Fundamentos Computacionais

Fundamentos Computacionais

Aula anterior – revisão

Fórmulas (fórmulas bem formadas – fbf)

Sentença lógica corretamente construída sobre o alfabeto cujos símbolos são conectivos ($\neg$, $\wedge$, $\vee$), parênteses, identificadores (p, q, r).

Exemplos de fórmulas:

- $p \vee (\neg q)$
- $(p \wedge q) \vee \neg q$
- $(p \vee \neg q)$ ^ $(p \wedge q)$

Ordem de precedência

1. Conectivos entre parênteses, dos mais internos para os mais externos
2. Negação ($\neg$)
3. Conjunção ($\wedge$) e Disjunção ($\vee$)
4. Condição ($\rightarrow$)
5. Bicondição ($\leftrightarrow$)

Condição (se... então)

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Falsa, quando p é verdadeira e q é falsa.
Verdadeira, caso contrário.

Dica: utilize uma das frases:

Se eu for eleito, então aqui será construída uma ponte.

Se é pelotense, então é gaúcho.

Bicondição (se e somente se)

Reflete uma noção de condição "nos dois sentidos".
Representada por: $p \leftrightarrow q$ ("p se e somente se q")

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Verdadeira, quando p e q são ambas verdadeiras ou falsas
Falsa, quando as proposições possuem valores distintos

Dica: utilize a frase:

- Se e somente se chover levarei o guarda-chuva.

Tabelas-Verdade – Fórmulas

Uma tabela-verdade deve explicitar todas as combinações possíveis de valores lógicos

- Cada fórmula atômica pode assumir dois valores lógicos: V ou F
- Tabela-Verdade da Negação: 2 linhas (2^1)
- Tabela-Verdade da Conjunção, Disjunção, Condição: 4 linhas (2^2)
- n fórmulas atômicas: 2^n linhas (2^n)

Tabelas-Verdade – Fórmulas

Exemplo: Tabela-Verdade da fórmula: $p \vee (q \wedge r)$

p	**q**	**r**	**$q \wedge r$**	**$p \vee (q \wedge r)$**
V	V	V	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

Tautologia ou Contradição

Seja w uma fórmula. Então:

- **w** é dita uma *tautologia* se **w** é **verdadeira**, ou seja, se for verdadeira para todas as combinações possíveis de valores de sentenças variáveis.

- **w** é dita uma *contradição* se **w** é **falsa**, ou seja, se for falsa para todas as combinações possíveis de valores de sentenças variáveis.

Tautologia ou Contradição

Exemplos:

A fórmula $p \vee \neg p$ é uma tautologia.

- Vai chover amanhã ou não vai chover amanhã.

A fórmula $p \wedge \neg p$ é uma contradição.

- Hoje é terça-feira e hoje não é terça-feira.

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$	$p \wedge \neg p$
V	F	V	F
F	V	V	F

Exercícios – Correção / Gabarito

Negação

Negação de Proposição

A **negação** de uma **proposição** em lógica proposicional, pode ser simples ou composta e gera a **tabela verdade inversa** à proposição que está sendo negada.

Exemplo:

- **Proposição** : Hoje é domingo.
- **Negação** : Hoje não é domingo.

- **Proposição** : p
- **Negação** : ~p

Negação da Conjunção

Para **negar** uma **conjunção** deve-se negar as proposições e "inverter" o conectivo de $\wedge$ para $\vee$

Exemplo:

- **Proposição** : Pedro é alto **e** magro.
- **Negação** : Pedro não é alto **ou** não é magro.

- **Proposição** : $p \wedge q$
- **Negação** : $\sim p \vee \sim q$

Negação da Disjunção

Para **negar** uma **disjunção** deve-se negar as proposições e “inverter” o conectivo de $\vee$ para $\wedge$

Exemplo:

- **Proposição** : Amanhã vai chover **ou** fazer frio.
- **Negação** : Amanhã não vai chover **e** não vai fazer frio.

- **Proposição** : $p \vee q$
- **Negação** : $\sim p \wedge \sim q$

Negação da Condição / Implicação

Para **negar** uma **condição** deve-se repetir a primeira proposição e negar a segunda unindo elas pelo conectivo $\wedge$.

Exemplo:

- **Proposição**: Se bebo, então fico furioso.
- **Negação**: Bebo e não fico furioso.

- **Proposição**: $p \rightarrow q$
- **Negação**: $p \wedge \sim q$

Negação Composta

Proposição	Negação
$p \wedge q$	$\neg p \vee \neg q$
$p \vee q$	$\neg p \wedge \neg q$
$p \rightarrow q$	$p \wedge \neg q$

Obs.: As duas primeiras, são conhecidas como as leis de De Morgan, em honra ao matemático inglês do século XIX Augustus De Morgan, primeiro a enunciá-las.

Negação de Quantificadores

Quantificadores	Negação
Todo / Todos	Existe, Algum, alguém (não)
Existe, Alguém	Todo / Todos (não)
Nenhum	Algum

RESUMO

Conjunção
^ E (AND)

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção
v OU (OR)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Negação
~ NÃO (NOT)

p	~p
V	F
F	V

Condicional (implicação)
SE, ENTÃO
->

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional
SE, E SOMENTE SE
<->

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Praticar

1

1) Qual o valor lógico de cada uma das proposições a seguir? Apresente o desenvolvimento.

a) Se 8 for ímpar, então 6 é ímpar.

b) Se 8 for par, então 6 é ímpar.

c) Se 8 for ímpar, então 6 é par.

d) Se 8 for ímpar e 6 for par, então $8<6$.

2

2) Determine o "p" em cada um dos seguintes casos:

a) q = F ; p -> q = F

b) q = V ; p <-> q = F

c) q = F ; q <-> p = V

3

3) Determine o “p” e “q” em cada um dos seguintes casos:

a) p -> q = V ; p v q = F

b) p <-> q = V ; p ^ q = V

c) p <-> q = V ; p v q = V

d) p <-> q = F ; ~p v q = V

4

4) Construa as tabelas-verdade das seguintes fórmulas e identifique as que são tautologias ou contradições.

a) ~(p v ~q)

b) ~(p -> ~q)

c) p ^ q -> p v q

d) ~p -> (q -> p)

e) p -> (q -> (q -> p))

f) ~(p -> (~p -> q))