TD 1 : Algèbre relationnelle

Logistique et Algèbre relationnelle

2025-09-19



Avec solutions

L3 MIASHS/Ingémath Université Paris Cité Année 2025 Course Homepage Moodle



Récapitulatif

Schémas

Les schémas sont une abstraction spécifique à PostgreSQL. Les schémas permettent de faire cohabiter sur une même base de données (ou catalogue dans le jargon PostgreSQL) plusieurs ensembles d'informations de nature différentes. On peut indiquer à pgcli, psql ou un autre client (dbeaver ou autre) quels schémas on veut utiliser par défaut.

Dans ce TP, nous allons nous concentrer sur le schéma world qui contient des informations concernant des villes et des pays/territoires du monde entier. Au cours de ce semestre, nous serons amenés à utiliser d'autres schémas : pagila qui contient des informations concernant des films, ...

Pour lister et modifier les schémas de votre environnement de travail :

```
-- lister
bd_2023-24> SHOW search_path ;
bd_2023-24> SET search_path TO world, public; -- modifier
bd_2023-24> SHOW search_path ;
```

Lister les schémas du catalogue bd_2023-24.

\dn

Pour lister les tables des schemas inscrits sur votre search_path.

```
bd 2023-24> \d
              | Type | Owner
| Schema | Name
```

Vue d'ensemble du schéma world

Suggestion

Si vous travaillez avec pgcli/psql, utilisez en local votre éditeur préféré (emacs, vi, sublime text, visual studio code, ...), transférez votre script sql grâce à scp, et chargez le script dans votre session psql/pgcli à l'aide de \\i.

Tables

Pour voir la définition (c'est-à-dire les différentes colonnes) d'une table :

| bd_2023-24> \d wo: | · | |
|--------------------|---------------|--------------|
| Column | Type | Modifiers |
| countrycode | character(3) |) not null |
| name_country | text | not null |
| continent | text | not null |
| region | text | not null |
| surfacearea | real | not null |
| indepyear | smallint | |
| population_coun | try integer | not null |
| lifeexpectancy | real | |
| gnp | numeric(10,2 | 2) |
| gnpold | numeric(10,2 | 2) |
| localname | text | not null |
| governmentform | text | not null |
| headofstate | text | |
| capital | integer | |
| code2 | character(2) |) not null |

Explorer les possibilités de psql ou de pgcli

bd 2023-24>\?

Dans la deuxième partie du TP, on s'intéresse aux requêtes, c'est-à-dire, les moyens d'extraire une information pertinente d'une base de données.

Écriture d'une requête

Pour extraire des informations d'une base de données, on utilise l'algèbre relationnelle (pour la théorie) et le langage SQL (pour la pratique).

L'algèbre relationnelle est un ensemble d'opération sur les tables. Chaque opération prend en argument une ou plusieurs tables et produit une nouvelle table. Nous commençons par introduire deux opérations importantes qui opèrent sur une table à la fois :

- $Projection: \pi_{\texttt{liste de colonnes}}R$. Cette opération ne garde que les colonnes mentionnées de la table R. Par exemple $\pi_{\texttt{name,continent}}$ world. country est la table avec deux colonnes name, continent et une ligne pour chaque ligne de la table world. country.
- Sélection : $\sigma_{\tt condition}R$. Cette opération ne garde que les lignes qui respectent la condition indiquée. Par exemple $\sigma_{\tt lifeexpectancy} < 50 \tt world.country$ renvoie la table contenant les pays ayant une espérance de vie de moins de 50 ans.

Ces deux opérations peuvent être écrites en SQL ainsi :

```
SELECT colonne1, colonne2, ...
FROM table
WHERE condition;
```

Cette opération affiche les colonnes de table indiquées après le SELECT qui respectent la condition.

