

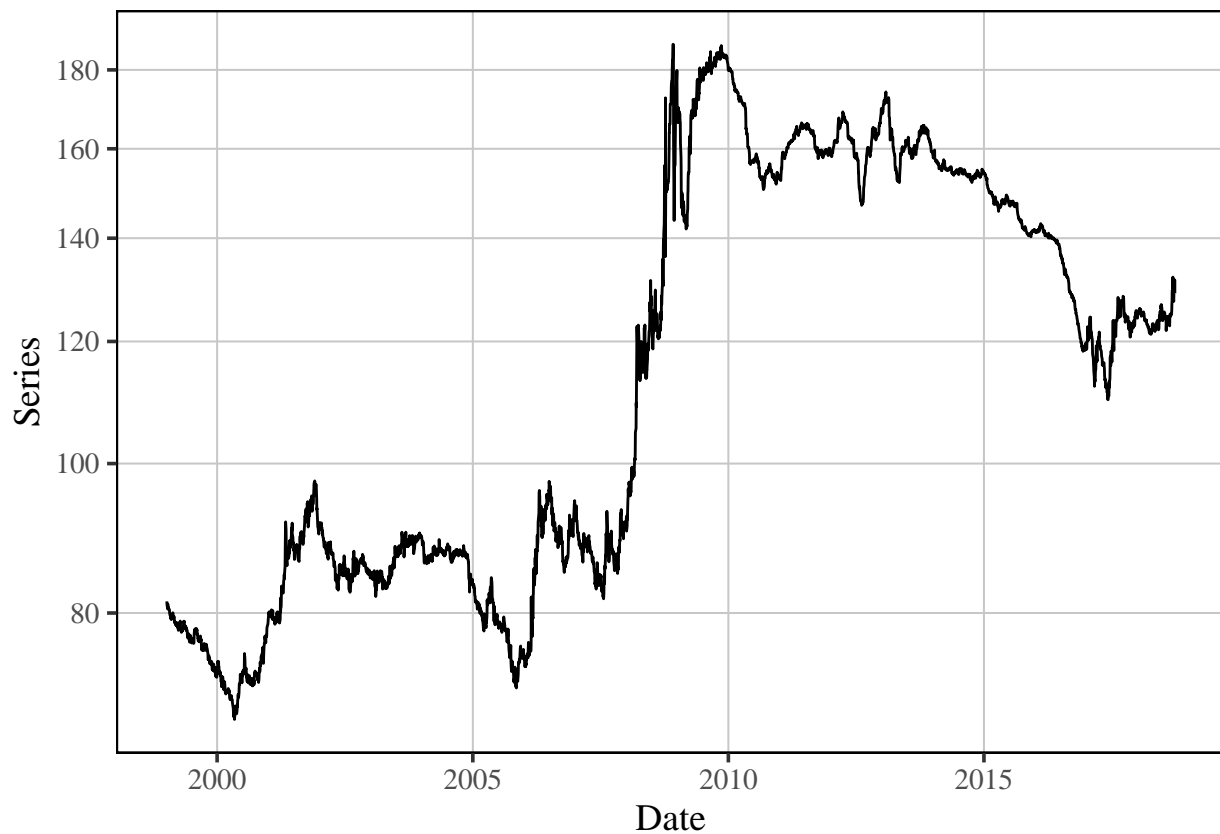
Skilaverkefni 4

Brynjólfur Gauti Jónsson
Pórarinn Jónmundsson

```
packages <- c("tidyverse", "ggthemes", "knitr", "kableExtra", "scales", "ggforce", "ggsci",  
             "broom", "lubridate", "fBasics")  
sapply(packages, require, character.only = TRUE, quietly = TRUE)  
options(knitr.table.format = "latex", knitr.kable.NA = "")  
theme_set(theme_tufte(base_size = 14) +  
           theme(panel.border = element_rect(fill = NA),  
                 panel.grid.major = element_line(color = "gray78"),  
                 legend.background = element_rect(),  
                 legend.position = "top",  
                 strip.background = element_rect(fill = "grey78")))
```

```
url <- "https://www.sedlabanki.is/xmltimeseries/Default.aspx?DagsFra=1999-01-05&DagsTil=2018-09-28&Timee  
data <- read_delim(url, delim = ";") %>%  
  select(7:8) %>%  
  set_names(c("Date", "Series")) %>%  
  mutate(Date = mdy_hms(Date))
```

