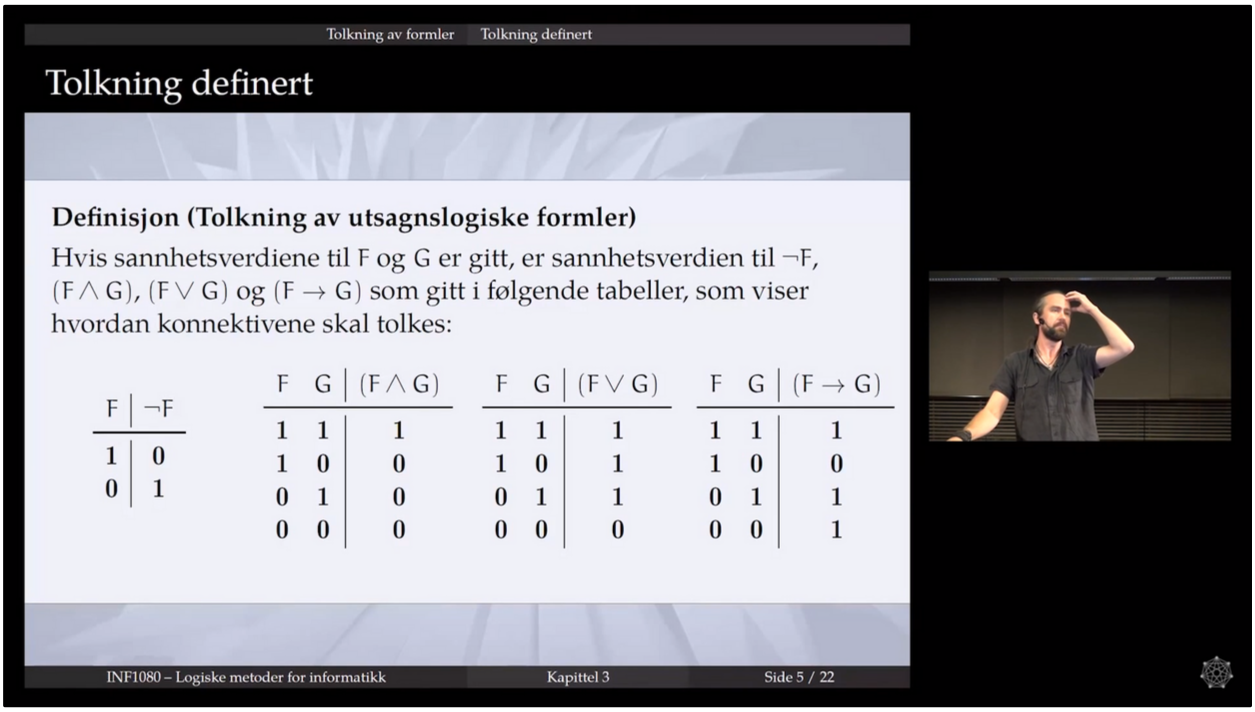
# Kapittel 3: Semantikk for utsagnslogikk

