

Vektorer - et en rask intro

Tall: Størrelse

Vektor: Størrelse og en retning.

Ex: Fart.

Størrelse: Hastighet

Retning: Hvor jeg beveger meg.

Kraft: Størrelse; Målt i Newton

Retning: Hvilken vei kraften virker.

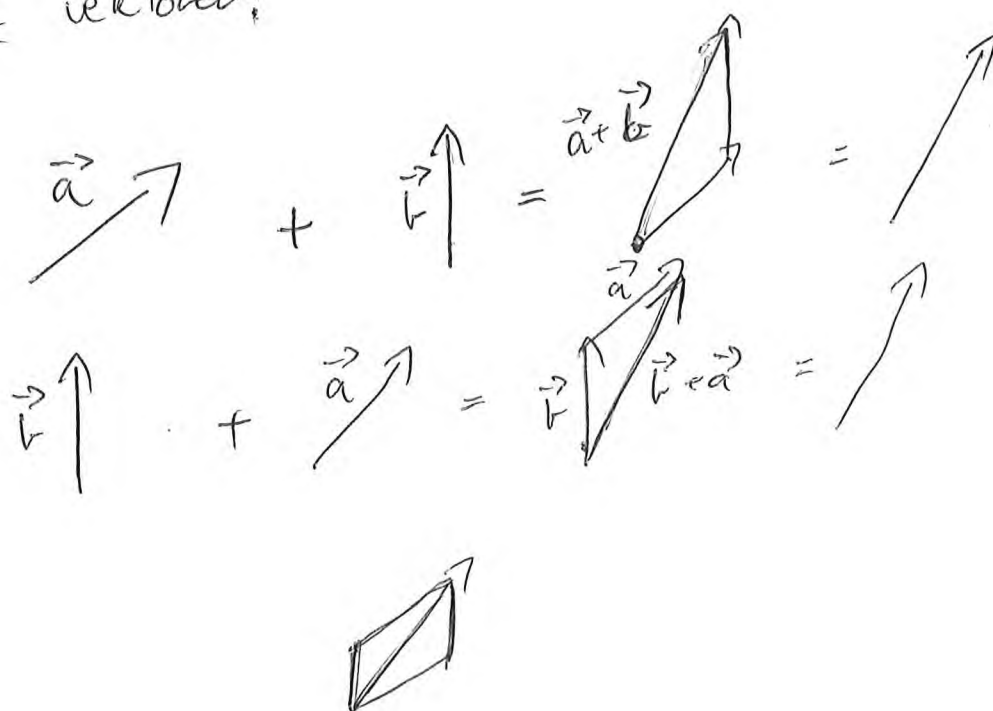
Representeres som piler:

Retning: Den pila peker.

Størrelsen: Hvor lang pila er.

Samme retning, men en større.

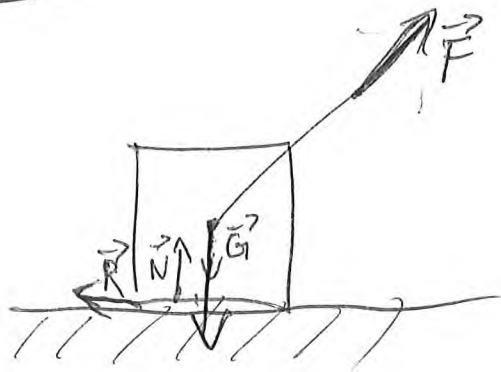
Vil plusse vektoren:



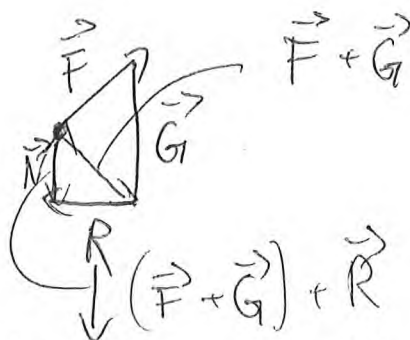
Nullvektoren: Vektoren som har størrelse 0.

