4. Energi

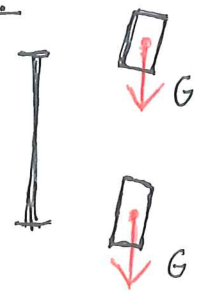
Nyttig begrep når F varierer

Arbeid, W

arbeid = kraft · forflytning

$$W = F \cdot s \qquad (\text{Måles i Joule, } J = N \cdot m)$$

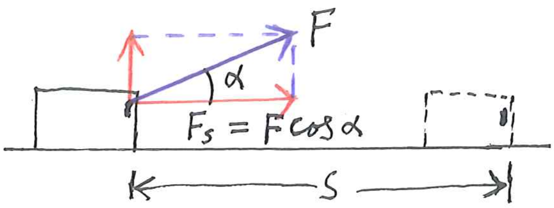
eks.



Steinblokk

$$W_G = Gh = mgh = 600\,m \cdot 4{,}0 \cdot 10^6\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{N}{kg}$$
$$= \underline{24\,GJ}$$

Generell definisjon



$$\cos\alpha = \frac{F_s}{F}$$

Når en kraft F virker på et legeme, er arbeidet W som kraften gjør, gitt ved

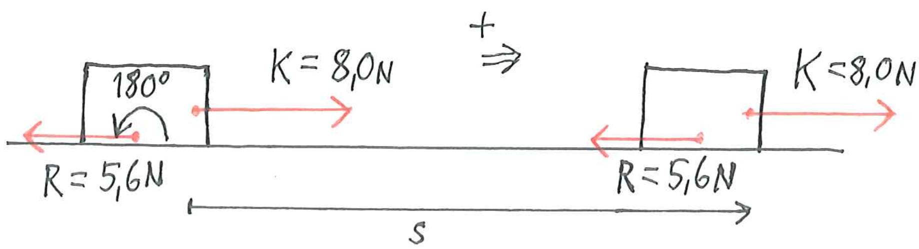
$$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$

der s er forflytningen av angrepspunktet og α er vinkelen mellom retningene for kraft og forflytning.

W kan være null eller negativt også.

eks. 4.4 Dra pakke. Bestem arbeidene på den.

$$W_K = K \cdot s$$
$$= 8{,}0\,N \cdot 2{,}0\,m = \underline{16\,J}$$

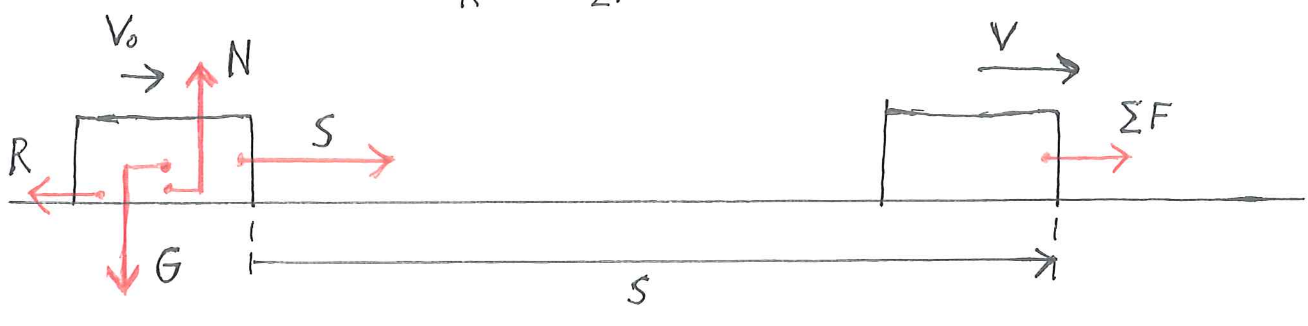


$$W_R = R \cdot s \cdot \cos\alpha$$
$$= 5{,}6\,N \cdot 2{,}0\,m \cdot \cos 180^\circ$$
$$= -11{,}20\,J = \underline{-11\,J}$$

