LØST OPPGAVE 14.348

14.348

a) En ball blir skutt ut horisontalt med farten 2,0 m/s. Kastlengden målt langs golvet er 0,80 m.

Regn ut tida ballen bruker på å nå golvet.

Hvor høyt over golvet blir ballen skutt ut?

b) Vis at vi har følgende uttrykk for sammenhengen mellom høyden y og kastlengden x for et horisontalt kast med utgangsfarten v_0:

$$y = \frac{g}{2v_0^{\ 2}} \cdot x^2$$

c) Vi gjennomfører nå en forsøksserie der en ball skytes ut horisontalt med samme v_0 hver gang. Vi måler sammenhørende verdier for x og y og får disse resultatene:

x/m	0,41	0,49	0,58	0,64	0,70
y/m	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60

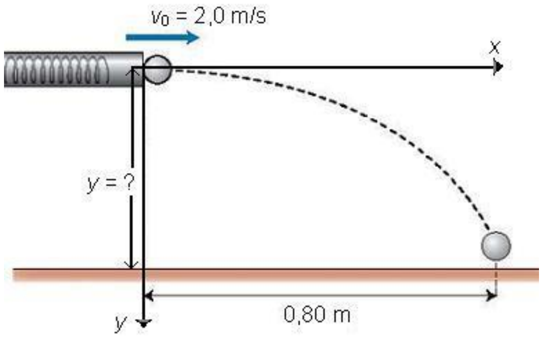
Tegn en graf med y som funksjon av x^2.

Bruk grafen til å bestemme v_0.

d) Vi lar nå y være 0,50 m og v_0 være 2,0 m/s. Ballen treffer golvet og spretter opp igjen. Vi antar at det i nedslagspunktet bare virker krefter i vertikal retning. Ballen mister 30 % av sin mekaniske energi i støtet med golvet.
Beregn hvor høyt ballen spretter.

Løsning:

a)



Med $v_{0x} = v_0$, $v_{0y} = 0$, $a_x = 0$, $a_y = g$ og med positiv y-akse nedover, se figuren ovenfor, blir parameterframstillingen av bevegelsen

$$x = v_0 t \qquad (1)$$

$$y = \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

Vi finner tida ballen bruker på å nå golvet av likning (1):

$$t = \frac{x}{v_0}$$

$$= \frac{0{,}80\ \text{m}}{2{,}0\ \text{m/s}} = 0{,}4000\ \text{s} = \underline{0{,}40\ \text{s}}$$

Høyden over golvet er lik fallhøyden y etter 0,4000 s. Vi bruker likning (2) og får

$$y = \tfrac{1}{2} g t^2$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \text{m}/\text{s}^2 \cdot (0{,}4000\ \text{s})^2 = \underline{0{,}78\ \text{m}}$$

b) Av likning (1) finner vi t uttrykt ved x:

$$t = \frac{x}{v_0}$$

Dette uttrykket setter vi inn i likning (2):

$$y = \tfrac{1}{2} g t^2 = \tfrac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