Eneste vektoren som ikke har en retning.
Evt. har alle retninger.

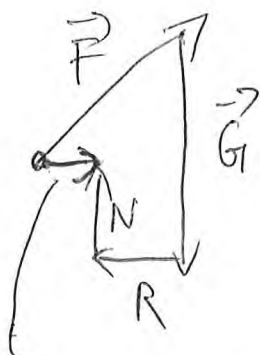
Eks:



Klamer ikke flytte boksen
Pusser alle vektorer.



Alt: Om jeg havde klaret at trække den:

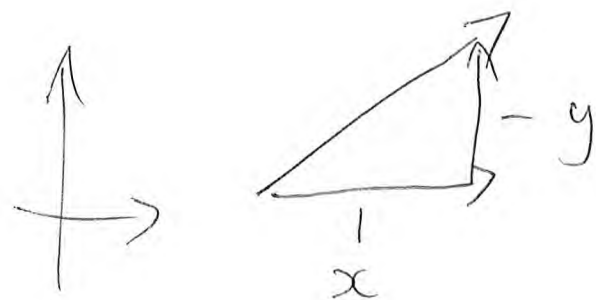


Sammen ar kræfter \rightarrow

Å dekomponere en vektor:

Nok info:

Hvor lang er x-biten?
Hvor lang er y-biten?



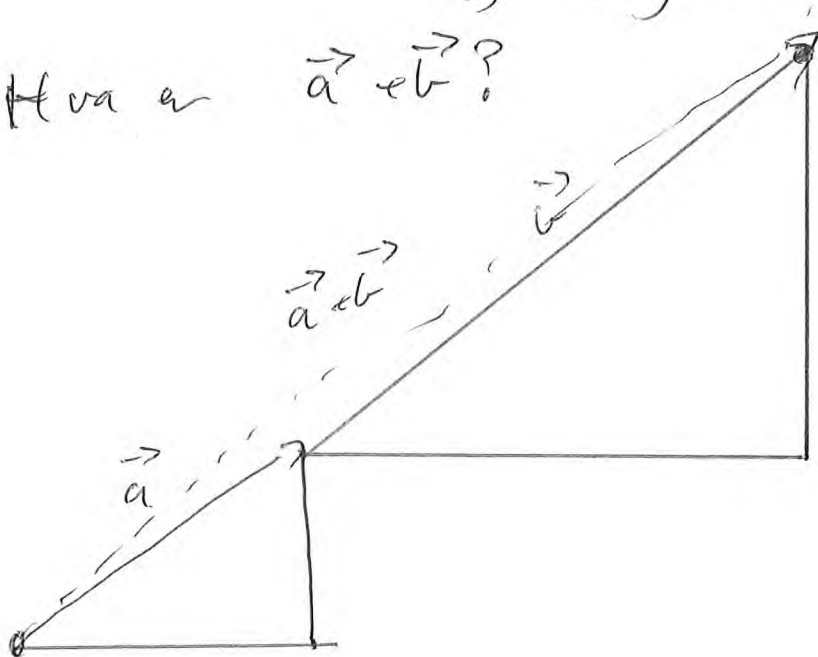
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{a + b}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} + \vec{b} &= (\vec{a_x} + \vec{a_y}) + (\vec{b_x} + \vec{b_y}) \\ &= (\vec{a_x} + \vec{b_x}) + \vec{a_y} + \vec{b_y} \end{aligned}$$

$$= \vec{a_x} + \vec{b_x} + \vec{a_y} + \vec{b_y}$$

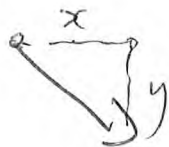
To vektorer: Vektor \vec{a} har lengde 3 i x-retning
 og lengde 2 i y-retning
 Vektor \vec{b} har lengde 5 i x-retning
 og lengde 4 i y-retning.

Hva er $\vec{a} + \vec{b}$?



$\vec{a} + \vec{b}$ må ha en
 x-retning med
 lengde $3 + 5 = 8$,
 og y-retning med
 lengde $2 + 4 = 6$.

