

Kapittel 8: Mer mengdelære

Nettkurs

Boka

Den universelle mengden

- Vi antar at det i alle kontekster er en underliggende **universell mengde** (*universal set*) og at U står for denne mengden. Hvis ingenting annet er spesifisert, antar vi at U står for en *vilkårlig* universell mengde.
- Hva som er den universelle mengden varierer fra sammenheng til sammenheng
- I definisjonene av de andre operasjonene på mengder er den universelle mengden ikke nødvendig.

Mengdekomplementet

- Hvis M er en mengde, og U er den universelle mengden, er **komplementet** (*complement*) til M mengden av alle elementer i U som ikke er med i M . Komplementet til M skrives som \overline{M} .
- $\overline{M} = U \setminus M$
- Når vi skriver \overline{M} , må den universelle mengden være kjent eller vi må anta at det finnes en vilkårlig universell mengde.

Regne med Venn-diagrammer

Regne med Venn-diagrammer Et eksempel på bruk av Venn-diagrammer

$(A \cup \bar{B}) \cap C$

$U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$

$A = \{x \mid x \text{ er oddetall}\}$

$B = \{x \mid x > 7\}$

$C = \{x \mid x \text{ er delelig på } 3\}$

$(A \cup \bar{B}) \cap C = \{3, 6, 9\}$

INF1080 – Logiske metoder for informatikk Kapittel 8 Side 18 / 44

Venn-diagrammer for flere mengder

- Tre mengder

Сайт www.youtube.com открыт во весь экран (Нажмите **Esc**, чтобы выйти из полноэкранного режима)

A B C

100 110 010 101 111 011 001

- Fire mengder

A Venn diagram illustrating the power set of a set with two elements, {0,1}. The diagram consists of four overlapping circles labeled A, B, C, and D. The regions are labeled with binary strings representing the elements of the power set. The elements are: 0000 (outside), 1000 (A only), 0100 (B only), 0010 (C only), 0001 (D only), 1100 (A∩B), 0110 (B∩C), 1010 (A∩D), 1110 (A∩B∩D), 0101 (B∩C∩D), 1001 (A∩D∩C), 1101 (A∩B∩C), 0111 (B∩C∩A), 1011 (A∩D∩B), 1111 (A∩B∩C∩D).

- Fem mengder

A Venn diagram illustrating the power set of an empty set. The diagram consists of four overlapping circles, but the regions are empty, representing the power set of an empty set.

Potensmengder

- Hvis M er en mengde, er **potensmengden** (*power set*) til M mengden av alle delmengder av M .
- Vi skriver $\mathcal{P}(M)$ for potensmengden til M .

- Hvis en endelig mengde har n elementer, så har potensmengden alltid 2^n elementer.
- Eksempler:
 - Potensmengden til \emptyset er $\{\emptyset\}$.
 - Potensmengden til $\{1\}$ er $\{\emptyset, \{1\}\}$.
 - Potensmengden til $\{1, 2\}$ er $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.
 - Potensmengden til $\{1, 2, 3\}$ er $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$.

Kardinalitet

- To mengder M og N har lik **kardinalitet** (*same cardinality*) hvis det finnes en en-til-en korrespondanse mellom elementene i M og N .
- Det skrives som $|M| = |N|$.
- Mengden M har **kardinalitet mindre eller lik** N hvis det finnes en en-til-en korrespondanse mellom M og en delmengde av N .
- Det skrives som $|M| \leq |N|$.
- $|M|$ står for antall elementer i M , fordi hvis M er en endelig mengde, så er kardinalitet til M lik antall elementer i M .

Tellbarhet

- En uendelig mengde M er **tellbar** (*countable*) hvis det er en en-til-en korrespondanse mellom elementene i M og de naturlige tallene. Hvis ikke, er M **overtellbar** (*uncountable*).
- Alle endelige mengder er tellbare.
- Mengden av heltall, \mathbb{Z} , er tellbar. For å bevise dette, må vi lage en en-til-en korrespondanse mellom \mathbb{Z} og \mathbb{N} :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$f(x)$	0	-1	1	-2	2	-3	3	-4	4	-5	5	-6	6	-7	7

Overtellbarhet

- Det finnes mengder så store at de er ikke tellbare
- Cantors diagonalbevis er en måte å bevise dette på.

- Generelt er det slik at potensmengden til en mengde alltid har større kardinalitet enn mengden selv.
- Potensmengder er også definert for uendelige mengder, og vi kan bevise at det aldri eksisterer en surjektiv funksjon fra en mengde til dens potensmengden.

