

# Kapittel 22: Vandringer i grafer

Skrevet av Mohammad Fadel Al Khafaji

\ (•~•) /  
 \ /  
 / \

Nettkurs

Boka

## Vandringer og stier

En **vandring** (*eng: walk*) eller tur av lengde  $n$  i en graf er en sekvens av noder og kanter på formen

$$v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 \dots e_n v_n$$

hvor  $e_i$  er en kant som forbinder  $v_{i-1}$  og  $v_i$  for  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Vi sier at sekvensen går fra  $v_0$  til  $v_n$ . Hvis ingen node forkommer mer enn en gang, kalles den en **sti** (*eng: path*).

## Kretser og sykler

En vandring hvor den første og siste noden sammenfaller kalles **lukket** (*eng: closed*).

En lukket vandring hvor ingen kant forekommer mer enn en gang kalles en **krets** (*eng: circuit*). En sti  $v_1 v_2 \dots v_n$  med minst tre noder, sammen med kanten som forbinder  $v_n$  og  $v_1$ , kalles en **lukket sti** (*eng: closed path*) eller en **sykel** (*eng: cycle*) av lengden  $n$ . En graf uten sykler kalles **asyklisk** (*eng: acyclic*).

### Definisjon (Sammenhengende)

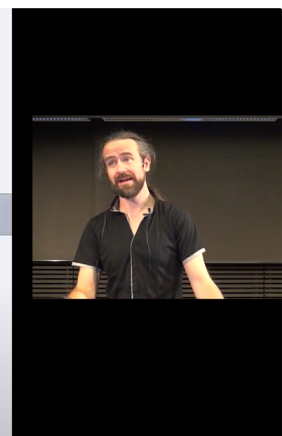
En graf er **sammenhengende** (*eng: connected*) hvis det finnes en sti mellom alle par av noder i grafen, det vil si at det er mulig å komme fra enhver node til enhver annen node ved å følge kantene.



To sammenhengende grafer.



To ikke-sammenhengende grafer.



### Definisjon (Tre)

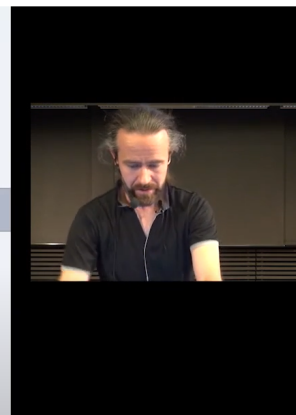
Et **tre** (eng: *tree*) er en sammenhengende, asyklisk graf. En node med grad én i et tre kalles en **løvnode** (eng: *leaf node*). En graf hvor alle komponentene er trær kalles en **skog** (eng: *forest*).



To trær.



To grafer som ikke er trær.



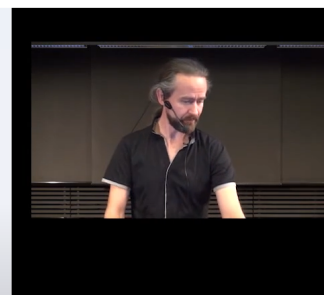
### Eulervei / eulerkrets

La  $G$  være en sammenhengende graf. En **eulervei** (eng: *Euler trail*) er en vandring som inneholder hver kant fra  $G$  nøyaktig en gang. En **eulerkrets** (eng: *Euler circuit*) er en eulervei hvor den første og den siste noden sammenfaller. En sammenhengende graf som har en eulerkrets kalles en eulersk graf.

Anta at  $G$  er en sammenhengende graf.

Da har vi følgende:

- Hvis graden til enhver node i  $G$  er et partall, inneholder  $G$  en eulerkrets.
- Hvis nøyaktig to noder i  $G$  har odde grad, inneholder  $G$  en eulervei fra den ene noden til den andre.
- Hvis  $G$  har mer enn to noder av odde grad, inneholder grafen ikke en eulervei.



### Hamiltonsti / hamiltonsykel

La  $G$  være en sammenhengende graf.

- En **hamiltonsti** (eng: *Hamiltonian path*) er en sti som inneholder hver node fra  $G$  nøyaktig en gang.
- En **hamiltonsykel** (eng: *Hamiltonian cycle*) er en sykel som inneholder hver node fra  $G$  nøyaktig en gang.
- En hamiltonsykel kalles **hamiltonsk** (eng: *Hamiltonian*).

### Kommentarer

Bare husk å drikk nok vann for å ikke være dehydrert. OK?