Kinetisk energi, E_K

Et legeme i translatorisk bevegelse med fart v har en E_K lik arbeidet summen av kreftene utfører på legemet når det går fra ro til fart v:

$$E_K = W_{\Sigma F}$$



$$W_{\Sigma F} = \Sigma F s = mas \qquad \text{der } \Sigma F = ma$$
$$= m \cdot \tfrac{1}{2}(v^2 - v_0^2) \qquad \text{fordi } 2as = v^2 - v_0^2$$
$$= \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2$$

Hvis $v_0 = 0$ blir $W_{\Sigma F} = \frac{1}{2}mv^2$

E_K til et legeme med masse m som er i translatorisk bevegelse med fart v, er

$$E_K = \tfrac{1}{2}mv^2$$

$$\left[kg \cdot \left(\tfrac{m}{s}\right)^2 = kg \cdot \tfrac{m^2}{s^2} = kg \cdot \tfrac{m}{s^2} \cdot m = N \cdot m = J \right]$$

eks. 4.6 b) Finn farten til en kule med massen 7,25 kg og kin. energi 400 J.

$$E_K = \tfrac{1}{2}mv^2$$
$$2E_K = mv^2$$
$$\frac{2E_K}{m} = v^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400\,J}{7{,}25\,kg}} = \underline{10{,}5 \tfrac{m}{s}}$$

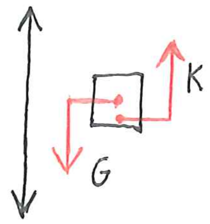
Potensiell energi, E_p

E_p til et legeme i høyde h over et valgt nullnivå, er lik det arbeidet G gjør når legemet faller til nullnivået.

$$E_p = W_G = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

$$\left[kg \cdot \frac{N}{kg} \cdot m = N \cdot m = J \right]$$

eks. s.105. Minste kraft og minste arbeid for å løfte 12 kg opp 1,5 m.



$$\Sigma F = 0$$

$$K - G = 0$$

$$K = mg = 12\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{N}{kg} = 117{,}7\,N = \underline{0{,}12\,kN}$$

$$W_K = Kh = 117{,}7\,N \cdot 1{,}5\,m = 176{,}5\,Nm = \underline{0{,}18\,kJ}$$

E_p i ei elastisk fjær

E_p til ei spent fjær er lik arbeidet fjæra gjør når den blir avspent.

Når ei elastisk fjær med fjærstivhet k forlenges/forkortes en lengde x fra likevekt, er E_p i fjæra gitt ved

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

eks. 4.8 Forlengelse 3,0 cm for kraft lik 12 N

a) Finn k! $F = kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{12\,N}{0{,}030\,m} = \underline{0{,}40\,\frac{kN}{m}}$

b) $x = 5{,}0$ cm. Finn E_p! $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 400{,}0\,\frac{N}{m} \cdot (0{,}050\,m)^2 = \underline{0{,}50\,J}$ $(0{,}500\,J)$

c) Ny $x = 10$ cm. Finn ny E_p og endring i E_p.

$$E_{p2} = \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 400{,}0\,\frac{N}{m} \cdot (0{,}10\,m)^2 = 2{,}000\,J = \underline{2{,}0\,J}$$

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = 2{,}000\,J - 0{,}500\,J = \underline{1{,}5\,J}$$

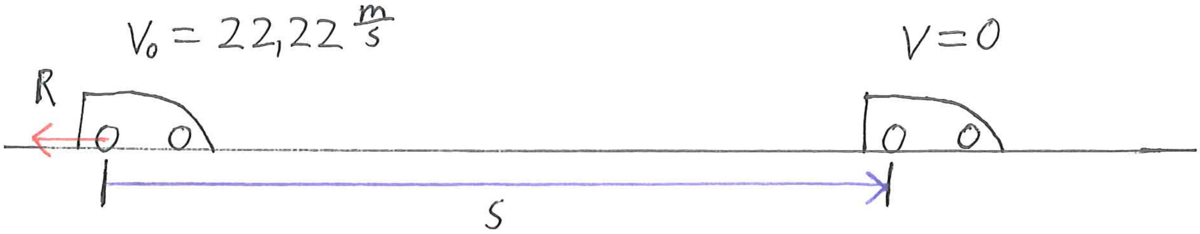
Mekanisk energi og arbeid

$$\vec{E} = E_p + E_K$$

For et legeme i translatorisk bevegelse er W som summen av kreftene gjør på legemet, lik endringen i E_K.

