



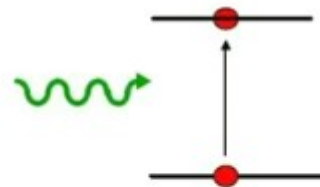
# Laser à puits quantique

Emmanuel Rosencher PHY 567

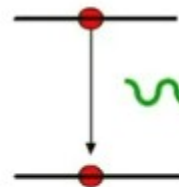
1. Gain et oscillation laser
2. Gain dans un puits quantique
3. Condition de Bernard-Durrafourg
4. Seuil de transparence et d'oscillation
5. Diode laser
6. Caractéristiques des lasers à semiconducteurs
7. Industrie des lasers à semiconducteurs



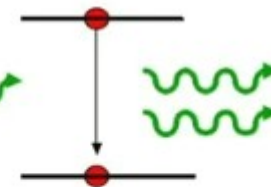
## EMISSION STIMULEE ET AMPLIFICATION OPTIQUE



Absorption



Émission  
spontanée



Émission  
stimulée



Albert Einstein  
1917



Amplification  
optique



## EMISSION STIMULEE ET MICROREVERSIBILITE QUANTIQUE

### REGLE D'OR DE FERMİ

Le taux de transition par seconde induit par un champ électromagnétique  $F$  de pulsation  $\omega$

$$\hat{W}(t) = -\hat{W} \cos \omega t = q F \hat{z} \cos \omega t$$

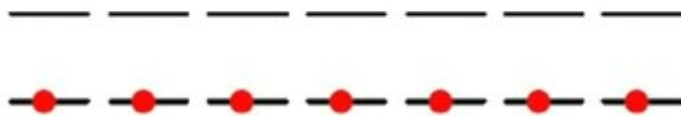
entre deux niveaux quantiques  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$  est donné par:

$$\begin{aligned} G_{i \rightarrow f} &= \frac{\pi}{2\hbar} \left| \langle f | q F \hat{z} | i \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i = \hbar\omega) \quad \Rightarrow \quad abs_{i \rightarrow f} = \sigma_{op} N_i \\ G_{f \rightarrow i} &= \frac{\pi}{2\hbar} \left| \langle i | q F \hat{z} | f \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i = \hbar\omega) \quad \Rightarrow \quad em_{f \rightarrow i} = \sigma_{op} N_f \end{aligned}$$

$$\alpha = abs_{i \rightarrow f} - em_{f \rightarrow i} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \sigma_{op} (N_i - N_f)$$



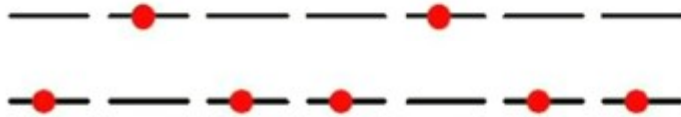
## AMPLIFICATION OPTIQUE ET INVERSION DE POPULATION



