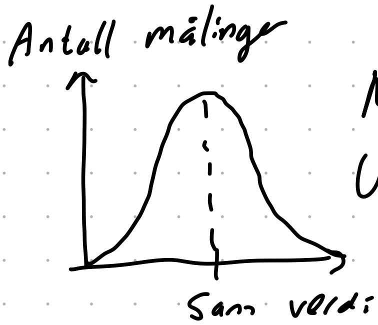
OPPSUMMERING

- Nøyaktighet (accuracy)



Nøyaktig
Upresis

- Presisjon (precision)

Presis
Unøyaktig

- Absolutt usikkerhet : δT = største avvik fra middelverdi

  Flere enn 10 målinger : $\delta T = \dfrac{\text{største avvik}}{2}$

- Middelverdi : $\overline{T} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} \text{Måling } i}{N}$

- Relativ usikkerhet : $\dfrac{\delta T}{\overline{T}}$

- Antall siffer : $\overline{T} = 10{,}1\cancel{33}\,s$, $\delta T = 0{,}1\cancel{34}\,s$

$$T = 10{,}1\,s \pm 0{,}1\,s = (10{,}1 \pm 0{,}1)\,s$$

Kap 3.3 Usikkerhet i sammensatte størrelser

Vi har målt to lengder:

$$L_1 = \bar{L}_1 \pm \delta L_1 \qquad L_2 = \bar{L}_2 \pm \delta L_2$$

Hva er usikkerheten i:

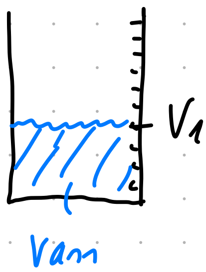
1) $\Delta L = L_2 - L_1$ $\qquad \delta(\Delta L) = \delta L_2 + \delta L_1$

2) $A = L_1 L_2$ $\qquad \dfrac{\delta A}{A} = \dfrac{\delta L_1}{L_1} + \dfrac{\delta L_2}{L_2}$

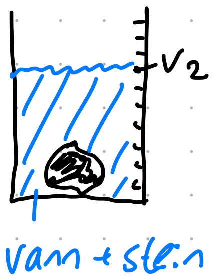
Forholdet $\dfrac{L_1}{L_2}$ $\qquad \dfrac{\delta(L_1/L_2)}{L_1/L_2} = \dfrac{\delta L_1}{L_1} + \dfrac{\delta L_2}{L_2}$

---

1) Addisjon og subtraksjon av målte størrelser



Vi vil finne volumet til en stein og måler det ved å senke steinen i en målesylinder med vann.



Vi har målt 2 volum med usikkerhet:

$$V_1 = 40\,cm^3 \pm 1\,cm^3$$

$$V_2 = 71\,cm^3 \pm 1\,cm^3$$

Volumet til steinen er $V = V_2 - V_1$

$$V = 71\,cm^3 - 40\,cm^3 = 31\,cm^3$$

Vi finner største og minste verdi volumet kan ha:

$$V_{max.} = V_{2,max.} - V_{1,min.} = 72\,cm^3 - 39\,cm^3 = 33\,cm^3$$

$$V_{min.} = V_{2,min.} - V_{1,max.} = 70\,cm^3 - 41\,cm^3 = 29\,cm^3$$

$$V_{max.} - \bar{V} = 2\,cm^3$$

$$\bar{V} - V_{min.} = 2\,cm^3$$

Avviket fra den oppgitte verdien er $2\,cm^3$.

$$\delta V = 2\,cm^3$$

$$V_{stein} = 31\,cm^3 \pm 2\,cm^3$$

Når vi adderer og/eller subtraherer målte størrelser, finner vi den absolutte usikkerheten ved å summere de absolutte usikkerhetene i de målte størrelsene

2) Multiplikasjon og divisjon av målte størrelser

Vi har målt volumet til steinen vår og fant

$$V = 31\,cm^3 \pm 2\,cm^3$$

Vi vil bestemme steinens massetetthet og måler

$$m = 83\,g \pm 1\,g$$

Massetetthet

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{83\,g}{31\,cm^3} = 2{,}677\,\frac{g}{cm^3} = 2{,}7\,\frac{g}{cm^3}$$

Største avvik

$$\rho_{max.} = \frac{m_{max.}}{V_{min.}} = \frac{84\,g}{29\,cm^3} = 2{,}90\,\frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{min.} = \frac{m_{min.}}{V_{max.}} = \frac{82\,g}{33\,cm^3} = 2{,}48\,\frac{g}{cm^3}$$

Største avvik $0{,}223\,g/cm^3 \Rightarrow \delta\rho = 0{,}2\,g/cm^3$

$$\rho = 2{,}7\,g/cm^3 \pm 0{,}2\,g/cm^3$$

Relativ usikkerhet:

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{0{,}2 \frac{g}{cm^3}}{2{,}7 \frac{g}{cm^3}} = 0{,}074 = 7\%$$

Dette kan vi også finne ved å summere de relative usikkerhetene for volum og masse.

