



# Mesure la phase spectrale

Adeline Bonvalet

Laboratoire d'Optique et Biosciences

Ecole Polytechnique - CNRS - INSERM

Journée Thématique

*Mise en forme spatiale et temporelle d'impulsions femtoseconde*



# Plan

## I. Représentation d'une impulsion brève

## II. Mesures linéaires

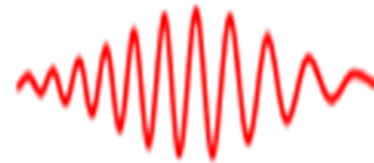
1. Spectroscopie par Transformée de Fourier
2. Interférométrie temporelle
3. Interférométrie spectrale
4. Comparaison

## III. Mesures non-linéaires

1. Autocorrélations
2. Spider
3. SRSI
4. Frog
5. Bilan

# Introduction

Comment caractériser entièrement une impulsion?



Mesurer le champs électrique avec une impulsion plus courte :

- Mesure d'impulsions THz ps avec une impulsion visible fs
- Mesure d'impulsions visibles fs à l'aide d'impulsions XUV as

800nm  
375THz  
2,7fs

THz

300μm  
1THz  
1ps

IR

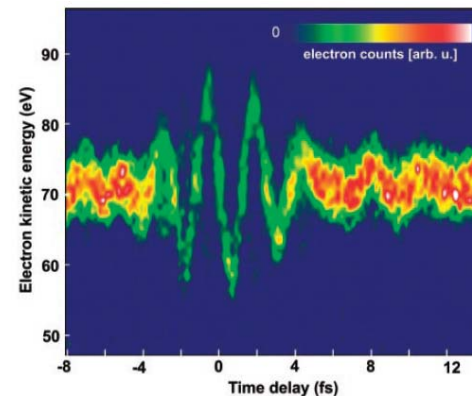
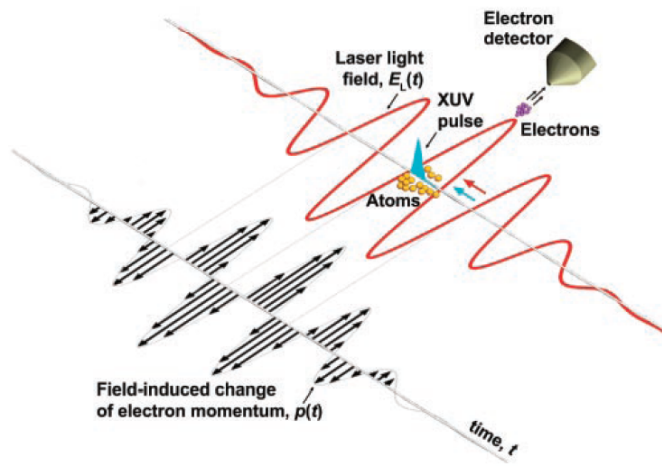
vis

UV

X

10nm  
30PHz  
33as

Fig. 1. Schematic of the measurement principle. A few-cycle pulse of laser light, together with a synchronized subfemtosecond XUV burst, is focused into an atomic gas target. The XUV pulse knocks electrons free by photoionization. The light electric field  $E_L(t)$  to be measured imparts a momentum change to the electrons (black arrows), which scales as the instantaneous value of the vector potential  $A_L(t)$  at the instant of release of the probing electrons. The momentum change is measured by an electron detector, which collects the electrons ejected along the direction of the linearly polarized  $E_L(\vec{r}, t)$ .



Goulielmakis, Science 305, 1267 (2004)

# I. Représentation d'une impulsion brève

Le champ électrique (réel) de l'impulsion se décompose en ondes monochromatiques:

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) \exp(-i\omega t) \frac{d\omega}{2\pi} = TF[\varepsilon(\omega)]$$

Transformée de Fourier

Le champ  $\varepsilon(\omega)$  est complexe:

$$\varepsilon(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t) \exp(i\omega t) dt = TF^{-1}[\varepsilon(t)]$$

$$\varepsilon(\omega) = |\varepsilon(\omega)| \exp(i\varphi(\omega))$$

Fréquence

Amplitude

Phase spectrale

# I. Représentation d'une impulsion brève

$\varepsilon(t)$  est réel donc  $\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon(-\omega)$

On définit le champ complexe:

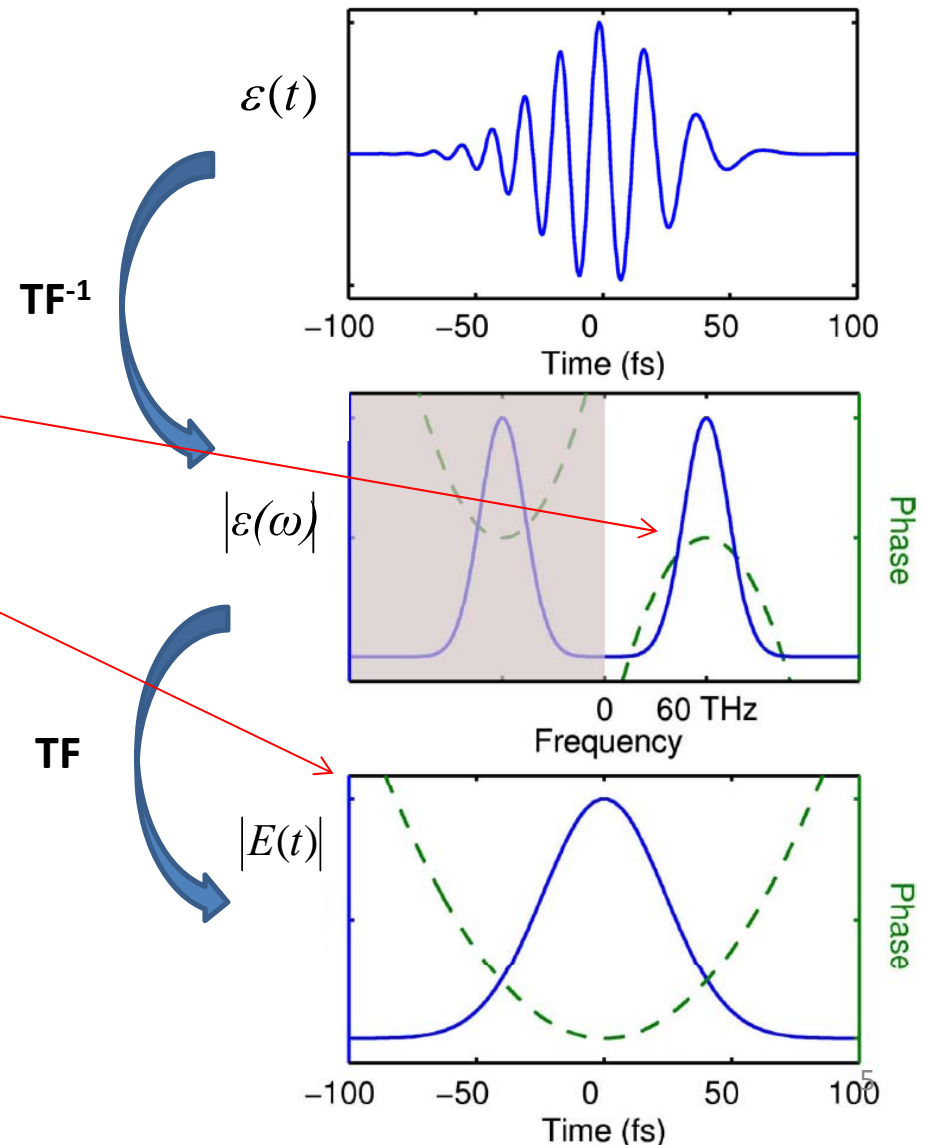
$$E(\omega) = 2\Theta(\omega)\varepsilon(\omega)$$

$$E(t) = TF(E(\omega))$$

$$E(t) = \text{Re}(\varepsilon(t))$$

$E(t)$  est la représentation analytique du champ réel ou **champ complexe**

$$E(t) = |E(t)|\exp(i\phi(t))$$



# I. Représentation d'une impulsion brève

Une impulsion brève peut être entièrement représentée par:

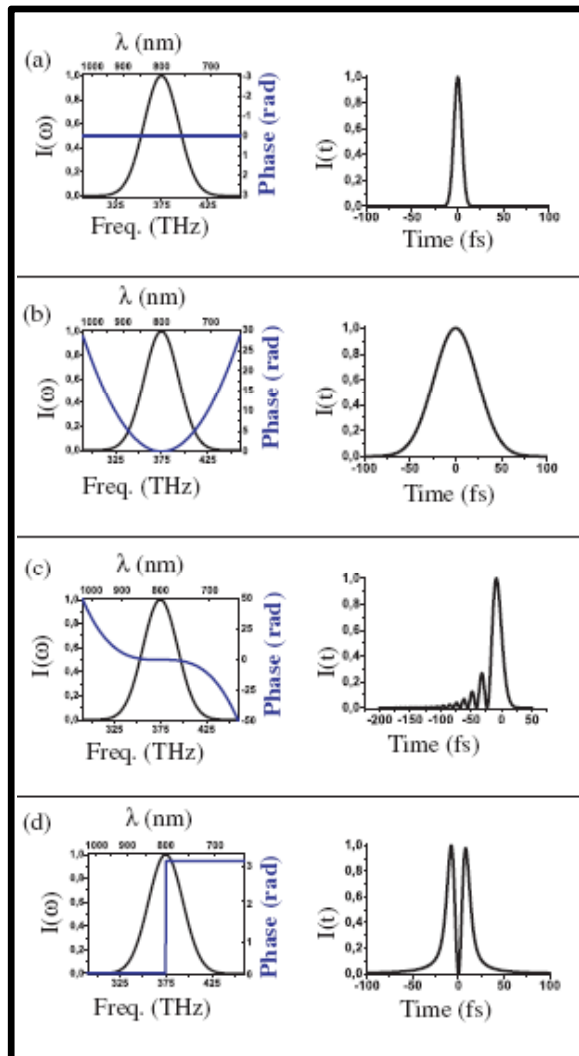
- son champ électrique réel  $\varepsilon(t)$
- son champ électrique complexe  $E(t)$   $E(t) = TF(E(\omega))$
- son champ électrique spectral  $E(\omega) = |E(\omega)| \exp(i\varphi(\omega))$

Caractériser une impulsion consiste à mesurer **l'amplitude et la phase spectrale**

$$I(t) = n \frac{\varepsilon_0 c}{2} |\varepsilon(t)|^2 \quad \text{Intensité temporelle}$$

$$I(\omega) = n \frac{\varepsilon_0 c}{2} |\varepsilon(\omega)|^2 \quad \text{Intensité spectrale}$$

# I. Représentation d'une impulsion brève



Intensités temporelles  
pour différentes phases spectrales

## II. Mesures linéaires

### 1. Spectroscopie par Transformée de Fourier

On mesure **l'intensité** en sortie d'un interféromètre de Michelson en fonction du **délai  $\tau$  variable** d'un bras de l'interféromètre:

$$S(\tau) = \int (E(t) + E(t - \tau))^2 dt$$

$$S(\tau) = \underbrace{2 \int E(t)^2 dt}_{\text{Constante indépendante de } \tau} + \underbrace{2 \int E(t)E(t - \tau) dt}_{\text{Autocorrélation du champ } f(\tau)}$$

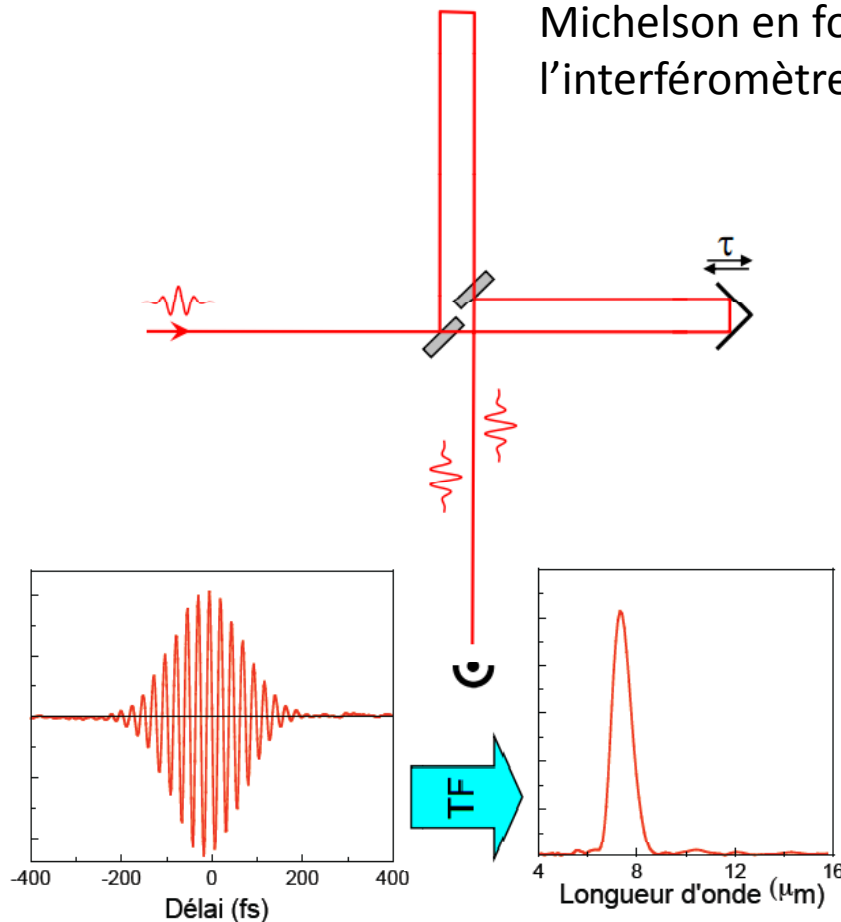
Constante  
indépendante de  $\tau$

Autocorrélation  
du champ  
 $f(\tau)$

$$f(\tau) = E(t) \otimes E(-t) = E(t) \otimes E^*(-t)$$

$$TF^{-1}(f(\tau)) = E(\omega) \cdot E^*(\omega) = |E(\omega)|^2$$

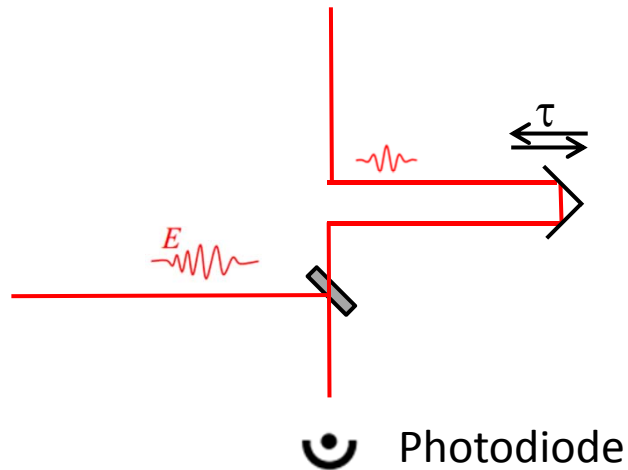
La transformée de Fourier inverse du signal oscillant donne **l'intensité spectrale**, mais aucune information sur la phase



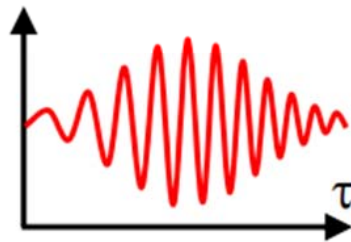


## II. Mesures linéaires

### 2. Interférométrie temporelle avec une impulsion de référence



Mesure de l'intensité



La mesure de la **corrélation** linéaire avec une impulsion de référence donne:

$$S(\tau) = \int (E(t) + E_0(t - \tau))^2 dt$$

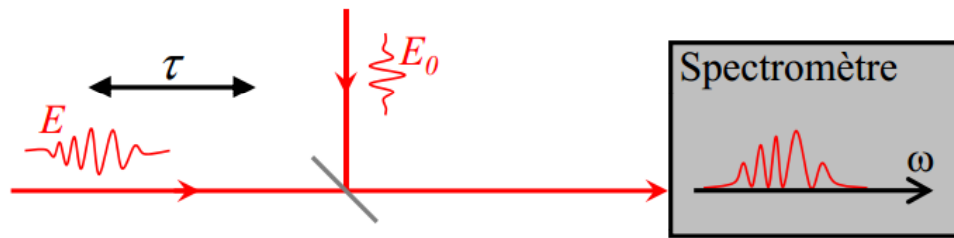
$$f(\tau) = E(t) \otimes E_0(-t) = \underbrace{E(t) \otimes E_0^*(-t)}_{\text{Produit de corrélation}} \\ f(\tau)$$

$$TF^{-1}(f(\tau)) = E(\omega) \cdot E_0^*(\omega)$$

Si l'impulsion de référence est connue on peut déterminer l'amplitude **et la phase** de l'impulsion inconnue.