$|f\rangle$

$|i\rangle$

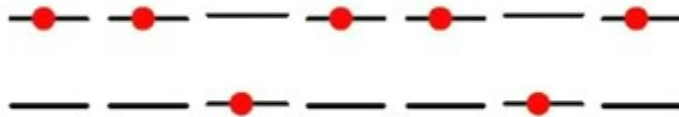
$$\alpha = \sigma_{op} N_i$$



$|f\rangle$

$|i\rangle$

$$\alpha = \sigma_{op} (N_i - N_f)$$



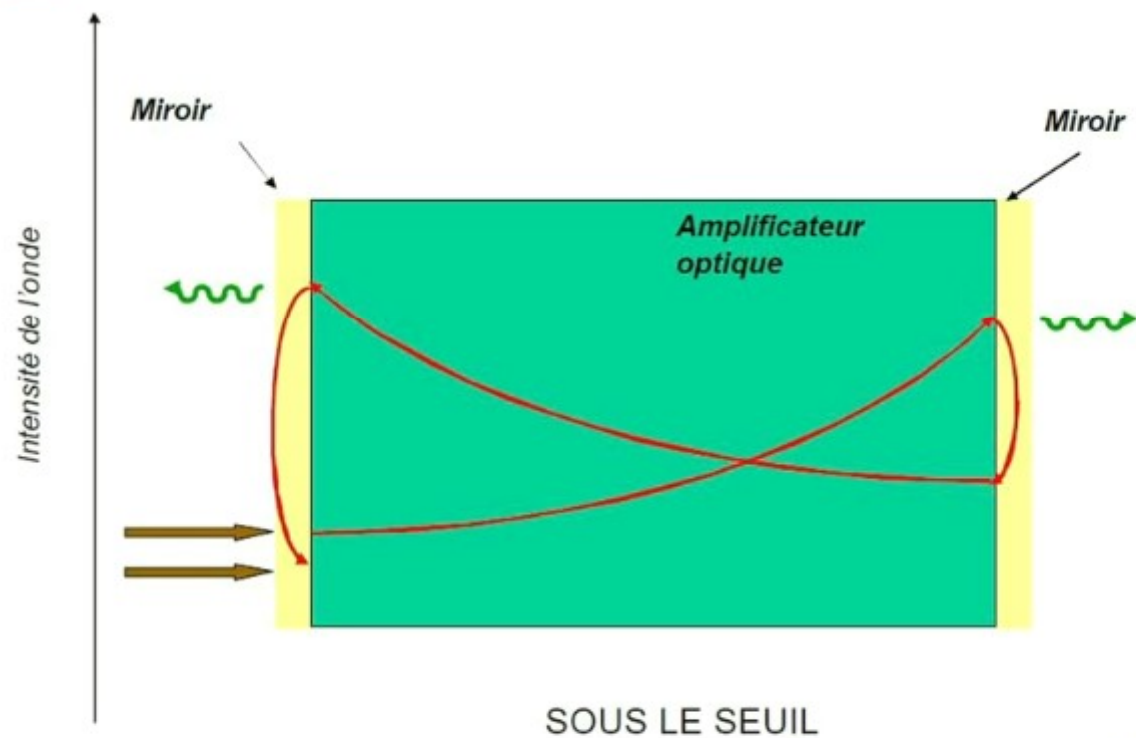
$|f\rangle$

$|i\rangle$

$$\gamma = -\alpha = \sigma_{op} (N_f - N_i)$$



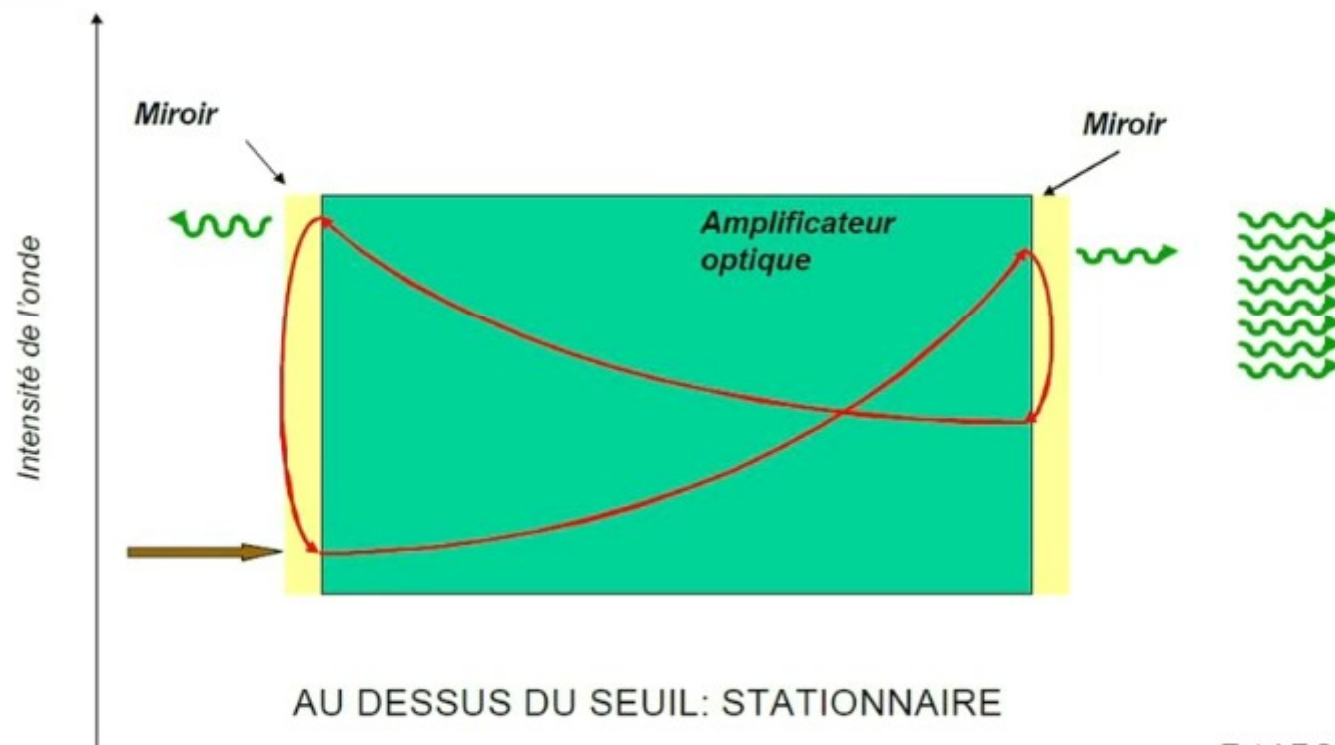
## L'OSCILLATION LASER



ONERA



## L'OSCILLATION LASER

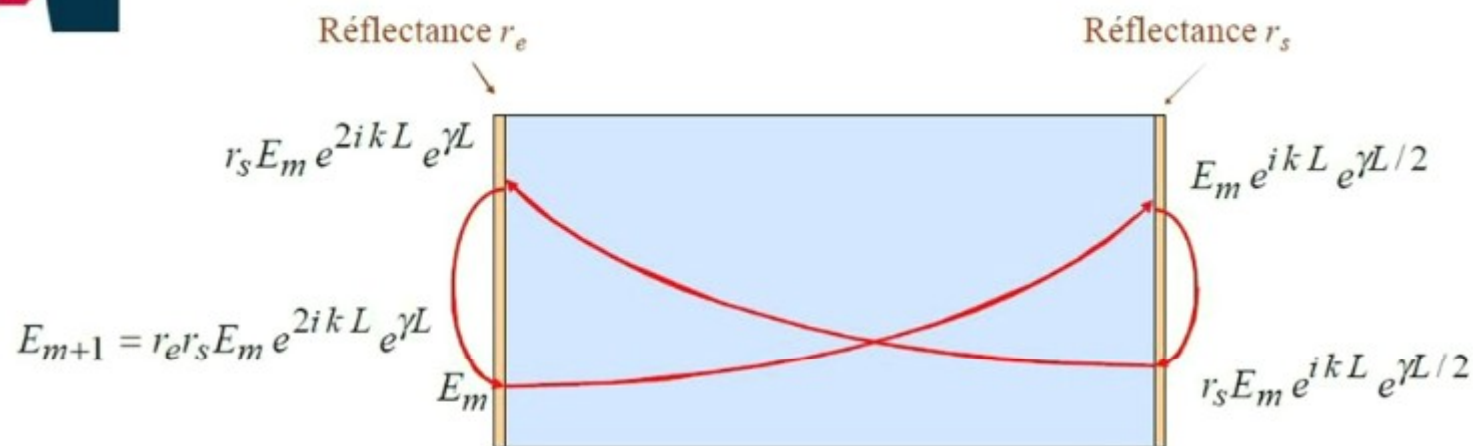


AU DESSUS DU SEUIL: STATIONNAIRE

GAIN = PERTE → CLAMPAGE DU GAIN



## CONDITIONS D'OSCILLATION LASER (1)



Etat stationnaire:  $E_{m+1} = E_m$

Condition d'oscillation laser:  $r_e r_s e^{\gamma L} e^{i2kL} = 1$





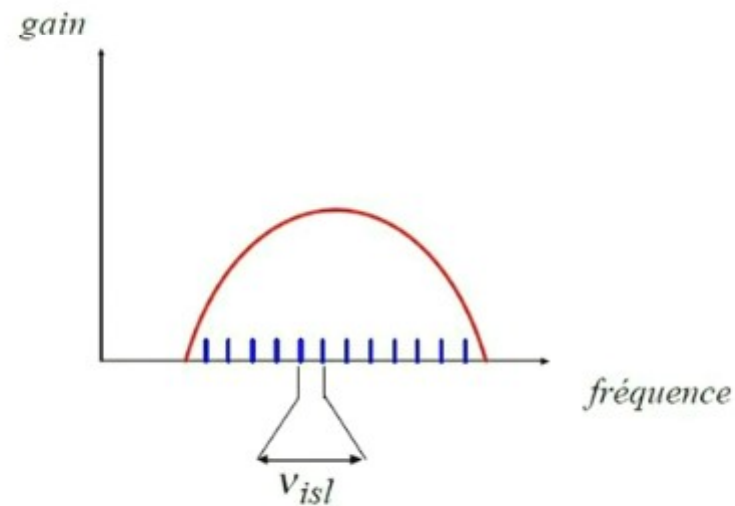
## CONDITIONS D'OSCILLATION LASER: PHASE (2)

Condition sur la phase  $2 kL = 2m\pi$

$$\omega = 2\pi\nu = k \frac{c}{n_{op}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 kL = 2m\pi \\ \omega = 2\pi\nu = k \frac{c}{n_{op}} \end{array} \right\} \longrightarrow \nu_m = m \frac{c}{2Ln_{op}} = m\nu_{isl}$$

$\nu_{isl}$  Intervalle spectral libre







## CONDITIONS D'OSCILLATION LASER: AMPLITUDE (2)

Condition sur l'amplitude:  $r_e r_s e^{(\gamma - \alpha_p)L} = 1$

*Absorption parasite*

Il y a oscillation laser dès que les gains contrecarrent exactement les pertes

$$\gamma_s = \alpha_p + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_e R_s} \right) = \alpha_p + \alpha_m$$