C'est la transcription de

```
\Pi_{\texttt{colonne1}, \texttt{colonne2}}(\sigma_{\texttt{condition}}(\texttt{table}))
```

Par exemple:

```
SELECT name_country, lifeexpectancy
FROM world.country
WHERE lifeexpectancy < 50 and continent = 'Asia';</pre>
```

affichera le nom et l'espérance de vie des pays d'Asie ayant une espérance de vie inférieure à 50 ans. Remarquez l'utilisation des apostrophes simples pour délimiter les chaînes de caractères ('Asia').

Requêtes monotables

Ecrivez des requêtes en algèbre relationnelle et en SQL (dans pgcli/psql, ...) pour extraire les informations suivantes du schéma world :

• Quelles sont les régions? (25 lignes)

• Quelles sont les régions situées en Europe? (6 lignes)

• Quels sont les pays situés en Europe du sud? (15 lignes)

```
 \begin{split} & & \quad \square_{\text{name\_country}}(\sigma_{\text{region = 'Southern Europe'}}(\text{world.country})) \\ & \quad \text{SELECT name\_country} \\ & \quad \text{FROM world.country} \\ & \quad \text{WHERE region = 'Southern Europe' ;} \end{split}
```

• Quelles sont les capitales des pays situés en Europe de l'Ouest? (quel est le type de la colonne capital?) (9 lignes)

```
\Pi_{\rm capital}(\sigma_{\rm region = 'Western \; Europe'}({\rm world.country})) SELECT capital FROM world.country WHERE region = 'Western Europe';
```

• A partir de la table countrylanguage, quels sont les langues qui sont officielles dans au moins un pays? (102 lignes)

```
\begin{split} &\Pi_{\text{language}}(\sigma_{\text{isofficial}}(\text{world.countrylanguage}))\\ &\text{SELECT DISTINCT language}\\ &\text{FROM world.countrylanguage}\\ &\text{WHERE isofficial ;} \end{split}
```

La variante de l'algèbre relationnelle vue en cours opérant sur les ensembles, DISTINCT est toujours implicitement implémenté par la requête algébrique. On peut noter qu'il existe un opérateur d'élimination des doublons dans les variantes multi-ensemblistes de l'algèbre relationnelle.

• Quels sont les codes des pays où le français est langue officielle? (18 lignes) Même question pour les langues de votre choix?

Solution

```
\begin{split} &\Pi_{\texttt{countrycode}}(\sigma_{\texttt{language = 'French'} \land \texttt{isofficial}}(\texttt{world.countrylanguage})) \\ &\texttt{SELECT countrycode} \\ &\texttt{FROM world.countrylanguage} \\ &\texttt{WHERE language = 'French' AND isofficial ;} \end{split}
```

• Quelle est la date d'indépendance de la France?

Solution

```
\begin{split} &\Pi_{\text{indepyear}}(\sigma_{\text{name\_country} = 'French'}(\text{world.country})) \\ &\text{SELECT indepyear} \\ &\text{FROM world.country} \\ &\text{WHERE name\_country} = 'France' ; \end{split}
```

• Quelles sont les dates d'indépendance des pays d'Europe ? (46 lignes)

Solution

```
\Pi_{\texttt{name\_country, indepyear}}(\sigma_{\texttt{continent = 'Europe'}} \ (\texttt{world.country})) 
 \texttt{SELECT name\_country , indepyear} 
 \texttt{FROM world.country} 
 \texttt{WHERE continent = 'Europe' ;}
```

• Quelles sont les villes françaises de plus de 200 000 habitants? (10 lignes)

Solution

```
\begin{split} &\Pi_{\text{name, population}}(\sigma_{\text{countrycode = 'FRA' } \land \text{population} > 200000}(\text{world.city})) \\ &\text{SELECT name , population} \\ &\text{FROM world.city} \\ &\text{WHERE countrycode = 'FRA' AND population} > 2000000 \ ; \end{split}
```

• Pour chaque pays européen, calculer la densité, le GNP par habitant, et l'espérance de vie, ordonner par densité décroissante. (46 lignes)

 $ho_{ t population_country/surfacearea \mapsto t density, gnp/population_country \mapsto gnp_per_hab} (\Pi_{ t name_country}, t population_country / surfacearea (\sigma_{ t continuous})$

La contrepartie algébrique de ORDER BY n'a pas été présentée dans la variante de l'algèbre relationnelle vue en cours, même si elle est évidemment implémentée (via des opérateurs de tri) dans les variantes utilisées en pratique par les SGBDs.