## II. Mesures linéaires

### 3. Interférométrie spectrale avec une impulsion de référence



On observe un **spectre cannelé** avec des franges spectrales de période environ  $2\pi/\tau$

On mesure l'**intensité spectrale** de deux impulsions décalées d'un **retard  $\tau$  fixe**.

$$S(\omega) = | E_0(\omega) + E(\omega)e^{i\omega\tau} |^2$$

$$S(\omega) = | E_0(\omega) |^2 + | E(\omega) |^2 + \underbrace{f(\omega)e^{i\omega\tau} + f^*(\omega)e^{-i\omega\tau}}$$

$$2 | f(\omega) | \cos(\Delta\varphi(\omega) + \omega\tau)$$

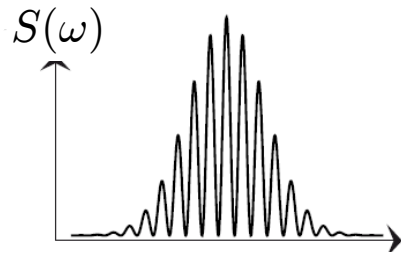
$$\Delta\varphi(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)$$

avec

$$f(\omega) = E_0^*(\omega)E(\omega) = | E_0^*(\omega)E(\omega) | \exp(i(\varphi(\omega) - \varphi_0(\omega))) \quad \text{Produit de corrélation}$$

## II. Mesures linéaires

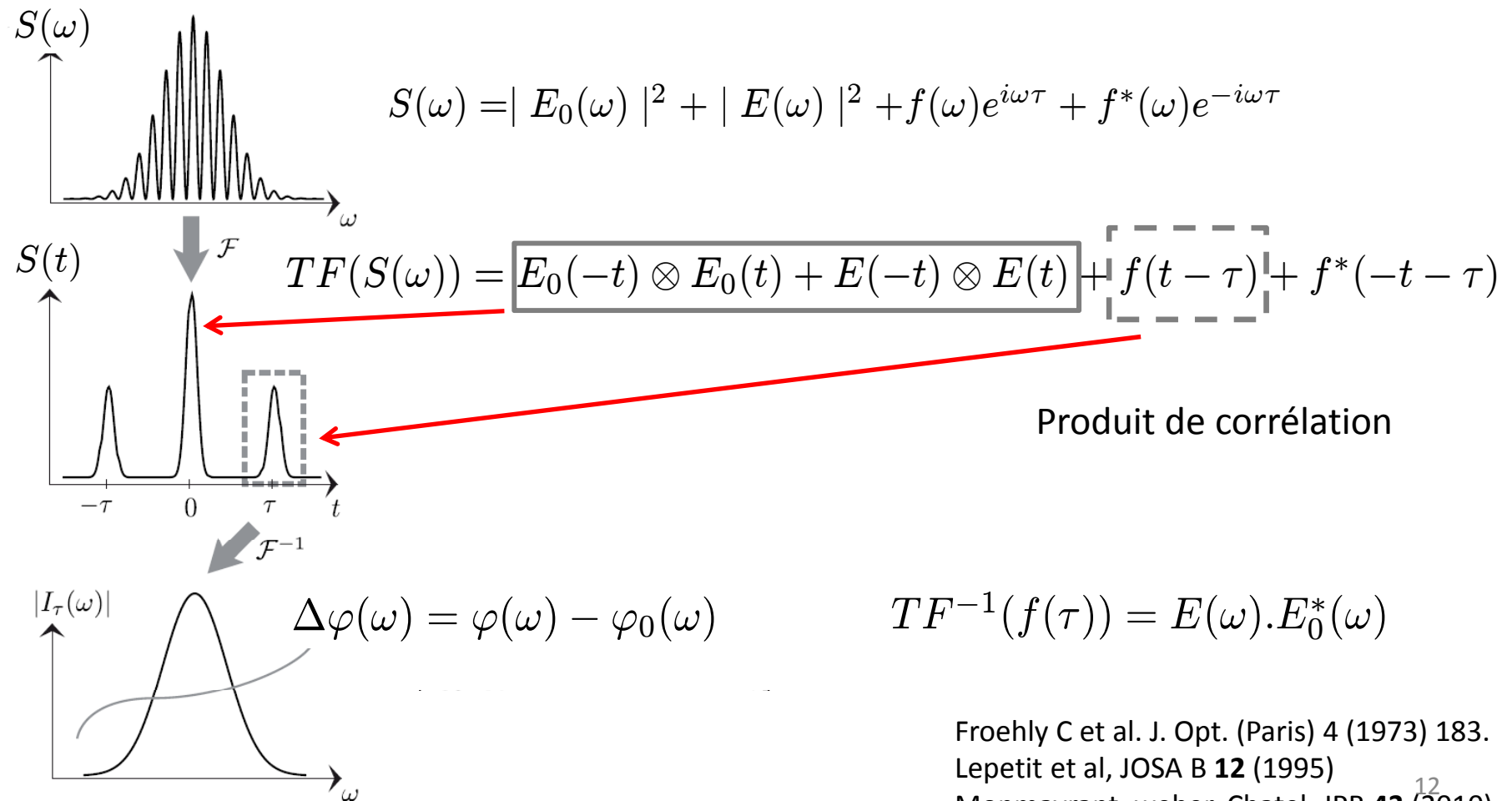
### 3. Interférométrie spectrale avec une impulsion de référence



$$S(\omega) = |E_0(\omega)|^2 + |E(\omega)|^2 + f(\omega)e^{i\omega\tau} + f^*(\omega)e^{-i\omega\tau}$$

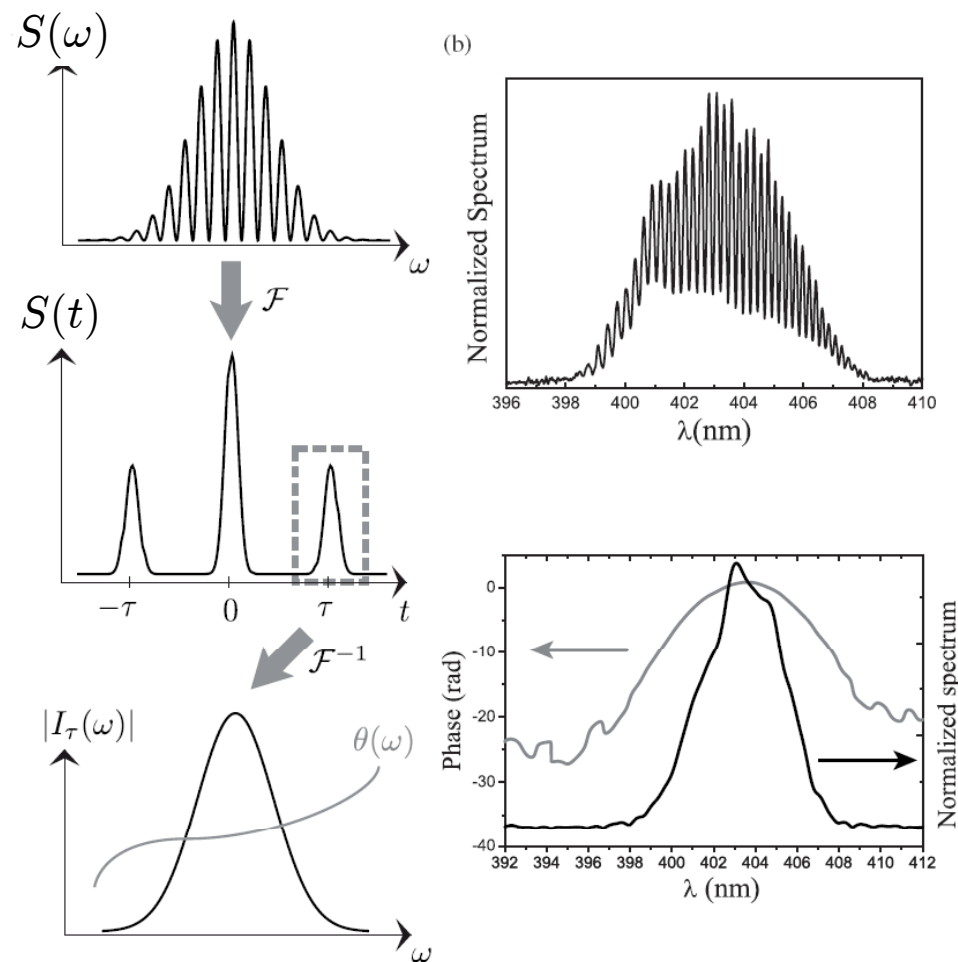
## II. Mesures linéaires

### 3. Interférométrie spectrale avec une impulsion de référence



## II. Mesures linéaires

### 3. Interférométrie spectrale avec une impulsion de référence



Par traitement de Fourier du signal  $S(\omega)$  on peut remonter à la différence de phase :

$$\Delta\varphi(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)$$

Froehly C et al. J. Opt. (Paris) 4 (1973) 183.  
 Lepetit et al, JOSA B **12** (1995)  
 Monmayrant, weber, Chatel, JPB **43** (2010)

## II. Mesures linéaires

### 4.bilan

Un mesure linéaire de phase spectrale nécessite une impulsion de référence connue.

