Forelesning - 04.02.22

FYS009-G 21H - Fysikk realfagskurs

Kapittel 15 - Kraft og bevegelse II

Forelesningene dekker i hovedsak boken *Rom-Stoff-Tid - Fysikk forkurs* fra Cappelen Damm. I tillegg til teorien gjennomgåes det endel simuleringer og regnede eksempler. De fleste eksemplene er orientert etter oppgaver fra boka, men også andre oppgaver og problemstillinger kan taes opp.

Repetisjon av Newtons lover på komponentform

Boka: side 400-401.

Krefter og bevegelse på skråplan

Boka: side 402.

Regnet: Eksempel 15.2

Energibetraktninger i forhold til friksjon og luftmotstand

Litt om friksjon: Boka: side 404.

Regnet: Eksempel 15.3

Arbeid-Energi setningen og Boka: side 109.

Andre oppgaver på skråplan + relaterte problemer

Regnet: Oppgave 15.357

Regnet: Ballkast ned luftmotstand

Regnet: Takstein

Snordrag

Boka: side 406-407.

Regnet: Oppgave 15.323

Akselerometer

Akselerometer basert på kule som henger i en snor. Dekomposisjon av snorkraft.

Akselerometer

Arbeid-Energi setningen

Side 109 i læreboka:

For et legeme i *translatorisk* bevegelse er arbeidet som summen av kreftene gjør på legemet, lik endringen i kinetisk energi

$$\boxed{W_{\Sigma F} = \Delta E_k = \tfrac{1}{2}mv_1^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2}$$

Dette betyr at et *tap* i kinetisk energi på ΔE_k må skyldes en sum av krefter ΣF som har utført et negativt arbeid på legemet. Hvis kreftene har utført et positivt arbeid på legemet så vil dette lede til en *økning* i kinetisk energi.

Friksjonskrefter og luftmotstand vil som regel utføre negativt arbeid.

Hvis arbeidet fra en kraft utføres over en strekning s vil vi ha at

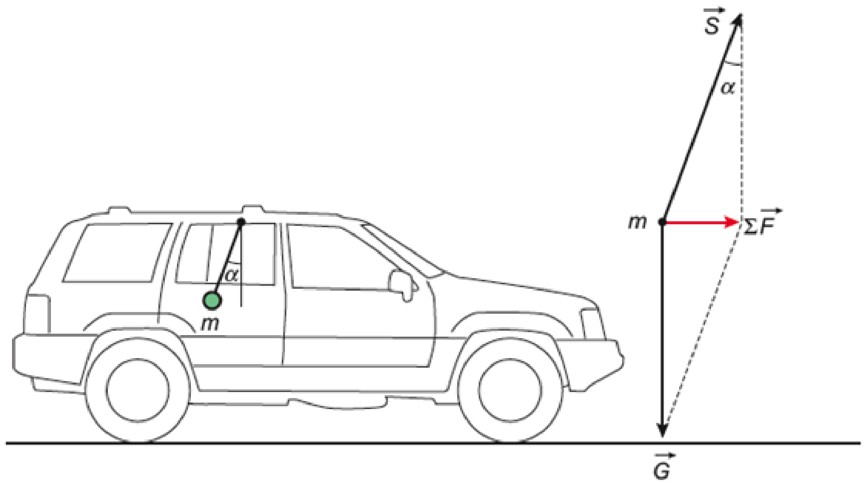
$$W = Fs \qquad \Rightarrow \qquad F = \frac{W}{s}$$

Hvis legemet utsettes for to krefter F_1 og F_2 som begge utfører negativt arbeid W_1 og W_2 på legemet, så gjelder

$$W_1 + W_2 = (F_1 + F_2)s \qquad \Rightarrow \qquad F = F_1 + F_2 = \frac{W_1 + W_2}{s}$$

Akselerometer i bil

En ball som henger i en snor kan fungere som et primitivt akselerometer.