Tegner i stedet:



3 i x

2 i y:



[3, -2]



[-3, 2]



[-3, -2]

Må si både:

Hvor langt går vi i
x-retning/y-retning?

Går vi opp eller ned i
y-retning?

Går vi høyre eller venstre
i x-retning?

Førrige eksempel:

$$\vec{a} = [3, 2]$$

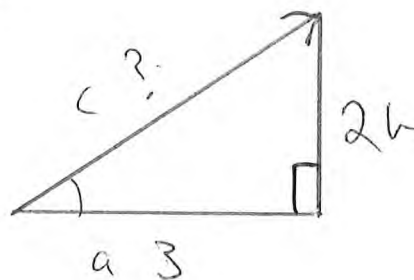
$$\vec{b} = [5, 4]$$

$$\vec{a} + \vec{b} = [8, 6]$$

Hvor lang er en dekomponert vektor?

$$\vec{a} = [3, 2]$$

Ved måling: ca 3.6 lang.



Pythagoras:

Hvis vi har en
rettvinklet trekant,
har vi

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

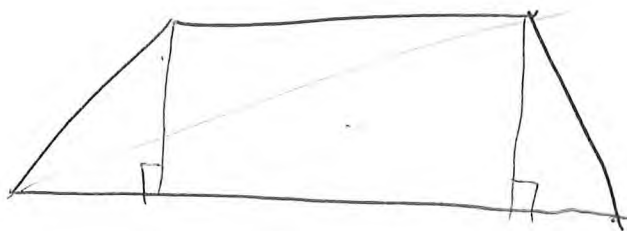
$$\text{Her: } 3^2 + 2^2 = c^2$$

$$13 = c^2$$

$$c = \sqrt{13} \approx 3.61$$

Trigonometri - Løsen om trekanter.

Eks:



Pythagoras' setning:

^{og konklus,}
Hvis vi har en rettvinklet trekant med kateter a og b, og hypotenus c, må $a^2 + b^2 = c^2$.

To ting:

- En måte å finne den tredje sida i en rettvinklet trekant om vi kan to av dem.
- En måte å sjekke om en trekant med tre kjente sider er rettvinklet.

Eks: En trekant har sidelengder 3, 4, og 5.
Er den rettvinklet?

$$\text{Er } 3^2 + 4^2 = 5^2?$$

$$9 + 16 = 25 \quad \checkmark \quad \text{Denne er rettvinklet.}$$

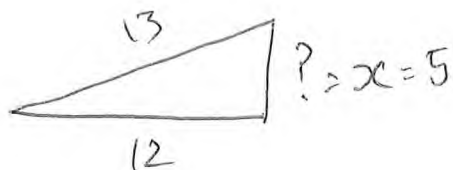
Eks: En trekant har sidelengder 4, 12, 13.
Er den rettvinklet?

$$\text{Er } 4^2 + 12^2 = 13^2?$$

$$16 + 144 = 169 \quad \times \quad \text{Nei, ikke rettvinklet.}$$

" \neq
160

Trikant med katet på 12 cm, hypotenus på 13 cm,
hva må siste katet være for at dette skal være rettviinkel?



$$x^2 + 12^2 = 13^2$$

$$x^2 + 144 = 169$$

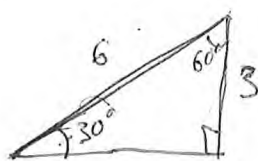
$$x^2 = 169 - 144$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25} = 5$$

Neste problem:

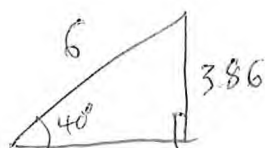
Trikant, rettviinkel, hypotenusen er på 6,
ene vinkelen er 30° .



30° er "det samme som"
motstående katet er halparten
så stor som hypotenusen.

$$30^\circ \leftrightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Trikant, rettviinkel, hypotenusen er på 6,
ene vinkelen er 40° .



$$40^\circ \leftrightarrow \approx 0.643$$

Samme som at motstående katet er
64.3% av hypotenusen.