#### **Interférométrie temporelle**

Balayage temporel  
Détecteur monocanal (photodiode)

#### **Interférométrie spectrale**

Pas de balayage temporel (retard fixe)  
Détecteur multicanal (spectromètre)

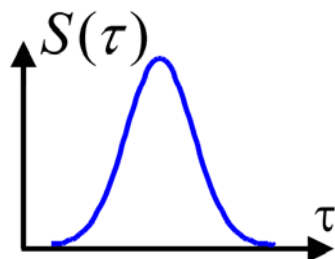
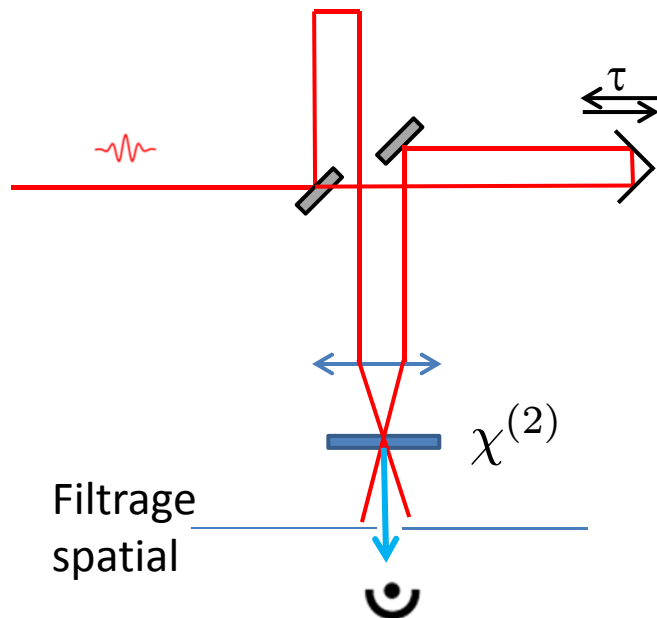
Avantages de ces méthodes:  
sensibilité (car linéaire)  
simplicité

Applications:  
Mesure d'une impulsion inconnue  
Mesure de la phase introduite par un composant optique

# III. Mesures non-linéaires

## 1. Autocorrélation

Autocorrélateur intensimétrique



L'impulsion est séparée en deux répliques **non-colinéaires** séparées d'un retard  $\tau$  variable et focalisées dans un cristal non-linéaire.

$$E_{SHG}(t) \propto \chi^{(2)} E(t) E(t - \tau)$$

On mesure l'intensité de génération de second harmonique en fonction du retard  $\tau$ :

$$S(\tau) = \int |E_{SHG}(\tau)|^2 dt = \int I(t) I(t - \tau) dt$$

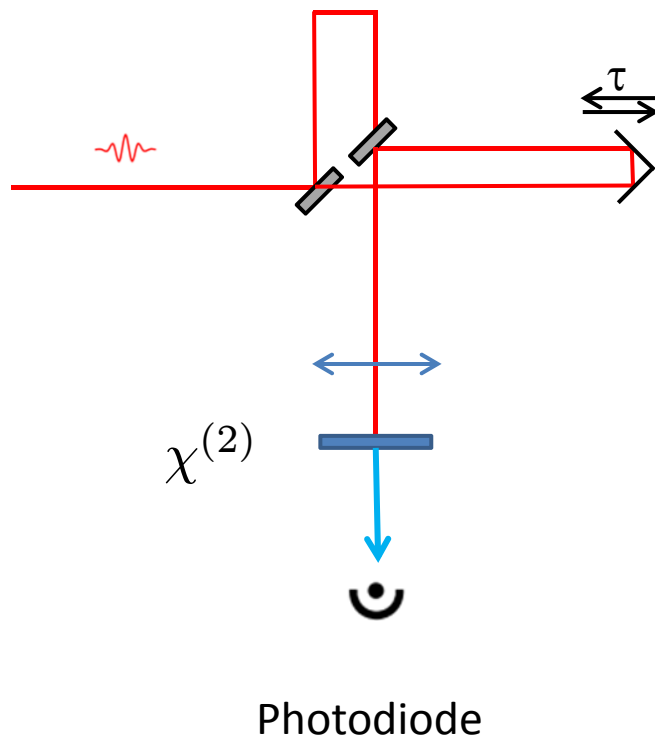
La durée RMS de l'impulsion est reliée à la durée RMS de l'autocorrélation:  $\Delta\tau = \sqrt{2}\Delta t$

➤ Information indirecte et partielle sur la phase....<sup>15</sup>

# III. Mesures non-linéaires

## 1. Autocorrélation

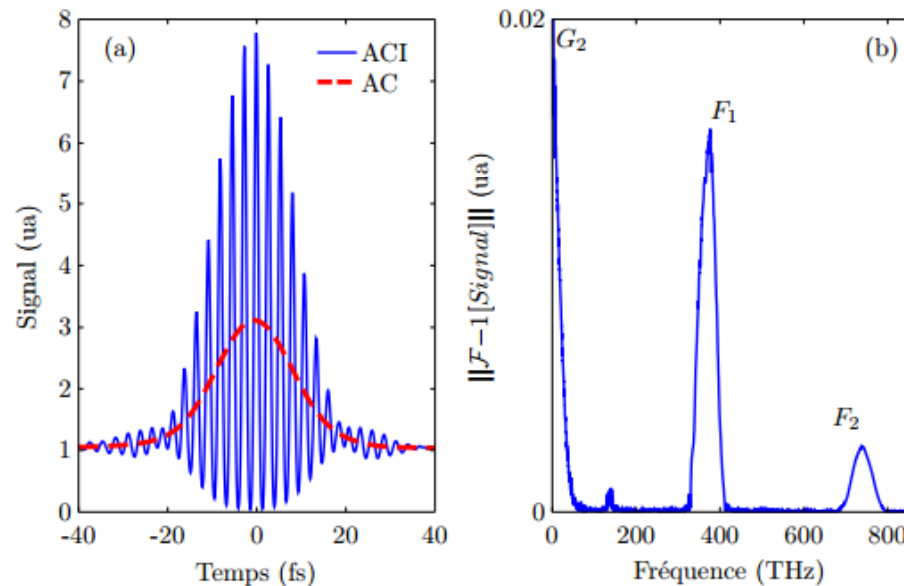
Autocorrélateur interférométrique



L'impulsion est séparée en deux répliques **colinéaires** séparées d'un retard  $\tau$  variable et focalisées dans un cristal non-linéaire.

$$E_S(t) \propto \chi^{(2)} (E(t) + E(t - \tau))^2$$

$$S(\tau) \propto \int (E(t) + E(t - \tau))^4 dt$$



Par filtrage de Fourier on retrouve l'autocorrélation en intensité

$$\Delta\tau = \sqrt{2}\Delta t$$



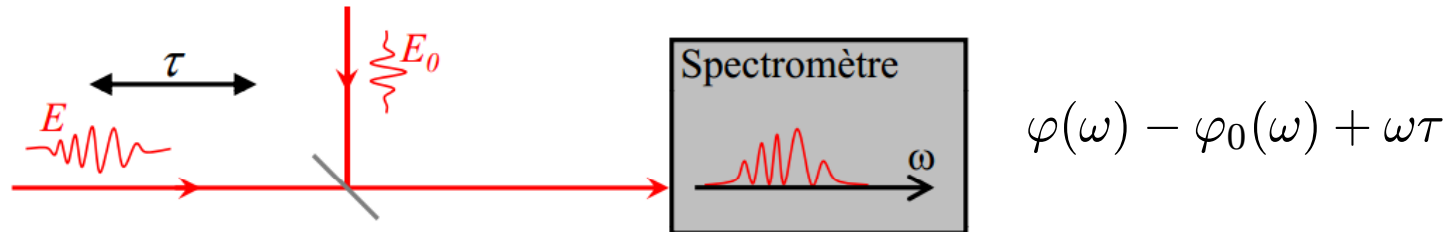
# III. Mesures non-linéaires

## 2. Spider

**Spider:** Spectral Phase Interferometry for Direct Electric field Reconstruction

Méthode d'**Interférométrie à décalage spectral** pour mesurer amplitude et phase

L'interférométrie spectrale mesure la différence de phase entre deux faisceaux.