\*



Tant que  $\gamma < \gamma_s$  pas d'oscillation laser

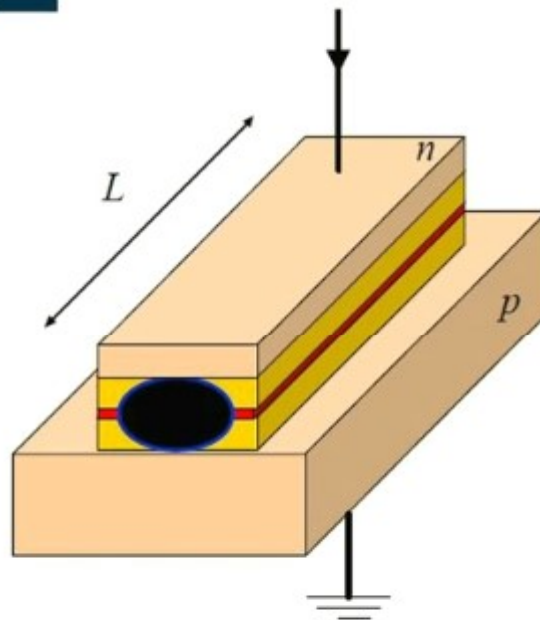
$\gamma = \gamma_s \rightarrow$  Oscillation laser

A l'état stationnaire, le gain ne peut excéder les pertes: Le gain est *clampé* à sa valeur seuil

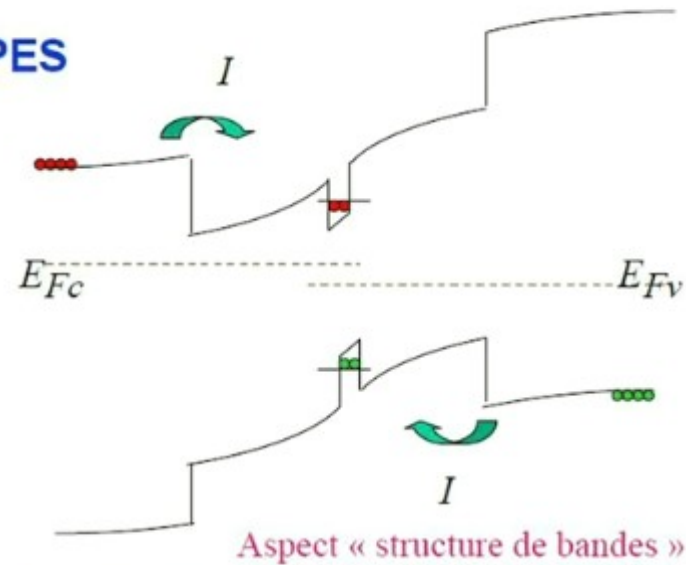
Remarque utile:  $R_e = R_s = 1 - T \rightarrow \alpha_m \approx \frac{T}{L}$  \*



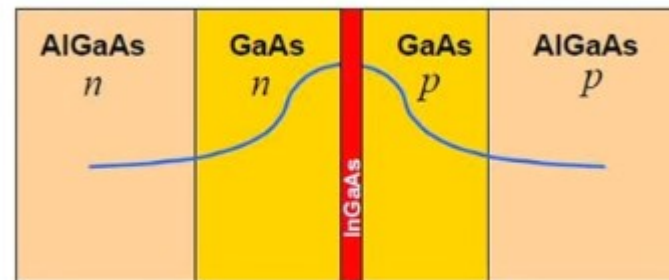
## SCHEMAS DES PRINCIPES



Aspect technologique



Aspect « structure de bandes »



Aspect « électromagnétique »

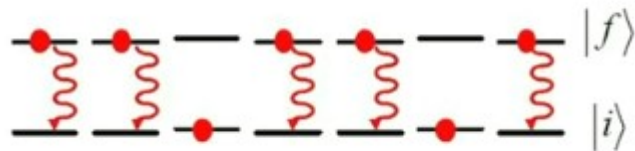
$\gamma \times \Gamma$

ONERA

$\Gamma$  intégrale de recouvrement



## DIFFICULTE LIEE AU CONTINUUM D'ETATS

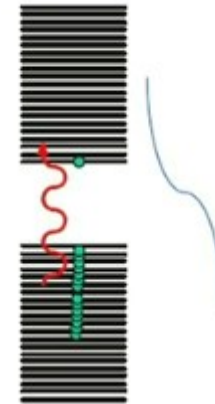


Condition d'inversion  
sur des états discrets

$$\alpha = \sigma_{op} (N_i - N_f)$$



$$N_f > N_i$$



Condition d'inversion  
sur un continuum

$$\alpha(\hbar\omega) = \alpha_0 (f_v(\hbar\omega) - f_c(\hbar\omega))$$

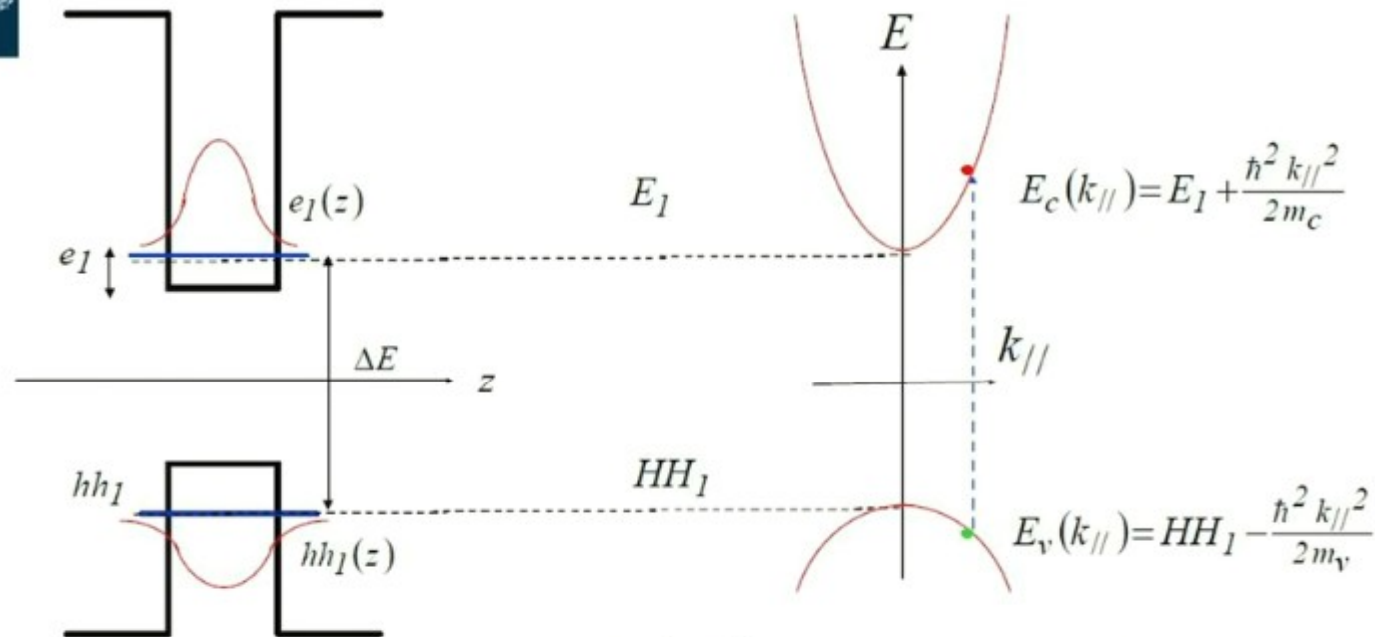


?