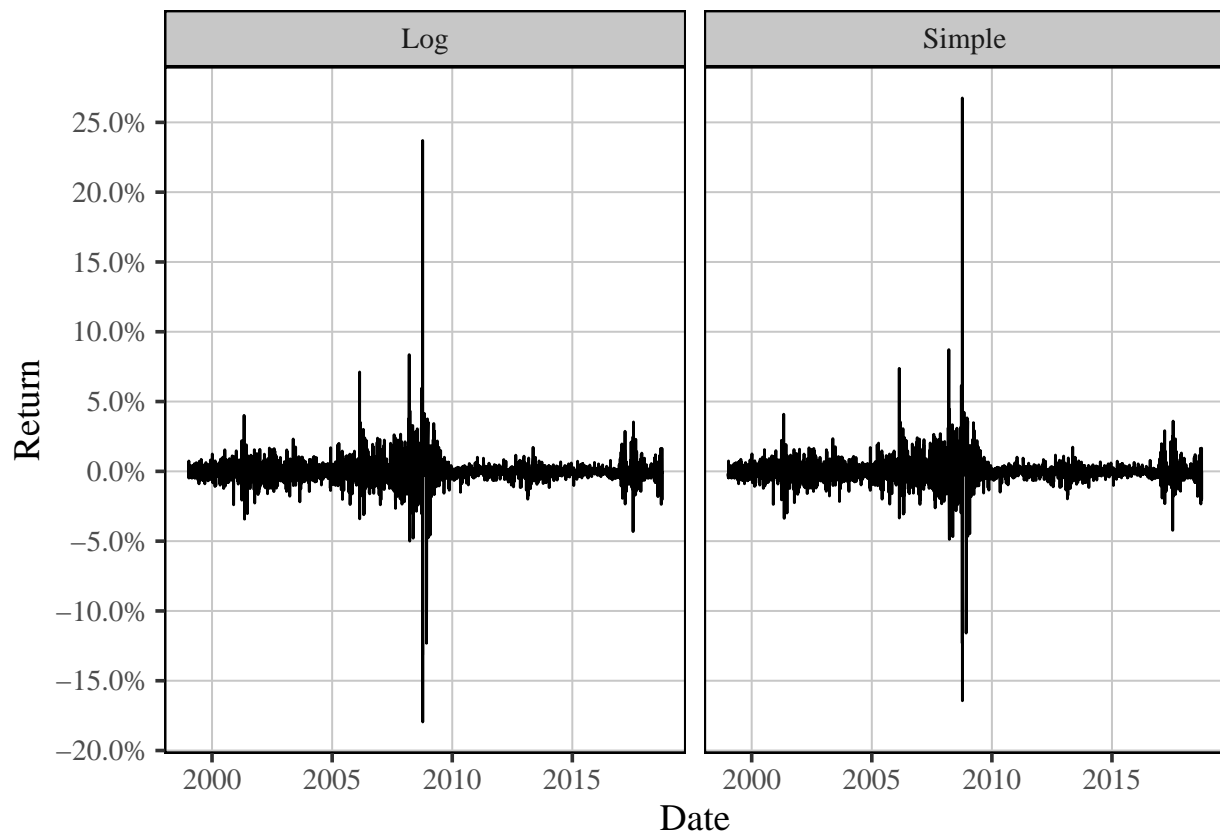
```
data %>%  
  ggplot(aes(Date, Series)) +  
  geom_line() +  
  scale_y_log10(breaks = pretty_breaks(8))
```



1. hluti: Ávöxtun

- Reiknið daglegu lograávöxtun tímaraðarinnar. Út frá því, reiknið einfalda ávöxtun raðarinnar.

```
# Hér kemur R-kóðablokk.  
# Nauðsynlegt er að hafa mismunandi heiti á öllum blokkum í .Rmd skránni.  
# T.d. heitir þessi blokk 'return'.  
# basicStats(...)  
data <- data %>%  
  mutate(Log = c(NA, diff(log(Series))),  
         Simple = exp(Log) - 1)  
data %>%  
  gather(Type, Return, Log, Simple) %>%  
  ggplot(aes(Date, Return)) +  
  geom_line() +  
  facet_grid("Type") +  
  scale_y_continuous(breaks = pretty_breaks(8), labels = percent)
```



