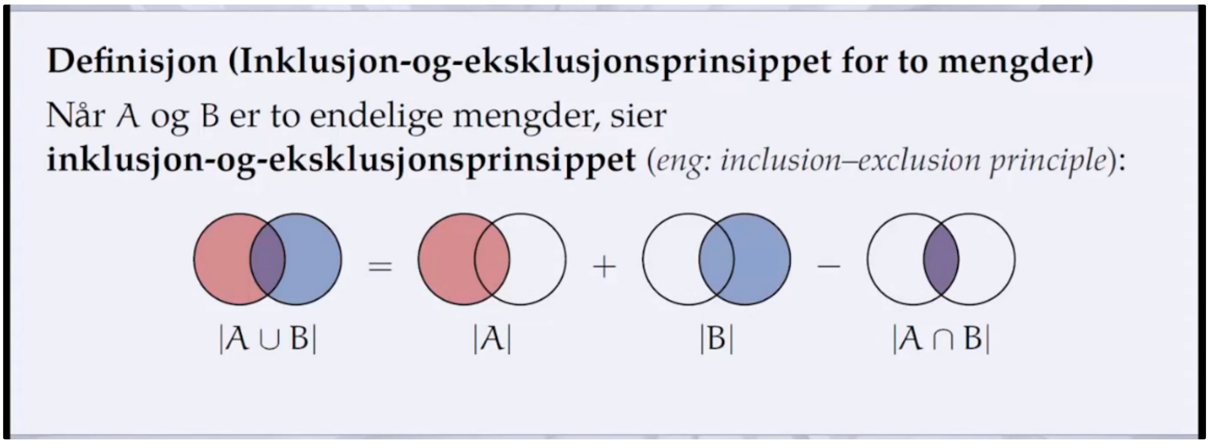
# Kapittel 18: Kombinatorikk

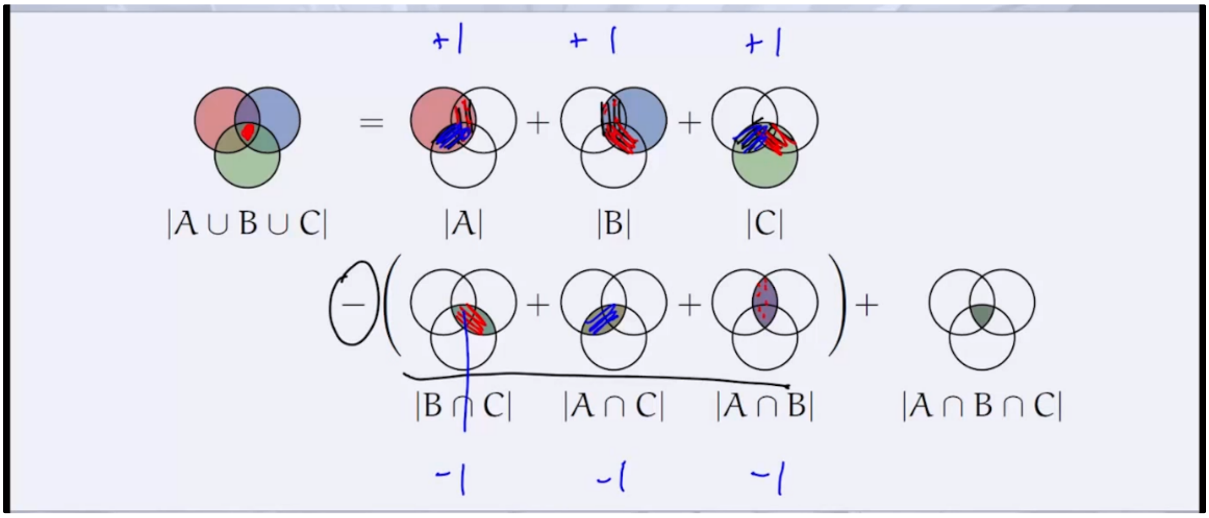
Nettkurs

Boka

## Inklusjon-og-eksklusjonsprinsippet for to mengder




## Inklusjon-og-eksklusjonsprinsippet for tre og flere mengder




## Multiplikasjonsprinsippet

- Hvis vi skal treffe en rekke uavhengige valg, er det totale antallet muligheter produktet av antall muligheter ved hvert valg. Dette kalles **multiplikasjonsprinsippet** (*rule of product / multiplication principle*).

## Permutasjon

- En **permutasjon** (*permutation*) av en mengde er en ordning av elementene i den.
- Hvis vi allerede har en ordning, er en permutasjon en endring av rekkefølgen.

- Funksjonene som representerer forskjellige permutasjoner er alle bijektive funksjoner.

- For å regne ut antall permutasjoner for en mengde med gitt antall elementer $n$, må vi ta fakultet av $n$, altså $n!$.