Nettkurs

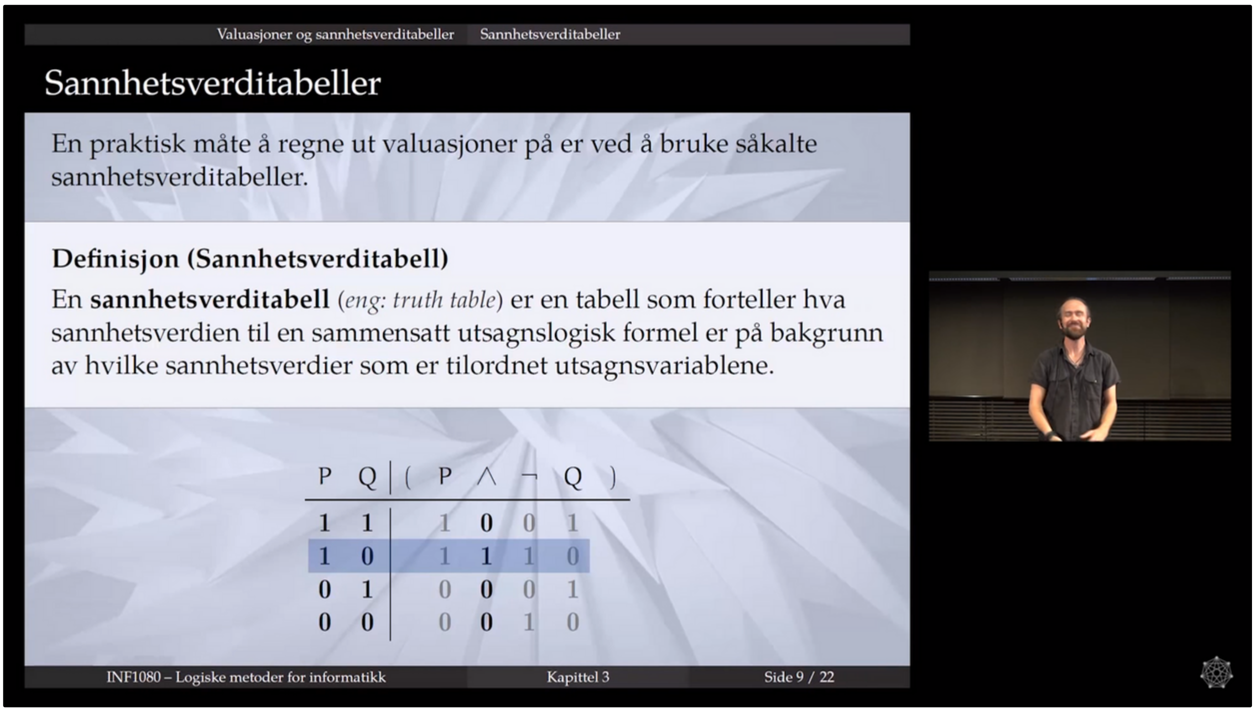
Boka

## Definisjoner

- Sannhetsverdier (*truth values*):
    - 1 - sann
    - 0 - usann
- Tolkninger av forskjellige logiske utsagn (hvis sannhetsverdier for alle atomære utsagn er gitt) representeres av sannhetsverditabeller



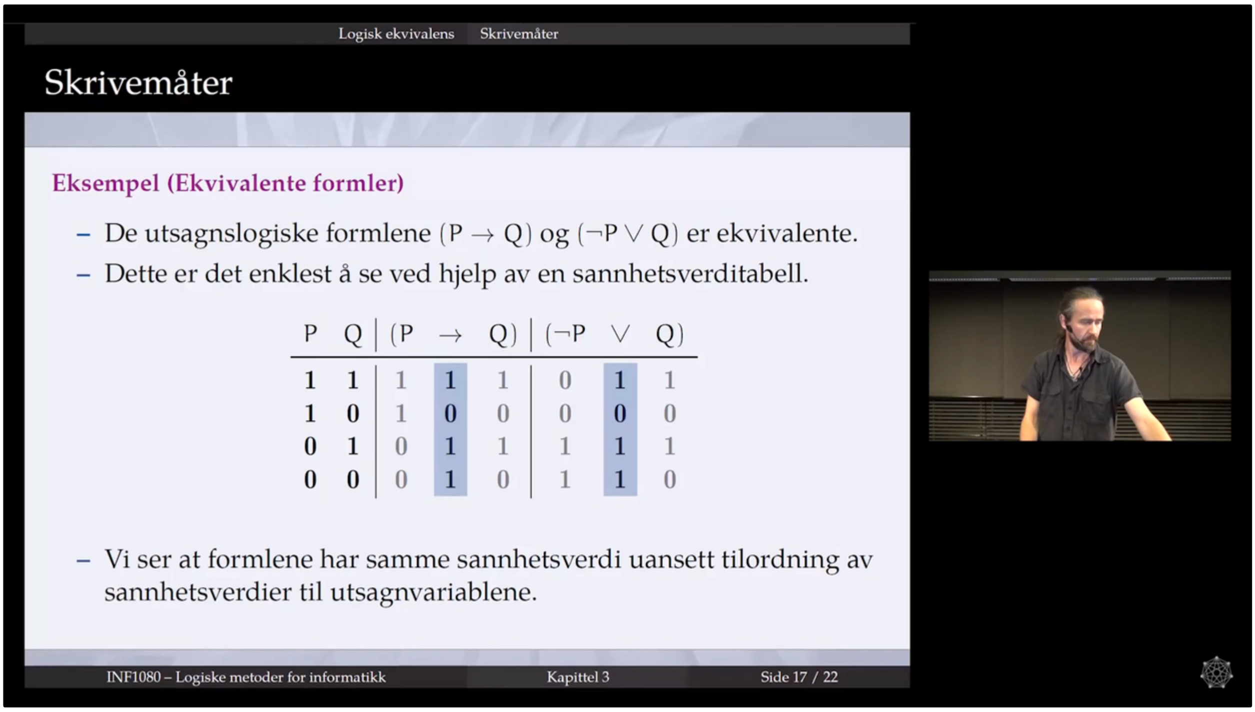

- **Valuasjon** (*valuation*) - en tilordning av sannhetsverdier til alle utsagnslogiske formler som er slik at tabellene over overholdes
    - F.eks. hvis man antar at $P = 1$ og $Q = 0$, da er det automatisk at $\neg Q = 1$ og $(P \land \neg Q) = 1$. Dette her er valuasjon.
- **Sannhetsverditabellen** (*truth table*) - en tabell som forteller hva sannhetsverdien til en sammensatt utsagnslogisk formel er på bakgrunn av hvilke sannhetsverdier som er tilordnet utsagnsvariablene