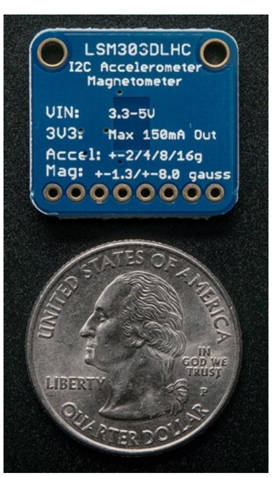


Når bilen akselererer mot høyre med en akselerasjon a, vil snoren (og kula) vippes opp med en vinkel α. Kula vil følge med bilen med samme akselerasjon a som bilen, og trenger derfor en kraftkomponent i x-retning.

Når snoren danner en vinkel med loddlinjen vil en del av snorkraften $\vec{S}$ fra snora, ha en komponent S_x, som vil besørge akselerasjonen i x-retning.

Straks akselerasjonen til bilen opphører vil snoren henge rett ned, fordi kulen ikke lenger er akselerert.

Moderne digitale akselerometere



Moderne digitale akselerometer fungerer faktisk i all hovedsak utfra samme prinsippet.

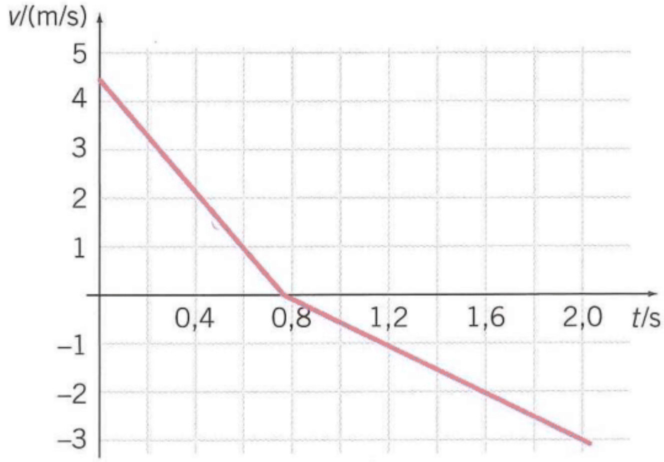
Men de er selvfølgelig mye mer sofistikerte.

Akselerometeret som er avbildet til venstre er et såkalt «Triple-axis Accelerometer», det vil si at det måler akselerasjoner i alle tre romretninger. Det fungerer også som et magnetometer.

Prisen er typisk 2-300 kroner.

15.357

En gruppe fysikkstudenter sendte en kloss oppover et skråplan. De brukte datalogger for å få informasjon om bevegelsen. Grafen nedenfor viser farten til klossen som funksjon av tida. Studentene slapp klossen ved tida $t = 0$ s.

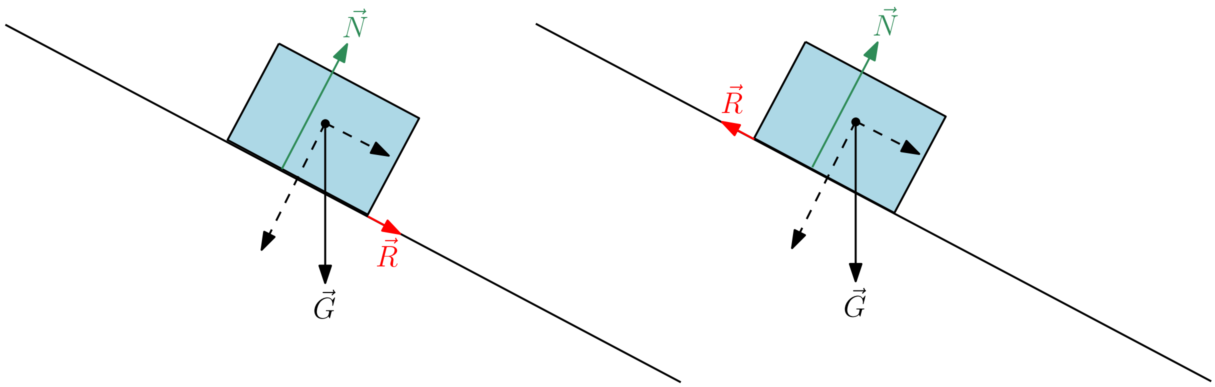


a) Tegn de kreftene som virker på klossen når den er på vei oppover skråplanet, og når den er på vei nedover skråplanet.

b) Bruk grafen til å finne ut mest mulig om bevegelsen.