ONERA



## ETATS DANS LES Puits QUANTIQUES (RAPPEL)



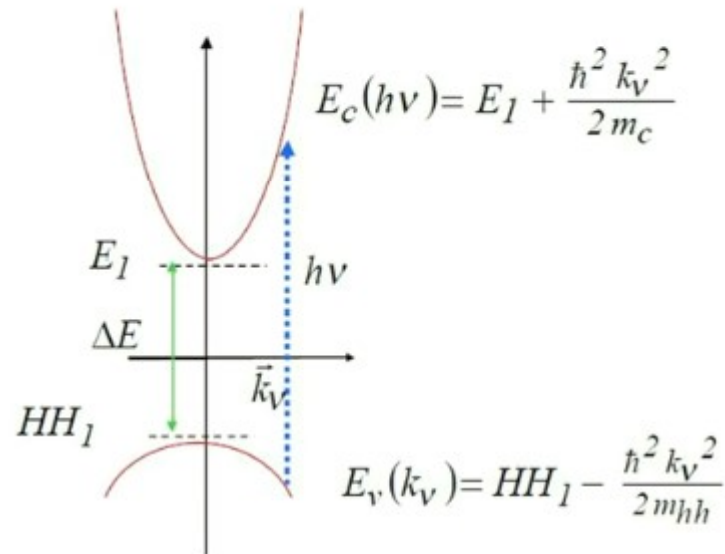
$e_I$  solution de l'équation de Schrödinger  $-\frac{\hbar^2}{2m_c} \frac{d^2}{dz^2} e_I(z) + V(z)e_I(z) = E_I e_I(z)$

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| $\frac{\hbar^2 k_{  }^2}{2m_c}$ | énergie cinétique des électrons se déplaçant librement dans la direction parallèle aux puits |
|---------------------------------|--|



## ETATS JOINTS (RAPPEL)

Un photon d'énergie donnée  $h\nu$  « joint »  
deux états des bandes de valence  $E_v(h\nu)$  et de conduction  $E_c(h\nu)$



$$E_c(h\nu) - E_v(h\nu) = h\nu = E_I - HH_I + \frac{\hbar^2 k_v^2}{2m_r}$$

avec

$$\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_{hh}}$$

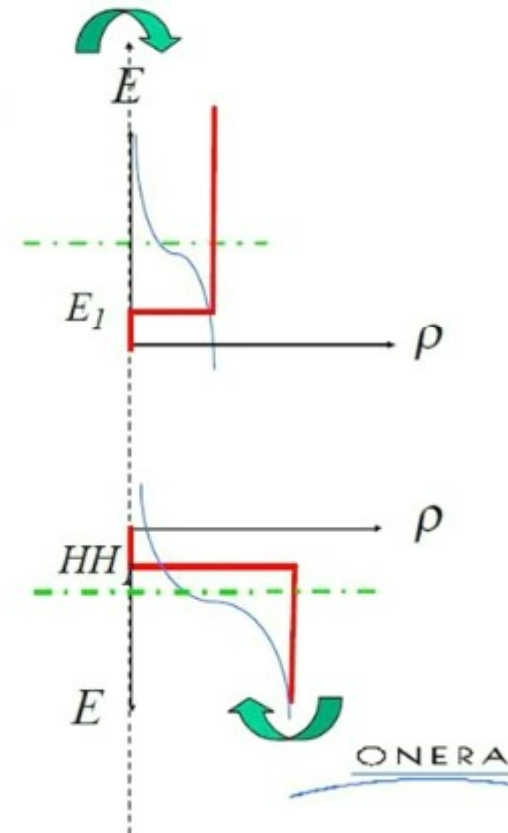
$$E_c(h\nu) = E_I + (h\nu - \Delta E) \frac{m_r}{m_c}$$

$$E_v(h\nu) = HH_I - (h\nu - \Delta E) \frac{m_r}{m_{hh}}$$

ONERA



$$f_v(\hbar\omega) = f_F(E_v(\hbar\omega)) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_v(\hbar\omega) - E_{Fv}}{kT}\right)}$$





## GAIN OPTIQUE D'UN PUIT QUANTIQUE

Cours LED

$$\alpha(h\nu) = \alpha_0 (f_v(h\nu) - f_c(h\nu)) \quad \rightarrow \quad \gamma(h\nu) = \gamma_0 (f_c(h\nu) - f_v(h\nu))$$

avec

$$f_c(\hbar\omega) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_c(\hbar\omega) - E_{F_c}}{kT}}}$$

$$f_v(\hbar\nu) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_v(\hbar\omega) - E_{F_v}}{kT}}}$$

$$\rightarrow \gamma(h\nu) = \gamma_0 \frac{e^{\frac{E_v(\hbar\omega) - E_{F_v}}{kT}} - e^{\frac{E_c(\hbar\omega) - E_{F_c}}{kT}}}{\left(1 + e^{\frac{E_v(\hbar\omega) - E_{F_v}}{kT}}\right) \left(1 + e^{\frac{E_c(\hbar\omega) - E_{F_c}}{kT}}\right)}$$



On voit que  $\gamma > 0$  si  $E_c(\hbar\omega) - E_{F_c} < E_v(\hbar\omega) - E_{F_v}$

ONERA





## CONDITION DE BERNARD-DURRAFOURG

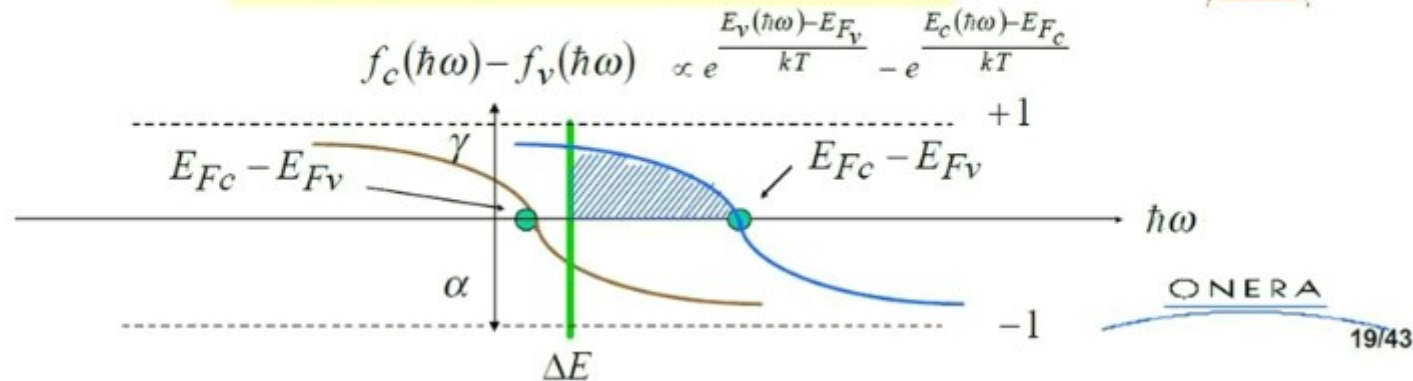
$$E_c(\hbar\omega) - E_{F_c} < E_v(\hbar\omega) - E_{F_v}$$

Sont amplifiés les photons d'énergie telle que :