• Quels sont les pays où l'espérance de vie n'est pas inférieure à 77 ans et le pnb par habitant n'est pas supérieur à (0.010)? (10 lignes)

Solution $\Pi_{\texttt{name_country}}(\sigma_{\texttt{-lifeexpectancy}} < 77 \land \lnot (\texttt{gnp / population_country}) > 0.01 (\texttt{world.country}))$ ou, de manière équivalente \ $\Pi_{\texttt{name_country}}(\sigma_{\texttt{lifeexpectancy}} >= 77 \land (\texttt{gnp / population_country}) >= 0.01 (\texttt{world.country}))$ SELECT name_country FROM world.country WHERE NOT (lifeexpectancy < 77) AND NOT (gnp / population_country) > 0.01 ;

• Quels sont les pays tels que la condition (espérance de vie supérieure ou égale à 77 ans ou PNB par habitant inférieur à (0.01)) n'est pas vérifée? (16 lignes)

```
Solution \Pi_{\texttt{name\_country}}(\sigma_{\lnot(\texttt{lifeexpectancy})} = 77 \lor (\texttt{gnp / population\_country}) < 0.01) (\texttt{world.country})) ou, de manière équivalente \Pi_{\texttt{name\_country}}(\sigma_{\texttt{lifeexpectancy}} < 77 \land (\texttt{gnp / population\_country}) >= 0.01 (\texttt{world.country})) SELECT name\_country FROM world.country WHERE NOT (lifeexpectancy >= 77 OR (gnp / population\_country) < 0.01);
```

• Quels sont les pays où une langue est officielle sans être parlée par au moins la moitié de la population? (92 lignes)

```
\Pi_{\texttt{countrycode}}(\sigma_{\texttt{isofficial} \land \texttt{percentage}} < 50 (\texttt{world.countrylanguage})) 
 \texttt{SELECT DISTINCT countrycode} 
 \texttt{FROM world.countrylanguage} 
 \texttt{WHERE isofficial AND percentage} < 50 ;
```

• Quels sont les pays qui ont au moins une langue officielle? (190 lignes)

```
\Pi_{\texttt{countrycode}}(\sigma_{\texttt{isofficial}}(\texttt{world.countrylanguage})) 
 \texttt{SELECT DISTINCT countrycode} \\ \texttt{FROM world.countrylanguage} \\ \texttt{WHERE isofficial ;}
```

• Quels sont les noms des pays qui comptent plus de 100 000 000 d'habitants? (10 lignes)

```
\Pi_{\texttt{name\_country}}(\sigma_{\texttt{population\_country}} > {}_{100000000}(\texttt{world.country})) 
 \texttt{SELECT name\_country} \\ \texttt{FROM world.country} \\ \texttt{WHERE population\_country} > {}_{100000000} \; ;
```

Requêtes multi-tables

On peut aussi combiner plusieurs tables. Pour ce TP, nous allons seulement présenter le produit cartésien de deux tables : $T \times S$ est la table dont les colonnes sont les colonnes de S et les colonnes de T. Ces lignes contient tous les couples (l_1, l_2) où l_1 est une ligne de T et l_2 est une ligne de S. En SQL, on écrira :

```
SELECT col1,col2
FROM table1,table2
WHERE condition;
```

Par exemple,

```
SELECT language
FROM world.country as c, world.countrylanguage as 1
WHERE c.countrycode = 1.countrycode and c.continent = 'Europe';
```

affichera les langues parlées en Europe. Remarquez l'utilisation des as pour donner de nouveaux noms aux tables et l'utilisation de c.countrycode pour lever l'ambiguité sur des noms de colonnes qui seraient éventuellement les mêmes.

