Kapittel 2: Utsagnslogikk

Nettkurs

Boka

Det sentrale spørsmålet er "Hva som følger fra hva?"

Atomære og samensatte utsagn

- Et **utsagn** (*preposition*) er noe som kan være sant eller usant. Dette noe kan være en *setning*, *ytring* eller *meningsinnholdet* til slike
- Atomære (*atomic*) utsagn er utsagn som du kan ikke dele opp i mindre biter
- Samensatte utsagn er utsagn som bygges opp fra atomære ved hjelp av logiske bindeord

Atomære og sammensatte formler

- En **utsagnsvariabel** (*propositional vatiable*) er en atomærformel (*atomic formula*)
- Utsagnsvariabler representerer atomære utsagn og brukes til å uttrykke sammensatte formler (sammensatte utsagn)

Konnektiver

- Konnektiver (*logical connectives*) representerer logiske bindeord:
  - $\neg$ - ikke
  - $\land$ - og
  - $\lor$ - eller
  - $\rightarrow$ - impliseres/hvis, så
  - $\leftrightarrow$ - hvis og bare hvis (eksklusivt hvis) - også hviss

Utsagnslogiske formler

- Enhver atomær formel er en utsagnslogisk formel

- Eksempler:
  - F
  - $\neg P$ - **negasjon** (*negation*)
  - $\neg\neg F$
  - $(F \wedge G)$ - **konjunksjon** (*conjunction*); formlene F og G kalles **konjunktene** (*conjuncts*)
  - $(F \vee G)$ - **disjunksjon** (*disjunction*); formlene F og G kalles **disjunktene** (*disjuncts*)
  - $(F \to G)$ - **implikasjon** (*implication*)

Mer om "hvis" og "bare hvis"

- $(A \to B)$
- At A er sann, er en **tilstrekkelig** betingelse for at B er sann.
  - Det er nok at A er sann for at B også skal være sann
  - Formelen B kan være sann uten at A er sann, men *hvis* A er sann, *så* må B være sann
- At B er sann, er en **nødvendig** betingelse for at A er sann.
  - A ikke kan være sann uten at B er også sann
  - Formelen A er sann *bare hvis* B er sann

"Hvis og bare hvis"

- Jeg spiser det *hvis* det er godt.
  - "Jeg spiser" $\leftarrow$ "det er godt" (er glupsk)
- Jeg spiser det *bare hvis* det er godt.
  - "Jeg spiser" $\to$ "det er godt" (er kresen)
- Jeg spiser det *hviss* det er godt.
  - "Jeg spiser" $\leftrightarrow$ "det er godt" (er glupsk, men kresen)
  - Med andre ord, begge elementer er **tilstrekkelig** *og* **nødvendig** for hverandre

Presedensregler (*precedence rules*)

- $\neg$ - sterkest
- $\wedge$ - svakere enn $\neg$

- $\vee$ - svakere enn både $\neg$ og $\wedge$
- $\rightarrow$ - svakest
- Så dette betyr at $P \wedge Q \rightarrow R$ står for $((P \wedge Q) \rightarrow R)$ og **ikke** $(P \wedge (Q \rightarrow R))$
- I tillegg:
  - $\wedge$ og $\vee$ er **venstre-assosiative**: $P \wedge Q \wedge R$ **—>** $((P \wedge Q) \wedge R)$
  - $\rightarrow$ er **høyre-assosiativ**: $P \rightarrow Q \rightarrow R$ **—>** $(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$