

# Kapittel 1: Mengder

Nettkurs

Boka

## Definisjon

- En mengde er endelig eller uendelig samling av objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.
- Objektene i mengder kalles elementer
- Hvis  $x$  er et element i mengden  $A$ , skriver vi  $x \in A$
- Hvis  $a$  er et element i mengden  $A$ , skriver vi  $a \notin A$
- En mengde oppgis med krøllparenteser  $\{ \}$

## Eksempler på tallmengder

- $\mathbb{N}$  - mengde av naturlige tall (*natural numbers*)
- $\mathbb{Z}$  - mengde av heltall (*integers*) ((både positive og negative tall))
- $\mathbb{Q}$  - mengde av rasjonale tall (*rational numbers*) eller brøktall (*fractions*)
- $\mathbb{R}$  - mengde av reelle tall (*real numbers*), som representerer punktene på en kontinuerlig tallinje. Her er for eksempel  $e$ ,  $\pi$  og  $\sqrt{2}$

## Konstruksjon av mengder med mengdebygger

- Et annet definisjon av mengde er en samling av alle elementer som har en gitt egenskap
- En slik konstruksjon kalles en mengdebygger (*set builder/comprehension/abstraction*)
- En form av slik mengde skrives sånn:  $\{x | x \text{ har egenskapen } P\}$

## Operasjoner med mengder

- **Union** (*union*) - slå sammen mengder
  - $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- **Snitt** (*intersection*) - felles elementer
  - $\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$
  - $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$

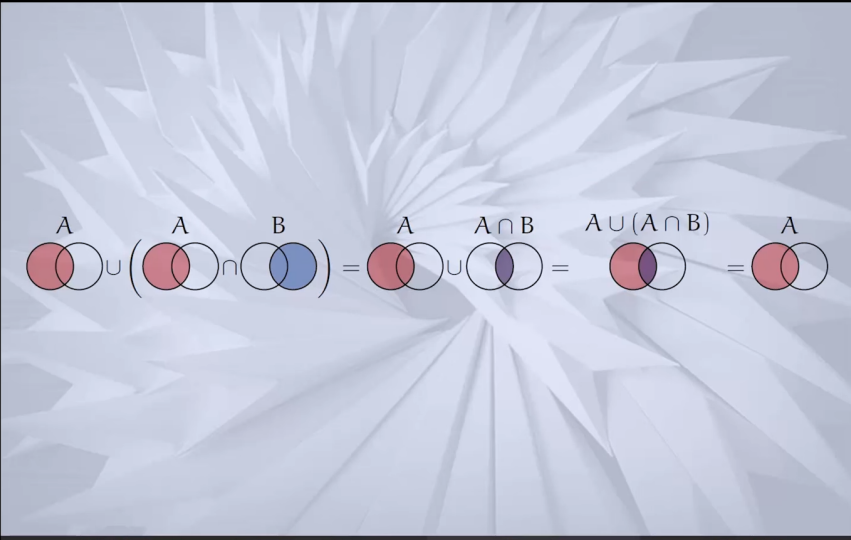
- **Mengdedifferanse** (*set difference*) - fjerner elementer.  
Resultatet av mengdedifferansen mellom  $A$  og  $B$ , eller  $A - B$ , blir en mengde som inneholder nøyaktig de objekter som er element i  $A$ , men ikke i  $B$ .
  - $\{a, b\} \setminus \{b\} = \{a\}$

## Visualisering av mengder

- VENN DIAGRAMMS

Visualisering av mengder
Venn-diagrammer

### Venn-diagrammer



INF1080 – Logiske metoder for informatikk
Kapittel 1
Side 26 / 40

## Delmengder

- En mengde  $A$  er en delmengde (subset) av en mengde  $A$  hvis alle elementer i  $A$  også er elementer i  $B$
- $A \subseteq B$  " $B$  inneholder  $A$ "
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\subseteq = \leq$ ;  $\subset = <$
- Viktig!
  - $\{a, b, \emptyset\} \neq \{a, b\}$
  - $\emptyset \subseteq \{a, b\}$  MEN!  $\emptyset \notin \{a, b\}$

## Likhet mellom mengder

- To mengder er *like* nøyaktig når mengdene er delmengder av hverandre

## Tupler

- Et **tuppel** (*tuple*) med  $n$  elementer, et  $n$ -tuppel, er en samling med  $n$  objekter der både innbrydes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt teller
- Et  $0$ -tuppel, det tomme tuppelet, skrives  $\langle \rangle$ .
- Et  $1$ -tuppel med et element  $x$  skrives som  $x$ .
- Et  $2$ -tuppel med elementer  $x$  og  $y$  er et **ordnet par** (*ordered pair*) og skrives som  $\langle x, y \rangle$
- To  $n$ -tuppler er like hvis de er komponentvis like.

## Kartesisk produkt av mengder

- Det kartesiske produktet (*cartesian product*), også kalt kryssproduktet (*cross product*), av  $n$  mengder, skrives  $X_1 \times \dots \times X_n$  og er definert som mengden av alle  $n$ -tupler:  

$$\{ \langle x_1, \dots, x_n \rangle \mid x_i \in X_i \text{ for } i = 1, \dots, n \}$$
- Vi lar  $X^0$  være mengden av den tomme tuppelet  $\{ \langle \rangle \}$
- $\{a, b\} \times \{1, 2\} = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle \}$

## Multimengder

- En multimengde (bag/multiset) er en samling objekter der rekkefølgen, men ikke antall forekomster av hvert element, ignoreres.
- skrives med  $[ ]$
- egentlig, samme som en Python-liste
- Alle typer matematiske operasjoner for mengder gjelder også for multimengder