Avec ça, écrivez des requêtes pour les questions suivantes :

 $\bullet\,$ Quels sont les noms des capitales Sud-Américaines ? (14 lignes)

```
\Pi_{\texttt{name}} \big( \sigma_{\texttt{capital = id} \land \texttt{region = 'South America'}} \big( \rho_{\texttt{countrycode} \mapsto city \ countrycode} (\texttt{world.city}) \times \texttt{world.country} \big) \big)
```

```
SELECT name
FROM world.country , world.city
WHERE capital = id AND region = 'South America';
```

Attention! En toute rigueur le produit cartésien ne s'applique que sur des relations de schémas disjoints, d'où le renommage utilisé dans la requête algébrique ci-dessus. En pratique on utilisera tout de même :

```
\Pi_{\texttt{name}} \big( \sigma_{\texttt{capital = id} \land \texttt{region = 'South America'}} (\texttt{world.country} \times \texttt{world.city}) \big) comme abréviation pour :
```

```
\Pi_{\texttt{name}}(\sigma_{\texttt{capital}} = \texttt{id} \land \texttt{region} = \texttt{'South America'}(\rho_{\texttt{countrycode}} \vdash \texttt{country.country.code}(\texttt{world.country}) \times \rho_{\texttt{countrycode}} \vdash \texttt{country.country.code}(\texttt{world.country}) \times \rho_{\texttt{countrycode}} \vdash \texttt{country.code}(\texttt{world.country}) \times \rho_{\texttt{country.code}} \vdash \texttt{country.country.code}(\texttt{world.country}) \times \rho_{\texttt{country.code}} \vdash \texttt{country.code}(\texttt{world.country}) \times \rho_{\texttt{country.code}} \vdash \texttt{country.code}(\texttt{world.country}) \times \rho_{\texttt{country.code}} \vdash \texttt{country.code}(\texttt{world.country.code}) \times \rho_{\texttt{country.code}} \vdash \texttt{country.code}(\texttt{world.country}) \times \rho_{\texttt{country.code}} \vdash \texttt{country.code}(\texttt{worl
```

Donc, dès que l'on opère un produit cartésien sur deux tables, on supposera implicitement que les attributs en commun sont renommés en les préfixant par le nom de la relation à laquelle ils appartiennent. Si les deux tables sont deux copies d'une seule et même table (cf plus loin question 4, on parle alors d'auto-jointure) on fera suivre le nom de la première copie par 1 et le nom de la seconde copie par 2 et on renommera tous les attributs de chacune des copies en les préfixant par ce nouveau nom.

• Quels sont les noms des pays où le français est langue officielle? (18 lignes)

Solution

```
\Pi_{\text{name country}}(\sigma_{\text{isofficial} \land \text{language = 'French'}}(\text{world.country} \bowtie \text{world.countrylanguage}))
```

```
SELECT name_country
FROM world.country NATURAL JOIN world.countrylanguage
WHERE isofficial AND
    language = 'French';
```

Dans la variante algébrique, pour utiliser la jointure naturelle on a bien vérifié au préalable que le seul attribut en commun sur les deux relations était bien countrycode. En effet, si au contraire, certains attributs s'étaient trouvé avoir le même nom de manière fortuite, il aurait fallu les renommer au préalable dans l'une des deux relations. Une autre solution aurait combiné sélection et produit cartésien afin d'émuler la requête SQL ci-dessus, mais il aurait alors fallu en toute rigueur renommer au préalable l'attribut en commun countrycode dans l'une des deux tables en utilisant l'opérateur ρ , le produit cartésien ne pouvant être réalisé que sur des relations de schémas disjoints (c.f., question précédente).