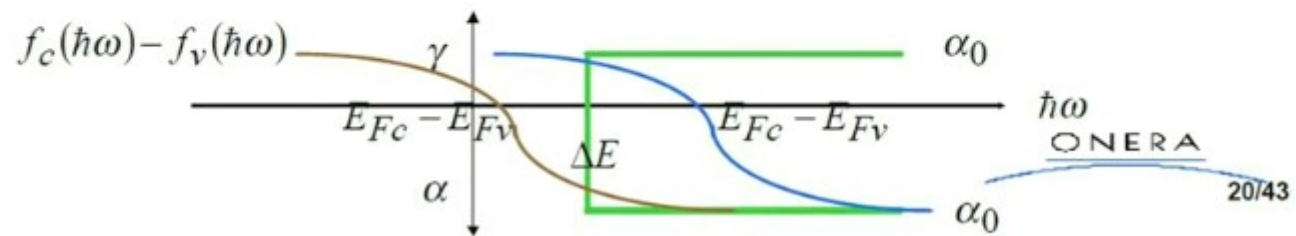
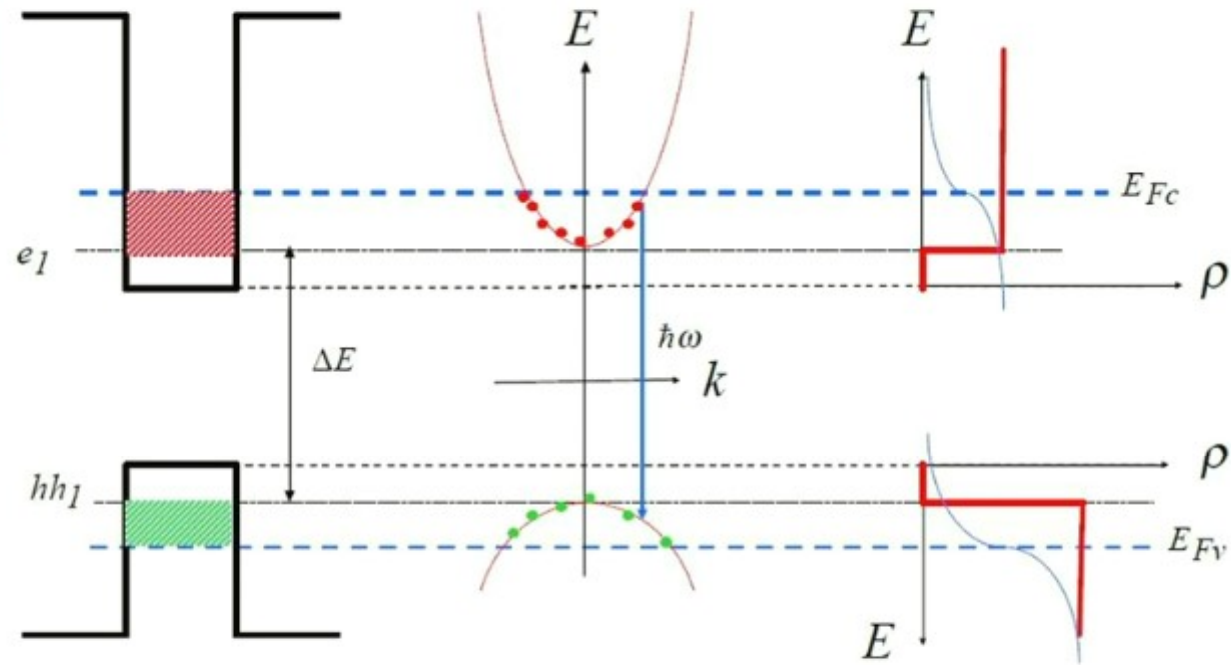
$$\Delta E < \underbrace{E_c(\hbar\omega) - E_v(\hbar\omega)}_{= h\nu} < E_{F_c} - E_{F_v}$$

La structure amplifie des photons dès que la densités n et p sont suffisantes pour que

Seuil d'amplification  $E_{F_c} - E_{F_v} = \Delta E$

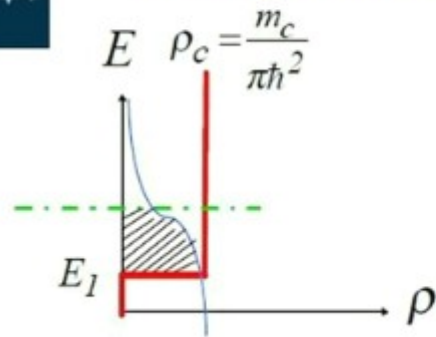








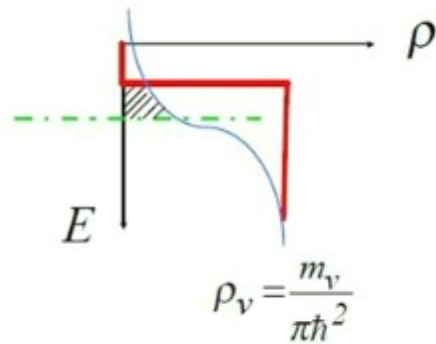
## COMMENT CALCULER LA POSITION DES QUASI-NIVEAUX DE FERMÍ (1)



$$n = \int_{E_I}^{\infty} \rho_c \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{E - E_{Fc}}{kT}\right]} dE \quad \Rightarrow \quad n = n_c \ln \left( 1 + e^{\frac{E_{Fc} - E_I}{kT}} \right)$$

densité critique  $n_c = \rho_c kT$

PC



$$p = \int_{-\infty}^{HH1} \rho_v \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{E - E_{Fv}}{kT}\right]} dE \quad \Rightarrow \quad p = p_c \ln \left( 1 + e^{\frac{HH1 - E_{Fv}}{kT}} \right)$$

densité critique  $p_c = \rho_v kT$

Une fois connue la densité de porteurs dans les puits imposés par le courant électrique, les quasi-niveaux de Fermi s'en déduisent

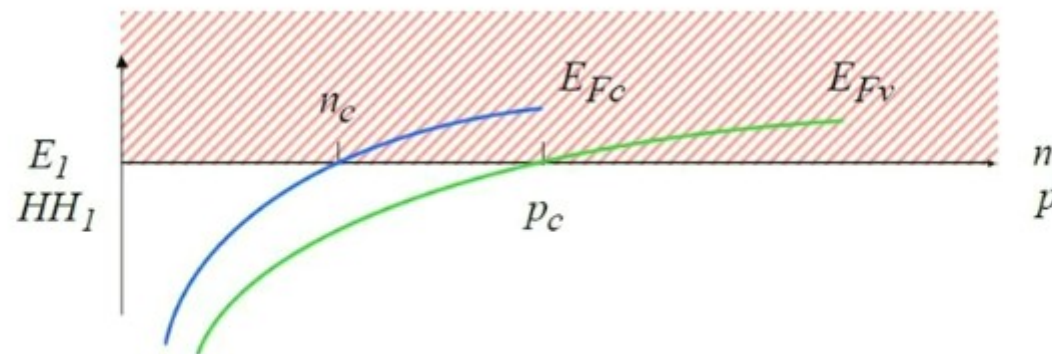
ONERA



## COMMENT CALCULER LA POSITION DES QUASI-NIVEAUX DE FERMİ (2)

$$n = n_c \ln \left( 1 + e^{\frac{E_{Fc} - E_l}{kT}} \right) \longrightarrow E_{Fc} - E_l = kT \ln \left( e^{n/n_c} - 1 \right) \text{ avec } n_c = \rho_c kT$$

$$p = p_c \ln \left( 1 + e^{\frac{HH_l - E_{Fv}}{kT}} \right) \longrightarrow HH_l - E_{Fv} = kT \ln \left( e^{p/p_c} - 1 \right) \text{ avec } p_c = \rho_v kT$$



