

TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN



---

---

# Sensitivität zukünftiger Flüssig-Xenon-Experimente auf Doppel-Beta- und $e^+$ DBD-Zerfälle von Xenon

Diplomarbeit  
zur Erlangung des wissenschaftlichen Grades  
Diplom-Physiker

vorgelegt von

Jan Thurn  
geboren am 21.01.1988 in Bad Schlema

Institut für Kern- und Teilchenphysik  
der Technischen Universität Dresden  
2013

Eingereicht am 06.09.2013

1. Gutachter: Prof Dr. Kai Zuber
2. Gutachter: Jun.-Prof. Dr. Arno Straessner
- Betreuer: Dr.Nuno Fiuza de Barros

## Kurzfassung

In den nächsten Jahren wird eine neue Generation von Detektoren mit flüssigem Xenon (lXe) als aktives Medium in Betrieb gehen. Diese werden zum ersten mal die Grenze von einer Tonne eingesetzter Detektormasse überschreiten. Dadurch werden neue Bereiche für WIMP-Wirkungsquerschnitte und Halbwertszeiten langlebiger Xe-Isotope zugänglich. In dieser Arbeit wird die Sensitivität auf die Detektion dieser Zerfälle untersucht. Von besonderem Interesse sind dabei die Doppel-Beta-Zerfälle von Xe-134/136 sowie die verschiedenen Kanäle von Xe-124. Dazu wurde eine 20t-lXe-TPC-Simulation in GEANT4 erstellt, für die das DARWIN-Detektorkonzept als Vorlage diente.

Basierend auf verschiedenen Abreicherungszenarien bzgl. Xe-136 wurde die Sensitivität dieses 20t-Detektors auf den Zerfall von Xe-134 unter Verwendung zweier unterschiedlicher statistischer Analyseverfahren in Abhängigkeit von der Messdauer ermittelt. Dabei wurde neben Xe-134 und Xe-136 auch der Einfluss von solaren pp-Neutrinos als zusätzliche Untergrundquelle für den Nachweis berücksichtigt. Neben dem Zerfall von Xe-134 wurden qualitativ die Nachweismöglichkeiten für die unterschiedlichen Zerfallsmoden von Xe-124 im Rahmen der theoretischen Voraussagen zur Halbwertszeit der einzelnen Kanäle und unter Berücksichtigung der verschiedenen Untergrundquellen überprüft.

## Abstract

There will be a new generation of liquid xenon detectors in the next couple of years. These will exceed the limit of one tonne active mass for the first time. This development will allow us to reach new areas for cross sections for WIMPs and half lives for long-living Xe-isotops. The aim of this work is to study the sensitivity for the detection of those decays. Of special interest are the double-beta decays of Xe-134/136 and the several decay channels of Xe-124. Therefore a 20t-lXe-TPC simulation using GEANT4 was developed, which is based on the DARWIN-R&D concept.

Based on different Xe-136 depletion scenarios a study on the sensitivity of this 20t-geometry towards the decay of Xe-134 was performed by using two different statistical methods. During this analysis not only Xe-134 and Xe-136 was considered, but also the influence of pp-neutrinos as a second background source.

Besides Xe-134 the opportunities on detecting the varying decay modes of Xe-124 were examined on a qualitative level, by taking the different background sources and theoretical predictions into account.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1. Einführung: Kernphysik . . . . .	3
2.1.1. Kernmodelle der ersten Generation . . . . .	3
2.1.2. Bindungsenergie . . . . .	5
2.2. Beta-Zerfälle . . . . .	7
2.2.1. Beta-Zerfall und die Entdeckung des Neutrinos . . . . .	7
2.2.2. Bethe-Weizsäcker und der Beta-Zerfall . . . . .	8
2.2.3. Elektroneneinfang und $\beta^+$ -Zerfall . . . . .	9
2.2.4. Abregung der Elektronenhülle . . . . .	9
2.3. Doppel-Beta-Zerfall . . . . .	11
2.3.1. Einführung . . . . .	11
2.3.2. Halbwertszeit und Energiespektrum des $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls . . . . .	14
2.3.3. Positron-DBD . . . . .	15
2.3.4. Moderne Kernmodelle und Näherungsverfahren . . . . .	15
2.4. Dunkle Materie . . . . .	17
2.4.1. Kandidaten für Dunkle Materie . . . . .	17
2.4.2. Nachweis von WIMPs . . . . .	18
<b>3. LXe-Detektoren für seltene Zerfälle</b>	<b>21</b>
3.1. Struktur eines Low-Background TPC . . . . .	21
3.1.1. Prinzip einer Time-Projektion-Chamber (TPC) . . . . .	22
3.1.2. Geometrie der Simulation . . . . .	23
3.2. Xenon als Detektormedium . . . . .	25
3.2.1. Physikalische Eigenschaften von Xenon . . . . .	25
3.2.2. Ionisation und Szintillation in Xenon . . . . .	26
3.2.3. Xenonisotope und ihre Zerfälle . . . . .	30
3.3. GEANT4 und MAGE . . . . .	31
3.3.1. Simulation mit GEANT4 . . . . .	31
3.3.2. MaGe und DECAY0 . . . . .	33
<b>4. Simulation des Doppel-Beta Zerfalls von Xe-136 und Xe-134</b>	<b>34</b>
4.1. $2\nu\beta^-\beta^-$ von $^{136}\text{Xe}$ . . . . .	35
4.1.1. Abreicherung von Xenon-136 . . . . .	36
4.2. $2\nu\beta^-\beta^-$ von $^{134}\text{Xe}$ . . . . .	39
4.2.1. Abschätzung der Halbwertszeit von Xe-134 - Variante 1 . . . . .	40

4.2.2. Abschätzung der Halbwertszeit von Xe-134 - Variante 2 . . . . .	41
4.3. Xe-134 und Xe-136 . . . . .	42
4.3.1. Qualitative Analyse der Energiespektren . . . . .	43
4.3.2. statistische Analyse nach Feldman-Cousins . . . . .	47
4.4. Xe-134, Xe-136, PP . . . . .	50
4.4.1. Extended Maximum-Likelihood (EML) . . . . .	51
4.4.2. Sensitivität auf den Zerfall von Xe-134 . . . . .	52
4.5. Resümee . . . . .	54
<b>5. Simulation des Doppel-Beta Zerfalls von Xe-124</b>	<b>55</b>
5.1. Der $2\nu$ ECEC-Zerfall . . . . .	56
5.2. Der $2\nu\beta^+$ EC-Zerfall . . . . .	61
5.3. Der $2\nu\beta^+\beta^+$ -Zerfall . . . . .	65
5.4. Resümee . . . . .	66
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>67</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>69</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>74</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>77</b>
A.1. Abkürzungsverzeichnis . . . . .	77
A.2. Anhang: Theorie . . . . .	78
A.3. Anhang: LXe-Detektoren für seltene Zerfälle . . . . .	80
A.3.1. Geometrie . . . . .	80
A.3.2. PMTs zur Detektion . . . . .	81
A.3.3. Zusammenhang zwischen LET und Szintillation . . . . .	81
A.3.4. Liste aller Isotope von Xenon . . . . .	83
A.4. Anhang: Analyse der Zerfälle von Xe-136 und Xe-134 . . . . .	84
A.4.1. Abreicherung von Xe-136 . . . . .	84
A.4.2. Analyse des Zerfalls von Xe-134 . . . . .	86
A.4.3. kombinierte Analyse von Xe-134 und Xe-136 . . . . .	88
A.4.4. Kombinierte Analyse mit pp-Neutrinos . . . . .	91
A.5. Anhang: Analyse des Zerfalls von Xe-124 . . . . .	92
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>94</b>

# 1. Einleitung

Die ersten Detektoren, deren Funktionsweise auf dem Einsatz von Szintillatoren basiert, wurden bereits Anfang des 20. Jh. entwickelt. Die Entwicklung des Photomultipliers (PMT) eröffnete neue Einsatzmöglichkeiten für diese Art von Detektoren und ermöglichte die Verwendung neuer szintillierender Materialien. In aktuellen Experimenten kommen unter anderem Plastiksintillatoren, organische Flüssigkeiten mit Wellenlängenschieber, aber auch anorganische Materiellen zum Einsatz.

Durch technische Fortschritte in der Kryotechnik und die Übernahme des Konzeptes der TPCs<sup>1</sup> aus der Teilchenphysik in die Kernphysik wurde die Aufmerksamkeit auf flüssige Edelgase gelenkt. Speziell flüssiges Argon und Xenon wurden wegen ihrer physikalischen Eigenschaften als attraktiv angesehen. Zu Beginn konnten nur sehr kleine Detektoren mit wenigen Kilogramm Edelgas betrieben werden. Das Ziel dieser Experimente war hauptsächlich die Eigenschaften von Edelgasen als Detektormaterial zu erforschen und die Handhabung solcher Szintillationsdetektoren zu verbessern. Dazu wurden jedoch auch schon im Jahre 1989 erste Ergebnisse zu Zerfällen von langlebigen Xenonisotopen veröffentlicht [ea89]. Diese stellen aber nur Grenzwerte für die Halbwertszeiten dar. In den folgenden Jahren wuchs die Anzahl der Experimente und auch deren Detektorvolumen stetig an, allerdings waren diese nicht ausreichend, um konkrete Angaben zu Halbwertszeiten mit zugehörigen Fehlergrenzen anstatt von Untergrenzen für Halbwertszeit anzugeben.

Das aktuell größte <sup>2</sup>LXe-Experiment auf dem Gebiet der Doppel-Beta-Zerfälle ist EXO-200. Die EXO-Kollaboration veröffentlichte bisher ein Limit für die Halbwertszeit des  $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls von <sup>136</sup>Xe aber auch einen Wert für die zugehörige  $2\nu\beta\beta$ -Zerfall-HWZ [Aug12a]<sup>3</sup>. Mit ca. 200 kg Detektormasse besitzt dieses Experiment bereits zwei Größenordnungen mehr Xenon als die Detektoren der ersten Generation. Die aktuellen Messungen dieser Experimente verfolgen das Ziel der Entdeckung bzw. der Messung der zugehörigen HWZ des  $0\nu\beta\beta$ -Zerfall von <sup>136</sup>Xe, um daraus Aussagen über die Eigenschaften des Neutrinos abzuleiten.