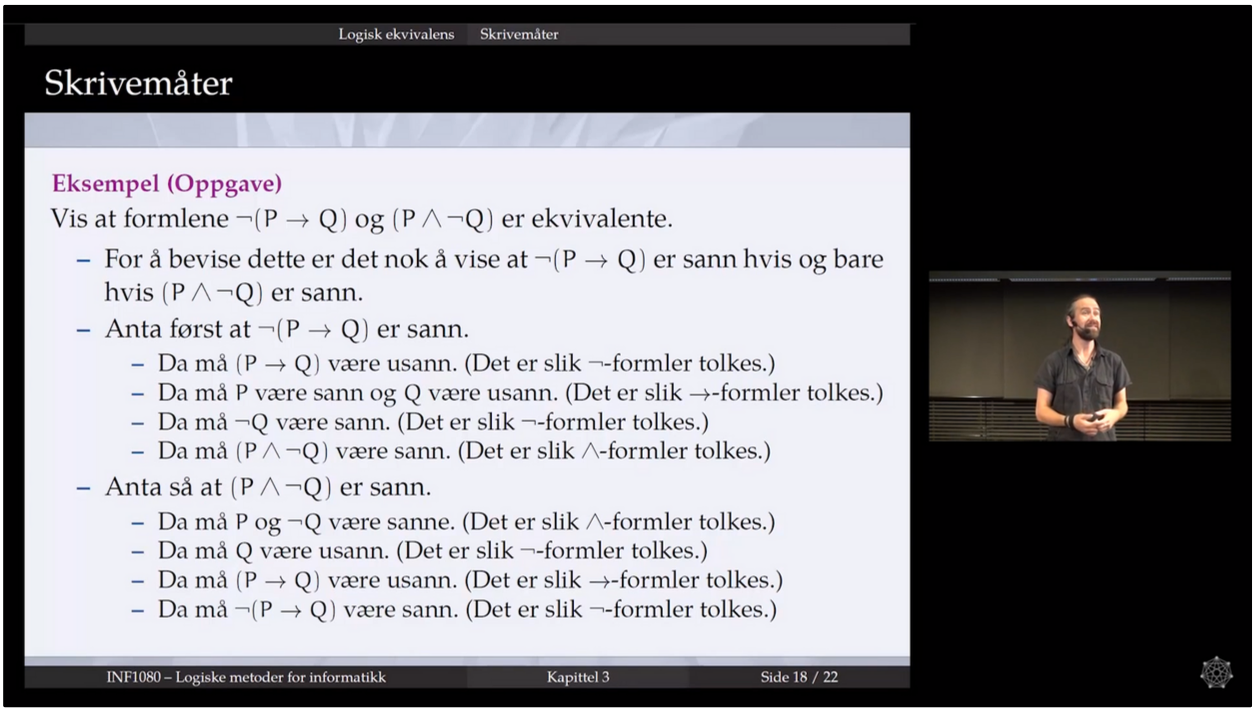

## Logisk ekvivalens

- To formler $F$ og $G$ er **logisk ekvivalente** (*logically equivalent*), eller bare **ekvivalente**, hvis de har samme sannhetsverdi for enhver tilordning av sannhetsverdier til utsagnsvariablene. Alle variasjoner som gjør $F$ sann, må gjøre $G$ sann, og vice versa.
- Dette skrives sånn: $F \Leftrightarrow G$
- F. eks. $P \Leftrightarrow \neg\neg P$
- NB! $\Leftrightarrow$ er bare en del av **metaspråket** og brukes som en forkortelse for "hvis og bare hvis". Den er ikke en del av det **formelle** utsagnslogiske **språket**.

- Ekvivalens av to formler kan bli vist ved enten en sannhetsverditabell, eller ved resonnement
    - sannhetsverditabell




    - resonnement




---

## Noen viktige ekvivalenser

- Distribusjon
  - $A \land (B \lor C) \Leftrightarrow (A \land B) \lor (A \land C)$
  - $A \lor (B \land C) \Leftrightarrow (A \lor B) \land (A \lor C)$
- De Morgan
  - $\neg(A \land B) \Leftrightarrow (\neg A \lor \neg B)$
  - $\neg(A \lor B) \Leftrightarrow (\neg A \land \neg B)$
- Assosiativitet
  - $A \land (B \land C) \Leftrightarrow (A \land B) \land C$
  - $A \lor (B \lor C) \Leftrightarrow (A \lor B) \lor C$
  - I.e. parenteser spiller ingen rolle

- **Kommutativitet**
  - $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
  - $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$
  - I.e. plass spiller ingen rolle
- **Dobbel negasjon**
  - $\neg\neg A \Leftrightarrow A$
- **Implikasjon**
  - $A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$
  - $\neg(A \rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge \neg B$