- Reiknið út frá formúlum fyrir þýði: Væntigildi, flökt, skeifni, og umfram reisni lograávöxtunarinnar. Staðfestið reikninga með R-fallinu 'basicStats'.

```
data %>%
  na.omit %>%
  summarize(N = n() - 1,
            Væntigildi = mean(Log),
            Dreifni = var(Log),
            Staðalfrávik = sqrt(Dreifni),
            Skeifni = sum((Log - Væntigildi)^3) / (N * Staðalfrávik^3),
            `Umfram reisni` = sum((Log - Væntigildi)^4) / (N * Staðalfrávik^4) - 3) %>%
  gather(Stat, Value)
```

```
## # A tibble: 6 x 2
##   Stat      Value
##   <chr>    <dbl>
## 1 N        4918
## 2 Væntigildi 0.0000934
## 3 Dreifni    0.0000701
## 4 Staðalfrávik 0.00837
## 5 Skeifni    1.51
## 6 Umfram reisni 203.
```

```
basicStats(data$Log)
```

```
##           X..data.Log
## nobs      4920.000000
## NAs       1.000000
## Minimum   -0.179522
## Maximum    0.237011
## 1. Quartile -0.002431
## 3. Quartile  0.002182
## Mean       0.000093
## Median     -0.000072
## Sum        0.459662
## SE Mean    0.000119
## LCL Mean   -0.000141
## UCL Mean    0.000328
## Variance   0.000070
## Stdev      0.008374
## Skewness    1.505364
## Kurtosis   202.804738
```

2. hluti: Dreifing

- Eru væntigildi, skeifni, og umfram reisin lograáðvöxtunarinnar marktækt frábrugðnar núlli? Setjið fram og reiknið þrjár núlltilgátur með 5% marktækni. Reiknið í kjölfarið 95% öryggisbil væntigildis, skeifni, og umfram reisinar.

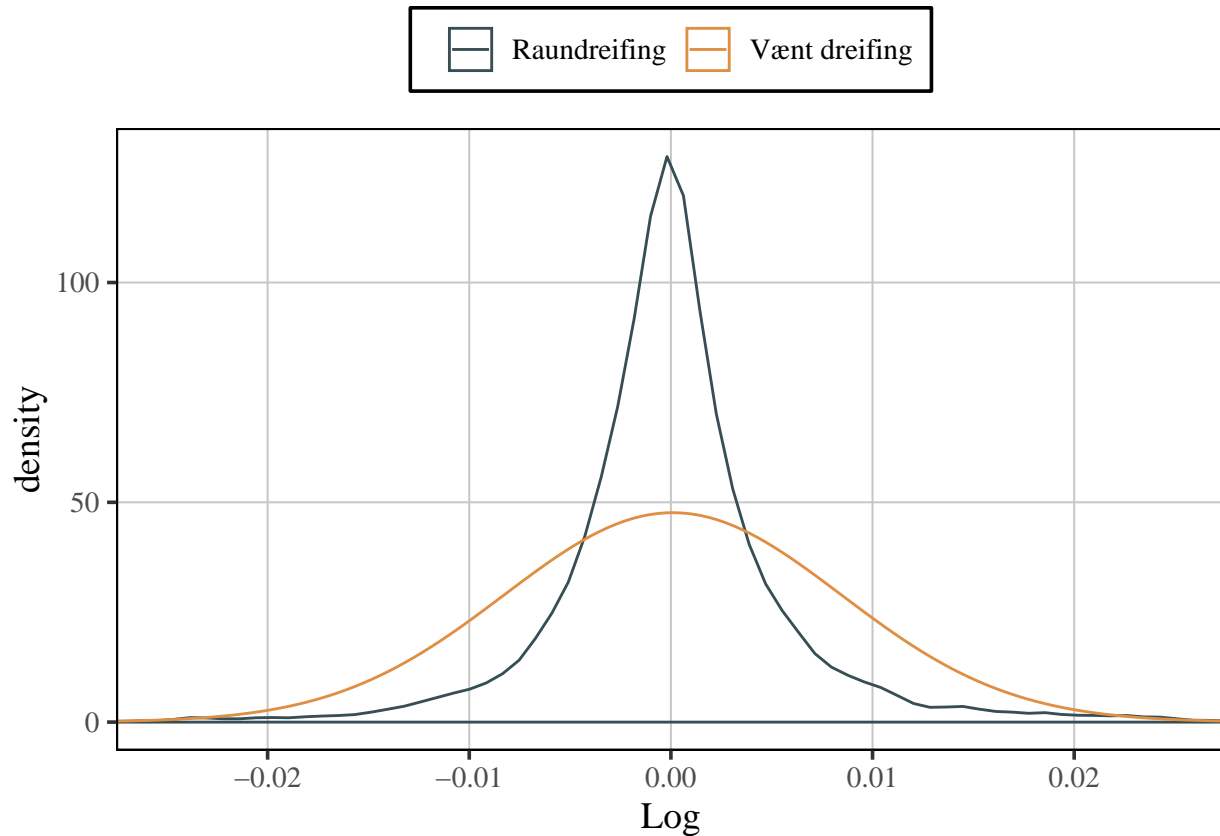
```
data %>%
  na.omit %>%
  summarize(N = n(),
    Væntigildi = mean(Log),
    Dreifni = var(Log),
    Staðalfrávik = sqrt(Dreifni),
    Skeifni = sum((Log - Væntigildi)^3) / ((N - 1) * Staðalfrávik^3),
    `Umram reisni` = sum((Log - Væntigildi)^4) / ((N - 1) * Staðalfrávik^4) - 3) %>%
  summarize(p_Væntigildi = Væntigildi / (Staðalfrávik / sqrt(N)),
    p_Samhverfa = Skeifni / sqrt(6 / N),
    p_Halar = (`Umram reisni` - 3) / sqrt(24 / N)) %>%
  summarize(p_Væntigildi = qt(p_Væntigildi, df = 4919),
    p_Samhverfa = 2 * (1 - pnorm(p_Samhverfa)),
    p_Halar = 2 * (1 - pnorm(p_Halar)))
```

```
## # A tibble: 1 x 3
##   p_Væntigildi p_Samhverfa p_Halar
##   <dbl>         <dbl>    <dbl>
## 1      0.781         0        0
```