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta m}{m}$$

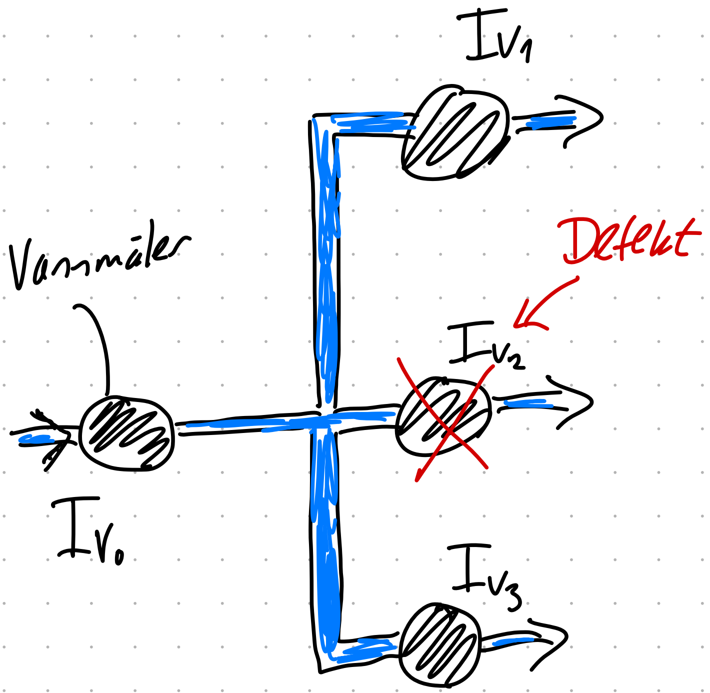
$$= \frac{2\,cm^3}{31\,cm^3} + \frac{1\,g}{83\,g}$$

$$= 0{,}0645 + 0{,}0120$$

$$= 6\% + 1\% = 7\%$$

Den relative usikkerheten i en sammensatt størrelse som vi finner ved multiplikasjon og/eller divisjon av de målte størrelsene, er lik summen av de relative usikkerhetene i de målte størrelsene.

Eksempel   Vannmålere



Vi vet at:

$I_{V_0} = 8{,}23\ l/s \pm 0{,}5\%$

$I_{V_1} = 6{,}79\ l/s \pm 0{,}01\ l/s$

$I_{V_3} = 0{,}12\ l/s \pm 0{,}01\ l/s$

a) Hva er I_{V_2} med absolutt og relativ usikkerhet?

$$I_{V_0} = I_{V_1} + I_{V_2} + I_{V_3}$$

$$I_{V_2} = I_{V_0} - I_{V_1} - I_{V_3}$$

$$= 8{,}23\ l/s - 6{,}79\ l/s - 0{,}12\ l/s = 1{,}32\ l/s$$

Absolutt usikkerhet

Rel. usikkerhet: $\frac{\delta I_{V_0}}{I_{V_0}}$

$\Rightarrow \delta I_{V_0} = \text{Rel.u.} \cdot I_{V_0}$

$$\delta I_{V_1} = 0{,}01\ l/s$$

$$\delta I_{V_3} = 0{,}01\ l/s$$

$$\delta I_{V_0} = 8{,}23\ l/s \cdot 0{,}5\% = 8{,}23\ l/s \cdot 0{,}005 = 0{,}04\ l/s$$

δI_{v_2} finner vi ved å summere de absolutte usikkerhetene for hver måling

$$\delta I_{v_2} = \delta I_{v_0} + \delta I_{v_1} + \delta I_{v_3}$$

$$= 0{,}04\,l/s + 0{,}01\,l/s + 0{,}01\,l/s$$

$$= 0{,}06\,l/s$$

$$\underline{\underline{I_{v_2} = 1{,}32\,l/s \pm 0{,}06\,l/s}}$$ (absolutt usikkerhet)

$$\frac{\delta I_{v_2}}{I_{v_2}} = \frac{0{,}06\,\frac{l}{s}}{1{,}32\,\frac{l}{s}} = 0{,}0454 = 5\%$$

$$\underline{\underline{I_{v_2} = 1{,}32\,l/s \pm 5\%}}$$ (relativ usikkerhet)

b) Ny måler viser $I_{v_2} = 1{,}26\ l/s \pm 0{,}05\ l/s$

Vi har beregnet $I_{v_2} = 1{,}32\ l/s \pm 0{,}06\ l/s$

Samsvarer dette?