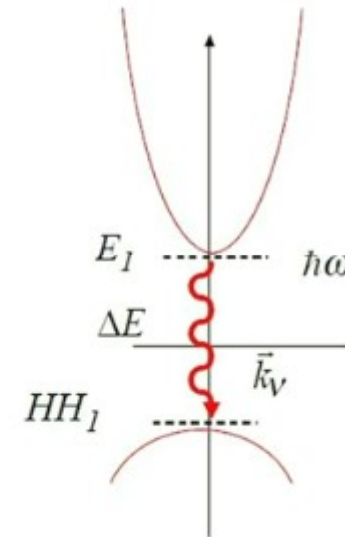
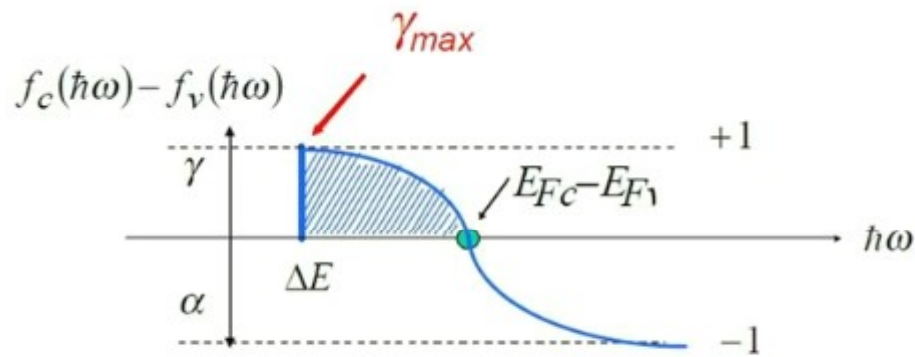
PC

$$n_c \approx 10^{12} \text{ cm}^{-2}$$



## GAIN MAXIMAL D'UN PUIT QUANTIQUE (1)

PC



Gain maximal pour  $\hbar\omega = \Delta E$  d'où  $E_c(\hbar\omega) = E_I$  et  $E_v(\hbar\omega) = HH_I$



## GAIN SPECTRAL MAXIMAL D'UN Puits QUANTIQUE

Pour tout niveau de pompage, le gain spectral maximal est obtenu au gap:

$$\begin{aligned} \gamma_{\max} &= \gamma_0 (f_c(\Delta E) - f_v(\Delta E)) = \gamma_0 \left( \frac{1}{1 + e^{\frac{E_I - E_{Fc}}{kT}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{HH - E_{Fv}}{kT}}} \right) \\ E_{Fc} - E_I &= kT \ln(e^{n/n_c} - 1) \\ HH - E_{Fv} &= kT \ln(e^{p/p_c} - 1) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \gamma_{\max} &= \gamma_0 (f_c(\Delta E) - f_v(\Delta E)) = \gamma_0 \left( \frac{1}{1 + e^{\frac{E_I - E_{Fc}}{kT}}} - \frac{1}{1 + e^{\frac{HH - E_{Fv}}{kT}}} \right) \\ E_{Fc} - E_I &= kT \ln(e^{n/n_c} - 1) \\ HH - E_{Fv} &= kT \ln(e^{p/p_c} - 1) \end{aligned}} \right\} \text{PC}$$

$$\gamma_{\max} = \gamma_0 f_g(n) \quad \text{avec} \quad f_g(n) = 1 - e^{-n/n_c} - e^{-n/p_c}$$



$$f_g(n) = 1 - e^{-n/n_c} - e^{-n/Rn_c} \quad \text{avec} \quad R = m_v / m_c$$

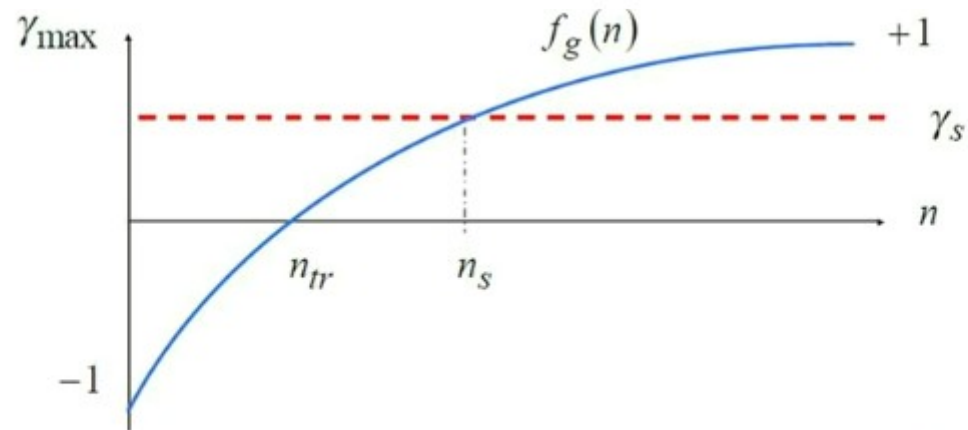


## Seuil de transparence et seuil d'oscillation

### Condition de Bernard-Durrafourg

Transparence atteinte dès que  $f_g(n_{tr}) = 1 - e^{-n_{tr}/n_c} - e^{-n_{tr}/Rn_c} = 0$

Seuils d'oscillation :  $f_g(n_s) = 1 - e^{-n_s/n_c} - e^{-n_s/Rn_c} = \frac{\gamma_s}{\Gamma\gamma_0} \approx \frac{\alpha_n + \alpha_m}{\Gamma\gamma_0}$



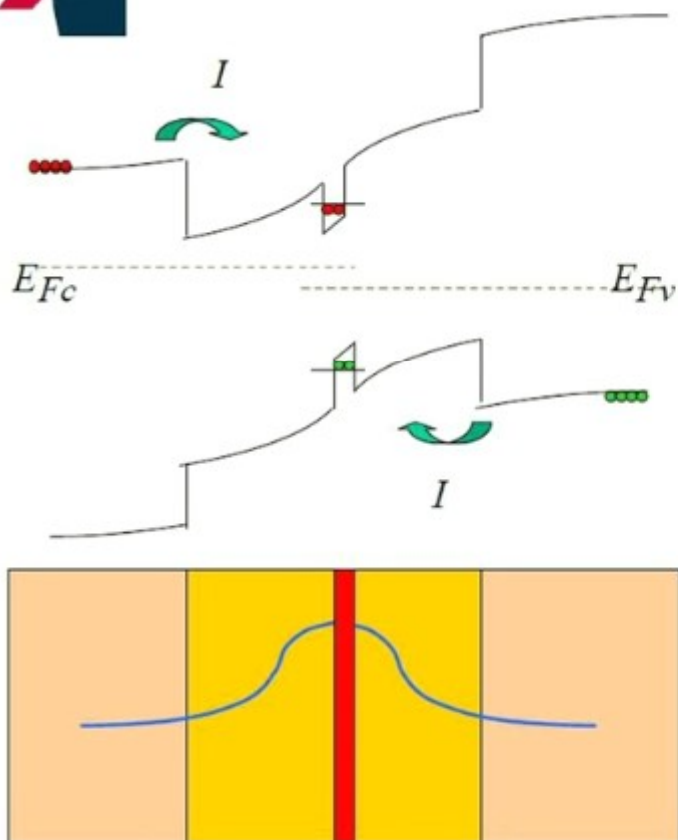
Exemple :  $R = 1 \rightarrow n_{tr} = \ln 2 \, n_c$