## Ordnet utvalg, eller $k$-permutasjon

- Hvis en mengde med $n$ elementer er gitt, og vi ønsker å velge $k$ av disse i rekkefølge, er det $n(n-1)(n-2)...(n-(k-1))$ måter å gjøre det på. Dette kalles et **ordnet utvalg** (*ordered selection*), eller en **$k$-permutasjon** , av $n$ elementer.
- Notasjon: ${}^nP_k = \frac{n!}{(n-k)!}$. En annen skrivemåte for dette tallet er $n^{\underline{k}}$.

## Kombinasjon

- En **kombinasjon** (*combination*) er et utvalg av elementer fra en mengde hvor rekkefølgen ikke spiller ingen rolle. En $k$-kombinasjon av en mengde $A$ er en delmengde av $A$ med $k$ elementer.
- Hvis antall måter å velge tre elementer av fem i rekkefølge på er ${}^5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$, så for å regne ut antall kombinasjoner, må vi dele dette med antall permutasjoner av en mengde med tre elementer, altså $3! = 6$.
- Så antall kombinasjoner av tre elementer i en mengde av fem elementer er ${}^nC_k = 60/6 = 10$
(${C}$ står for *combination*).
- En annen måte å skrive dette på er $\binom{n}{k}$, som leses "$n$ velg $k$".
- Tallet $\binom{n}{k}$ angir hvor mange forskjellige delmengder med $k$ elementer det er av en mengde med $n$ elementer.

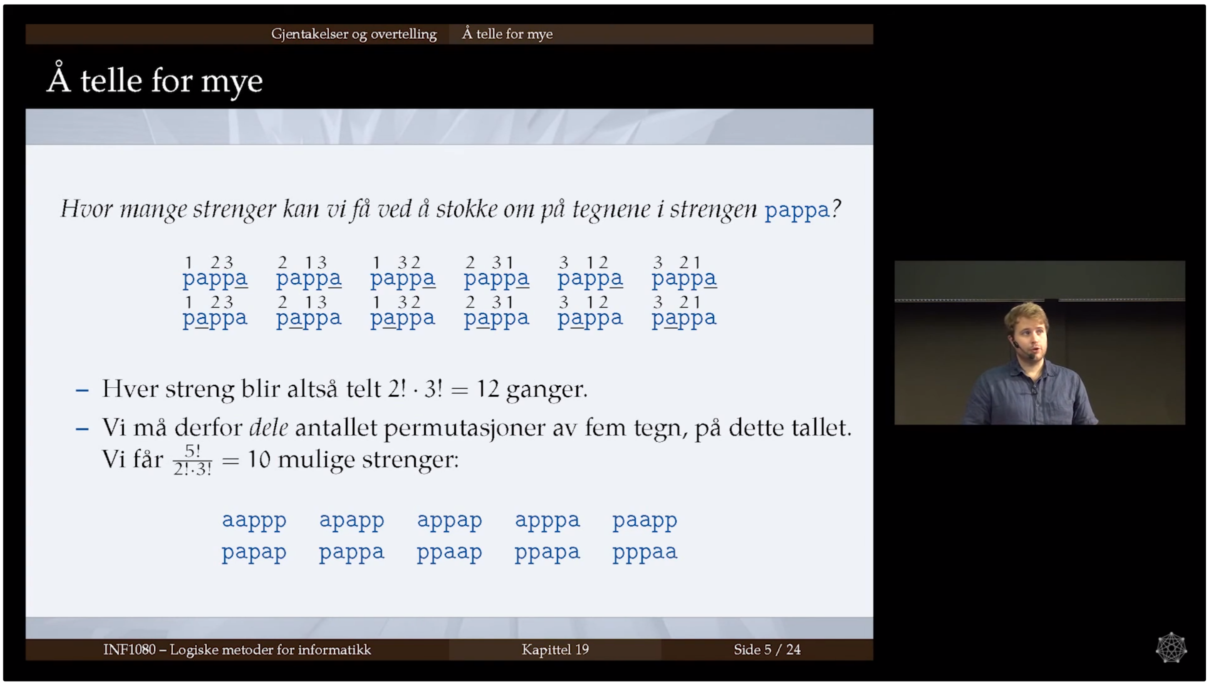
## Binomialkoeffisient

- Hvis n og k er naturlige tall slik at $k \leqslant n$, defineres som $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. Slikt tallet kalles **binomialkoeffisient** (*binomial coefficient*).
- Legg merke til at $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

## Gjentakelser og overtelling

- Noen ganger teller vi for mye (overcounting) og da må vi kompensere for det på riktig måte.
- Vi har allerede sett dette i inklusjon-og-eksklusjonsprinsippet (se øverst).

- Men vi kan også telle for mye når vi teller permutasjoner.




## Generelle formelen