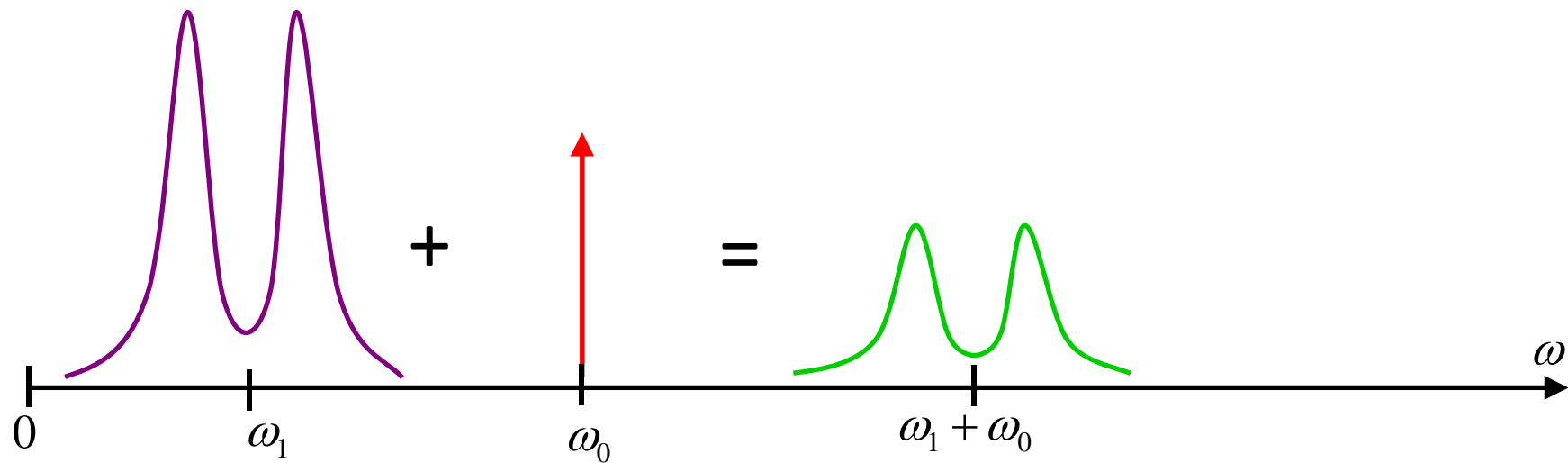
Idée: utiliser une réplique de l'impulsion comme référence.

Mais alors on mesure  $\varphi(\omega) - \varphi(\omega) + \omega\tau = \omega\tau$

# III. Mesures non-linéaires

## 4. Spider

Idée: créer une impulsion de référence **décalée en fréquence**



Par somme de fréquence avec une impulsion monochromatique dans un cristal non-linéaire, on crée une réplique décalée spectralement:

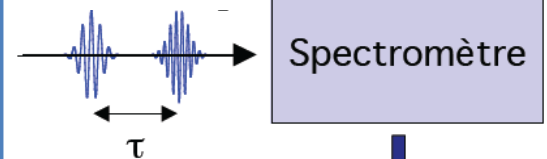
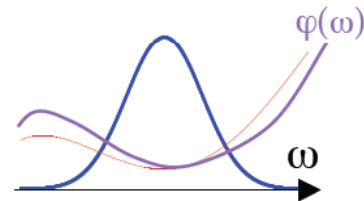
$$E_s(\omega) = E(\omega - \omega_0)$$

# III. Mesures non-linéaires

## 4. Spider

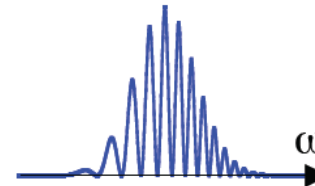
Génération de deux répliques  
décalées spectralement

$$\varphi(\omega - \omega_1) - \varphi(\omega - \omega_2)$$



Spectromètre

Interférométrie  
spectrale



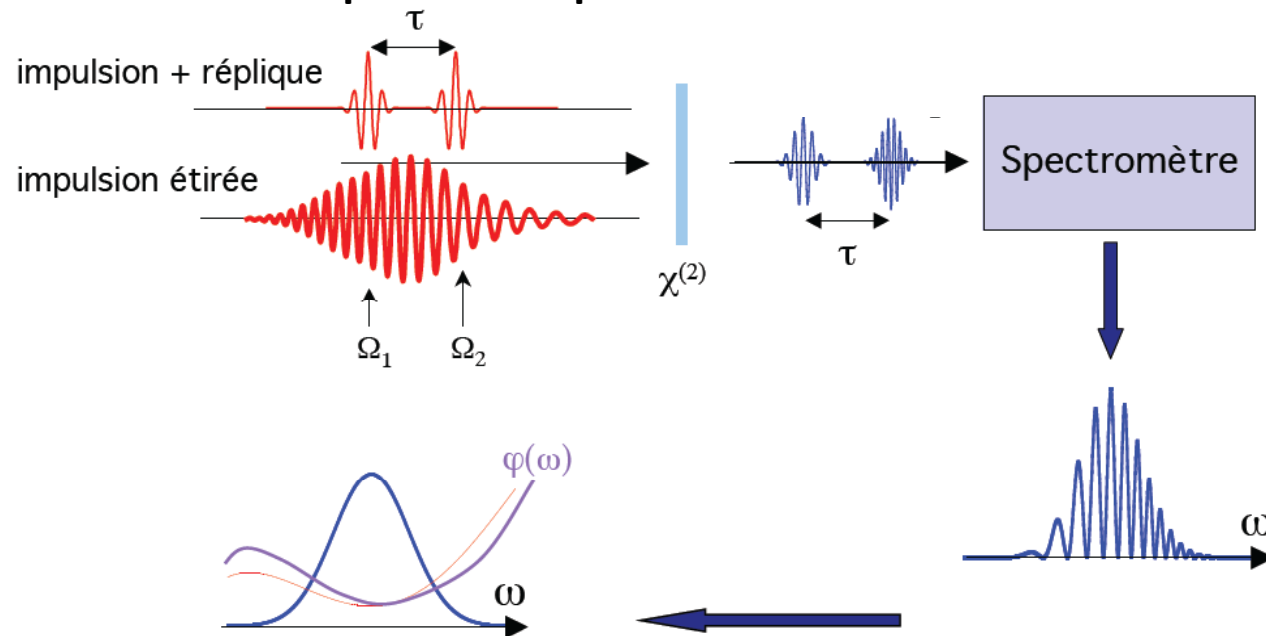
$$\varphi(\omega - \omega_1) - \varphi(\omega - \omega_2) = (\omega_2 - \omega_1) \frac{d\varphi}{d\omega}$$

On reconstruit la phase spectrale par intégration ou concaténation

# III. Mesures non-linéaires

## 4. Spider

Les deux impulsions décalées spectralement sont obtenues par somme de fréquence avec une **impulsion chirpée**.



$$\varphi(\omega - \omega_1) - \varphi(\omega - \omega_2) = (\omega_2 - \omega_1) \frac{d\varphi}{d\omega}$$

On reconstruit la phase spectrale par intégration ou concaténation

Caractérisation complète en **amplitude** et en **phase**

Iaconis et Walmsley, Opt.Lett. (1998)<sup>20</sup>

# III. Mesures non-linéaires

## 4. Spider

Dispositif expérimental

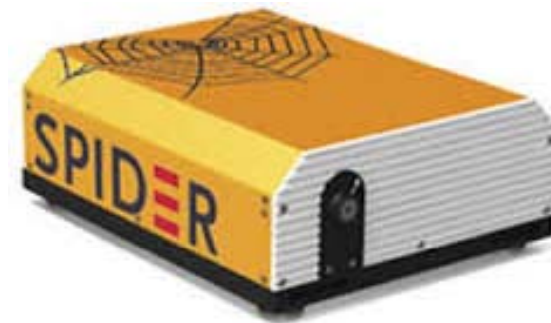
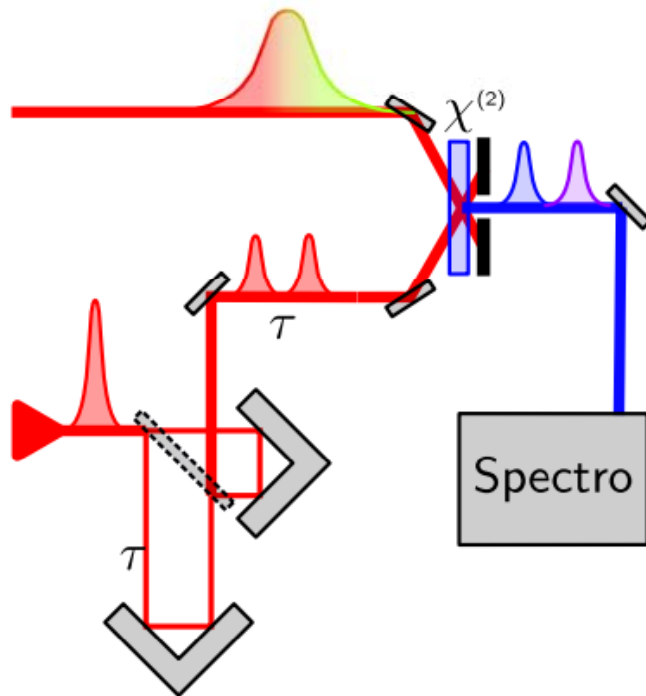