Neben <sup>136</sup>Xe existieren noch weiter langlebige Xenonisotope, die sich zumindest im Rahmen der aktuellen Theorie über den doppelten Betazerfall umwandeln können. Da für diese Isotope eine höhere Halbwertszeit erwartet wird und die Nuklide eine geringere natürliche Häufigkeit als <sup>136</sup>Xe aufweisen, erfordert die Messung dieser Zerfälle eine weitere Vergrößerung des aktiven Detektorvolumen.

Neben der Suche nach den Zerfällen der langlebigen Xenonisotope, werden LXe-TPCs auf einem weiteren aktuellen Gebiet der Physik eingesetzt. Der direkte Nachweis von Dunkler Materie benötigt ebenfalls größere Detektoren. Ein Kandidat für dunkle Materie sind

<sup>1</sup>TPC: Abkürzung für time projection chamber

<sup>2</sup>LXe: Abkürzung für Flüssig-Xenon (english: liquid-Xenon)

<sup>3</sup>Es existieren weitere Experimente, die ebenfalls Xe verwenden und Angaben zur HWZ von <sup>136</sup>Xe veröffentlichten [Gan12].

## 1 Einleitung

---

die supersymmetrischen WIMPs<sup>4</sup>. Der Nachweis dieser Teilchen kann direkt über elastische Stöße mit den Xe-Atomkernen im Detektor geschehen. Dabei wird eine geringe Menge Energie an den Kern übertragen, der diese wieder an das Xenon abgibt. Aktuelle Experimente<sup>5</sup>, wie z.B. XENON100, konnten bisher nur obere Grenzwerte für den Wirkungsquerschnitt dieser Reaktionen angeben [Apr12a]. Die Vergrößerung des Detektorvolumens ermöglicht den Zugang zu geringeren Wirkungsquerschnitten<sup>6</sup>, das mit der Erhöhung der Sensitivität auf diese Reaktion einher geht. Ein Vertreter der nächsten Generation ist XENON1T mit ca. 1 t aktiven Detektormedium. Jedoch gehen die Planungen noch weiter in die Zukunft, beispielsweise ist mit DARWIN bereits ein Experiment der übernächsten Generation in der R&D-Phase. Dieses soll mit ca. 10 t aktivem Detektormedium (20 t Xe-Gesamtmasse) die Experimente der ersten Generation um das 1000fache übertreffen. Mit diesem großen Volumen ergeben sich neue Bereiche für die Messung, sowohl von WIMPs als auch von langlebigen Xenonisotopen.

Zur Abschätzung dieser Möglichkeiten in Hinblick auf die Doppel-Beta-Zerfälle wurde in dieser Arbeit eine auf GEANT4-basierte 20t-LXe-TPC-Geometrie erstellt, deren Struktur sich an den bisherigen Experimenten orientiert, aber auf die Größe von DARWIN skaliert ist. Unter Benutzung dieser Geometrie werden die Zerfälle von  $^{124,134,136}\text{Xe}$  simuliert und eine Aussage über die Sensitivität auf die einzelnen Zerfallskanäle in Abhängigkeit von Halbwertszeit und Abreicherungsgrad getroffen.

---

<sup>4</sup>WIMP: Abkürzung für „Weak Interacting Massive Particles“

<sup>5</sup>Neben den hier genannten Xenon-Experimenten existieren noch weitere Experimente (z.B. CDMS [Aea09]), welche andere Methoden zur Detektion verwenden (siehe Kap. 2.4.2).

<sup>6</sup>Limit von XENON100 [Apr12a]:  $\sigma_{\text{WIMP}} \sim 10^{-45} \text{ cm}^2 \rightarrow$  DARWIN [Obe12]:  $\sigma_{\text{WIMP}} \sim 10^{-48} \text{ cm}^2$  (beide Werte gelten für WIMPs mit einer Masse von 55 GeV/c<sup>2</sup>)

## 2. Theoretische Grundlagen

### 2.1. Einführung: Kernphysik

Zum Verständnis von Kernzerfällen wird zunächst eine Modell des Atomkerns benötigt. Der Atomkern wurde nach der Entdeckung zunächst als harte Kugel mit einem Radius von wenigen Femtometern ( $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ ) angesehen. Der Fortschritt in den Experimenten und die Entdeckung neuer Phänomene bedingte die Entwicklung neuer Modelle, die schrittweise dazu in der Lage waren einzelne Aspekte zu erklären. Heute ist bekannt, dass der Atomkern eine komplex zusammengesetzte Struktur ist, die aus einer Anzahl  $A$  Nukleonen (Massenzahl) besteht. Dabei sind im Kern  $Z$  Protonen und  $N = A - Z$  Neutronen enthalten, wobei beide Angaben zusammen ein Nuklid  ${}^A_Z X_N$  definieren.

Die Formulierung eines Kernmodells kann auf dem Ansatz beruhen, dass sich ein einzelnes Nukleon in einem, von den übrigen Nukleonen erzeugten, Potential befindet, wie es z.B. beim Fermigas- oder Schalenmodell der Fall ist. Ein modernerer Ansatz liegt den Vierteilchentheorien zu Grunde. Die aktuellen Entwicklungen in diesem Bereich verwenden sogenannte effektive Feldtheorien.

#### 2.1.1. Kernmodelle der ersten Generation

Unter der Bezeichnung der Kernmodelle der ersten Generation sind alle Modelle, einschließlich dem Schalenmodell, zu verstehen. Diese besitzen weiterhin Gültigkeit, sind aber zum Teil zu einfach um Aussagen auf moderne Fragestellungen zu geben.

Das zuerst entwickelte Modell ist das Tröpfchenmodell, bei dem der Kern als Wassertropfen angesehen wird. Das bedeutet, dass trotz Formänderung das Volumen des Kerns konstant bleibt. Des Weiteren besteht eine anziehende Kraft zwischen den Nukleonen, deren Reichweite aber auf den Abstand zwischen zwei Nukleonen beschränkt ist. Dieses Modell ist in der Lage die Abhängigkeit der Bindungsenergie von Massenzahl zu beschreiben.

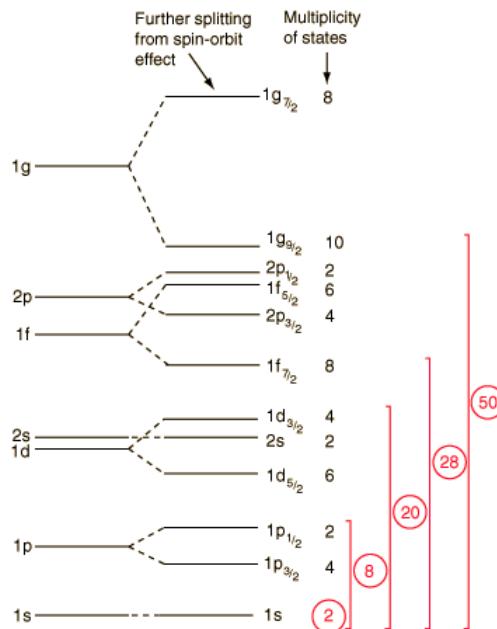
Die Entdeckung der magischen Zahlen und die bisher fehlende Erklärung der Gammastrahlung führten zur Entwicklung des Fermi-Gas-Modells. In diesem Modell bewegen sich die Nukleonen frei im einem Potentialkasten endlicher Höhe. Dies erlaubt es die Energieniveaus der Nukleonen im Kern analog zur Lösungen der Schrödinger-Gleichung im 3-dim Potentialkasten zu berechnen. Der Vorteil dieses Modells ist die einfache Berechnung der Energieniveaus. Jedoch ist der Kasten nur eine grobe Näherung des realen Potentials. Das **Woods-Saxon-Potential** stellt hierbei eine realistische Beschreibung des Kernpotentials dar:

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{(r-R_0)/b}}. \quad (2.1.1)$$

Mit Hilfe dieses Modells kann nun auch die Gamma-Strahlung durch die Abregung zwischen den Niveaus erklärt werden. Jedoch ist weiterhin die Erklärung der sogenannten

magischen Zahlen offen.

Die Verwendung des dreidimensionalen Oszillator-Potentials bietet einen weiteren Ansatz für eine effektives Kernpotential. Zur Bestimmung der Energieniveaus muss die Schrödinger-Gleichung (Abk.: SGL) für das gegebene Potential gelöst werden. Wie bereits in [Der00] gezeigt wurde, kann dieses Gleichung durch eine Separation der Wellenfunktion  $\Psi(r)$  in einen Radialanteil  $R(r)$  und einen Winkelanteil  $Y_m^l$ <sup>1</sup> gelöst werden. Nach längerer Rechnung ergeben sich die q-fach entarteten Energieniveaus. Da es für ein fixiertes  $n$  mehrere Kombinationen der  $n_i$  gibt, genauer gesagt  $q = (n + 1) \cdot (\frac{n}{2} + 1)$  Kombinationen, sind die Energieniveaus q-fach entartet. Damit gehören alle q Energieniveaus zu einem fixierten  $n$  zu einer Energieschale. Unter Berücksichtigung des Pauliprinzips ergeben sich für die Summe der möglichen Zuständen bis  $n=2$ :  $q=2$ ,  $q=8$  und  $q=20$ . Damit wäre die ersten drei magischen Zahlen erklärt. Unter Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung im Potential<sup>2</sup> und der daraus resultierenden Aufspaltung der Energieniveaus, ist es möglich alle magischen Zahlen zu erklären. Abbildung 2.1.1 zeigt das Resultat dieser Überlegungen. Die sich so ergebenden neuen Energieschalen erklären alle magischen Zahlen.



**Abbildung 2.1.1.:** Darstellung des Einflusses der Spin-Bahnkopplung auf die Energieniveaus im Schalenmodell. Die Darstellung ist [Nav] entnommen.

<sup>1</sup> $Y_m^l$  entsprechen den Kugelflächenfunktionen, wobei  $l$  der Bahndrehimpulsquantenzahl und  $m$  der magnetische Quantenzahl entspricht

<sup>2</sup>erkannt durch Maria Goeppert Mayer, Otto Haxel, Johannes Jensen und Hans E. Suess im Jahr 1948

### 2.1.2. Bindungsenergie

Die allgemeine Definition des Hamiltonschen Prinzips bzw. das Prinzip der kleinsten Wirkung besagt, dass ein Teilchen oder ein Feld bezüglich einer Größe den kleinstmöglichen Wert annehmen muss. Dieses Prinzip gilt auch für den Atomkern. In diesem Fall ist es die Kernbindungsenergie, die einen minimalen Wert annimmt. Dies führt zur Instabilität und damit zur Radioaktivität.

