3.05 $\bar{T} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{(15,1 + 14,9 + \cdots 15,1)s}{10 \cdot 20} = \frac{301,4s}{200} =$

$1,507s = \underline{1,51s}$

Største avvik:

$\delta T = \frac{0,3s}{10} = 0,03s$

$$\left(\begin{array}{l} 1,51s - \frac{14,8s}{10} = 0,03s \\ 1,54s - 1,51s = 0,03s \\ \frac{15,4s}{10} - 1,51s = 0,03s \end{array} \right)$$

$\delta T = 0,03s$ ville vært et bra anslag for usikkerheten hvis vi hadde færre enn ca 10 målinger.
Vi har 20 målinger og deler på 2 til slutt
Dette gir $\delta T = \frac{0,03s}{2} = 0,015s$

Vi avrunder så til ett siffers nøyaktighet og får $\underline{\underline{\delta T = 0,02s}}$

3.06 a)

$\bar{m} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{5} = \frac{9,305g}{5} = \underline{1,861g}$

$m_{min} = 1,818g$ $\quad$ $m_{max} - \bar{m} = 0,046g$

$m_{max} = 1,907g$ $\quad$ $\bar{m} - m_{min} = 0,043g$

Største avvik er 0,046g

Avviket starter i andre siffer etter komma.
Svaret bør derfor skrives

$\underline{\bar{m} \pm \delta m = 1,86g \pm 0,05g}$

b) $\frac{\delta m}{\bar{m}} = \frac{0,046g}{1,86g} = 0,0247 \approx 0,02 = \frac{2}{100} = \underline{2\%}$

3.08 a) $\frac{\delta m}{\bar{m}} = \frac{0,5g}{85,4g} = 0,00585 = 0,585\% \approx \underline{0,6\%}$

b) $m = 0,37kg \pm 3\%$ dvs $\bar{m} = 0,37$ kg

$=$

og $\delta m = \frac{3}{100} \cdot \bar{m}$

$= \frac{3}{100} \cdot 0,37kg$

$= 0,01kg$

3.09 $F_A = (52 \pm 3)N$ dvs. F_A ligger i intervallet $[49, 55]N$

$F_B = (48 \pm 5)N$

og F_B i $[43, 53]N$

Det er overlapp mellom intervallene fra 49N til 53N.

Med den måleusikkerheten vi har kan det dermed godt tenkes at kreftene egentlig er like store.

$F_A = F_B$ kan forsvares ut fra målingene.

3.10 $L_1 = \bar{L}_1 \pm \delta L_1 = (2{,}348 \pm 0{,}005)\,m$

$L_2 = \bar{L}_2 \pm \delta L_2 = (2{,}451 \pm 0{,}005)\,m$

a) $\overline{Sum} = \bar{L}_1 + \bar{L}_2 = (2{,}348 + 2{,}451)\,m = 4{,}799\,m$

$\delta Sum = \delta L_1 + \delta L_2 = 0{,}005\,m + 0{,}005\,m = \underline{\underline{0{,}01\,m}}$

$$\frac{\delta Sum}{Sum} = \frac{0{,}01\,m}{4{,}799\,m} = 0{,}00208 \approx \underline{\underline{0{,}2\%}}$$

b) $\overline{Diff} = \bar{L}_2 - \bar{L}_1 = (2{,}451 - 2{,}348)\,m = 0{,}103\,m$

$\delta Diff = \delta L_1 + \delta L_2 = \underline{0{,}01\,m}$ $\quad$ $\underline{D = 0{,}103\,m \pm 0{,}01\,m}$

$$\frac{\delta Diff}{Diff} = \frac{0{,}01\,m}{0{,}103\,m} = 0{,}0970 \approx \underline{\underline{10\%}}$$ (ett siffers noggrannhet)

c) $\overline{Prod} = \bar{L}_1 \cdot \bar{L}_2 = 2{,}348\,m \cdot 2{,}451\,m = 5{,}75494\,m^2$

$Prod_{max} = L_{1max} \cdot L_{2max} = 2{,}353\,m \cdot 2{,}456\,m = 5{,}77896\,m^2$

$Prod_{min} = L_{1min} \cdot L_{2min} = 2{,}343\,m \cdot 2{,}446\,m = 5{,}73097\,m^2$

$$\delta Prod = \frac{Prod_{max} - Prod_{min}}{2} = \frac{(5{,}77896 - 5{,}73097)\,m^2}{2} = 0{,}02399\,m^2 \approx \underline{\underline{0{,}02\,m^2}}$$

$$\frac{\delta Prod}{Prod} = \frac{0{,}024\,m^2}{5{,}75\,m^2} = 4{,}17 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0{,}4\%}}$$

d) $\overline{Br} = \frac{\bar{L}_2}{\bar{L}_1} = \frac{2{,}451}{2{,}348} = 1{,}04386$