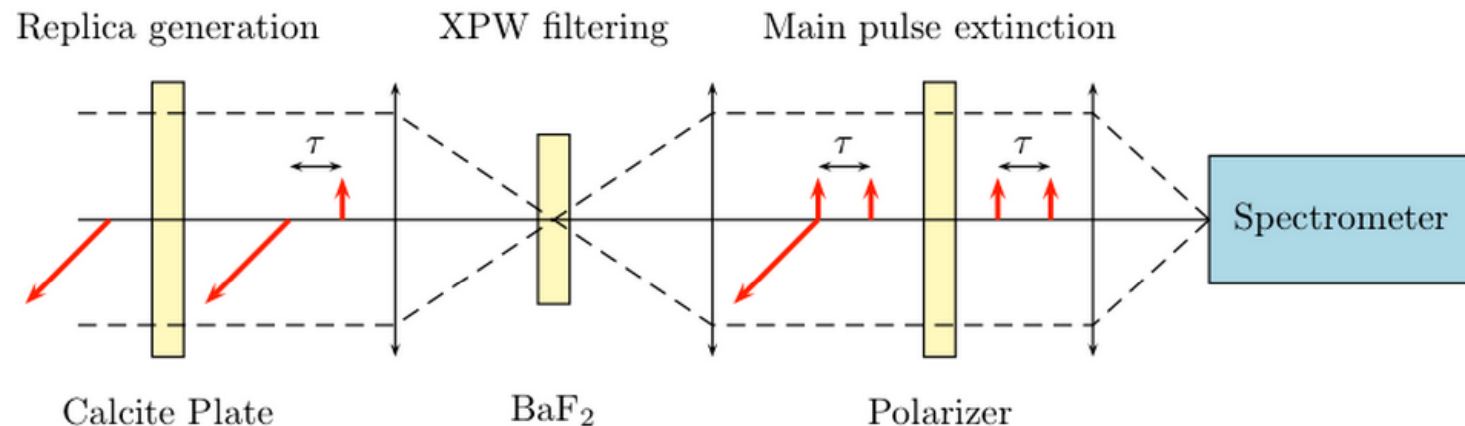
Schéma Monmayrant Femto 2008

Beaucoup de variantes: HOT-SPIDER, ZAP-SPIDER, SEA-SPIDER, ARAIGNEE, etc

# III. Mesures non-linéaires

## 5. SRSI : Self –Reference Spectral Interferometry

- ✓ Génération d'une impulsion de référence par Cross-Polarized Wave generation (XPW). L'impulsion engendrée présente un **spectre élargi et une phase spectrale constante**.
- ✓ Mesure de la phase spectrale par **interférométrie spectrale** avec l'impulsion de référence engendrée



Wizzler  
(Faslite)



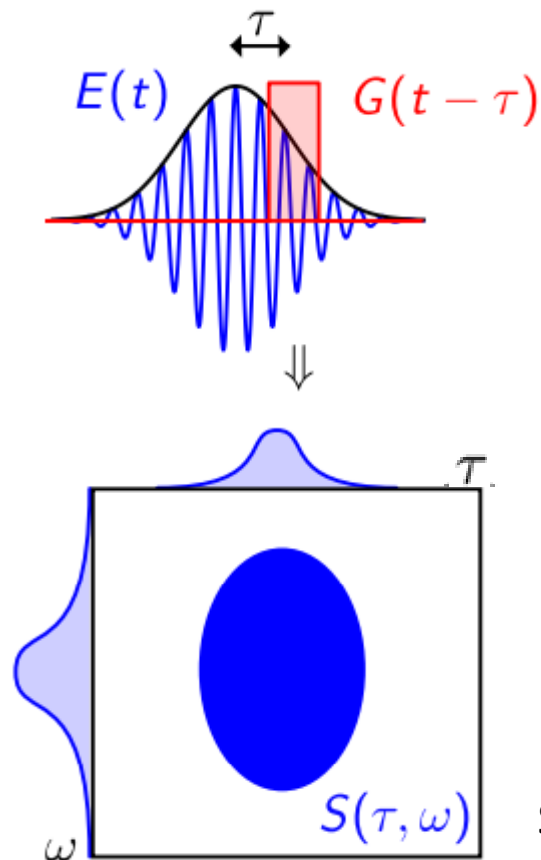
Oksenhendler, Appl. Phys. B (2010)

# III. Mesures non-linéaires

## 6. Frog

**FROG** : Frequency Resolved Optical Gating

Filtrage temporel résolu spectralement



➤ Filtrage temporel :  $E_{sig}(t) = E(t)G(t - \tau)$

➤ Mesure du spectre  $S(\tau, \omega) = |E_{sig}(\omega)|^2$

$$S(\tau, \omega) = |TF(E_{sig}(t))|^2$$

$$S(\tau, \omega) = \left| \int E_{sig}(t) e^{i\omega t} dt \right|^2$$

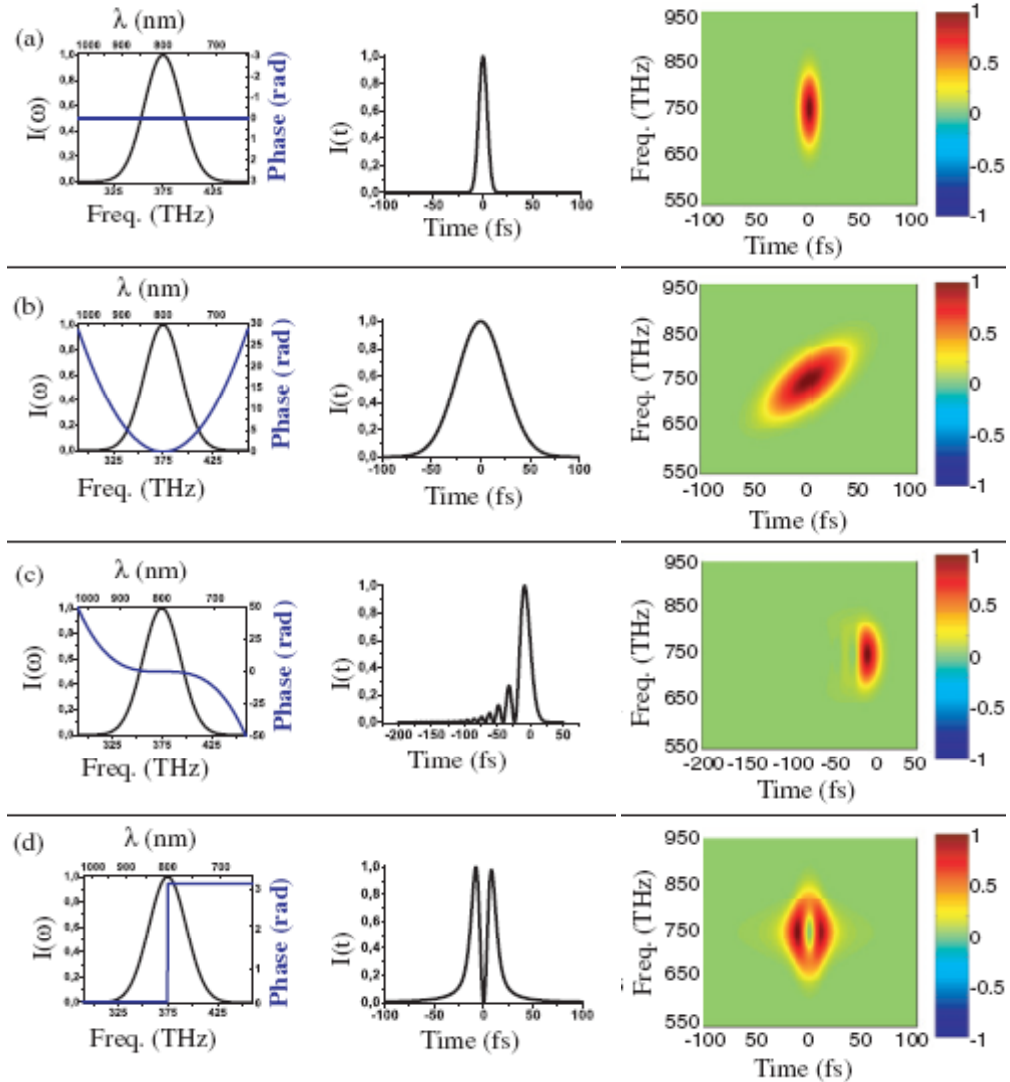
$$S(\tau, \omega) = \left| \int E(t) G(t - \tau) e^{i\omega t} dt \right|^2$$

