Kapittel 16: Resonnering i modeller

Skrevet av Mohammad Fadel Al Khafaji

(｡•̀ᴗ-)✧

Nettkurs

Boka

Logisk ekvivalens

To lukkede førsteordens formler φ og ψ er **ekvivalente** hvis enhver modell som gjør φ sann, også gjør ψ sann, og vice versa.

- Alle gyldige formler er ekvivalente med hverandre .
- Alle kontradiktoriske formler er ekvivalente med hverandre.

For enhver modell M, vil $M \vDash \varphi$ hvis og bare hvis $M \vDash \psi$. Vi skriver $\varphi \Leftrightarrow \psi$ når phi og psi er ekvivalente.

Logisk konsekvens

La **M** være en mengde av lukkede førsteordens formler, og la φ være en lukket førsteordens formel. Hvis φ er sann i enhver modell som gjør alle formlene i **M** sanne samtidig, er φ en **logisk konsekvens** av formlene i **M**.

- Vi skriver $M \vDash \varphi$ når phi er en logisk konsekvens av **M**.
- En gyldig formel er en logisk konsekvens av alle formler.
- Alle formler er en logisk konsekvens av en kontradiksjon.

// M her står for mengde og ikke modell

Kvantorer og negasjon

$\neg\forall \Leftrightarrow \exists\neg$

$\neg\exists \Leftrightarrow \forall x\neg$

Eksempel:

$\neg\forall x\neg Px$ er ekvivalent med $\exists x Px$

$\neg\exists x\neg Px$ er ekvivalent med $\forall x Px$

$\exists x(Px \lor Qx)$ er ekvivalent med $\exists xPx \lor \exists xQx$.
Hvis det finnes en som danser eller er glad, finnes det en som danser eller det finnes en som er glad, og vice versa.

$\forall x(Px \land Qx)$ er ekvivalent med $\forall xPx \land \forall xQx$.
Hvis alle danser og er glade, danser alle og alle er glade, og vice versa.

$\forall x(Px \lor Qx)$ er *ikke* ekvivalent med $\forall xPx \lor \forall xQx$.
Alle er menn eller kvinner, men det er ikke slik at alle er menn eller alle er kvinner.

$\exists x(Px \land Qx)$ er *ikke* ekvivalent med $\exists xPx \land \exists xQx$.
Det finnes et partall og det finnes et oddetall, men det finnes ikke noe som både er partall og oddetall.

Et logisk kvadrat

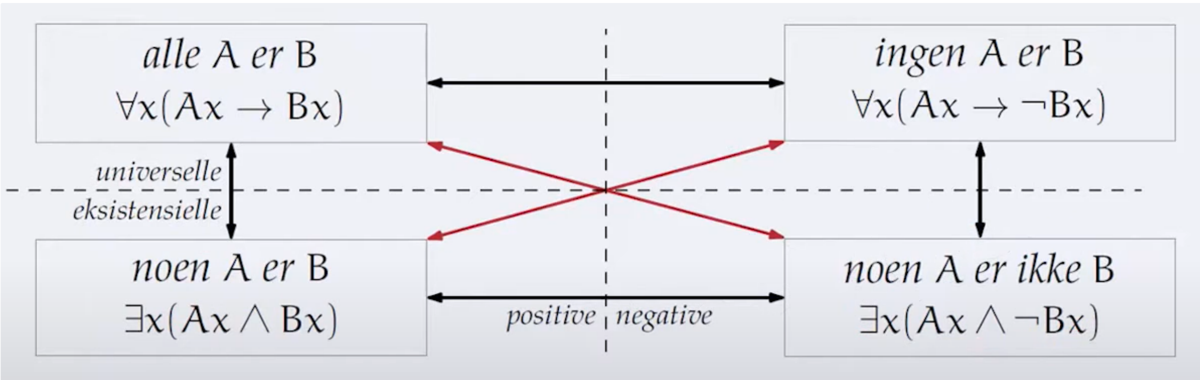
Øverst: universelle påstander

Nederst: eksistensielle påstander

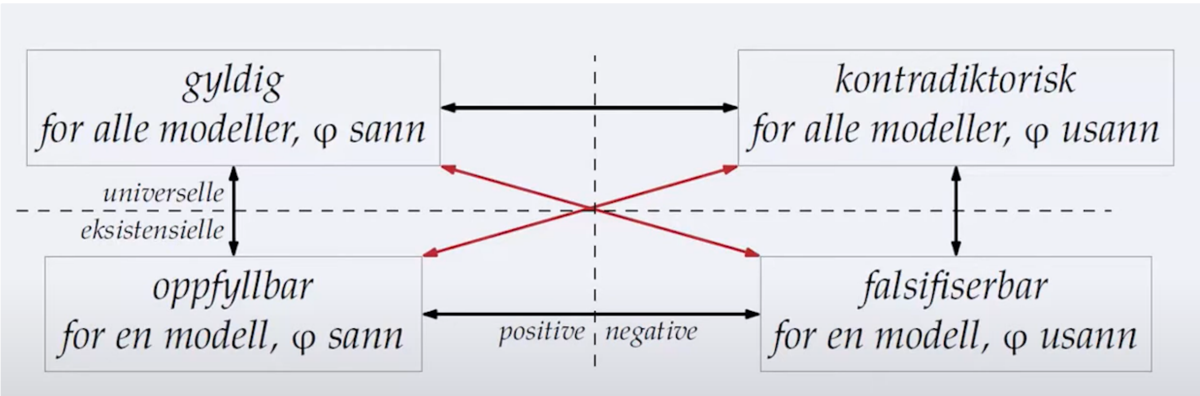
Venstre side: positive påstander

Høyre side: negative påstander

Røde piler: negasjoner



Diagrammet viser sammenhengen mellom fire forskjellige påstander



Teorier, aksiomer og teoremer

I førsteordens logikk er en **teori** en mengde med formler. Formlene i en teori kalles **aksiomer**. Alle logiske konsekvenser av teorien kalles **teoremer.**