

PÅSKETENTAMEN 2015

Emnekode:	MA-005-G MA-005-K
Emnenavn:	Matematikk for Forkurset
Dato:	20. mars 2015
Varighet:	0900 - 1400
Antall sider inkl. forside	3
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator Godkjente formelsamlinger (uten notater)
Merknader:	Løs hver oppgave på en oversiktlig måte. Ta med nødvendige mellomregninger, slik at du forklarer fremgangsmåten og begrunner svaret. Legg vekt på nøyaktige utregninger. Alle deloppgaver vektes likt

Oppgave 1

a) Vis at $x^2 + 2xy - 3y^2 = (x + 3y)(x - y)$

og trekk sammen uttrykket

$$\frac{x - y}{x^2 + 2xy - 3y^2} - \frac{2}{x - y} - \frac{7}{x + 3y}$$

Løs likningene ved regning. Bruk eksaktverdier der det er naturlig:

b) $2x - \sqrt{x + 1} = 13$

c) $\left(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\tan x + 1) = 0 \quad x \in [0, 2\pi)$

d) $4\ln(x)^2 - 3(\ln x)^2 + 3 = 0$

Oppgave 2

Deriver funksjonene:

a) $f(x) = x^5 e^{5x}$

b) $f(x) = \ln(2x^2 + 2x)$

c) $f(x) = \frac{\sin 2x}{2x}$

Oppgave 3

Løs integralene ved regning

a) $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx$

b) $\int \cos^2 x \, dx$ Tips: Enklest å løse integralet ved å bruke en omskriving av $\cos 2x$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$

Oppgave 4

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = 3 - 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \quad x \in [0, 2\pi]$

a) Finn amplituden, likevektslinja og perioden

b) Finn ved regning funksjonens 2 toppunkter og 2 bunnpunkter

c) Tegn grafen til f sammen med linja $y = 4$ i et koordinatsystem, og løs likningen $f(x) = 4$ grafisk

d) Løs likningen $f(x) = 4$ ved regning. Bruk eksaktverdier

Oppgave 5

Punktene $A(1,2,4)$, $B(2,-3,1)$, $D(5,3,1)$ og $T(5,10,6)$ er gitt.

- a) Punktene A , B og D er tre av hjørnene i et trapes $ABCD$ der $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$
Finn koordinatene til hjørnet C i trapeset
- b) Regn ut $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ og $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}$
- c) Finn $\angle BAD$ og arealet av $\triangle ABD$ ved regning
- d) Punktene A , B , D og T er hjørnene i en trekantet pyramide
Finn ved regning volumet av pyramiden

Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - x - 2}$

- a) Finn funksjonens nullpunkter og vertikalasymptoter
- b) Vis at $f'(x) = \frac{4(2x-1)}{(x^2 - x - 2)^2}$ og finn eventuelle topp- og bunnpunkter
- c) Tegn grafen til f med vertikalasymptoter i et koordinatsystem
- d) Vis at $\int f(x) dx = x + \frac{4}{3} \ln|x+1| - \frac{4}{3} \ln|x-2| + C$
- e) Finn arealet avgrenset av grafen til f , x -aksen og linja $x = 4$ ved regning

Eksakte verdier i trigonometri

$\angle u, ^\circ$	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\angle u, \text{rad}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin u$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos u$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan u$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ikke def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ikke def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Vektorformler

Vektor produkt $[x_1, y_1, z_1] \times [x_2, y_2, z_2] = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$

Lengden av vektoren $\vec{a} \times \vec{b}$ er $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin v$

Arealet av et parallelogram er $A = |\vec{a} \times \vec{b}|$

Arealet av en trekant er $A = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$

Trippelprodukt $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$

Volum av parallelepiped $V = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$

Volum av firkantet pyramide $V = \frac{1}{3} |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$

Volum av trekantet pyramide $V = \frac{1}{6} |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}|$