Vi har en knapp på kalkulatoren som regner ut dette forholdet

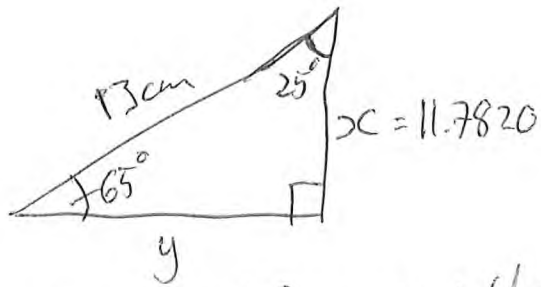
for oss: $\sin \leftrightarrow \sin$

$$\sin 30 = 0.5$$

$$\sin 40 = 0.64278766969...$$

Ex 5: En ^{rettvinklet} trekant har en hypotenus på 13 cm, og den ene vinkelen er 65° . Find alt om trekanten.

Summen af vinkler
i en trekant er
alltid 180° .



Sinus til en vinkel er forholdet mellem modstående katet og hypotenus.

$$\sin(V) = \frac{\text{modstående}}{\text{hypotenus}}$$

$$\begin{aligned}\sin(65^\circ) &= \frac{x}{13} \Rightarrow x = 13 \cdot \sin(65^\circ) \\ &= 13 \cdot 0.9063 \\ &= 11.7820\end{aligned}$$

To måder at finde y:

① Brug sin igen:

$$\begin{aligned}\sin(25^\circ) &= \frac{y}{13} \Rightarrow y = 13 \cdot \sin(25^\circ) \\ &= 13 \cdot 0.4226 \\ &= 5.4940\end{aligned}$$

② Brug Pythagoras:

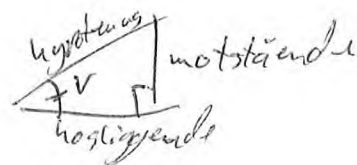
$$y^2 + (11.7820)^2 = 13^2$$

$$\begin{aligned}y^2 &= 169 - 138.8155 \\ &= 30.1845\end{aligned}$$

$$y = \sqrt{30.1845} = 5.4940.$$

Har lært om magiske sinus:

$$\sin(v) = \frac{\text{motstående}}{\text{hypotenus}}$$

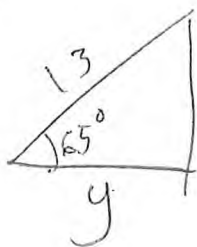


Finnes også en kobling mellem forholdet $\frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenus}}$.

$$\cos(v) = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenus}}$$

Kalkulator: cos

Ekse:

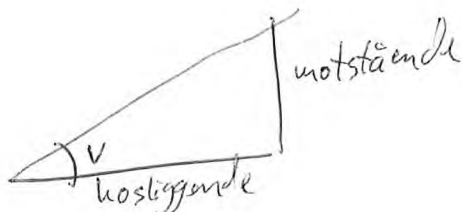


$$\begin{aligned}\cos(65^\circ) &= \frac{y}{13} \Rightarrow y = 13 \cdot \cos 65^\circ \\ &= 13 \cdot 0.42276 \\ &= 5.4940.\end{aligned}$$

Regel: $\sin(v) = \cos(90^\circ - v)$

Siste mulighed:

Hva med forholdet $\frac{\text{motstående}}{\text{hosliggende}}$?



Tangens



$$\frac{\text{motstående}}{\text{hosliggende}} = \frac{\text{motstående/hypotenus}}{\text{hosliggende/hypotenus}} = \frac{\sin v}{\cos v} = \tan v$$

Før en rettvinklet trekant kan vi da sinne alt om trekanten om vi kan én vinkel og én side.

SOH CAH TOA : $\sin = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenus}}$, $\cos = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenus}}$, $\tan = \frac{\text{opposite}}{\text{Adjacent}}$

Dekomponering av vektor.