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_K$$

eks. 4.10 Bil med $m = 1{,}1$ tonn og $v = 80\,\frac{km}{h}$ bremser med låste hjul. $R = 7{,}0\,kN$ totalt.



a) Bremsearbeid

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k = \cancel{\tfrac{1}{2}mv^2} - \tfrac{1}{2}mv_0^2 = -\tfrac{1}{2}\cdot 1100\,kg\cdot\left(22{,}22\,\tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$= -2{,}715\cdot 10^5\,J = \underline{-0{,}27\,MJ}$$

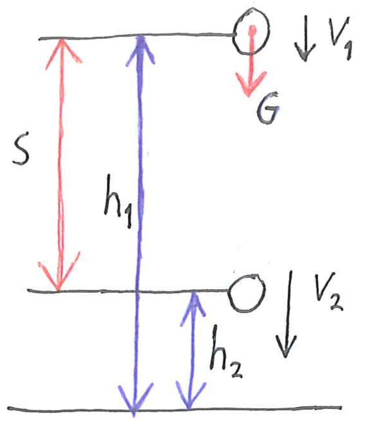
b) Bremselengde når $R = 7{,}0\,kN$

$$W_R = Rs\cos 180° = -Rs$$

$$s = \frac{-W_R}{R} = \frac{-(-2{,}715\cdot 10^5\,J)}{7{,}0\cdot 10^3\,N} = \underline{39\,m}$$

Loven om bevaring av mekanisk energi

i tyngdefelt når kun G gjør et arbeid

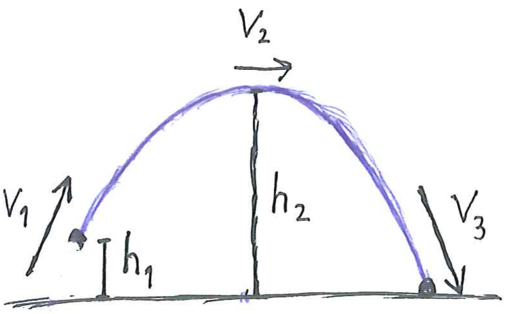


$$\Delta E_k = W_{\Sigma F} = W_G = Gs = mg(h_1 - h_2)$$
$$E_{k2} - E_{k1} = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$$
$$E_{k2} - E_{k1} = E_{p1} - E_{p2}$$
$$E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p1}$$
$$E_2 = E_1 = \text{konst. i et tyngdefelt}$$

eks. 4.12 Stein med $m = 78$ gram kastes skrått opp med $v_0 = 25\,\frac{m}{s}$ fra 1,5m og når 24m høyde.

a) Finn v_2 på toppen.

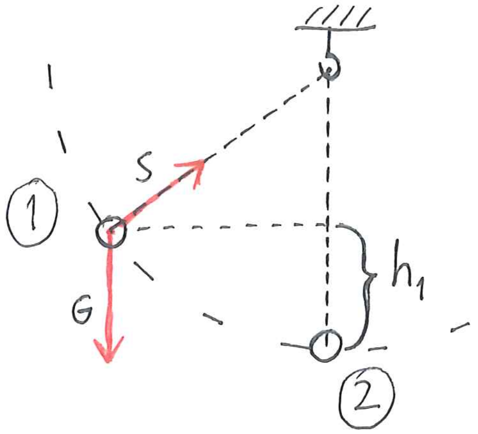
$$E_2 = E_1$$
$$mgh_2 + \tfrac{1}{2}mv_2^2 = mgh_1 + \tfrac{1}{2}mv_1^2 \quad \Big| \cdot \tfrac{2}{m}$$
$$2gh_2 + v_2^2 = 2gh_1 + v_1^2$$
$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)$$
$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)}$$
$$v_2 = \sqrt{(25\,\tfrac{m}{s})^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\tfrac{m}{s^2} \cdot (1{,}5m - 24m)} = \underline{14\,\tfrac{m}{s}}$$



b) Finn v_3 ved nedslaget

$$E_3 = E_1$$
$$mgh_3 + \tfrac{1}{2}mv_3^2 = mgh_1 + \tfrac{1}{2}mv_1^2$$
$$v_3^2 = 2gh_1 + v_1^2$$
$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + 2gh_1}$$
$$v_3 = \sqrt{(25\,\tfrac{m}{s})^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\tfrac{N}{kg} \cdot 1{,}5m} = \underline{26\,\tfrac{m}{s}}$$