ONERA

27/43



## Diode laser



Équation de la baignoire sous le seuil:

$$\frac{d}{dt}n = G - (R_r + R_{nr}) = \frac{I}{q} - \frac{n}{\tau_{tot}} \quad \begin{array}{l} I: \text{densité de courant} \\ n: \text{densité surfacique} \end{array}$$

A l'état stationnaire:

$$I = \frac{qn}{\tau_{tot}}$$

- Sous le seuil  $n$  croît linéairement avec  $I$
- la densité de photons stimulés  $s \approx 0$





## CLAMPAGE DU GAIN ET DES PORTEURS

Exemple:

$$\text{Au seuil: } s \approx 0 \Rightarrow \frac{I_s}{q} = \frac{n_s}{\tau_{tot}} \quad \left. \begin{array}{l} n_s = 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2} \\ \tau_{tot} = 1 \text{ ns} \end{array} \right\} \Rightarrow I_s = 300 \text{ A/cm}^2$$

Au dessus du seuil, le gain est clampé

$$\gamma_{\max} = \alpha_0 \left( 1 - e^{-n/n_c} - e^{-n/Rn_c} \right) = \gamma_s \Rightarrow \boxed{n = n_s}$$

A mesure que le courant augmente, la densité de porteurs est clampée, la densité de photons croît dans la cavité, l'énergie électrique ne sert plus à augmenter la densité de porteurs mais celle des photons: l'émission stimulée devient prépondérante

$$\frac{I}{q} = (R_r + R_{nr}) + R_{st} = \frac{n_s}{\tau_{tot}} + R_{st}$$

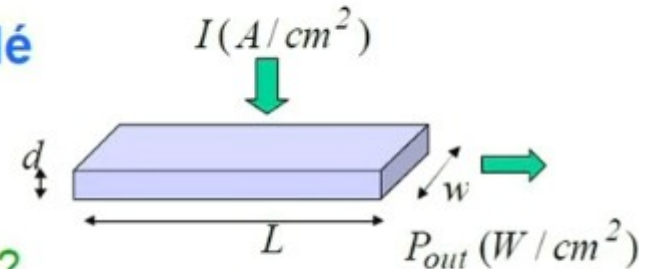




## Taux d'émission stimulé

$$r_{st} = \frac{I}{d q} - \frac{n_s}{d \tau_{tot}} \equiv \frac{I}{d q} - \frac{I_s}{d q} \quad (\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1})$$

$r_{st}$  taux d'émission stimulée par unité de volume ???



Rappel sur l'émission stimulée:  $r_{st} = B_{cv} D_j' S f_c(\hbar\omega) (1 - f_v(\hbar\omega)) \propto s$

$s$ : densité de photons par unité de volume ( $\text{cm}^{-3}$ )



Pendant  $dt \rightarrow dx = c' dt$

Entre  $x$  et  $x + dx$ , (par unité de volume)

$$\left. \begin{aligned} ds &= s(x+dx) - s(x) = s \gamma dx \\ ds &= r_{st} dt \end{aligned} \right\}$$

Cet apport est du à l'émission stimulée pendant  $dt$



$$r_{st} = c' \gamma s$$





## Densité de photons stimulés

$$r_{st} = \frac{I}{d q} - \frac{n_s}{d \tau_{tot}} = \frac{I}{d q} - \frac{I_s}{d q} = c' \gamma_s (cm^{-3} . s^{-1})$$

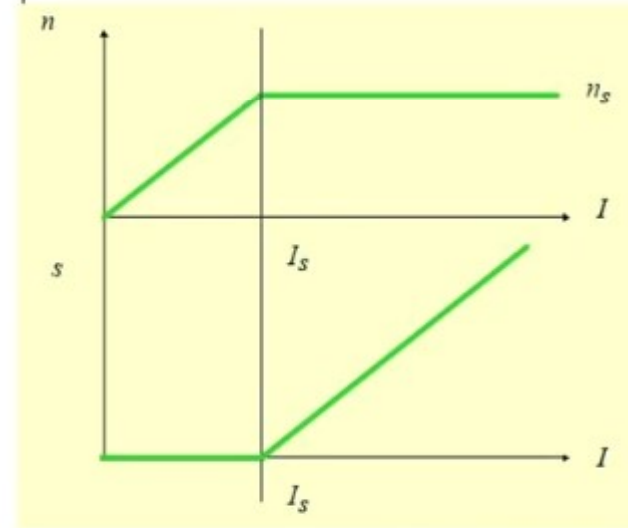
Au dessus du seuil, le gain est clampé à  $\gamma_s$



$$s = \eta \frac{I}{q d c' \gamma_s} (I - I_s) \quad cm^{-3}$$

$\eta$  rendement quantique

$$\gamma_s = \frac{1}{L} (\alpha_m + \alpha_p)$$



ONERA



## Puissance de sortie

$P_{out} = (\text{énergie du photon}) \times (\text{densité de photons}) \times (\text{volume du mode}) \times (\text{taux d'échappement})$

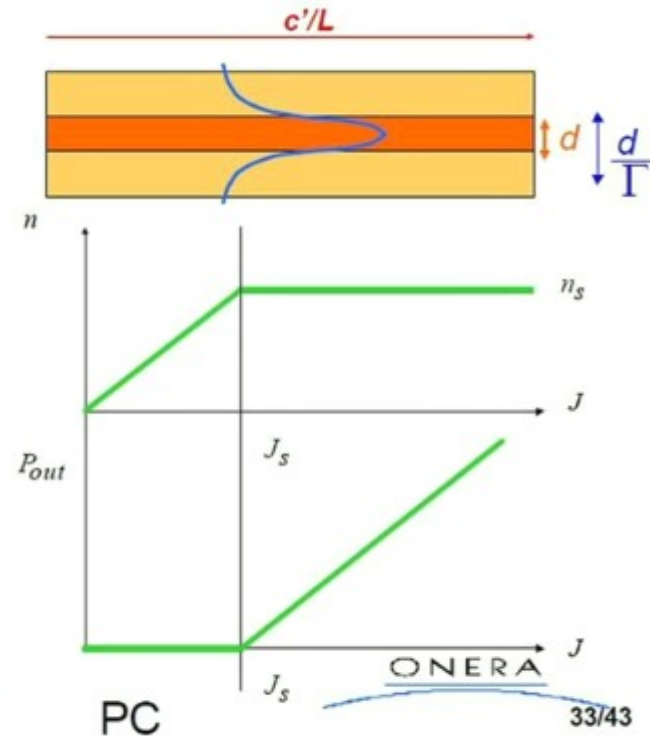
Taux d'échappement:  $\frac{c'}{L} \times T \approx c' \alpha_m$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P_{out} &= (\hbar\omega) \times (s) \times \left( L w \frac{d}{l} \right) \times (c' \alpha_m) \\ s &= \eta \frac{1}{q d c' \gamma_s} (I - I_s) \\ \gamma_s &= \frac{1}{l} (\alpha_m + \alpha_p) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} P_{out} \\ s \\ \gamma_s \end{aligned}} \right\}$$

$$\Rightarrow P_{out} = \eta \frac{\hbar\omega}{q} \frac{\alpha_m}{\alpha_m + \alpha_p} (J - J_s)$$

