) $$\int_3^4 \frac{4}{x^2 - 4}\, dx$$

i) Funksjonen $f(t)$ er gitt ved den uendelige rekken

$$f(t) = 1 + \frac{t}{\sqrt{7}} + \frac{t^2}{7} + \frac{t^3}{7\sqrt{7}} + \frac{t^4}{49} + \cdots$$

Finn konvergensområdet til rekken og beregn summen av den konvergente uendelige rekken i dette området.

Oppgave 2

Gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$$

a) Bestem definisjonsområdet og eventuelle nullpunkter til $f(x)$.

b) Bestem eventuelle asymptoter til $f(x)$.

c) Vis at den deriverte til $f(x)$ blir

$$f'(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2}$$

d) Bestem eventuelle topp-/bunnpunkter og finn monotoniegenskapene til $f(x)$.

e) Skisser grafen til $f(x)$ og bestem verdimengden til $f(x)$.

Oppgave 3

Vektorene $\vec{u} = [-2,1,-1]$ og $\vec{v} = [1,-2,3]$ er gitt.

a) Beregn $\vec{u} \cdot \vec{v}$ og $\vec{u} \times \vec{v}$.

b) Finn vinkelen mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

c) Finn en likning for planet α som spennes ut av $\vec{u}$ og $\vec{v}$ og som inneholder origo.

d) Finn en parameterframstilling til planet β som er parallellt med planet α og inneholder punktet $P(2,3,-2)$

e) En linje l skjærer planet β i punktet P og planet α i punktet $Q(4,1,-3)$. Finn en parameterframstilling til linjen l.

Oppgave 4

I en klasse på 30 studenter tar 10 studenter fysikk og 22 studenter tar matematikk. 5 studenter tar både fysikk og matematikk. La F være hendelsen studenten tar fysikk og M være hendelsen studenten tar matematikk.

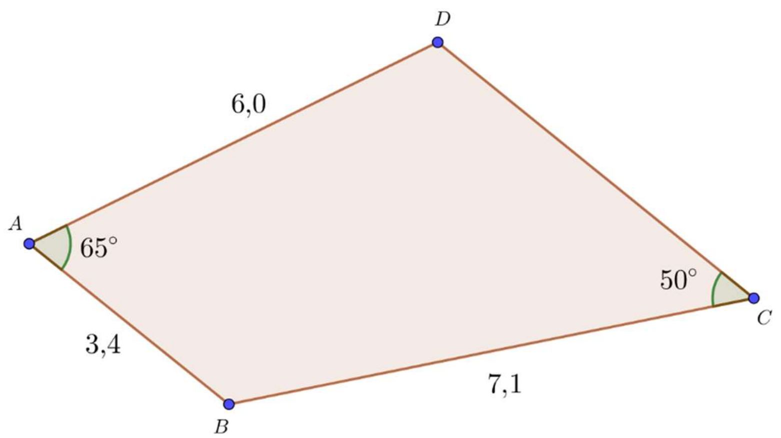
a) Tegn et venndiagram for disse hendelsene.

b) Regn ut: $P(F)$, $P(F \cap M)$, $P(F \cup M)$, $P(F|M)$ og $P(M|\overline{F})$.

c) En vinsmaking har følgende opplegg: Det fins 7 ulike viner å velge mellom, men en har bare mulighet til å smake på 5 (ulike) av disse. Vi antar at alle deltakere velger viner helt tilfeldig. Hva er det maksimale antallet deltakere det kan være på vinsmakingen, hvis det skal være mulig for hver person å velge forskjellige viner?

Oppgave 5

Finn arealet av figuren:



Oppgave 6

Temperaturen til et fysikalsk system kan beskrives ved hjelp av differensiallikningen

$$y'(x) = (1 - x)y(x), \qquad x \geq 0.$$

a) Vis at den løsningen som har temperaturen $y(0) = 10°C$ er

$$y(x) = 10e^{x - \frac{1}{2}x^2}$$

b) Finn systemets høyeste temperatur på intervallet $x \geq 0$.

c) Hva skjer med temperaturen til systemet etter hvert? Begrunn svaret.