Die Bindungsenergie ist diejenige Energie, die frei wird wenn man einen Kern aus seinen Bestandteilen zusammensetzt. Die Masse des so entstehenden Nukleus ist geringer als die Summe der Massen der Nukleonen. Diese Tatsache ist auch unter dem Begriff Massendefekt bekannt. Zur Berechnung der Bindungsenergie eines Atomkerns dient die halbempirische Gleichung (2.1.3), die heute als Bethe-Weizsäcker-Massenformel bekannt ist. Die Masse eines Atomkerns kann somit unter Verwendung von Gleichung (2.1.2) und (2.1.3) berechnet werden.

$$m(A, Z) = (A - Z) \cdot m_N + Z \cdot m_P - E_B \quad (2.1.2)$$

$$\begin{aligned} E_B &= a_V \cdot A - a_S \cdot A^{\frac{2}{3}} - a_C \cdot Z(Z-1)A^{-\frac{1}{3}} - a_A \cdot \frac{(N-Z)^2}{4A} + \begin{cases} +a_P \cdot A^{-\frac{1}{2}} & \text{gg-Kerne} \\ 0 & \text{ug-Kerne} \\ -a_P \cdot A^{-\frac{1}{2}} & \text{uu-Kerne} \end{cases} \\ &= E_{Volumen} - E_{Oberfläche} - E_{Coulomb} - E_{Asymmetrie} \pm E_{Paarung} \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Jeder einzelne Summand stellt einen Aspekt des Einflusses der starken Kernkraft auf die Bindungsenergie dar. Sie wirkt i.A. anziehend, besitzt aber nur eine Reichweite im Bereich von wenigen Femtometern. Diese Tatsache wird verständlich wenn man die Struktur eines Nukleons betrachtet. Es besteht aus drei sogenannten Valenzquarks, einer nicht festgelegten Anzahl an virtuellen Seequarks und Gluonen. Letztere sind die Wechselwirkungsteilchen der starken Kernkraft. Sie realisieren den Bindungszustand, der Nukleon genannt wird. Sie sind aber auch für den Zusammenhalt des Kerns verantwortlich. Schlussendlich bewirkt der Zusammenschluss zweier Kernbausteine eine Wechselwirkung zwischen den Bestandteilen der Nukleonen, also den Quarks. Die Reichweite der Gluonen ist jedoch beschränkt und somit auch die Reichweite der starken Kernkraft, nämlich auf etwa die Distanz zwischen zwei Nukleonen. Dieses spiegelt sich im ersten Summand wieder. Er zeigt, dass die Bindungsenergie linear mit der Anzahl der Nukleonen wächst.

Der zweite Ausdruck berücksichtigt die Tatsache, dass die sich an der Oberfläche des Kerns befindlichen Nukleonen schwächer gebunden sind, da sie weniger Nachbarn zur Bindung haben. Der dritte Term stellt die Korrektur für die abstoßende Wirkung zwischen den Protonen dar. Der Asymmetrie-Term berücksichtigt den Sachverhalt, dass die Kerne mit zunehmender Massenzahl eine wachsende Differenz zwischen Neutronenzahl und Protonenzahl aufweisen. Diese wirkt destabilisierend und verringert dadurch ebenfalls die Bindungsenergie. Der letzte Summand wird bedingt durch die Beobachtung, dass eine gerade Anzahl an Protonen bzw. Neutronen besonders stabil ist. Im Schalenmodell ist diese zu verstehen, da sich so Neutron-Neutron- bzw. Proton-Proton-Paare bilden mit Spin 0. Aus diesem Grund nennt man diesen Beitrag zu Bindungsenergie auch Paarungsterm. Ein

ungepaartes Nukleon ist weniger stark gebunden. Die Ursache für die Bezeichnung der Formel (2.1.3) als halb-empirisch, ist die Kombination aus der Struktur der einzelnen Terme, die annähernd aus dem Tröpfchenmodell und Schalenmodell für den Atomkern hergeleitet werden kann und den  $a_i$ -Vorfaktoren, deren Werte aus Experimenten abgeleitet wurden und in Tabelle (A.2.1) nachzulesen sind.

Wie eingangs beschrieben, strebt die Natur zum Zustand niedriger Bindungsenergie bzw. zum Grundzustand. Realisiert wird dies über verschiedene Arten der Kernzerfälle bzw. elektromagnetische Abregung des Kerns.

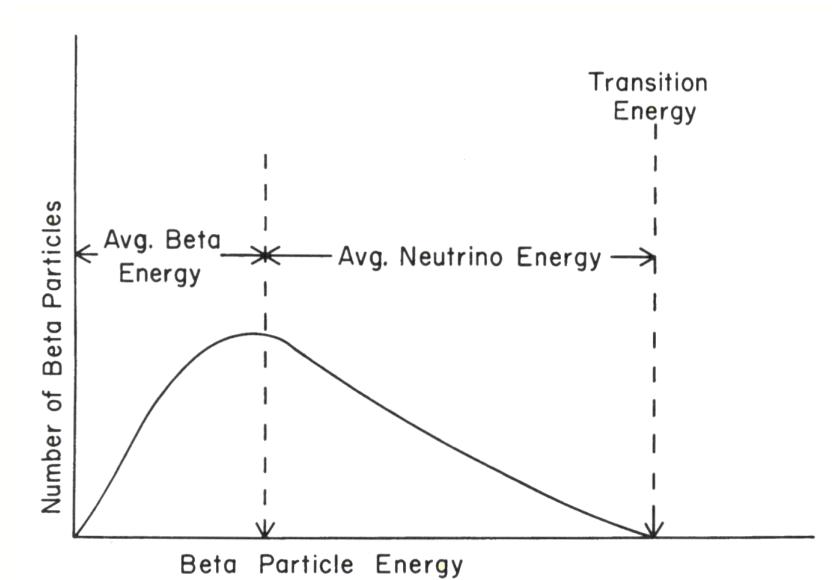
## 2.2. Beta-Zerfälle

Im Vergleich zu den anderen existierenden Zerfallsarten ist der Beta-Zerfall der am häufigsten vorkommende. Dadurch ergibt sich eine Notwendigkeit für die Entwicklung des Verständnisses dieses Zerfalls.

### 2.2.1. Beta-Zerfall und die Entdeckung des Neutrinos

Der heutige Sprachgebrauch von  $\alpha-$ ,  $\beta-$ , und  $\gamma$ -Strahlung geht auf eine Vielzahl von Experimenten von Physikern<sup>3</sup> zu Beginn des 20. Jh. zurück.

Die Messung des kontinuierlichen Spektrums des Elektrons aus dem Beta-Zerfall stand im Kontrast zu den diskreten Energien der Produkte aus den übrigen Zerfallsarten. Bis zum Vorschlag der Beteiligung eines unbekannten Teilchens am Beta-Zerfall durch Pauli im Jahr 1930, blieb dieses Problem der Energieerhaltung bestehen. Diese Unbekannte dürfte nur schwach wechselwirkenden<sup>4</sup> und darf keine elektrische Ladung tragen. Paulis Idee stellt die Geburtsstunde des Neutrinos dar, dessen eigentlicher Nachweis aber erst im Jahre 1955 durch Cowan und Reines erfolgte.



**Abbildung 2.2.1.:** Schematische Darstellung des Betaspektrums [Spr]. Die Übergangsenergie (transition energy) wird dabei auf das Elektron und das Neutrino aufgeteilt.

<sup>3</sup>Rutherford, Meitner, Hahn, u.v.m.

<sup>4</sup>bezieht sich auch die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit

### 2.2.2. Bethe-Weizsäcker und der Beta-Zerfall

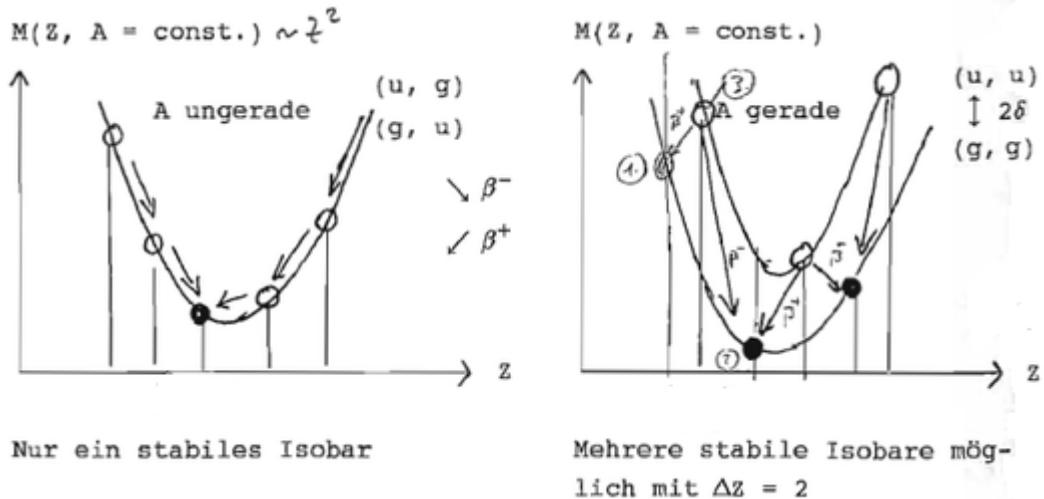
Die Grundvoraussetzung für den Beta-Zerfall eines Atomkerns ist ein Massenunterschied zwischen dem Ausgangskern und dem Tochterkern, der in folgender Bedingung festgehalten ist:

$$M(A, Z) > M(A, Z \pm 1) \quad (2.2.1)$$

Die Masse eines Atomkerns, gegeben durch Gleichung (2.1.2), kombiniert mit Gleichung (2.1.3) zeigt in einfacher Form den Zusammenhang zwischen der Instabilität der Isotope und der Bindungsenergie. Diese Verbindung zeigt sich noch deutlicher nach dem Sortieren der einzelnen Terme bzgl. der Ordnungen von  $Z$ :

$$\begin{aligned} M(A, Z) &= f_1(A) + f_2(A) \cdot Z + f_3(A) \cdot Z^2 + f_4 \\ f_1(A) &= a_S \cdot A^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{4} a_A \cdot A - a_V \cdot A \\ f_2(A) &= m_p - m_N - a_C \cdot A^{-\frac{1}{3}} - a_A \\ f_3(A) &= a_A \cdot A^{-1} - a_C \cdot A^{-\frac{1}{3}} \\ f_4 &= -a_P \cdot A^{-\frac{1}{2}} \cdot \delta \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Wobei  $\delta$  die Unterscheidung zwischen gg-, ug- und uu-Kernen enthält. Diese Umstellung zeigt den quadratischen Zusammenhang zwischen der Bindungsenergie und der Anzahl der Protonen im Kern.