Løsning:

(a) Vi ser kreftene på klossen når den er på vei *oppover* og *nedover* skråplanet:



(b) Vi ser at på vei opp starter den med en hastighet på omlag 4.3 m/s, som avtar til 0 m/s i det den når toppen. Deretter sklir den nedover igjen, og ser ut til å nå bunnen igjen med en hastighet på 3 m/s i motsatt retning.

Tiden den bruker på å nå toppen er omlag 0.78 s, mens den bruker omlag 1.3 s på å skli tilbake.

Akselerasjonen på vei opp er da

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 \text{ m/s} - 4.3 \text{ m/s}}{0.78 \text{ s}} \simeq -5.5 \text{ m/s}^2$$

mens den på vei ned er

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-3 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{1.3 \text{ s}} \simeq -2.3 \text{ m/s}^2$$

Dette skyldes at på vei opp bremser både gravitasjon og friksjon bevegelsen, men på vei ned virker disse i motsatte retnnger.

Oppgave - Ballkast med luftmotstand

Vi kaster en ball loddrett oppover med startfarten v_0. Vi setter tiden som ballen bruker på vei opp til toppen av banen lik t_1, og tiden den bruker på vei ned lik t_2.

(a) Først ser vi bort fra luftmotstand. Bruk en bevegelsesformel for hastigheten $v(t)$ til å finne tiden t_1 som ballen bruker på vei opp. Avgjør om $t_1 = t_2$, $t_1 > t_2$ eller $t_1 < t_2$.

(b) Ballen møter jo i praksis luftmotstand. Bruk energibetraktninger til å finne ut om $t_1 = t_2$, $t_1 > t_2$ eller $t_1 < t_2$, hvis vi regner med luftmotstand underveis.

Fasit: Oppgave - Ballkast med luftmotstand

(a) Vi setter generelt for hastigheten

$$v = v_0 + at = v_0 - gt$$

der vi har valgt positiv retning oppover.

<u>På vei opp</u> vil starthastigheten være v_0 og slutthastigheten $v = v_{\text{topp}}$ være lik null. Tiden er $t = t_1$, slik at

$$v = v_{\text{topp}} = v_0 - gt_1 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad t_1 = \frac{v_0}{g}$$

<u>På vei ned</u> vil starthastigheten være $v = v_{\text{topp}} = 0$ og slutthastigheten $v = -v_0$. Tiden er $t = t_2$, slik at

$$-v_0 = 0 - gt_2 \qquad \Rightarrow \qquad t_2 = \frac{v_0}{g}$$

Altså er $t_1 = t_2 = v_0/g$.

Man kan også argumentere veldig kort:
På grunn av at den mekaniske energien er bevart (ingen luftmotstand), vil startfarten v_0 også være lik sluttfarten v (i absolouttverdi). Siden ballen møter samme akselerasjon begge veier, men med motsatt fortegn, vil den derfor bruke like lang tid oppover som nedover.

(b) Når ballen erfarer luftmotstand vil den hele tiden miste mekanisk energi. Den potensielle energien er gitt ved $E_p = mgh$, slik at den er den samme på en gitt høyde h, uansett om ballen er på vei ned eller opp.

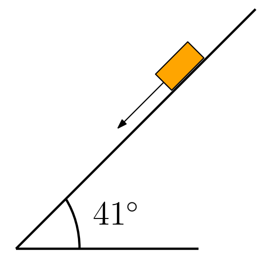
Når ballen befinner seg på en gitt høyde h vil den altså ha lik potensiell energi enten den er på vei opp eller på vei ned. Siden den totale mekaniske energien avtar, må ballen altså ha mindre fart på vei ned (ved en gitt høyde h) enn den hadde på vei opp, ved den samme høyden.