$Br_{max} = \frac{L_{2max}}{L_{1min}} = \frac{2{,}456}{2{,}343} = 1{,}04822$

$Br_{min} = \frac{L_{2min}}{L_{1max}} = \frac{2{,}446}{2{,}353} = 1{,}03952$

$$\delta Br = \frac{Br_{max} - Br_{min}}{2} = \frac{1{,}04822 - 1{,}03952}{2} = 4{,}35 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0{,}004}}$$

$$\frac{\delta Br}{Br} = \frac{0{,}0043}{1{,}04386} = 4{,}119 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0{,}4\%}}$$

$$\frac{\delta B}{Br} = \frac{\delta L_1}{L_1} + \frac{\delta L_2}{L_2} = \frac{0{,}005}{2{,}348} + \frac{0{,}005}{2{,}451}$$

3.11 a) $X = ab$ $\qquad a = (14{,}6 \pm 0{,}5)\ \text{cm}$

$b = (2{,}56 \pm 0{,}01)\ \text{cm}$

$$X_{max} = 15{,}1 \cdot 2{,}57\ \text{cm}^2 = 38{,}807\ \text{cm}^2$$

$$X_{min} = 14{,}1 \cdot 2{,}55\ \text{cm}^2 = 35{,}955\ \text{cm}^2$$

$$\delta X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2} = \frac{38{,}807 - 35{,}955}{2}\ \text{cm}^2 = 1{,}426\ \text{cm}^2$$

$$\bar{X} = 14{,}6 \cdot 2{,}56\ \text{cm}^2 = 37{,}376\ \text{cm}^2$$

$$X = \bar{X} \pm \delta X = \underline{37\ \text{cm}^2 \pm 1\ \text{cm}^2}$$

$$\frac{\delta X}{X} = \frac{1{,}4}{37} = 0{,}0378 = \underline{4\%}$$

$$\frac{\delta x}{\bar{x}} = \frac{\delta a}{\bar{a}} + \frac{\delta b}{\bar{b}} = \frac{0{,}5}{14{,}6} + \frac{0{,}01}{2{,}56} = 0{,}0381 = \underline{4\%}$$

$$\frac{\delta x}{\bar{x}} = 0{,}0381$$

$$\delta x = 0{,}0381 \cdot \bar{x}$$

b) $X = \frac{a}{b}$ $\qquad a = (100 \pm 4)\ \text{cm}$

$b = (50 \pm 1)\ \text{cm}$

$$X_{max} = \frac{a_{max}}{b_{min}} = \frac{104\ \text{cm}}{49\ \text{cm}} = 2{,}122$$

$$X_{min} = \frac{a_{min}}{b_{min}} = \frac{96\ \text{cm}}{51\ \text{cm}} = 1{,}882$$

$$\bar{X} = \frac{100\ \text{cm}}{50\ \text{cm}} = 2{,}000$$

$$\delta X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2} = \frac{2{,}122 - 1{,}882}{2} = 0{,}12$$

$$X = \bar{X} \pm \delta X = \underline{2{,}0 \pm 0{,}1}$$

$$\frac{\delta X}{X} = \frac{0{,}12}{2{,}0} = 0{,}06 = \underline{6\%}$$

c) $X = ab^2$ $\qquad a = (7{,}00 \pm 0{,}04)\ \text{m}$ $\qquad b = (3{,}50 \pm 0{,}03)\ \text{m}$