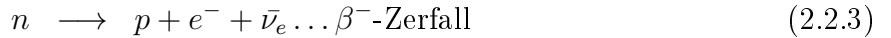


**Abbildung 2.2.2.:** Darstellung der Isobaren für verschiedene Kernkonfigurationen[Phy13]. Links für ug-/gu-Kerne. Bei diesen verschwindet der Beitrag des Paarungsterms, wodurch nur eine Parabel gezeigt ist. Rechts ist das analoge Bild für uu-/gg-Kerne. Hier sind zwei Parabeln mit einem Unterschied von  $2\delta$  gezeigt

Die Betrachtung einer Isobaren ( $A=\text{const}$ ) liefert somit eine Parabel (siehe Abbildung 2.2.2), deren Minimum  $Z_0$  man durch die Ableitung  $\left(\frac{\partial M(A,Z)}{\partial Z}\right)_{A=\text{const}} = 0$  erhält. Da dies meist keine ganze Zahl ist, sucht man die nächstgelegene ganze Zahl und diese stellt zumeist das stabilste Isotop für die gewählte Massenzahl  $A$  dar. In Abbildung A.2.1 ist beispielhaft das Niveauschema für  $A=137$  aufgezeigt, wobei sich der quadratische Zusammenhang zwischen Bindungsenergie und Protonenzahl zeigt.

### 2.2.3. Elektroneneinfang und $\beta^+$ -Zerfall

Bisher wurde nur der Prozess (2.2.3) betrachtet, der bevorzugt in neutronenreichen Kernen abläuft. Protonenreiche Kerne weisen ebenfalls eine Betainstabilität auf, wobei in diesen, falls die nötigen Bedingungen erfüllt sind, die Prozesse (2.2.4) und (2.2.5) in Konkurrenz zueinander ablaufen können.



Die notwendigen Bedingungen für den  $\beta^+$ -Zerfall bzw. Elektroneneinfang sind analog zu (2.2.1) gegeben durch

$$\beta^+ : M(A, Z) > M(A, Z \pm 1) + 2m_e c^2 \quad (2.2.6)$$

$$EC : M(A, Z) > M(A, Z \pm 1) + E_B(\text{Schale}) \quad (2.2.7)$$

Der Elektroneneinfang ist möglich, da die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen im Atomkern (bei  $r=0$ ) nicht Null ist, wobei diese für die Elektronen der inneren Schale (K-Schale) sogar eine Maximum aufweist. Letzteres sorgt dafür, dass ca. 90% der Elektronen beim Einfang aus der K-Schale stammen. Diese Form des Elektroneneinfangs wird auch als K-Einfang bezeichnet.

Ein Kern, der Bedingung (2.2.6) erfüllt, kann somit über  $\beta^+$ -Zerfall und Elektroneneinfang zerfallen. Zwischen diesen beiden Kernumwandlungsarten entsteht somit eine Konkurrenz. Die Tatsache, dass die Bindungsenergie der Elektronen in der Atomhülle  $E_B$  viel kleiner ist als 1022 keV bedeutet, dass der zur Verfügung stehende Phasenraum und damit auch die Zerfallswahrscheinlichkeit für den Elektroneneinfang größer ist als für den  $\beta^+$ -Zerfall. Damit wird sich ein höherer Anteil von Kernen über den Elektroneneinfang umwandeln.

### 2.2.4. Abregung der Elektronenhülle

Das Resultat des Elektroneneinfangs ist neben dem umgewandelten Kern ein Loch in der Elektronenhülle. Zumeist befindet sich dies in der K-Schale, dass in Folge durch ein Elektron aus einer höher liegenden Schale aufgefüllt wird. Dadurch entsteht charakteristische Röntgenstrahlung, die z.B. mit  $K_{\alpha 1}$ ,  $L_{\beta 1}$  usw. bezeichnet wird. In dieser Notation nach Siegbahn wird die Energieschale, in der sich das Loch befindet, über den voranstehenden

Großbuchstaben benannt. Der nachgestellte Index beschreibt die Änderung der Hauptquantenzahl beim Übergang und aus welchem Feinstrukturniveau das Elektron stammt. Die  $K_{\alpha 1}$ -Linie wird erzeugt, falls sich das Loch in der K-Schale befindet und sich die Hauptquantenzahl des Elektrons um  $\Delta n = 1 = (\alpha)$  ändert. Die Zahl „1“ im Index steht für das  $L_3$ -Feinstrukturniveau<sup>5</sup>. Zusätzlich zu dieser Notation existiert die sogenannte IUPAC-Notation. In dieser würde der beschriebene Übergang mit  $K - L_3$  bezeichnet.

Zusätzlich zur Erzeugung der charakteristischen Röntgenstrahlung ist es möglich, dass sogenannte Auger-Elektronen emittiert werden. Die Bezeichnung dieser Elektronen folgt der Schale, aus der diese stammen. Ein KLM-Auger-Elektron entsteht, falls ein Loch in der K-Schale durch ein Elektron aus der L-Schale aufgefüllt wird wobei als Resultat ein Elektron aus der M-Schale aus dem Kern emittiert wird. Ein einfaches Modell dieses Effektes wäre die Entstehung eines Röntgenphotons, das aber unmittelbar wieder absorbiert wird und dadurch ein Elektron freigesetzt. Im Allgemeinen ist die Abregung durch die Emission eines Röntgenphotons wahrscheinlicher.

---

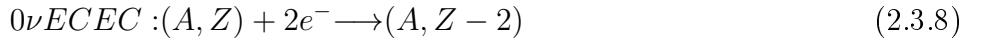
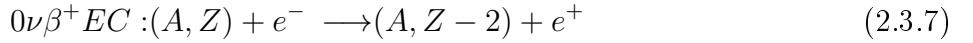
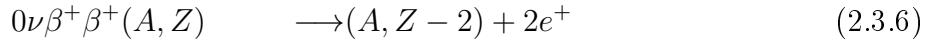
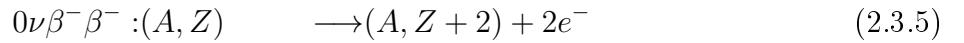
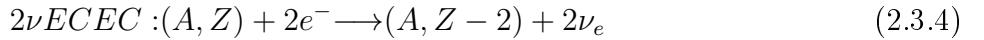
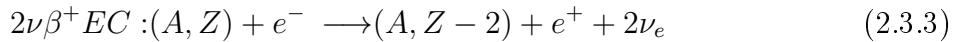
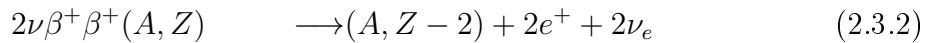
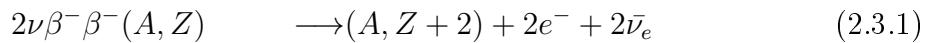
<sup>5</sup> $L_1 = 2s_{1/2}$ ,  $L_2 = 2p_{1/2}$ ,  $L_3 = 2p_{3/2}$

## 2.3. Doppel-Beta-Zerfall

Der doppelte Beta-Zerfall (Abk.:DBD=double beta decay) ist eines der seltensten Phänomene der Physik, jedoch erlauben die Messungen der Halbwertszeit einen guten Einblick in die Natur des Neutrinos und in die Struktur der Kerne.

### 2.3.1. Einführung

Es ist üblich, dass folgende Zerfallskanäle unter der Bezeichnung doppelter Beta-Zerfall zusammengefasst werden:



Bisher wurde nur die Zerfallsmodus (2.3.1) im Experiment nachgewiesen, wobei die Zerfallsmoden (2.3.5-2.3.8) eine Sonderstellung einnehmen. Nach dem neutrinolesen doppelten Beta-Zerfall (2.3.5) wird in vielen aktuellen Experimenten gesucht<sup>6</sup>. Im Rahmen dieser Arbeit werden jedoch nur die neutrinobegleiteten doppelten Beta-Zerfälle betrachtet, womit die Diskussion um den neutrinolesen Zerfall nicht von Bedeutung ist. Auf die Charakteristika der Zerfallskanäle (2.3.2) - (2.3.4) wird in Kapitel 2.3.3 eingegangen. Diese bezeichnet man auch als Positron-Doppel-Beta-Zerfälle (Abk. :e<sup>+</sup>-DBD).

Damit der doppelte Betazerfall beobachtet werden kann, muss das in (2.3.1) dargestellte Szenario vorliegen. Wie hier gezeigt ist, muss Kern 2 mit (A,Z-1) schwerer sein als Kern 1, womit Bedingung (2.2.1) nicht erfüllt ist. Wohingegen für Kern 1 und 3 folgende Bedingung gelten muss:

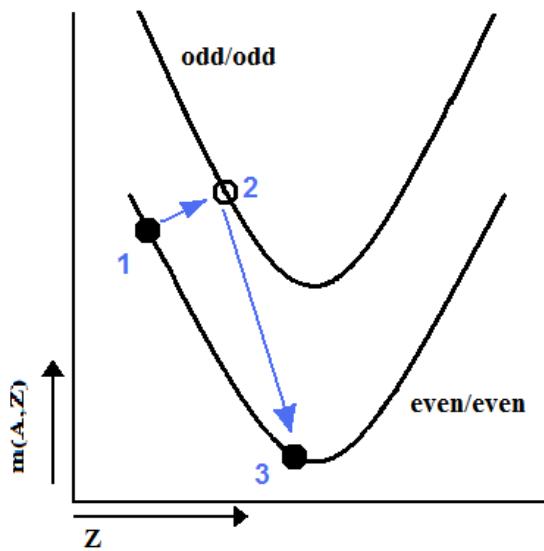
$$M(A, Z) > M(A, Z + 2). \quad (2.3.9)$$

Eine Ausnahme von Bedingung (2.3.9) bilden die Kerne <sup>48</sup>Ca und <sup>96</sup>Zr<sup>7</sup>. Wie in Abbildung (2.3.2) dargestellt, ist hier der einfache Beta-Zerfall energetisch gesehen nicht verboten, jedoch sehr stark unterdrückt.