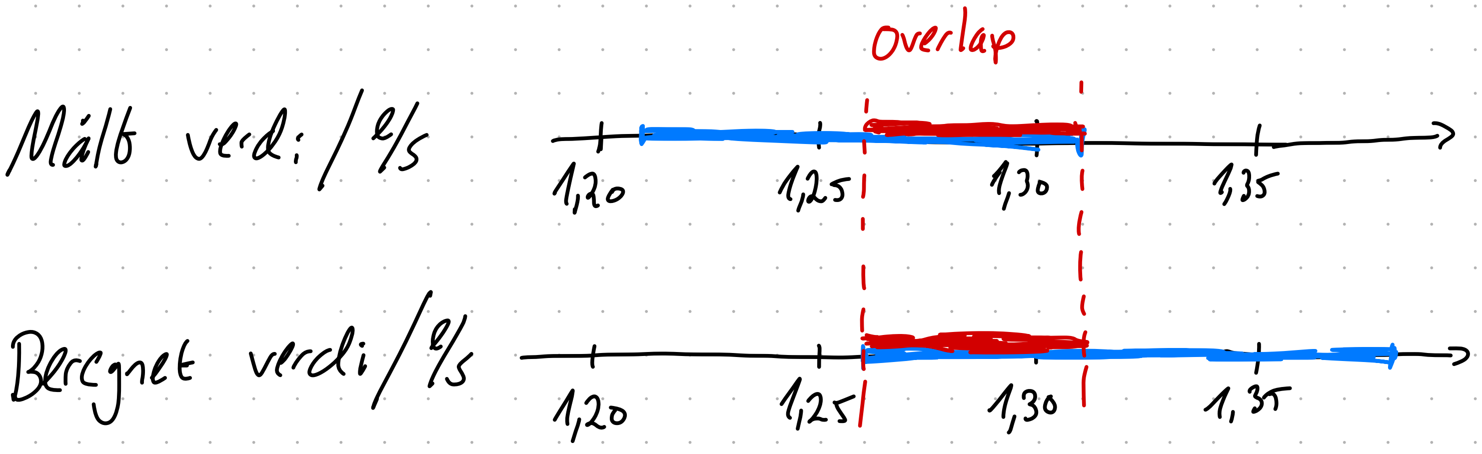
Ny måler viser at I_{v_2} ligger mellom

$$(1{,}26 - 0{,}05)\ l/s = 1{,}21\ l/s$$

og $$(1{,}26 + 0{,}05)\ l/s = 1{,}31\ l/s$$

Beregningen vår viser at

$$1{,}26\ l/s \leq I_{v_2} \leq 1{,}38\ l/s$$



Måling og beregning samsvarer

Gjeldende siffer

Antall gjeldende siffer i et tall er antall siffer i tallet, unntatt innledende nuller på tallets venstre side

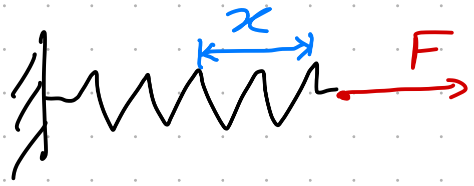
Tall	Gjeldende siffer	Desimaler
8000	4	0
0,009	1	3
6000,00	6	2
0,005000	4	6
1234,567890	10	6

Når vi gjør beregninger i fysikk, gir vi svaret med like mange gjeldende siffer som det er i størrelsen som har det færreste antall gjeldende siffer.

Unntak: i addisjon og subtraksjon bruker vi like mange desimaler som det er i størrelsen med færrest desimaler.