Siden dette gjelder for alle høyder h vil ballen altså ha mindre fart på en viss høyde h på vei ned, enn den hadde på tilsvarende høyde h på vei opp. Den vil da bruke lengre tid på vei ned.

Vi finner altså at $t_1 < t_2$.

Oppgave - Takstein

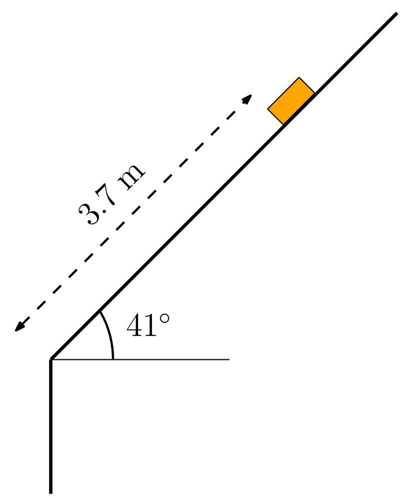
En løs takstein glir nedover taket på et hus, slik som på figuren. Taket danner vinkelen 41° med horisontal retning.



(a) Anta at taksteinen glir nedover taket med *konstant fart*. Tegn kreftene som virker på taksteinen i dette tilfellet, og kommenter størrelsen på kreftene.

(b) Finn friksjonstallet μ for friksjon mellom taksteinen og taket.

Etter å ha glidd et stykke med konstant fart $v = 1$ m/s, kommer taksteinen inn i et isete område hvor friksjonen er endel mindre. Man finner at verdien for $\mu = 0.30$. Det isete området strekker seg fra kanten av taket og 3.7 m oppover taket.



(c) Hva slags bevegelse er det taksteinen får nå? Kommenter størrelsen på kreftene når den glir på denne måten.

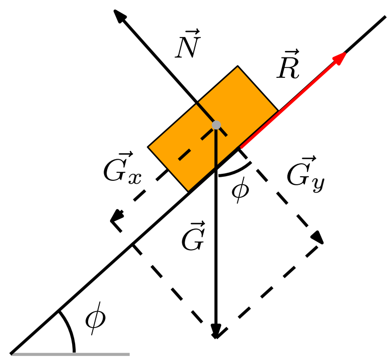
(d) Finn hastigheten som steinen har når den passerer kanten av taket.

(e) Det er en høyde på 5 m fra kanten av taket til bakken. Hvor langt unna husveggen lander taksteinen?

(f) Hva er farten til taksteinen når den treffer bakken? Med hvilken vinkel treffer taksteinen bakken?

Fasit: Oppgave - Takstein

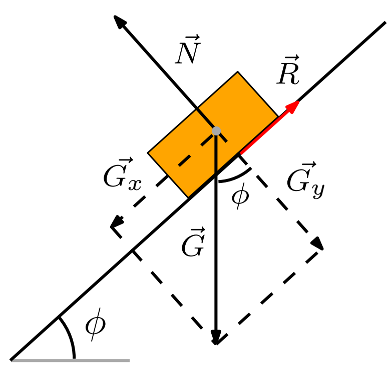
(a) Vi setter gravitasjonskraften $m\vec{g} = \vec{G}$. Dersom hastigheten er konstant er summen av kreftene $\Sigma\vec{F}$, både *langs* taket og *normalt* på taket, lik null. Da får vi for normalkomponenten at $\underline{N = G_y}$ og for komponenten langs taket at $\underline{G_x = R}$.



(b) Vi finner for komponentene av tyngden $\vec{G}$ at $G_x = G\sin\phi$ og $G_y = G\cos\phi$, der $\phi = 41°$. Vi vet at $R = \mu N$, og med konstant fart er $R = G_x$ og $N = G_y$. Da er

$$\mu = \frac{R}{N} = \frac{G_x}{G_y} = \tan\phi = \tan 41° \simeq \underline{0.87}$$

(c) Når farten øker nedover langs taket, er totalsummen av kreftene $\Sigma\vec{F}$ i denne retningen positiv. Derfor blir $\underline{N = G_y}$ og $\underline{G_x > R}$.