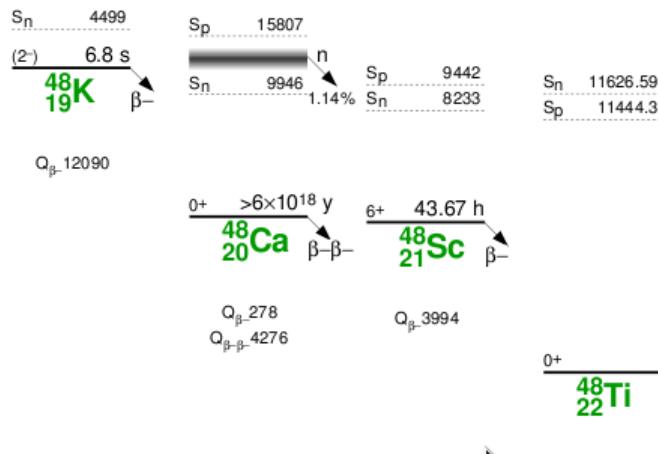
---

<sup>6</sup>Es existiert eine yieldiskutierte Veröffentlichung[KKK06] einer Forschergruppe, welche behauptet den  $0\nu\beta\beta$ -Zerfall von <sup>76</sup>Ge gesehen zu haben, wobei aktuelle Ergebnisse der GERDA-Kollaboration[Ago13] diese Behauptung mit hoher Wahrscheinlichkeit ausschließen .

<sup>7</sup>Für den Übergang <sup>96</sup>Zr→<sup>96</sup>Nb ist analog zu <sup>48</sup>Ca die Drehimpulsdifferenz  $\Delta L=6$ .



**Abbildung 2.3.1.:** schematische Darstellung der Massenparabeln für das Szenario des doppelten Betazerfalls

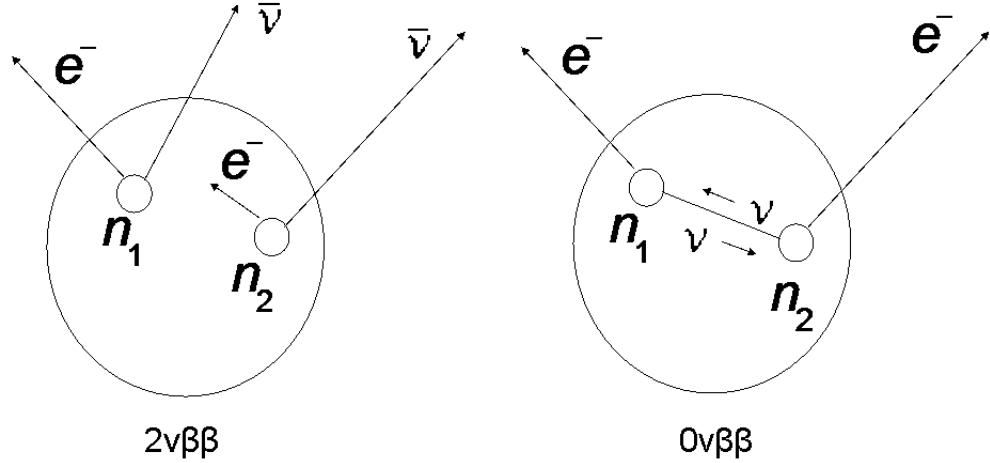


**Abbildung 2.3.2.:** Energieniveauschema für A=48. Durch die Differenz  $\Delta L=6$  ist der einfach Beta-Zerfall von  $^{48}\text{Ca}$  so stark unterdrückt, dass der doppelte Beta-Zerfall dominiert[Fir96b].

Der Prozess des Doppel-Beta Zerfalls ist erstmalig durch M. Göppert-Mayer beschrieben worden [GM35]. Aufgrund der hohen Halbwertszeit und vielen weiteren Problemen, wie Untergrundereignisse und Falschidentifikation, wurde der Nachweis erst 1950 ( $^{130}\text{Te}$ ) erbracht<sup>8</sup>. Dies geschah jedoch nicht im Labor, sondern mit Hilfe von geochemischen Methoden. Die erste erfolgreiche Beobachtung im Labor wurde im Jahre 1987 erbracht [EHM87]. Der in (2.3.1) u. (2.3.5) gezeigte Ablauf des  $\beta^-\beta^-$ -Zerfalls beschreibt nicht exakt welcher Prozess im Kern abläuft. Ein mögliches Szenario wäre der, in Abbildung (2.3.3) gezeigte

<sup>8</sup>Nachweis von  $^{130}\text{Xe}$  in Gesteinsproben[IR50]

te, 2n-Mechanismus<sup>9</sup> bei dem sich im Kern zwei unterschiedliche Neutronen in Protonen umwandeln.



**Abbildung 2.3.3.:** Darstellung des 2n-Mechanismus für den neutrinobegleiteten (links) und den neutrinolosen (rechts) doppelten Beta-Zerfall[(UK)]

In Tabelle 2.3.1 ist eine Auswahl der 36 Nuklide mit bekannter bzw. vermuteter Doppel-Beta-Instabilität auf.

Übergang	Q-Wert(keV)	Nat. Häufigkeit
$^{48}_{20}\text{Ca} \rightarrow ^{48}_{22}\text{Ti}$	$4271,4 \pm 3,9$ [KGW85]	0,187%
$^{76}_{32}\text{Ge} \rightarrow ^{76}_{34}\text{Se}$	$2039,4 \pm 0,16$ [ea08b]	7,8%
$^{82}_{34}\text{Se} \rightarrow ^{82}_{36}\text{Kr}$	$2995,5 \pm 1,3$ [Zub12]	9,2%
$^{96}_{40}\text{Zr} \rightarrow ^{96}_{42}\text{Mo}$	$3347,7 \pm 2,2$ [Zub12]	2,8%
$^{100}_{42}\text{Mo} \rightarrow ^{100}_{44}\text{Ru}$	$3034,40 \pm 0,17$ [Zub12]	9,6%
$^{110}_{46}\text{Pd} \rightarrow ^{110}_{48}\text{Cd}$	$2017,85 \pm 0,64$ [ea12a]	11,8%
$^{116}_{48}\text{Cd} \rightarrow ^{116}_{50}\text{Sn}$	$2813,5 \pm 0,13$ [ea11b]	7,5%
$^{124}_{50}\text{Sn} \rightarrow ^{124}_{52}\text{Te}$	$2287,7 \pm 2,1$ [ea08a]	5,64%
$^{130}_{52}\text{Te} \rightarrow ^{130}_{54}\text{Xe}$	$2526,97 \pm 0,23$ [ea11b]	34,5%
$^{136}_{54}\text{Xe} \rightarrow ^{136}_{56}\text{Ba}$	$2457,8 \pm 0,38$ [ea07]	8,89%
$^{150}_{60}\text{Nd} \rightarrow ^{150}_{62}\text{Sm}$	$3371,38 \pm 0,2$ [Kol10]	5,6%

**Tabelle 2.3.1.:** Liste der  $\beta^- \beta^-$ -Isotope mit einem  $Q > 2$  MeV. Die natürlichen Häufigkeiten wurden [FB92] entnommen.

Diese beinhaltet Isotope, deren Q-Wert oberhalb von 2 MeV liegt. Neben dem Q-Wert sind die natürliche Häufigkeit und Halbwertszeit relevante Auswahlkriterien für die Verwendung in Experimenten. Dazu kommen Faktoren bezüglich Aufbau, Beschaffung und

<sup>9</sup>Weitere Mechanismen wie der  $\pi$ -Mechanismus (siehe (A.2.2)) spielen für neutrinobegleitete Zerfälle von Grundzustand zu Grundzustand ( $0^+ \rightarrow 0^+$ ) keine Rolle (Aufgrund von Drehimpulsauswahlregeln verboten [FB92]).

Art der Experimente. Zum einen existieren Experimente wie GERDA oder C0BRA, die auf den Halbleiter-Eigenschaften von Germanium ( $^{76}_{32}\text{Ge}$ ) bzw. Cadmium ( $^{116}_{48}\text{Cd}$ ), Zink ( $^{64}_{30}\text{Zn}$ ) und Tellur ( $^{130}_{52}\text{Te}$ ) basieren. Zum zweiten gibt es aber auch Experimente, die auf Flüssig-Szintillatoren beruhen, in denen Doppel-Beta-Isotope gelöst sind. Wie zum Beispiel SNO+ ( $^{130}_{52}\text{Te}$ ) oder KamLAND-Zen ( $^{136}_{54}\text{Xe}$ ). Das in dieser Arbeit betrachtete Experiment wird in Abschnitt (3.1) vorgestellt.

### 2.3.2. Halbwertszeit und Energiespektrum des $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls

Die vollständige Herleitung der hier präsentierten Formeln für den DBD ist in [FB92] zu finden.

Die Halbwertszeit für einen Kernzerfall lässt sich wie in (2.3.10) gezeigt berechnen.

$$[T_{1/2}]^{-1} = G(Q, Z)|M_{\text{Zerfall}}|^2 \quad (2.3.10)$$

Hierbei entspricht  $G(Q, Z)$  dem Phasenraum und  $M_{\text{Zerfall}}$  dem Übergangsmatrixelement des jeweiligen Kernzerfalls. Bei der Berechnung des Matrixelementes des DBD in der Form  $M_{\text{Zerfall}} = M_{2\nu} = \langle f | H_{DBD} | i \rangle$  muss der virtuelle Zwischenkern im Hamiltonoperator  $H_{DBD}$  berücksichtigt werden. Da wir an dieser Stelle nur den Grundzustand des Ausgangs- und Endkerns betrachten, muss sich dies in der Form von  $\langle f |$  und  $| i \rangle$  widerspiegeln. Für den DBD nimmt (2.3.10) folgende Form an:

$$[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)} |g_A^2 m_e c^2 M_{(2\nu)}|^2. \quad (2.3.11)$$

In der Literatur sind verschiedene Darstellungen von (2.3.11) zu finden, die sich nicht in der allgemeinen Form sondern in der Darstellung des Matrixelementes und der Einbindung der Kopplungskonstanten  $g_A$  unterscheiden. Die hier gezeigte Darstellung berücksichtigt die Normierung der Phasenräume, die zur Abschätzung der Halbwertszeiten verwendet werden.