3.4 GRAFISK UTJEVNING

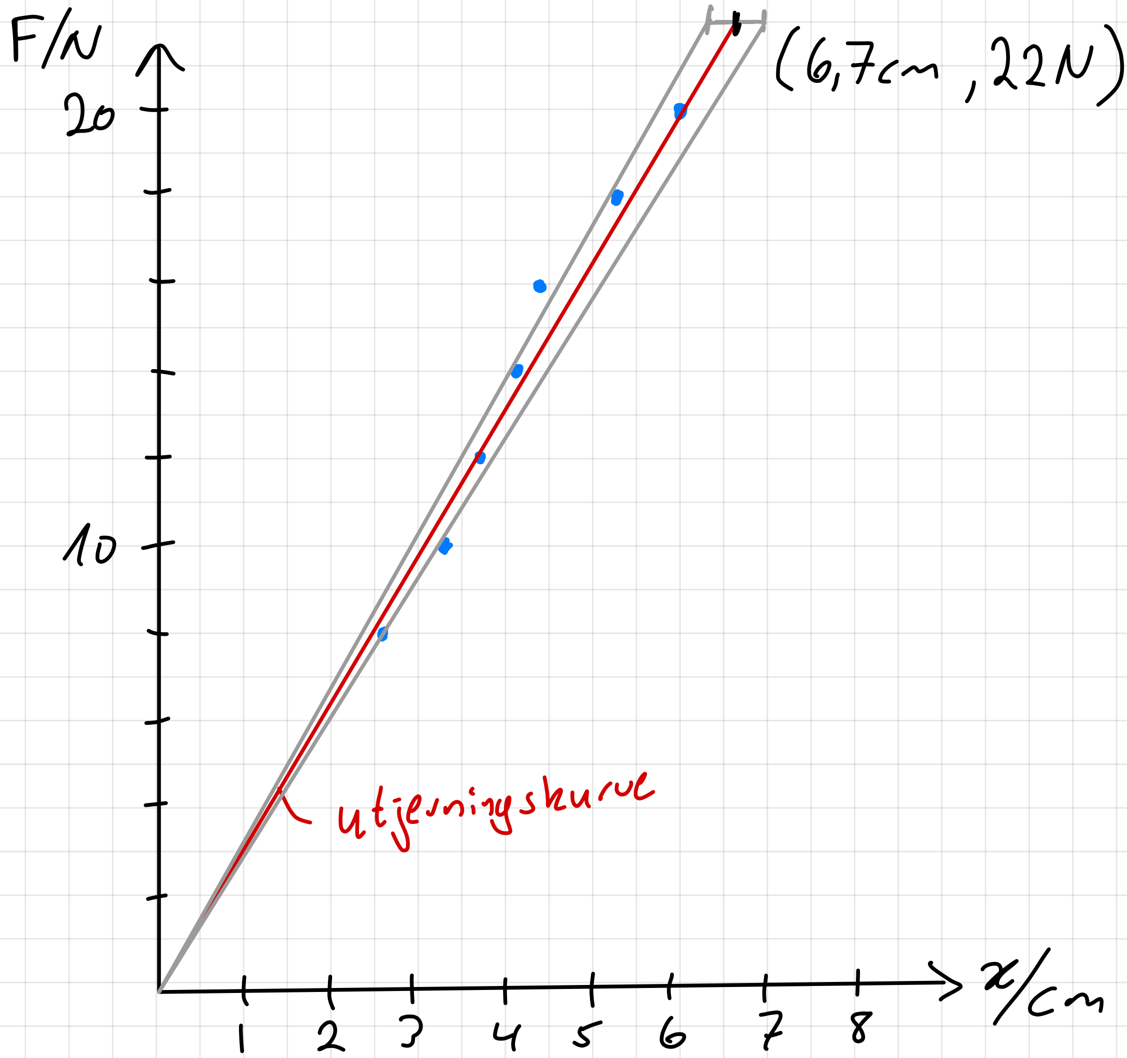
Eksempel: Vi skal måle fjærstivheten
til en elastisk fjær



x/cm	2,6	3,3	3,7	4,1	4,4	5,3	6,0
F/N	8	10	12	14	16	18	20

- Hvis $x = 0$ vet vi at $F = 0$

  $(0,0)$ er helt sikkert et punkt på grafen
- Vi forventer at grafen følger Hookes lov: $F = kx$



Stigningstall : $\dfrac{22N-0}{6{,}7cm-0} = 3{,}283\ N/cm = 328{,}3\ N/m$

Fjærstivhet $k = 0{,}33\ kN/m$

Øvre linje : $\dfrac{22N-0}{6{,}5cm-0} = 3{,}384\dfrac{N}{cm} = 0{,}34\dfrac{kN}{m}$

Nedre linje : $\dfrac{22N-0}{6{,}9cm-0} = 3{,}188\dfrac{N}{cm} = 0{,}32\dfrac{kN}{m}$

$$\underline{k = 0{,}33\ kN/m \pm 0{,}01\ kN/m}$$

$$\frac{\delta k}{k} = \frac{0{,}01\ kN/m}{0{,}33\ kN/m} = 0{,}03 = 3\%$$