- Teiknið dreifingu ávöxtunarinnar (notið R-fallið 'density') og berið saman við normaldreifingu með sama væntigildi og flökt. Hvað getiði sagt um dreifingu ávöxtunarinnar útfrá grafinu og fyrri lið?

```
plot_dat <- summarize(data, mean = mean(Log, na.rm = T), sd = sd(Log, na.rm = T))
ggplot(data, aes(Log)) +
```

```
geom_density(aes(col = "Raundreifing")) +
stat_function(fun = dnorm, n = 1000, args = list(mean = plot_dat$mean,
                                                  sd = plot_dat$sd),
              aes(col = "Vænt dreifing")) +
scale_color_jama(guide = guide_legend(title = "")) +
coord_cartesian(xlim = c(-0.025, 0.025))
```



3. hluti: Sjálffylgnifall

- Reiknið útfrá formúlum sjálffylgnistuðla lograávöxtunarinnar fyrir eins og tveggja daga seinkanir (e. lags). Staðfestið reikninga með R-fallinu ‘acf’. Notið hornsviga og lengd ávöxtunarraðarinnar til að ná í búið úr ávöxtunarröðinni.

```
# ... <- LogReturn[1:length(LogReturn)-1] # Dæmi um búið úr upphaflegu ávöxtunarröðinni.
# ... <- acf(...)
```

- Notið ACF-fallið til að fá fleiri sjálffylgnistuðla. Hvaða stuðlar eru marktækt frábrugðnir núlli? Setjið fram og reiknið núlltilgátur með 5% marktækni. Bláu brotalínurnar í grafi ACF-fallsins koma hér að gagni til að staðfesta niðurstöður.

```
# ...
```

- Er sjálffylgni lograávöxtunarinnar marktækt frábrugðin núlli? Notið heildarpróf Ljung-Box með R-

fallinu 'Box.test' til að draga ályktun.

```
# ( Box.test(..., lag=..., type='Ljung' ) )
```