(d) Vi finner akselerasjonen som klossen får langs taket ved

$$ma = G_x - R \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{G_x - R}{m}$$

Vi finner friksjonskraften $R = \mu N = \mu G_y = \mu G\cos\phi = \mu mg\cos\phi$. Vi har videre at $G_x = G\sin\phi = mg\sin\phi$. Da blir

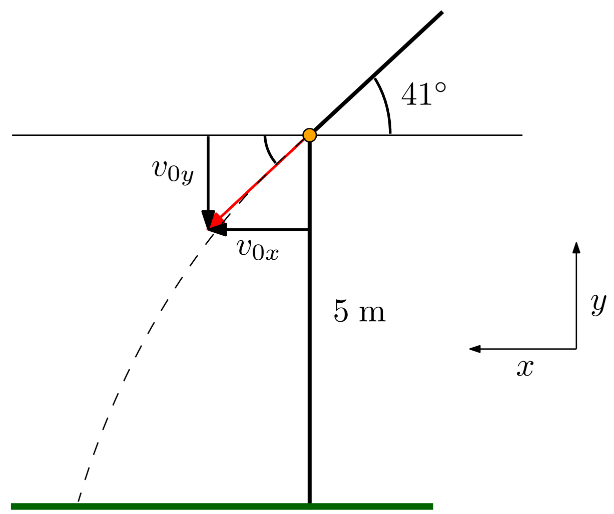
$$a = \frac{G_x - R}{m} = \frac{mg\sin\phi - \mu mg\cos\phi}{m} = g(\sin\phi - \mu\cos\phi) \simeq 4.21\ \mathrm{m/s^2}$$

med $\phi = 41°$. Vi finner hastigheten v fra

$$v^2 = v_0^2 + 2as = (1\ \mathrm{m/s})^2 + 2\,(4.21\ \mathrm{m/s^2})(3.7\ \mathrm{m}) \simeq 32.15\ \mathrm{m^2/s^2}$$

hvor $v_0 = 0$. Dette gir hastigheten $\underline{v \simeq 5.67\ \mathrm{m/s}}$.

(e) Vi får følgende figur



Vi setter origo der taksteinen faller utenfor taket. Da er

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 41° \simeq 4.28\ \mathrm{m/s} \qquad\qquad v_{0y} = -v_0 \cdot \sin 41° \simeq -3.72\ \mathrm{m/s}$$

Vi får da bevegelseslikningene

$$x = v_{0x}t \qquad\qquad y = v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

Med starthastighetene v_{0x} og v_{0y} satt inn, gir dette for y-komponenten

$$-5 = (-3.72\ \mathrm{m/s})t - (4.9\ \mathrm{m/s^2})t^2$$

som gir annengradslikningen (uten enheter)

$$4.9t^2 + 3.72t - 5 = 0$$

Denne har løsninger $t = -1.46$ og $t = 0.70$. Taksteinen treffer altså bakken etter $t = 0.70$ s. Da får vi at lengden x når taksteinen treffer bakken er

$$x = v_{0x}t = (4.28\ \mathrm{m/s}) \cdot (0.70\ \mathrm{s}) \simeq 2.97\ \mathrm{m} \simeq \underline{3\ \mathrm{m}}$$

(f) Hastighetene er gitt ved

$$v_x = v_{0x} = 4.28 \text{ m/s} \qquad\qquad v_y = v_{0y} - gt = -3.72 \text{ m/s} - (9.81 \text{ m/s}^2)t$$