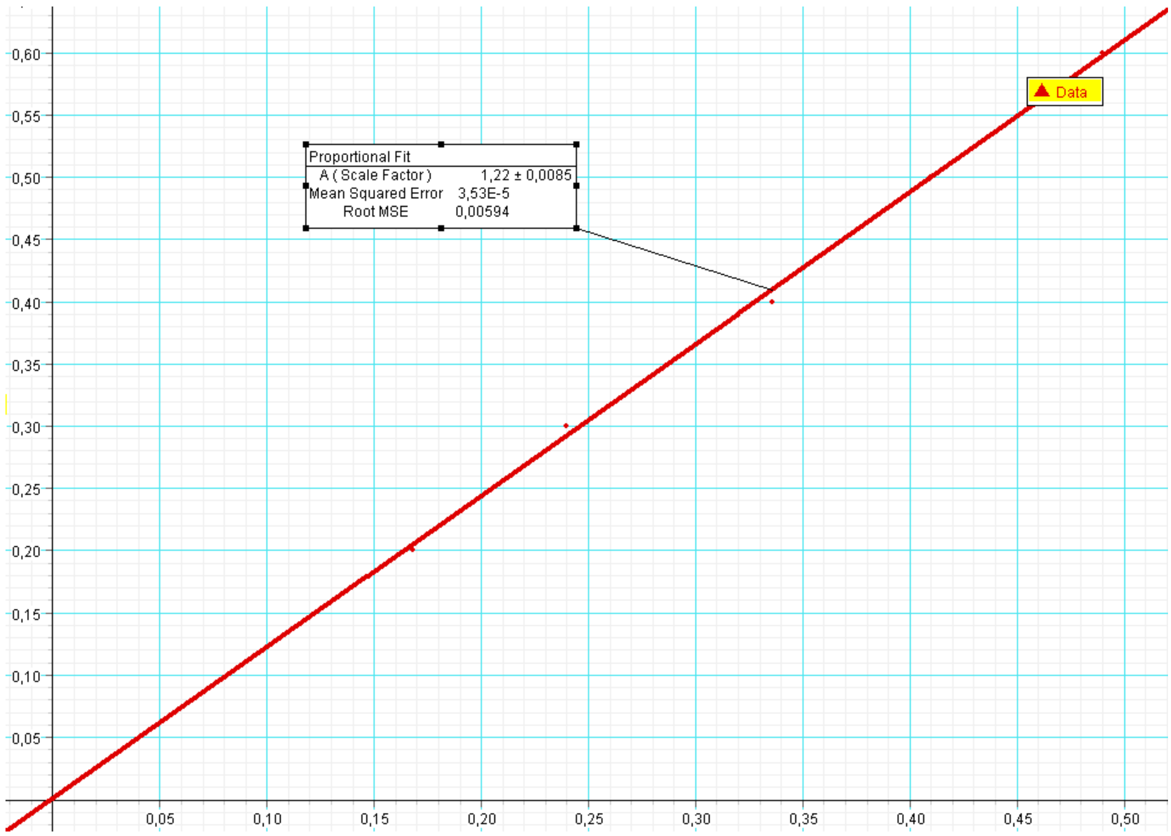
Som gir den søkte likningen

$$y = \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$$

c) Vi regner ut x^2 og får denne tabellen over sammenhørende verdier av x^2 og y:

x^2/m^2	0,168	0,240	0,336	0,410	0,490
y/m	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60

Så setter vi punktene inn i et koordinatsystem og tegner en rett linje gjennom origo som passer best mulig med verdien i tabellen:



Vi ser at en rett linje gjennom origo passer godt til de målte verdiene. Stigningstallet er a = 1,22 m^{-1}. Av likningen i spørsmål b ser vi at

$$a = \frac{g}{2v_0^2}$$

Vi løser likningen med hensyn på v_0 og får

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{2a}}$$

$$= \sqrt{\frac{9{,}81\ \text{m/s}^2}{2 \cdot 1{,}22\ \text{m}^{-1}}} = \underline{2{,}0\ \text{m/s}}$$

d) Fartskomponenten i horisontal retning endrer seg ikke siden kreftene på ballen virker i vertikal retning. Altså er $v_x = v_{0x}$ = 2,0 m/s også etter at ballen har truffet golvet. I øverste posisjon i banen er farten $v = v_0$. La golvet være nullnivået for potensiell energi. Da får vi

$$E_2 = 0{,}70E_1$$

$$mgh_2 + \tfrac{1}{2}mv_0^2 = 0{,}70\left(mgh_1 + \tfrac{1}{2}mv_0^2\right)$$

Vi løser likningen med hensyn på h_2:

$$mgh_2 = 0{,}70 \cdot mgh_1 + 0{,}70 \cdot \tfrac{1}{2}mv_0^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2$$

$$h_2 = 0,70h_1 - \frac{0,30v_0^2}{2g}$$

$$= 0,70 \cdot 0,50\ \text{m} - \frac{0,30 \cdot (2,0\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9,81\ \text{m/s}^2} = \underline{0,29\ \text{m}}$$