4. hluti: $AR(2)$ líkan

- Notið R-fallið 'arima' til að fitta $AR(2)$ líkan á lograávöxtunina. Hvert er stikamat ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 ? Athugið að R reiknar $\mu = \mathbb{E}[r_t] = \frac{\phi_0}{1-\phi_1-\phi_2}$, sem hægt er að nota til að reikna ϕ_0 . Í R er $AR(2)$ líkanið á forminu:

$$r_t - \mu = \phi_1 (r_{t-1} - \mu) + \phi_2 (r_{t-2} - \mu) + a_t$$

$$\Leftrightarrow r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + a_t$$

```
# ( ar2likanid <- arima( ..., order=c(2,0,0) ) )
```

- Hverjar eru einingarætur líkansins? Uppfylla þær skilyrði um veika sístæðni tímaraðarinnar (af hverju ekki)? Eru stíkar líkansins marktækt frábrugðnir núlli fyrir 5% marktækni (normalpróf; flókt stíka er gefið með R-fallinu 'sqrt(diag(likanid\$asy.var.coef'))'?

```
# ar2likanid$ar # Gildi stíka ar2 líkansins
# sqrt(diag(ar2likanid$asy.var.coef)) # Flókt stíka ar2 líkansins
```

- Reiknið leifar líkansins fyrir þriðju, fjórðu og fimmtu fyrstu lograávöxtunina (ávöxtun í byrjun janúar 1999). Fyrstu gildi ávöxtunarinnar fást með R-fallinu 'head'. Staðfestið útreikninga með því að skoða '\$residuals' parameter líkansins.

```
# head(logReturn) # Sýnum fyrstu 6 gildi raðarinnar.
# ar2likanid$residuals
```

- Skoðið sjálffylgnifall leifaraðar $AR(2)$, með því að nota ACF-fallið á '\$residuals' parameter líkansins. Notið heildarpróf Ljung-Box á leifaröðina til að ákvarða hvort sjálffylgnistuðlarnir séu marktækt frábrugðnir núlli. Hvað getiði sagt um hversu vel $AR(2)$ líkanið lýsir lograávöxtunni/tímaröðinni?

```
# acf(ar2likanid$residuals)
# ( Box.test(..., lag=..., type='Ljung' ) )
```

- Spáið lograávöxtunina einn, tvo og þrjá daga fram í tímann. Notið til þess stikamat $AR(2)$ líkansins og síðustu gildi lograávöxtunarinnar (R-fallið 'tail' sýnir síðustu gildi). Staðfestið útreikninga með því að nota R-fallið 'predict' á líkanið.

```
# tail(logReturn) # Sýnum síðustu 6 gildi.
# ( ... <- predict(ar2likanid, n.ahead=3, se.fit=TRUE) )
```

5. hluti: $AR(p)$ líkan

- Notið R-fallið 'ar' til að fitta $AR(p)$ líkan á lograávöxtunina. Notið Akaike upplýsingagildið (AIC) til að ákvarða gildið á p . Hvaða gildi á p hefur fittaða líkanið? Notið \$aic parameter líkansins til að sjá mismun upplýsingagildis fittaða líkansins við önnur gildi á p . Koma önnur gildi á p til greina í stað þess sem er notað í fittaða líkaninu?

```
# ( ... <- ar(..., aic=TRUE) )
# ...$aic
```

- Skoðið sjálffylgnifall leifaraðar fittaða líkansins $AR(p)$, með því að nota ACF-fallið á '\$resid' parameter líkansins. Notið heildarpróf Ljung-Box á leifaröðina til að ákvarða hvort sjálffylgnistuðlarnir séu

marktækt frábrugðnir núlli. Hvað getiði sagt um hversu vel fittaða $AR(p)$ líkanið lýsir lograávöxtunni/tímaröðinni?

```
# ( Box.test(..., lag=..., type='Ljung' ) )
```

- Spáið lograávöxtunina 20 daga fram í tímann. Notið til þess R-fallið ‘predict’ á líkanið. Teiknið upp lograávöxtun síðustu 60 daga og bætið 20-daga spánni við grafið með því að nota \$pred parameter spárinnar. Bætið einnig eins-staðalfráviks öryggisbili inná grafið með því að nota \$se parameter spárinnar.

```
# ( ... <- predict(..., n.ahead=20, se.fit=TRUE) )
```