Das differentielle Summenenergiespektrum (2.3.13) und die Zerfallskonstante  $\lambda_{2\nu}$  lassen sich unter Verwendung der Primakoff-Rosen-Approximation<sup>10</sup> für die Fermi-Funktion ebenfalls bestimmen:

$$\frac{dN}{dK} \sim K(Q - K)^5 \left( 1 + 2K + \frac{4}{3}K^2 + \frac{1}{3}K^3 + \frac{1}{30}K^4 \right) \quad (2.3.12)$$

$$\lambda_{2\nu} \sim Q^7 \left( 1 + \frac{Q}{2} + \frac{Q^2}{9} + \frac{Q^3}{90} + \frac{Q^4}{1980} \right) \quad (2.3.13)$$

, wobei  $K$  der Summenenergie der Elektronen in Einheiten der Elektronenmasse ( $m_e = 511\text{ keV}$ ) und  $Q$  dem  $Q$ -Wert des DBD entspricht. Damit lässt sich bei gegebenem  $Q$ -Wert die Zerfallsrate abschätzen und damit ebenfalls eine genäherte Aussage über die Halbwertszeit treffen.

---

<sup>10</sup>Die Primakoff-Rosen Näherung sorgt dafür, dass das Spektrum unabhängig von der Kernladungszahl  $Z$  wird.[PR59]

### 2.3.3. Positron-DBD

Wie im vorherigen Abschnitt bereits erwähnt, ist beim doppelten Beta-Zerfall die Möglichkeit der Umwandlung von Protonen in Neutronen theoretisch vorhergesagt, jedoch wurde keiner der erwähnten Zerfallskanäle (2.3.2-2.3.4) bisher im Experiment beobachtet. Die Ursache für die bisher fehlende Beobachtung liegt bei der langen Halbwertszeit bzw. beim Signal im Detektor.

Da die Wahrscheinlichkeit der Wechselwirkung der beiden aus dem Zerfall stammenden Neutrinos mit dem Detektormaterial sehr klein ist, können diese bzgl. der Signatur der Zerfälle vernachlässigt werden.

Die Signatur des doppelten Elektroneneinfangs besteht aus zwei Röntgenphotonen bzw. Auger-Elektronen aus der Abregung der Elektronenhülle, wobei hier nur der doppelte Elektroneneinfang bzgl. der K-Schale betrachtet wird. Bei Xenon liegen die Energien der L-Schalen-Röntgenphotonen bei ca. 3 keV, für M- oder höhere Schalen sind diese Energien <3keV. Somit sind bei einer angenommenen unteren Schwellenenergie des Detektors von 10 keV nur die K-Schalen-Röntgenphotonen bzw. Auger-Elektronen<sup>11</sup> zu beachten. Diese Zerfallsmodus besitzt den größten Phasenraum der drei hier betrachteten Zerfälle, damit die niedrigste Halbwertszeit und somit bei fester Kernanzahl im Experiment die potentiell größte Anzahl von Zerfällen. Ein Low-Background-Experiment mit ausreichender Detektormasse, einer Energieauflösung von etwa 5 keV im Bereich der doppelten  $K_{\alpha}$ -Energie und einer niedrigen Schwellenenergie(< 40 keV) könnte somit in der Lage sein diesen Zerfall nachzuweisen.

Die Signatur der gemischten Mode (2.3.3) besteht aus der Energie des Positrons, zwei 511 keV Photonen aus der Paarvernichtung des Positrons und einem Röntgenphoton. Allerdings besteht hier das Problem, dass dieser Zerfall im Detektor von anderen  $\beta^+$ -Zerfällen unterschieden werden muss, wobei die Energieauflösung hier eine fundamentale Rolle spielt. Zudem steht im Vergleich zur  $2\nu$ ECEC-Mode ein kleiner Phasenraum zur Verfügung, womit diese Mode eine längere HWZ und damit eine geringere Statistik aufweist.

Das Signal des  $\beta^+\beta^+$ -Zerfalls ist sehr eindeutig. Beide Positronen erzeugen, nachdem sie ihre kinetische Energie im Detektor deponiert haben, jeweils zwei back-to-back Photonen. Damit entspricht das Energiespektrum dieser Mode im Detektor einer um 2044 keV verschobenen  $\beta^+\beta^+$ -Verteilung. Dieser Zerfall bietet den kleinsten Phasenraum der drei betrachteten Zerfallsmoden. Die daraus resultierenden Vorhersagen für die Halbwertszeiten überschreiten sogar das Niveau der derzeitigen Limits für den  $0\nu\beta\beta$ -Zerfall, womit sich der Nachweis als kompliziert erweisen wird. Eine genauere Betrachtung dieser Signaturen für Xe-124 erfolgt in Abschnitt (5.1).

### 2.3.4. Moderne Kernmodelle und Näherungsverfahren

Im Verlauf der letzten Jahrzehnte wurden zur Berechnung kernphysikalischer Parameter wie z.B. Übergangsmatrixelemente eine Vielzahl von Näherungsverfahren entwickelt. Eines dieser Verfahren ist das sogenannte *IBA / IBM* (Interaction Boson Approximation/Model)[Iac87]. Es ist eine Erweiterung des Schalenmodells, bei welchem Nukleonen eines Typs paarweise zu Bosonen gekoppelt werden. Dieses Modell (IBM-1) ist für Kerne mit gerader Neutronen-

<sup>11</sup>Die Energie dieser Abregungsprodukte liegen bei 20-31 keV.

und Protonenzahl geeignet. Der Zusammenhalt zwischen den Bosonen ist durch eine 2-Körperkraft gegeben. Eine Erweiterung dieses Modells ist die Unterscheidung zwischen Protonen-Bosonen und Neutronen-Bosonen, die als IBM-2 bezeichnet wird.

Ein weiteres wichtiges Modell ist das sogenannte *projected Hartree-Fock-Bogoliubov-Modell* (Abk.: PHFB) [Obe23, GRSR11]. Es ist eine Variante der Hartree-Fock-Näherung der Mean-Field-Theorie. Bei der Mean-Field-Theorie werden die Wechselwirkungen zwischen einem Teilchen und seiner Umgebung ersetzt durch den „thermischen Mittelwert“. Dadurch wird aus dem komplizierten Ausdruck für  $V_{int}$  in (2.3.14) ein Ein-Teilchen-Potential als Funktion der Mittelwerte.

$$H = H_0 + V_{int} = \sum_{\nu} \xi_{\nu} a_{\nu}^+ a_{\nu} + \sum_{\mu} \xi_{\mu} b_{\mu}^+ b_{\mu} + \sum_{\nu\nu' \mu\mu'} V_{\nu\nu' \mu\mu'} a_{\nu}^+ a_{\mu} b_{\mu'}^+ b_{\nu'} \quad (2.3.14)$$

Dies ermöglicht eine analytische Lösungen der SGL für ein Vielteilchensystem. Die Hartree-Fock-Näherung berücksichtigt weitere Mittelwerte, die in der „normalen Mean-Field-Theorie“ außer Acht gelassen wurden. Dadurch verändert sich (2.3.14) zu (2.3.15).

$$H = H_0 + V_{int} \implies H_{MF} = H_0 + V_{Hartree} + V_{Fock} \quad (2.3.15)$$

Wobei  $V_{Hartree}$  alle Terme der ursprünglichen Mean-Field-Wechselwirkung und  $V_{Fock}$  die zusätzlichen Terme enthält. Dieser Hamilton-Operator erlaubt nun die Anwendung des Rayleigh-Ritz-Prinzips [Tim13] zur Berechnung der Wellenfunktionen.

Beim HFB-Modell werden Quasiteilchen anstelle von Teilchen betrachtet. Zuerst wird eine sogenannte Bogoliubov-Transformation angewendet, die die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren ( $a_{\nu}^+, a_{\nu}, b_{\mu}^+, b_{\mu}$ ) transformiert. Das weitere Verfahren ist analog zum Hartree-Fock-Formalismus. Der Prefix „projected“ weist auf die Projektion des Kerndrehimpulses  $J$  zur Herleitung der deformierten Zustände hin.

Die sogenannte QRPA [Eng] (= quasiparticle random phase approximation) ist ein Näherungsverfahren, das ebenfalls auf der Mean-Field- bzw. Hartree-Fock-Theorie aufbaut. Es ist besonders gut geeignet für die Beschreibung angeregter Zustände. Bei diesem Verfahren wird das Vakuum des Systems mit Hilfe einer Slater-Determinante beschrieben, wodurch die Anregungen des Kerns einfachen Teilchen-Loch-Paaren entsprechen. Zur Berechnung von Übergangsmatrixelementen werden Erwartungswerte von Ein- bzw. Zweiteilchen-Operatoren gebildet. Dazu werden sogenannte Antwortfunktionen  $R$  berechnet. Aus diesen können die entsprechenden Energie und Matrixelemente abgeleitet werden. Diese Funktion erfüllt zusammen mit dem Hamiltonoperator des Systems folgenden Vertauschungsrelation:

$$[H[R], R] = 0 \quad (2.3.16)$$

Hier ist der Hamiltonoperator ein Funktional der Antwortfunktion. Diese Relation sagt aus, dass eine Ein-Teilchen-Basis existiert für die beide Operatoren diagonalisierbar sind. Diese Basis ist die sogenannte Quasiteilchenbasis.

Im Rahmen der Analyse des Zerfalls von Xe-134 wurden Matrixelemente verwendet, die im IBM-2-Modells berechnet wurden, um unter Berücksichtigung der Phasenräume aus [KI12] und [FB92] die Halbwertszeit dieses Isotops abzuschätzen. Im Verlauf der Analysen zum Isotop Xe-124 wurden Halbwertszeiten benutzt, die im Rahmen des PHFB- und QRPA-Modells berechnet wurden.

## 2.4. Dunkle Materie

Die Beobachtung der Bewegungsgeschwindigkeit von strahlenden Objekten (Gaswolken, Stern, usw.) hat zuerst zu der Vermutung geführt, dass es zusätzliche, nicht strahlende (dunkle) Materie im Universum geben muss. Die Energiedichte des Universums, die u.a. aus der Messung der Expansionsrate abgeleitet werden kann, ist nicht allein durch den Beitrag von baryonischer<sup>12</sup> Materie erklärbar [Ben12]. Weitere Phänomene, wie das Verhalten der Rotationsgeschwindigkeit von Galaxien und die Stärke von Gravitationslinseneffekten an Galaxien, haben diese Vermutung weiter bestätigt und heute ist die Existenz von dunkler Materie (Abk.: DM) weitestgehend akzeptiert. Jedoch ist bisher nicht bekannt, aus welchen Teilchen dunkle Materie besteht. Dazu werden in den folgenden Kapiteln verschiedene Kandidaten und die Möglichkeiten zur Detektion von Dunkler Materie vorgestellt.