$$\bar{X} = 7{,}00 \cdot 3{,}50^2\ \text{m}^3 = 85{,}750\ \text{m}^3$$

$$X_{max} = 7{,}04 \cdot 3{,}53^2\ \text{m}^3 = 87{,}724\ \text{m}^3$$

$$X_{min} = 6{,}96 \cdot 3{,}47^2\ \text{m}^3 = 83{,}804\ \text{m}^3$$

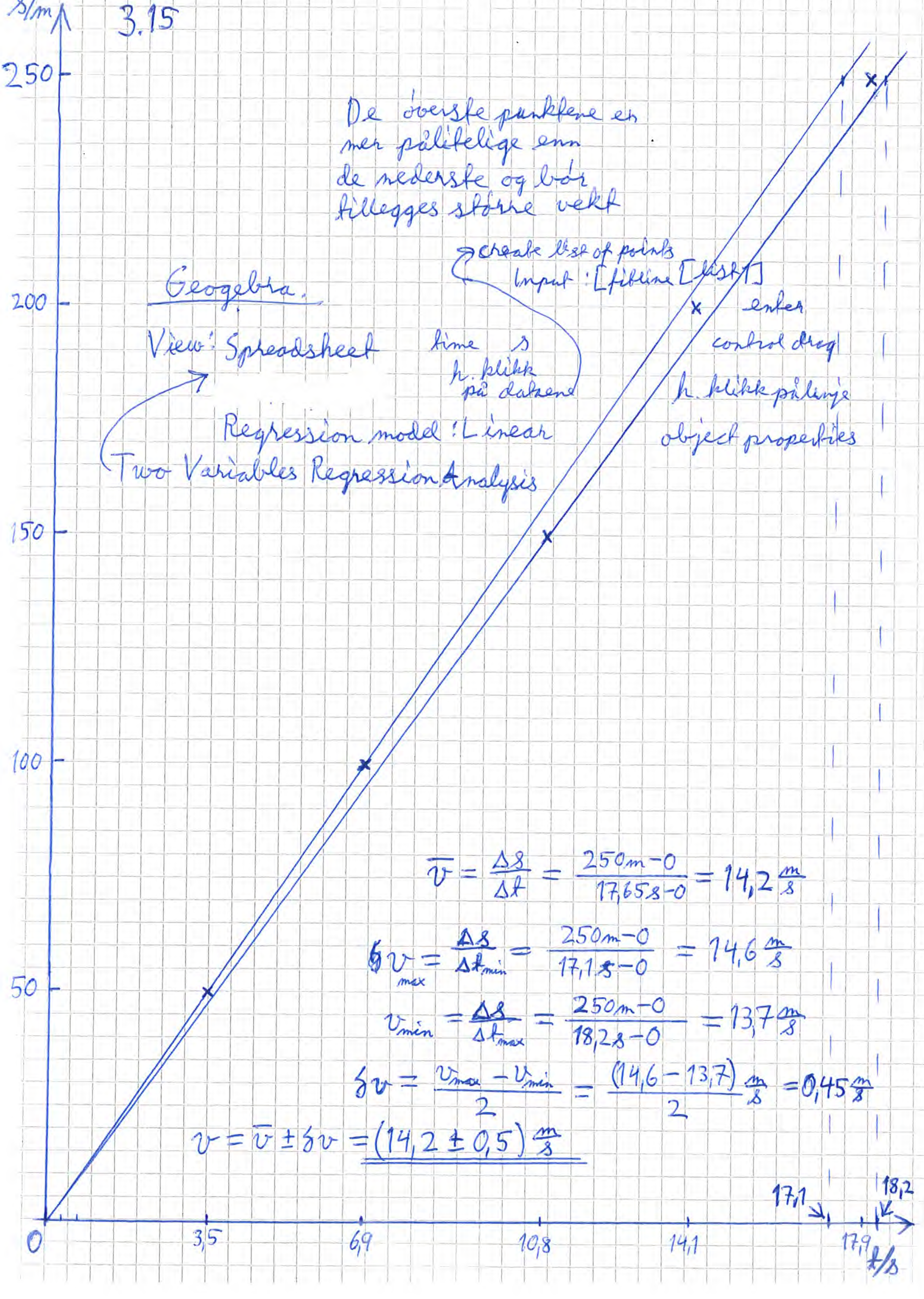
$$\delta X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2} = \frac{(87{,}724 - 83{,}804)\ \text{m}^3}{2} = 1{,}96\ \text{m}^3$$

$$X = \bar{X} \pm \delta X = \underline{86\ \text{m}^3 \pm 2\ \text{m}^3}$$

$$\frac{\delta X}{X} = \frac{1{,}96}{86} = 0{,}02 = \underline{2\%}$$

d) Den relative usikkerheten er størst i b, og b kvadreres slik at dette får ekstra stor betydning.

3.15



De øverste punktene er mer pålitelige enn de nederste og bør tillegges større vekt

Geogebra.

View: Spreadsheet

time s

h. klikk på dataene

create list of points

Input: [fitline[list1]]

enter

control drag

h. klikk på linje

object properties

Regression model: Linear

Two Variables Regression Analysis

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{250m - 0}{17{,}65s - 0} = 14{,}2\,\frac{m}{s}$$

$$v_{max} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{min}} = \frac{250m - 0}{17{,}1s - 0} = 14{,}6\,\frac{m}{s}$$

$$v_{min} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{max}} = \frac{250m - 0}{18{,}2s - 0} = 13{,}7\,\frac{m}{s}$$

$$\delta v = \frac{v_{max} - v_{min}}{2} = \frac{(14{,}6 - 13{,}7)}{2}\,\frac{m}{s} = 0{,}45\,\frac{m}{s}$$

$$v = \bar{v} \pm \delta v = (14{,}2 \pm 0{,}5)\,\frac{m}{s}$$