Ved $t = 0.70$ s får vi da at

$$v_x = v_{0x} = 4.28 \text{ m/s} \qquad\qquad v_y = -10.59 \text{ m/s}$$

Dette gir

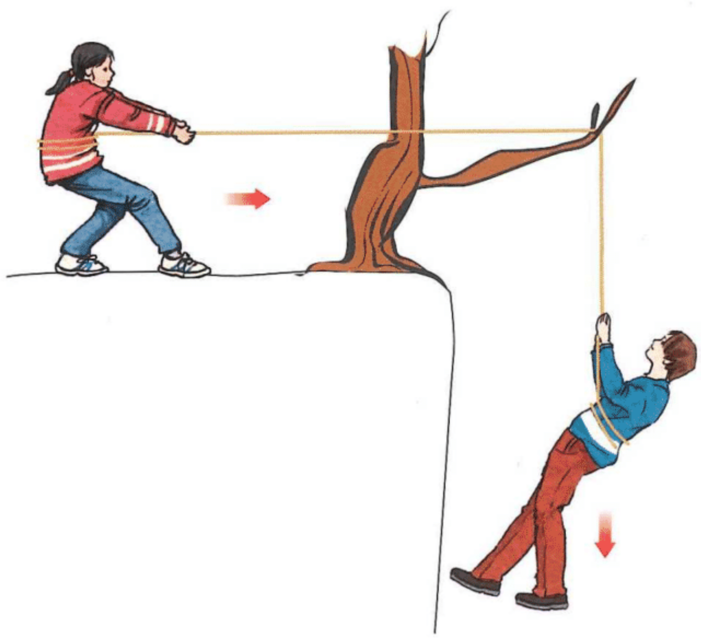
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \simeq \underline{11.42 \text{ m/s}}$$

Vinkelen θ mellom bakken og fartsvektoren $\vec{v} = [\, v_x, v_y \,]$ er da gitt ved

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} \simeq 2.47 \qquad \Rightarrow \qquad \theta \simeq 67.97^\circ \simeq \underline{68^\circ}$$

15.323

Kari og Ola er bundet sammen med et uelastisk tau med masse vi kan se bort fra. Tauet går over en sterk grein på et tre. Kari står på et horisontalt, isete (friksjonsfritt) underlag i det Ola er uheldig og faller utfor en klippe, se figuren.



Anta – selv om det kanskje er urealistisk – at tauet glir friksjonsfritt over greina, og at det er horisontalt fra Kari til greina. Kari veier 60 kg og Ola 70 kg.

a) Finn akselerasjonen til Kari og Ola.

b) Bestem draget i tauet.

c) Hva skjer med bevegelsene til Kari og Ola hvis tauet plutselig ryker?

Løsning:

Vi velger positiv retning mot høyre for Kari (1) og nedover for Ola (2).

Dette er egentlig et 1-dimensjonalt problem, og så lenge snora er stram og uelastisk vil derfor akselerasjonen til Kari og Ola være like store i absolouttverdi, men ha forskjellig retning. Vi setter

$$a_1 = a_2 = a$$

Fra side 405 i læreboka finner vi at snordraget er like stort i begge ender av en masseløs («lett») eller ikke-akselerert snor. Derfor vil

$$S_1 = S_2 = S$$

(a) Siden Kari og Ola beveger seg i to forskjellige retninger må vi bruke Newtons lov på begge to hver for seg.

Vi får da to likninger med to ukjente:

$$\text{Kari:}\quad F_1 = S_1 = m_1 a_1 \qquad\qquad \text{Ola:}\quad F_2 = G_2 - S_2 = m_2 a_2$$

eller med $S_1 = S_2 = S$ og $a_1 = a_2 = a$

$$\text{Kari:}\quad S = m_1 a \qquad\qquad \text{Ola:}\quad G_2 - S = m_2 a$$

Vi setter $S = m_1 a$ og $G_2 = m_1 g$ inn i likningen for Ola, og får

$$m_1 g = (m_1 + m_2) a \qquad \Rightarrow \qquad a = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) g$$

med massene $m_1 = 60\ \mathrm{kg}$ og $m_2 = 70\ \mathrm{kg}$ får vi $\underline{a = 5.28\ \mathrm{m/s^2}}$.

(b) Vi får at

$$S = m_1 a = (60\ \mathrm{kg})(5.28\ \mathrm{m/s^2}) \simeq \underline{317\ \mathrm{N}}$$

(c) Siden Kari står på en isete underlag vil hun fortsette framover, men nå uten akselerasjon, altså med konstant fart. Ola vil falle fritt med $a = g$.