### 2.4.1. Kandidaten für Dunkle Materie

Aus den bisherigen astrophysikalischen Beobachtungen lassen sich Eigenschaften für die Teilchen der Dunklen Materie ableiten. Aus der Formation der großräumigen Strukturen im Universum lässt sich schlussfolgern, dass die Teilchen der dunklen Materie zum Zeitpunkt der Formierung der Galaxien nicht-relativistische Energie haben mussten. Des Weiteren müssen sie auf kosmologischen Zeitskalen stabil sein, nur schwach mit elektromagnetisch Strahlung wechselwirken und sie müssen die nötige Restdichte nach der Inflation besitzen, um die heute gemessene Dichte [LD11] an dunkler Materie im Universum (2.4.1) zu garantieren:

$$\Omega_{nbm} h^2 = 0,1109 \pm 0,0056 . \quad (2.4.1)$$

Es gibt mehrere Kandidaten, die die genannten Eigenschaften erfüllen. Dazu zählen die sterilen Neutrinos und die sogenannten WIMPs. Die sterilen Neutrinos sind  $SU(2) \times U(1)_Y$  Singlets, die nicht an den Standardmodell-Wechselwirkungen teilnehmen und vorzugsweise eine Masse in der Größenordnung von keV besitzen.

WIMPs hingegen haben eine Masse von etwa 10 GeV bis TeV und einen Wechselwirkungsquerschnitt in der Größenordnung der schwachen Wechselwirkung. Damit bieten sich schwere Neutrinos als Kandidaten für WIMPs an, wobei  $SU(2)$ -Dublett Neutrinos aufgrund der Einschränkungen des LEP-Experiments ( $M_\nu^{heavy} > M_Z/2$ ) heute eine zu geringe Restdichte besitzen würden [Gro11]. Eine Mischung dieses schweren SM-Neutrinos mit einem sterilen Neutrino würde dieses Problem lösen, allerdings gibt es keine theoretische Begründung für ein stabiles schweres Neutrino, wodurch sie auf kosmologischen Zeitskalen nicht stabil und damit keine Kandidaten für Dunkle Materie wären.

Der aktuell beste Kandidat für WIMPs ist das leichteste supersymmetrische Teilchen (Abk.: LSP) mit exakter R-Parität<sup>13</sup>, wobei aktuelle Ergebnisse von Suchen nach dunkler Mate-

<sup>12</sup>Das bedeutet strahlende oder mit elektromagnetischer Strahlung wechselwirkend.

<sup>13</sup>Diese Eigenschaft garantiert die Stabilität des LSP. Innerhalb des Minimal-Supersymmetrischen Standardmodells (MSSM) ist die Lepton- und Baryonzahl nicht erhalten. Unter Berücksichtigung der aktuellen Messungen auf diesem Gebiet ist es notwendig, dass die dafür verantwortlichen Kopplungen klein sind. Die exakte R-Parität sorgt dafür, dass die für den Zerfall des LSP verantwortlichen Kopplungen gleich Null sind.

rie die Neutralinos, genauer gesagt das Bino oder Photino<sup>14</sup>, bevorzugen. Diese Teilchen besitzen in mehreren Bereichen des zur Theorie gehörenden Parameterraums die nötige Restdichte. Zusammen mit der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit in der Größenordnung von Pikobarn (Abk.: pb) bewirken diese Eigenschaften der LSPs den Vorzug dieser Klasse von Teilchen gegenüber anderen Kandidaten für DM.

### 2.4.2. Nachweis von WIMPs

Dunkle Materie ist durch die Gravitation in den Galaxien gefangen. Ihre Bewegungsgeschwindigkeit um das galaktische Zentrum entspricht in etwa der Geschwindigkeit der Sonne um diese Zentrum, wodurch die Art der Wechselwirkung von WIMPs und Materie auf der Erde festgelegt ist. Sie findet durch elastische Stöße von WIMPs mit Atomkernen statt. Bei einer angenommenen WIMP-Masse zwischen 10 GeV und 10 TeV liegen dabei die Rückstoßenergien bei 1 bis 100 keV. Das aus verschiedenen Faktoren bestehende Rückstoßenergiespektrum entspricht annähernd einem exponentiellen Spektrum, wobei sich der Mittelwert mit der angenommenen WIMP-Masse verschiebt, was zu der Notwendigkeit einer niedrigen unteren Energieschwelle im Experiment führt um die Rückstöße von  $\approx 10$  GeV - WIMPs nachweisen zu können. Die Wechselwirkungsrate hingegen hängt zum einen von der WIMP-Flussdichte, die auf der Erde durch die DM-Dichte und Bewegungsgeschwindigkeit der WIMPs fixiert ist, und zum anderen vom Wechselwirkungsquerschnitt ab, wobei Letzterer eine Funktion der WIMP-Masse ist. Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts muss zwischen spinunabhängiger und spinabhängiger Kopplung unterschieden werden, wobei bei spinunabhängig Kopplung der Wirkungsquerschnitt mit der Wurzel der Masse skaliert und somit schwerere Kerne (Ge-Xe) bevorzugt sind. Für spinabhängige Kopplung spielt der Kernspinfaktor eine Rolle, wodurch sich  $^{129,131}\text{Xe}$ -Kerne als Target anbieten. Die in aktuellen Modellen berechneten Wirkungsquerschnitte bzw. Wechselwirkungsraten sind zu niedrig und implizieren den Aufbau von Experimenten in Untergrundlaboren.

Es gibt verschiedene experimentelle Ansätze für den Nachweis von WIMPs, wobei in Abb. (2.4.1) die Verteilung der Rückstoßenergie bzgl. der einzelnen Nachweiskonzepte schematisch dargestellt ist.

Ein genutztes Prinzip ist die Verwendung eines auf Supraleitungstemperatur<sup>15</sup> gekühlten Germanium-Detektors, der eine WIMP-induzierte Gitterschwingung (Rückstoßenergie → Wärme/Phonenen) detektiert, indem er kleinste Schwankungen im elektrischen Widerstand des Supraleiters misst. Mit dieser Methodik lässt sich die Auflösungsuntergrenze in Größenordnungen kleiner 1 keV verschieben<sup>16</sup>. Die CoGeNT-Kollaboration, die dieses Detektionsverfahren benutzt, präsentierte in [Aal11a, Aal11b] Ergebnisse mit unterschiedlicher Statistik, die in [FKLW12] kritisch mit den Ergebnissen von CDMS und XENON100 verglichen werden.

Das genannte XENON100-Experiment nutzt die Kombination von Ionisations- und Szintillationssignal zur Detektion von WIMPs, wobei sich im Detektor 161 kg Xenon (48 kg

---

<sup>14</sup>Dies sind die Superpartner des  $U(1)_Y$ -Eichbosons bzw. des Photons

<sup>15</sup>CDMS: 50 mK

<sup>16</sup>CoGeNT-Experiment: 400 eV [htt13a]

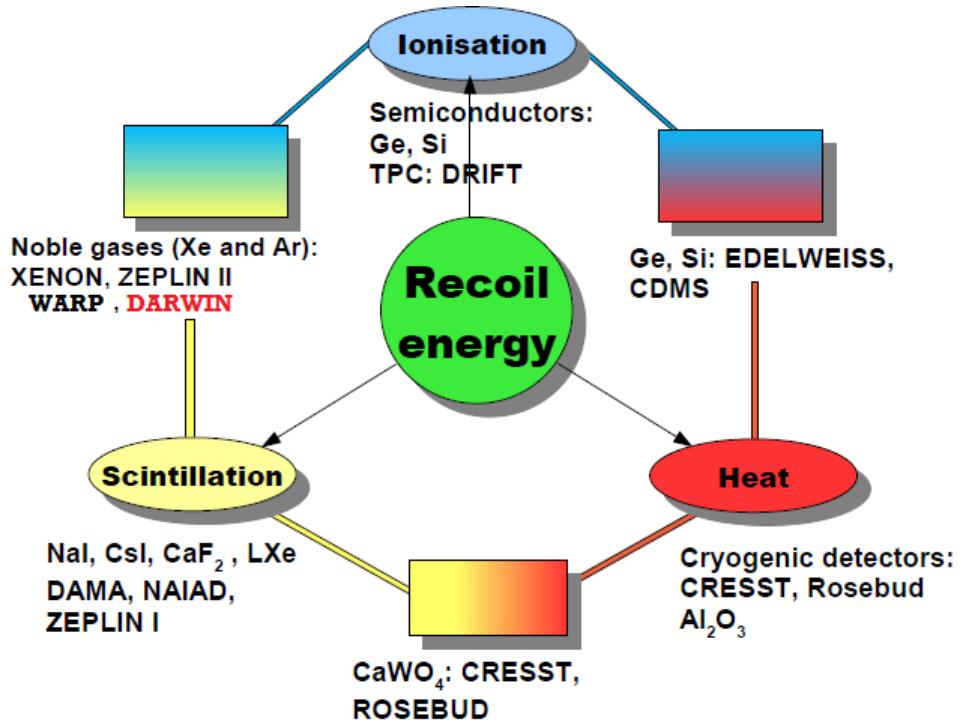
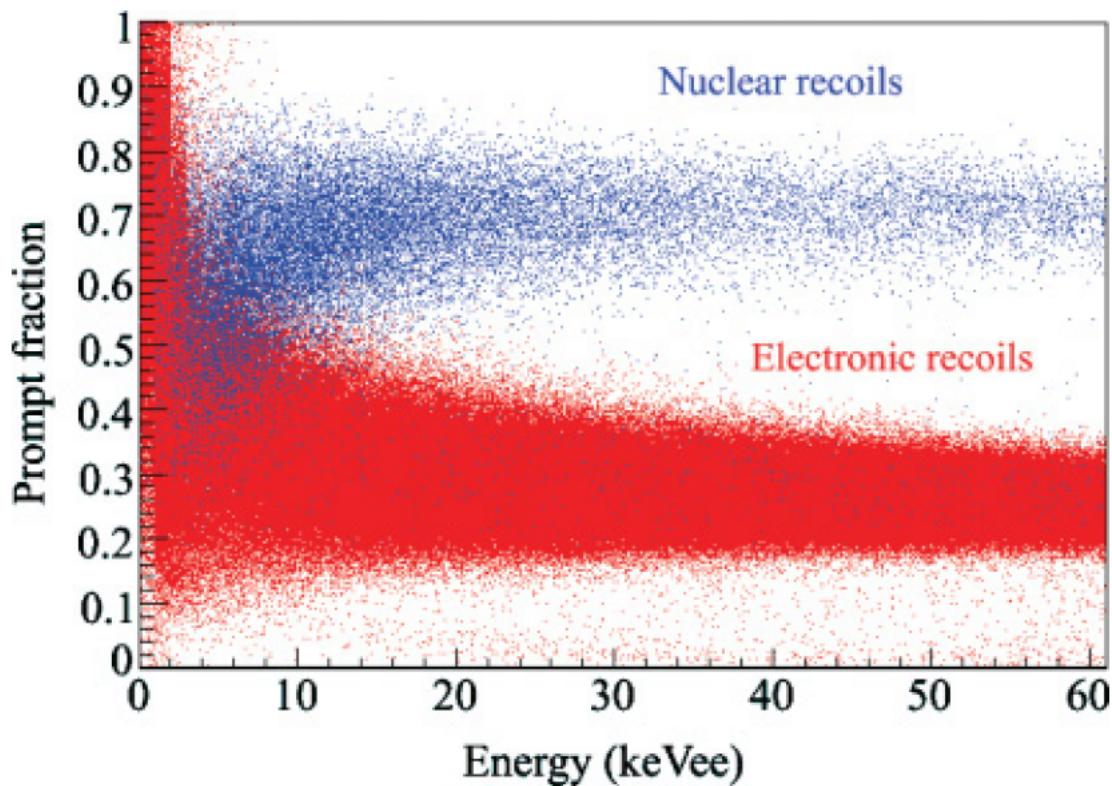


