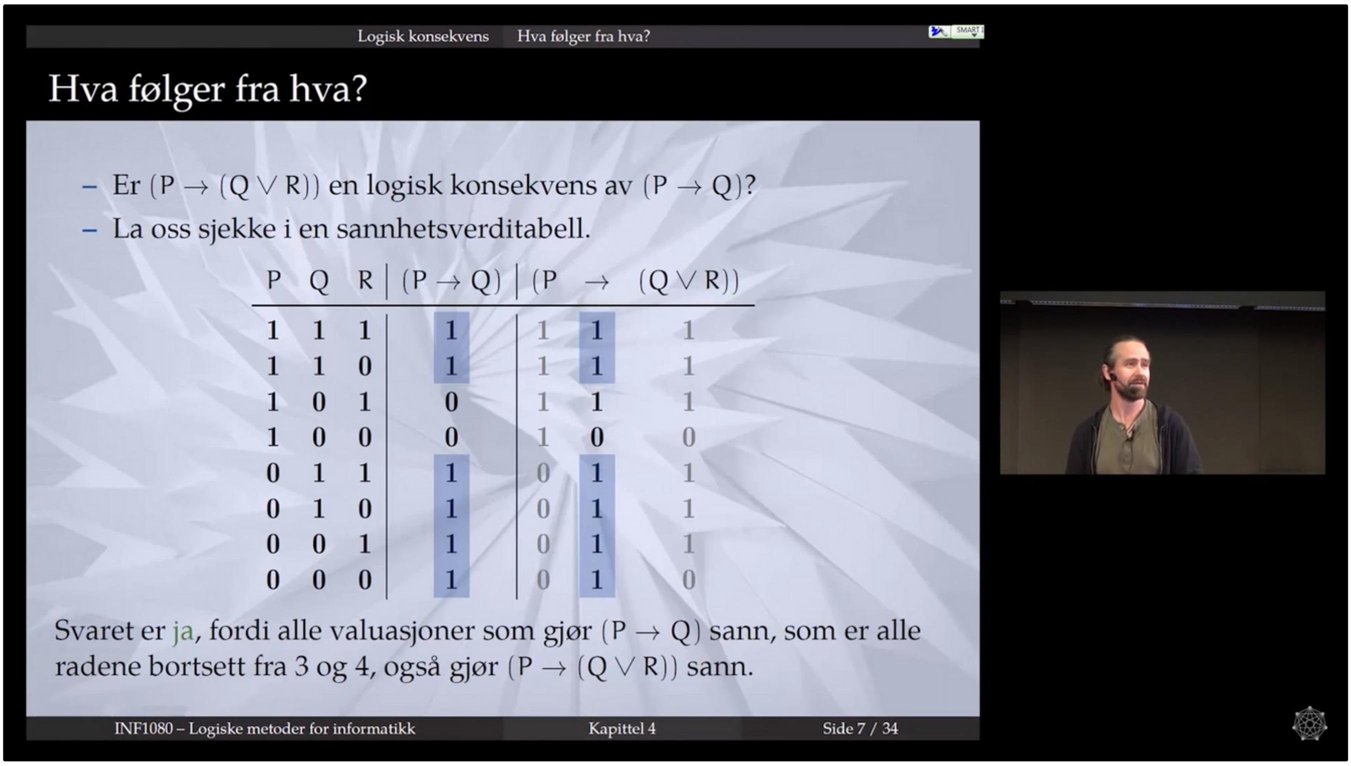
Kapittel 4: Utsagnslogiske begreper

Nettkurs

Boka

Logisk konsekvens

- La M være en mengde av utsagnslogiske formler, og la F være en utsagnslogisk formel.
  Hvis F er sann for alle valuasjoner som gjør alle formlene i M sanne samtidig, er F en **logisk konsekvens** (*logical consequence*), eller bare en konsekvens, av formlene i M.
- $M \models F$ - F er en logisk konsekvens av M. M er en mengde.
- Sannhetsverditabeller hjelper å sjekke for logiske konsekvenser. Her er et eksempel på den:



- men hvis du vil begrunne at noe er en logisk konsekvens av noe annet, så må du bruke ord

Gyldig argument

- Et resonnement eller argument er **gyldig** (*valid*) eller **holdbart** hvis konklusjonen er en logisk konsekvens av mengden av premisser.
- **Viktig!** Om et argument er gyldig, har bare med formler å gjøre - ikke med innholdet!

Oppfyllbarhet

- Hvis en valuasjon v gjør en utsagnslogisk formel F sann, så sier vi at valuasjonen **oppfyller** (*satisfies*) formelen og skriver $v \models F$.
- v er en valuasjon.
- En utsagnslogisk formel er **oppfyllbar** (*satisfiable*) hvis det finnes en valuasjon som oppfyller den.
- $(P \rightarrow Q)$ er oppfyllbar; den oppfylles av enhver valuasjon som gjør P usann eller Q sann.
- $(P \wedge \neg P)$ er *ikke* oppfyllbar; den finnes ingen valuasjon som gjør både P og $\neg P$ sanne samtidig.

Falsifiserbarhet

- Hvis en valuasjon v gjør en utsagnslogisk formel F usann, sier vi at valuasjonen **falsifiserer** (*falsifies*) formelen og skriver $v \not\models F$.
- En utsagnslogisk formel er **falsifiserbar** (*falsifiable*) hvis det finnes en valuasjon som falsifiserer den.
- $(P \rightarrow Q)$ er falsifiserbar, men $(P \vee \neg P)$ er *ikke* falsifiserbar.

Tautologi/gyldighet

- Hvis en utsagnslogisk formel F er sann for alle valuasjoner, sier vi at formelen er en **tautologi** (*tautology*), eller **gyldig** (*valid*), og skriver $\models F$ (eller $\emptyset \models F$).

Motsigelse/kontradiksjon

- Hvis en utsagnslogisk formel F er usann for alle valuasjoner, sier vi at formelen er **kontradiktorisk** (*contradictory*), eller en **kontradiksjon** (*contradiction*), eller en **motsigelse**.
- Ikke noe symbol for det.

Symboler for sannhetsverdiene

- $\top$ - **sann** (*true*), eller **topp** (*top*)
- $\bot$ - **usann** (*false*), eller **bunn** (*bottom*)
- Enhver valuasjon må gjøre $\top$ sann og $\bot$ usann. Med andre ord, er $\top$ en tautologi, og $\bot$ - en motsigelse.

Uavhengighet av formler

- En formel F er **uavhengig** (*independent*) av en mengde formler M hvis hverken F eller $\neg F$ er en logisk konsekvens av M.
- En mengde formler er **uavhengig** hvis enhver formel er uavhengig av mengden av de andre formlene.
- Formelen P er uavhengig av mengden $\{P \lor Q, R\}$, fordi hverken P eller $\neg P$ er en logisk konsekvens av den.