Energibevaring for planpendel ($W_s = 0$)



eks. Finn h_1!

$$E_2 = E_1$$

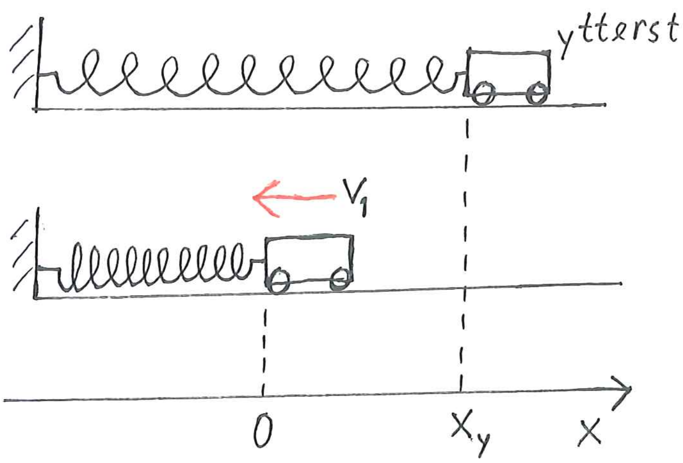
$$E_{k2} + \cancel{E_{p2}} = E_{k1} + E_{p1}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = gh_1$$

$$h_1 = \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2g}$$

Elastisk pendel: Total E_{mek} er bevart



eks. Finn v_1!

$$E_2 = E_1$$

$$E_y = E_1$$

$$\cancel{E_{ky}} + E_{py} = E_{k1} + \cancel{E_{p1}}$$

$$\frac{1}{2}kx_y^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\frac{kx_y^2}{m} = v_1^2$$

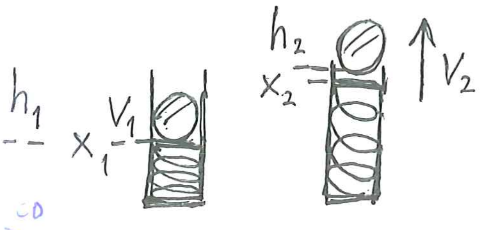
$$v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x_y$$

Total mek. energi er bevart hvis kun G og $F_{fjær}$ gjør et arbeid.

eks. 4.16 Kule skytes rett opp

$$E_1 = E_2$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$



Arbeid er overføring av energi

Effekt, P

er arbeid, W, utført per tid, t.

$$P = \frac{W}{t} \quad \left(\text{eller } P = \frac{E}{t}\right) \quad \left[\frac{J}{s} = W \text{ (Watt)}\right]$$

eks. 4.17 Kroppen

10 MJ kjemisk energi i mat $\Rightarrow$ varmeenergi og muskelarbeid.
per dag.

$$P = \frac{E}{t} = \frac{10 \cdot 10^6 J}{24 \cdot 60 \cdot 60 s} = \underline{0{,}12 kW}$$

$$W = P \cdot t$$

eks. $1 kWh = 1000 W \cdot 3600 s = 3{,}6 \cdot 10^6 J = \underline{3{,}6 MJ}$

Diverse enheter:	hk, hp	kcal, kWh, TWh, MTOE
(effekt)	735W	4,2kJ — 42PJ (energi)

Virkningsgrad: $\eta = \frac{\text{nyttbar energi}}{\text{tilført energi}} = \frac{\text{nyttbar effekt}}{\text{tilført effekt}}$

eks. 4.18

58% virkningsgrad for el. produksjon ved gassenergiverk.

a) Bortkastet energi per år = ? når nyttbar energi = 6,1 TWh.

$$\eta = \frac{\text{nyttbar e.}}{\text{tilført e.}}$$

$$\text{tilført e.} = \frac{\text{nyttbar e.}}{\eta} = \frac{6{,}1 TWh}{0{,}58} = 10{,}51 TWh$$

$$\text{bortkastet e.} = 10{,}51 TWh - 6{,}1 TWh = 4{,}410 TWh$$
$$= \underline{4{,}4 TWh}$$