

Verkefni 1

Skilið dæmunum hér að neðan í síðasta lagi í byrjun fyrirlestar þann 13. september. Verkefnin skulu vera snyrtilega sett fram og með skýringum. Vinnið verkefnin saman í hópum 2-3 saman.

Dæmi 1. Tilraun er fólgin í að velja af handahófi fjölskyldu sem tvo bíla og fyrir bæði eldri og yngri bílinn athugum við hvort hann sé framleiddur í Bandaríkjunum, Evrópu eða Asíu.

- (a) Hverjar eru mögulegar útkomur tilraunarinnar?
- (b) Hvaða útkomur eru innihaldnar í atburðinum að annar bíllinn sé framleiddur í Bandaríkjunum en hinn ekki?
- (c) Hvaða útkomur eru innihaldnar í atburðinum að að minnsta kosti annar bílanna er ekki frá BNA? Hver er fylgjaatburður [complement] þess atburðar?

Dæmi 2. Tryggingafyrirtæki býður uppá fjögur stig sjálfsábyrgðar - enga, lága, meðal og háa -fyrir heimilistryggingu og þrjú stig - lága, meðal og háa - fyrir bílactoryggingu. Taflan hér að neðansýnir hlutfall viðskiptavina með báðar tryggingar í umræddum flokkum. Til dæmis er 6% þeirra sem hafa lága sjálfsábyrgð í bæði heimilis- og bílactoryggingu.

	Heimili				
Bíll	E	L	M	H	Heild
L	.04	.06	.05	.03	.18
M	.07	.10	.20	.10	.47
H	.02	.03	.15	.15	.35
Heild	.13	.19	.40	.28	1

Gerum ráð fyrir að viðskiptavinur með báðar tryggingar sé valinn af handahófi

- Hverjar eru líkurnar á því að viðskiptavinurinn hafi meðal sjálfsábyrgð fyrir bílinn og háa-sjálfsábyrgð fyrir heimilistrygginguna?
- Hverjar eru líkurnar á því að hann hafi lága sjálfsábyrgð fyrir bílinn? En lága sjálfsábyrgð fyrir heimilið?
- Hverjar eru líkurnar á því að viðskiptavinurinn sé í sama flokki fyrir bæði bíla- og heimilistrygginguna?
- Með því að nota niðurstöðuna í (c), hverjar eru líkurnar á að viðskiptavinurinn sé í ólíkumflokkum fyrir bíla- og heimilistrygginguna?
- Hverjar eru líkurnar á að hann hafi að minnsta kosti eina tryggingu í lágri sjálfsábyrgð?
- Hverjar eru þá líkurnar á að hvorug tryggingin sé í lága flokknum?

Dæmi 3. Í dælukerfi eru tvær eins dælur, A og B . Kerfið virkar þótt önnur dælanna bili. Hins vegar ef önnur bilar, þá eru meiri líkur á að hin bili líka vegna aukins álags þ.e.a.s. $r = P(B \text{ bilar} | A \text{ bilar}) > P(B \text{ bilar}) = q$. Það er vitað að í 7% tilvika bilar að minnsta kosti önnur þeirra innan ákveðins tíma og í 1% tilvika bila báðar. Hverjar eru líkurnar á að dæla A bili á líftímanum?

Dæmi 4. Látum X vera hendingu með eftirfarandi dreifingarfall [cumulative distribution function]:

$$F(b) = \begin{cases} 0, & b < 0 \\ 1/2, & 0 \leq b < 1 \\ 3/5, & 1 \leq b < 2 \\ 4/5, & 2 \leq b < 3 \\ 9/10, & 3 \leq b < 3.5 \\ 1, & b \geq 3.5 \end{cases}$$

Ákvarðið líkindafall [probability mass function] X og teiknið upp bæði föllin.

Dæmi 5. Elko selur þrjár tegundir af frystum en geymslurými þeirra í rúmmetrum er uppgafið 0,45, 0,54 og 0,72. Látum X = geymslurými valið af næsta kaupanda frystis. Gerum ráð fyrir a X hafi líkindafallið

x	0,45	0,54	0,72
$f(x)$	0,2	0,5	0,3

- (a) Reikni $E[X]$ og $Var[X]$.
- (b) Ef verð frystis með geymslupláss X rúmmetra er $(250X - 85)$ þúsund krónur, hvert er væntigildi verðsins sem næsti kaupandi frystis borgar? Hver er dreifnin fyrir þetta verð?

Dæmi 6. Látum $f(x)$ vera líkindaþéttifall fyrir hendinguna X , þar sem

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (a) Ákvarðið líkindadreiffall X og teiknið graf þess
- (b) Finni $P(X \leq 0,5)$, $P(X \leq 3)$ og $P(0,25 \leq X \leq 0,5)$.
- (c) Reiknið $E(X)$ og staðalfrávik X .