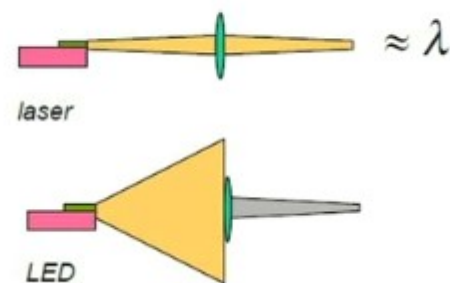
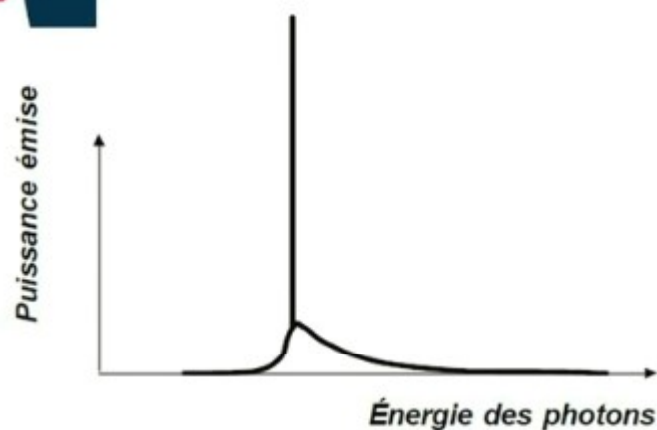
$$J = L w I$$

Courant total





## LES CARACTERISTIQUES DU LASER A SEMICONDUCTEUR



### Caractéristiques

- Spectre émis très pur
- Faisceau très fin
- Fréquence de modulation élevée ( $> 30$  GHz)
- Technologie non planaire  $\rightarrow$  coût élevé

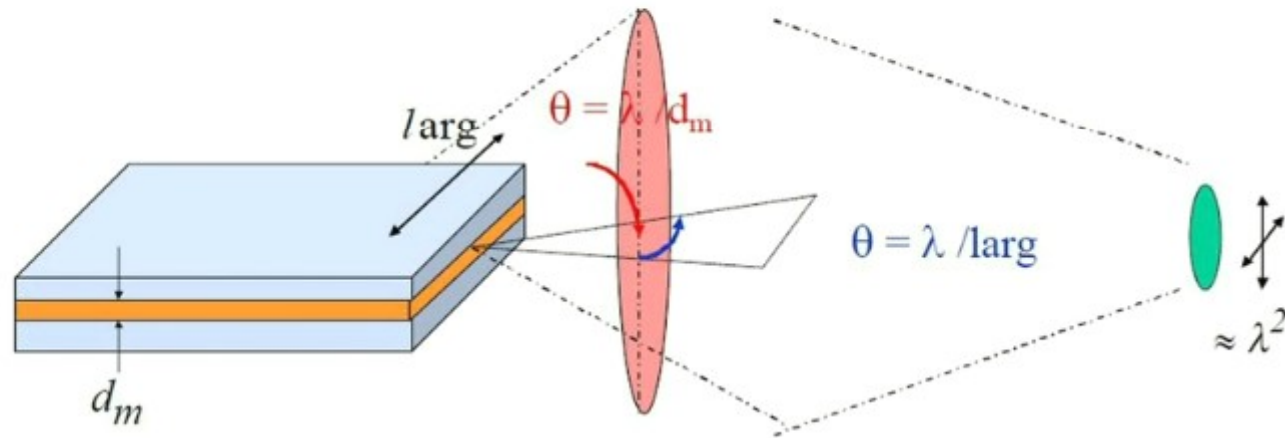
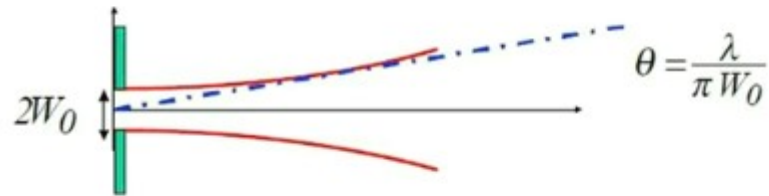
### Applications

- Télécommunications
- Lecteurs de disques CD et DVD
- Pointeurs laser
- Télémètres



## FORME DU FAISCEAU ISSU D'UNE DIODE LASER

Théorie des faisceaux gaussiens



Divergence anisotrope → Optique anamorphe

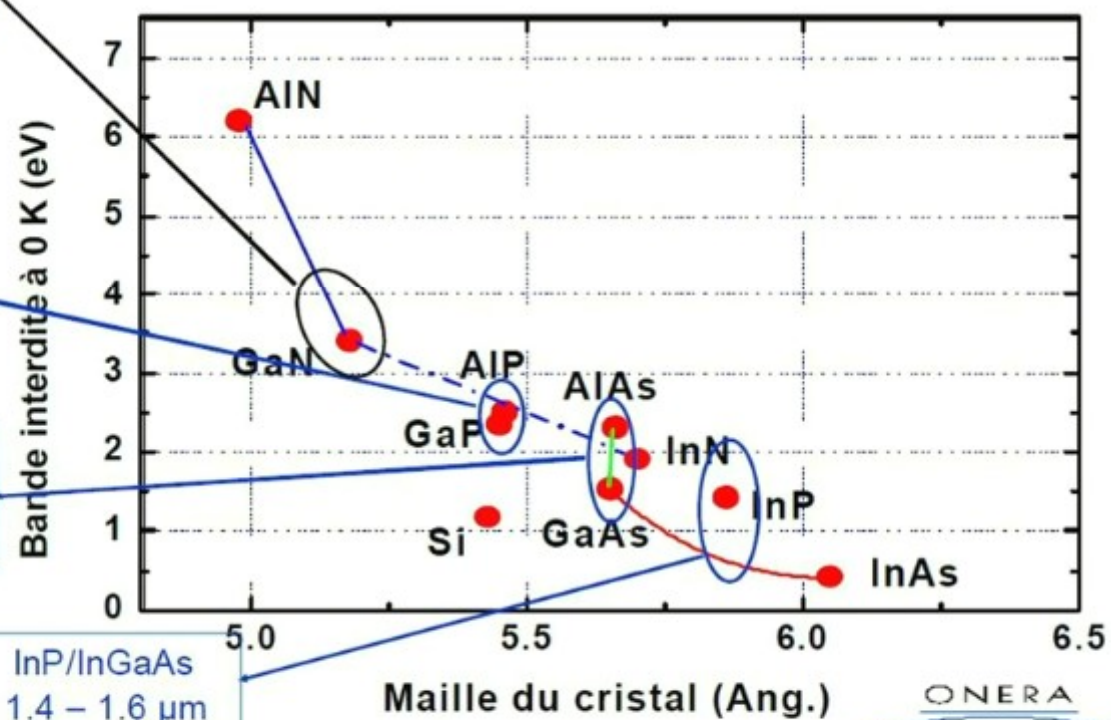
## Gammes des diodes lasers

 **AlGaIn**  
Bleu-UV  
CD, DVD

**GaP/AlGaP**  
Rouge  
Pointeurs

**GaAs/AlGaAs**  
0.8 – 1  $\mu\text{m}$   
Lecteur CD

**InP/InGaAs**  
1.4 – 1.6  $\mu\text{m}$   
Télécom.



ONERA