 Quelles sont les pays où l'espagnol est langue officielle et la forme de gouvernement est Federal Republic? (3 lignes)

WHERE isofficial AND

language = 'Spanish' AND

$\Pi_{\texttt{name_country}}(\sigma_{\texttt{ttisofficial} \land \texttt{language}} = `\texttt{Spanish'} \land \texttt{governmentform}} = `\texttt{Federal\ Republic'}}(\texttt{world.country} \bowtie \texttt{world.countrylanguage})$ SELECT name_country $\texttt{FROM\ country\ NATURAL\ JOIN\ countrylanguage}}$

• Quels sont les pays qui ont au moins deux langues officielles? (38 lignes)

governmentform = 'Federal Republic';

Solution

 $\Pi_{\text{name_country}}$

 $(\sigma_{\texttt{c1.isofficial} \land \texttt{c2.isofficial} \land \texttt{c1.language} \neq \texttt{c2.language} \land \texttt{countrycode} = \texttt{c1.countrycode} \land \texttt{countrycode} = \texttt{c2.countrycode} (\texttt{world.countrycode})$

Attention à bien noter que l'on a utilisé ici dans la requête algébrique l'abréviation de renommage mentionné à la question 1. Pour simplifier l'écriture de la requête on a également abrévié countrylanguage en ci pour $i \in \{1,2\}$.

On dispose aussi de la syntaxe JOIN ... USING (a ,...,a) pour faire des jointures qui ne considèrent que les attributs communs a à a .

```
SELECT DISTINCT name_country

FROM country NATURAL JOIN

countrylanguage AS 11 JOIN

countrylanguage AS 12 USING (countrycode)

WHERE 11.isofficial AND 12.isofficial

AND 11.language <> 12.language ;
```

• Quels sont les pays qui n'ont pas de langue officielle? (49 lignes)

$\begin{array}{l} \P_{\text{name_country}}(\text{world.country}) - \Pi_{\text{name_country}}(\sigma_{\text{isofficial}}(\text{world.country} \bowtie \text{world.countrylanguage})) \\ \\ (\text{SELECT name_country} \\ \text{FROM world.country} \\) \\ \text{EXCEPT} \\ (\text{SELECT name_country} \\ \text{FROM world.country NATURAL JOIN world.countrylanguage} \\ \text{WHERE isofficial} \\); \\ \end{array}$

• Quels sont les pays qui comportent au moins deux villes de plus de 1 000 000 habitants? (32 lignes)

• Quelles sont les régions qui ne comportent qu'une seule forme de gouvernement ? (3 lignes)

```
\Pi_{\tt region}({\tt world.country}) - \Pi_{\tt region} (\sigma_{\tt c1.region = c2.region \land c1.countrycode \land c2.countrycode \land c1.governmentform <> c2.governmentform}({\tt world.c1}) \bowtie {\tt world.c2})) (SELECT region FROM country) EXCEPT (SELECT c1.region FROM country as c1 , country as c2 WHERE c1.region = c2.region AND c1.countrycode <> C2.countrycode AND NOT c1.governmentform = c2.governmentform ) ;
```

• Quelles sont les régions où on ne trouve pas de monarchie? (9 lignes)

Solution

country2).

Une solution algébrique aurait la forme générale de la requête de la question 5. En revanche, nous n'avons pas présenté en cours d'implémentation pour l'opérateur de comparaison LIKE qui devrait être utilisé dans l'opérateur de sélection. Nous préférons donc en toute rigueur ne pas proposer ici de traduction algébrique.

Ici c1 (respectivement, c2) est utilisé comme abbréviation pour country1 (respectivement,

```
(SELECT region
FROM country)

EXCEPT

(SELECT region
FROM country
WHERE governmentform LIKE '%Monarchy%');
```