Spectrogramme: convolution temporelle de l'impulsion et d'une porte

# III. Mesures non-linéaires

## 6. Frog

Spectrogramme:  
Convolution temporelle de  
l'impulsion et d'une porte



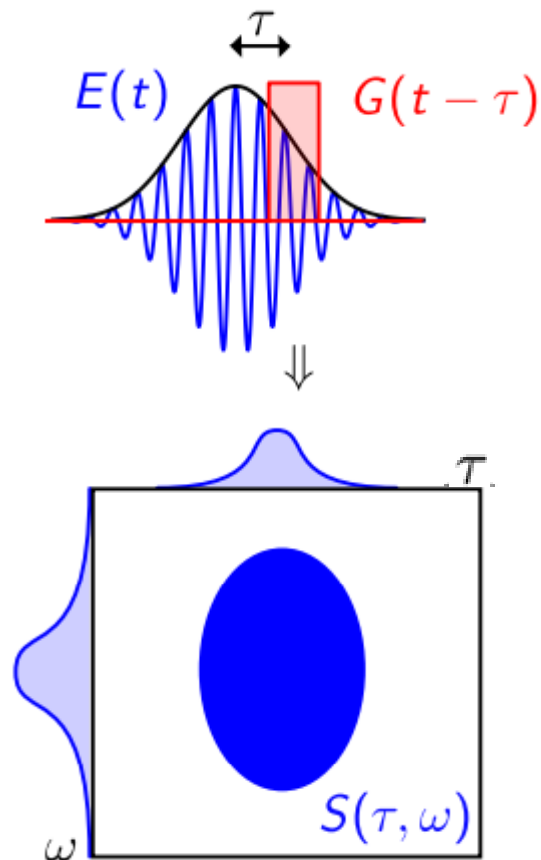


# III. Mesures non-linéaires

## 6. Frog

**Frog:** Frequency Resolved Optical Gating

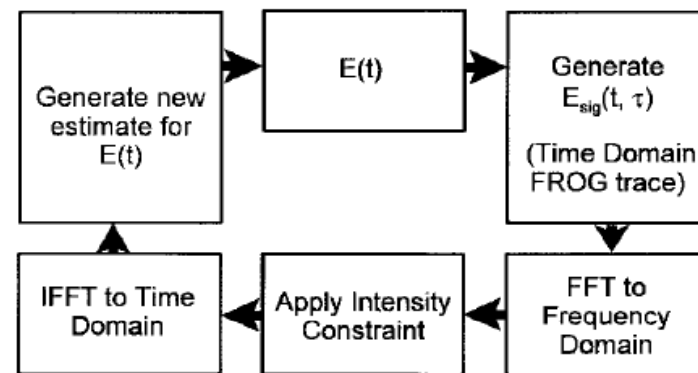
Filtrage temporel résolu spectralement



$$E_{sig}(t) = E(t)G(t - \tau)$$

➤ Mesure du spectrogramme  $S(\tau, \omega) = |E_{sig}(\omega)|^2$

➤ Algorithme itératif



➡  $|E(\omega)|, \varphi(\omega)$

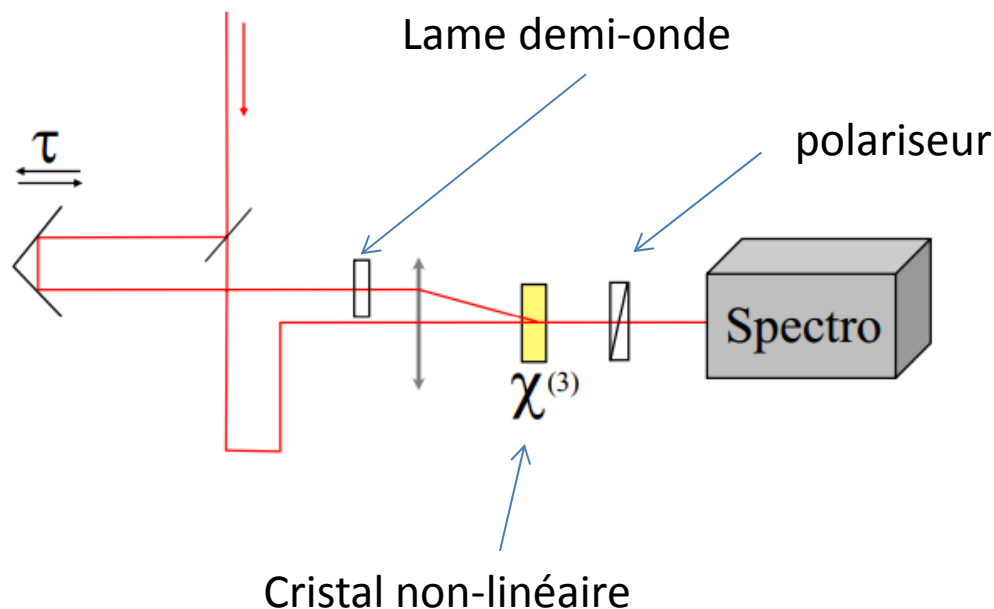
# III. Mesures non-linéaires

## 6. Frog

### PG-FROG (Polarization-Gating FROG)

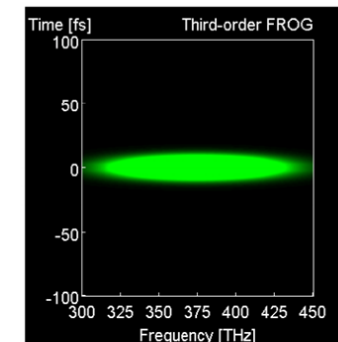
La porte temporelle est réalisée par effet Kerr à partir de l'impulsion à déterminer.

$$G(t) = |E(t - \tau)|^2$$

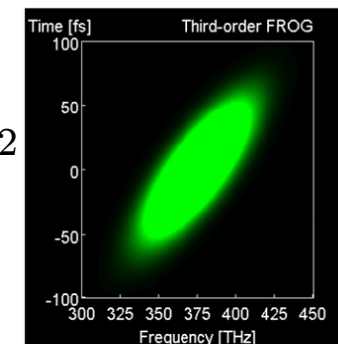


$$\varphi^{(2)} = 0$$

10 fs



$$\varphi^{(2)} = 200 \text{ fs}^2$$



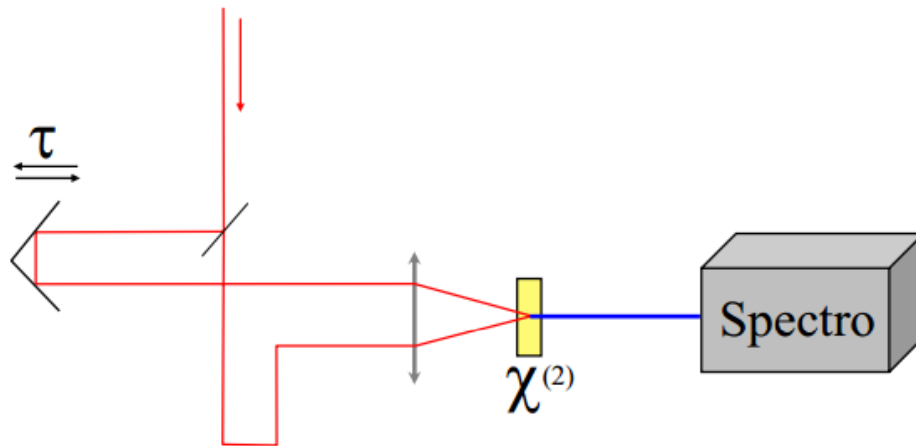
# III. Mesures non-linéaires

## 6. Frog

**SHG-FROG** (Second Harmonic Generation-FROG)

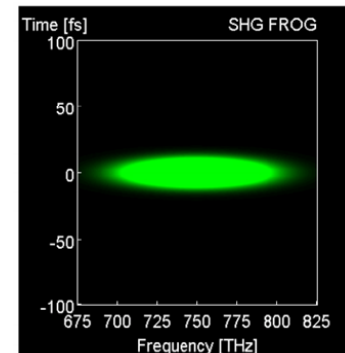
La porte temporel est l'impulsion elle-même, retardée d'un délai  $\tau$ .

$$G(t) = E(t - \tau)$$

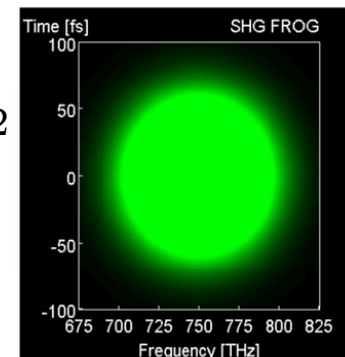


$$\varphi^{(2)} = 0$$

10 fs



$$\varphi^{(2)} = 200 \text{ fs}^2$$



Et beaucoup d'autres: THG-FROG, GRENOUILLE, FROG-CRAB, etc.

# III. Mesures non-linéaires

## 7. bilan

Plusieurs techniques de caractérisation complète d'une impulsion brève:

➤ Avec référence

➤ Interférométrie temporelle

Balayage temporel  
Détecteur monocanal (photodiode)

➤ Interférométrie spectrale

Pas de balayage temporel (retard fixe)  
Détecteur multicanal (spectromètre)

➤ Autoréférencées

➤ SPIDER

+ monocoup, rapide, analytique  
- signal faible, sensible à la calibration du spectro

➤ FROG

+ mise en œuvre simple, signal intuitif  
- Algorithme itératif, sensible à la dynamique du spectro



➤ SRSI

+ mise en œuvre simple, monocoup, analytique  
- Conditions sur la phase de l'impulsion à mesurer (durée < 2x limite TF)



# Représentation d'une impulsion brève

$$f(t) = TF[f(\omega)](t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \exp(-i\omega t) \frac{d\omega}{2\pi}$$

$$f(\omega) = TF^{-1}[f(t)](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt$$

TF usuelles

| $f(t)$                 | $f(\omega)$                                       |
|------------------------|---|
| $\delta(t - t_0)$      | $\exp(i\omega t_0)$                               |
| $\exp(-i\omega_0 t)$   | $2\pi\delta(\omega - \omega_0)$                   |
| $\exp(-t^2 / 2\tau^2)$ | $\tau\sqrt{2\pi} \exp(-\tau^2 \omega^2 / 2)$      |
| $\exp(iat^2 / 2)$      | $e^{-i\pi/4} \sqrt{2\pi/a} \exp(-i\omega^2 / 2a)$ |

Propriétés

$$TF^{-1}[f^*(t)](\omega) = f^*(-\omega)$$

$$\int f^*(t)g(t)dt = \int f^*(\omega)g(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}$$

$$TF^{-1}\left(\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right) = (-i\omega)^n f(\omega)$$

$$TF\left(\frac{d^n f(\omega)}{d\omega^n}\right) = (it)^n f(t)$$

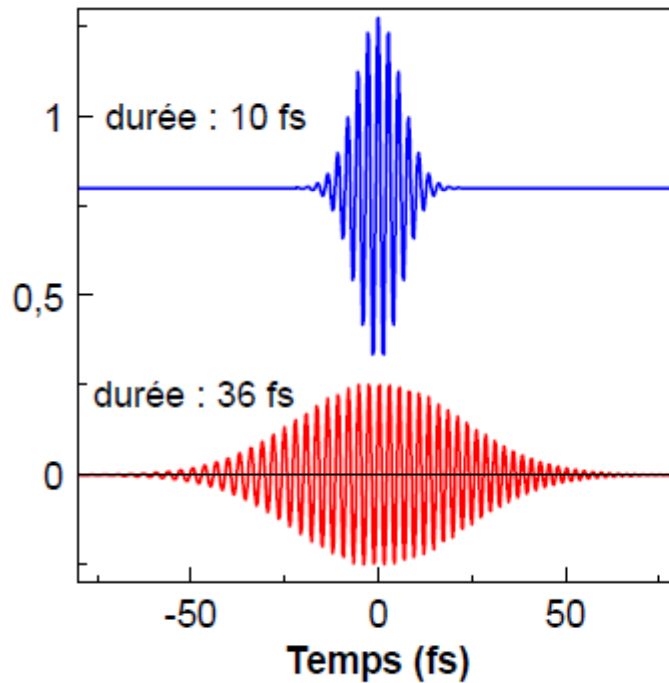
$$TF^{-1}(f(t)g(t)) = \frac{1}{2\pi} f(\omega) \otimes g(\omega)$$

$$TF^{-1}(f(t) \otimes g(t)) = f(\omega)g(\omega)$$

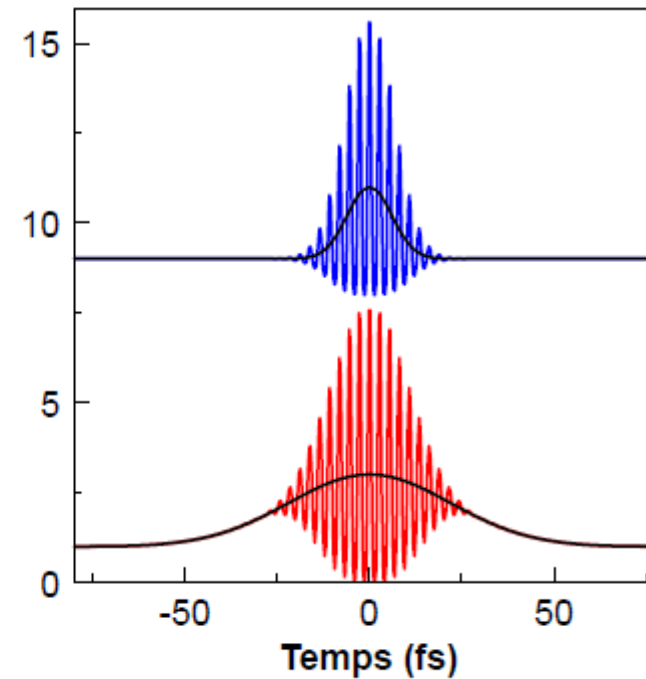
## II. Mesures non-linéaires

### 1. Autocorrélation interférométrique

Champ électrique

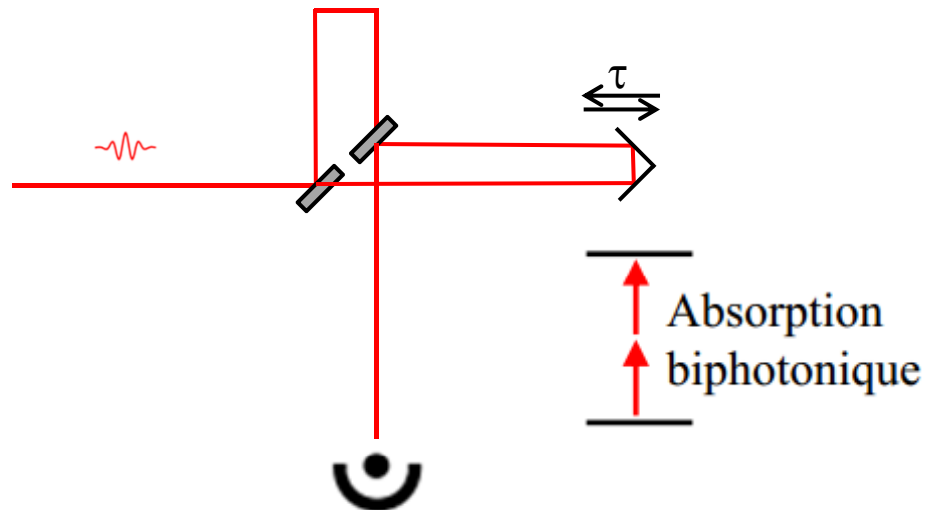


Autocorrélation interférométrique



## II. Mesures non-linéaires

### 2. Autocorrélation interférométrique



Photodiode à deux photons

Le cristal non-linéaire et le détecteur peuvent être remplacés par un détecteur optimisé pour l'absorption à deux photons