Abbildung 2.4.1.: Darstellung der Energieverteilung auf Ionisation/Szintillation/Wärme in verschiedenen Experimenten zum direkten Nachweis für WIMPs [Kry12]

fiducial volume<sup>17</sup>) befanden. Die aktuellen Analysen der gesammelten Daten (224,6 d) ergeben 2 Ereignisse im entsprechenden Energiebereich bei einem erwarteten Untergrund von  $(1 \pm 0.2)$  Ereignissen<sup>18</sup> und einem oberen Limit von  $2 \times 10^{-45} \text{ cm}^2$  (für  $m_\chi = 55 \text{ GeV}/c^2$ ) für den Wirkungsquerschnitt  $\sigma_\chi$ . Eine „einfache“ Möglichkeit die Sensitivität auf kleinere Wirkungsquerschnitte zu erhöhen, ist es die aktive Detektormasse zu vergrößern. Das Konzept des TPC bietet hier den Vorteil, dass es vergleichsweise einfacher zu skalieren ist. Diesen Weg geht die XENON-Kollaboration mit dem XENON1T-Projekt, das sich momentan in Konstruktion befindet und eine voraussichtliche Detektormasse von 2,2 t Xenon besitzen wird. Weitergehend existiert die R&D-Studie DARWIN, die eine Detektormasse von 20 t in Form eines Zwei-Phasen-TPCs anstrebt. Wie bereits erwähnt, spielt bei der direkten Suche nach WIMPs das Verständnis für den Untergrund im Experiment und die Möglichkeit zur Unterscheidung zwischen realem WIMP-Ereignis und Untergrund eine wichtige Rolle. Das, in Kapitel 3.1.1 vorgestellte, Detektorkonzept des TPCs hat die Möglichkeit zur Unterscheidung zwischen Kernrückstößen und anderen Signalen, wie z.B. Elektronen. Es wurde bereits beim XENON100-Experiment zur Suche nach DM eingesetzt. Abbildung 2.4.2 zeigt dies Anhand des Beispiele von verflüssigtem Argon, wobei gleiche Aussage auch für flüssiges Xenon zutrifft. Die Kernrückstöße erzeugen mehr primäres Szintillationslicht als die Rückstöße von Elektronen, wodurch eine Unterscheidung dieser beiden möglich ist. Dieser Zusammenhang wird in Kapitel 3.2.2 weitergehend erläutert.

<sup>17</sup>Zur Erklärung siehe Abschnitt (3.2.1)

<sup>18</sup>XENON100-Homepage: [[htt13c](http://13c)]



**Abbildung 2.4.2.:** Pulse-Shape-Diskrimination von Kernrückstößen (Blau) und Elektronenergnissen in flüssigem Argon [V.C13]. Die prompt fraction ist das Verhältnis der primären Szintillationsphotonen zur gesamten Anzahl von Photonen.

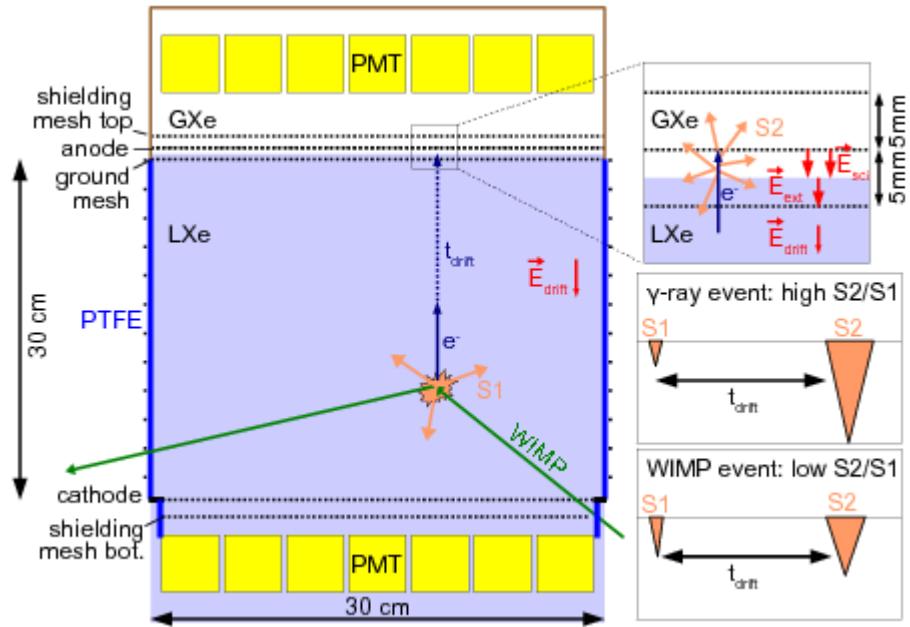
Neben den oben beschriebenen Methoden zur direkten Messung von WIMPs, existieren Experimente, die den Weg des indirekten Nachweises von WIMPs gewählt haben. Ein mögliches Szenario setzt die Ansammlung von WIMPs in der Sonne voraus, die vorher durch Wechselwirkung mit Teilchen in der Sonne genug Energie verloren haben um vom Gravitationskraft der Sonne eingefangen zu werden. Die Dichte der so gefangenen WIMPs steigt und erreicht einen Wert, bei dem sich die WIMPs anfangen zu vernichten und so hochenergetische Neutrinos entstehen, die im Anschluss in Experimenten wie SuperKamiokande, Icecube, u.ä. detektiert werden können.

# 3. LXe-Detektoren für seltene Zerfälle

## 3.1. Struktur eines Low-Background TPC

Die in den Simulationen verwendet Geometrie orientiert, sich an der von der DARWIN-Kollaboration veröffentlichten Darstellung des Detektors [Obe12, Mar]. Alle hier gezeigten Abbildungen sind mit Hilfe von GEANT4 und dem HepRapp-Tool erstellt. Die Struktur des DARWIN-Detektor ist noch nicht festgelegt. Es existieren mehrere Varianten, die aktuell zur Diskussion stehen. Hier wird die Version mit 20 t-Xenon in einem TPC-Detektor betrachtet. Der prinzipielle Aufbau eines TPC-Detektor ist bekannt, wodurch anhand der Skizzen von XENON1T und älteren Detektoren die Abmaße des Detektors abgeschätzt und somit die Geometrie erstellt werden kann. Die hier verwendete Geometrie ist in Abschnitt (3.1.2) dargestellt und die Funktionsweise des Detektors wird kurz in Abschnitt (3.1.1) erläutert.

### 3.1.1. Prinzip einer Time-Projektion-Chamber (TPC)



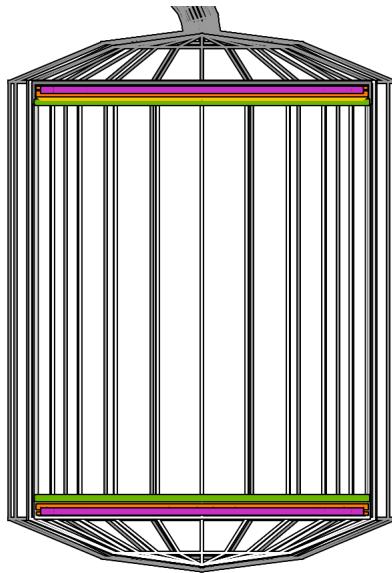
**Abbildung 3.1.1.:** Skizze des Arbeitsprinzips eines Zwei-Phasen-TPCs [Obe12]. Die gezeigten Abmaße entsprechen dem XENON100-Detektor

In Abbildung (3.1.1) ist schematisch die Wirkungsweise eines Zwei-Phasen-TPC dargestellt. Durch die Energiedeposition in der flüssigen Phase entstehen zum einen freie Elektronen durch Ionisation und zum anderen primäres Szintillationslicht. Das Szintillationslicht wird durch die PMTs am unteren und oberen Ende der Kammer detektiert. Auf Grund des angelegten elektrischen Feldes driften die Elektronen in Richtung Anode. Die Position der Anode ist dabei so gewählt, dass die Elektronen vor der Auslese die Phasengrenze des Xenons passieren. Dabei entsteht ein weiteres Signal, dass als sekundäre Szintillation bezeichnet wird. Nun kann, wie in den beiden rechten unteren Darstellungen gezeigt, das Verhältnis der Intensitäten von primärer Szintillation (S1) zu sekundärer Szintillation (S2) eine Aussage über die Art der Strahlung liefern. Ein weiterer wichtiger Bestandteil der Funktionsweise ist die Ortsrekonstruktion des primären Events. Die X-Y-Ortsinformation kann durch eine Unterteilung der Anode in einzelne Gitter sowie über die Intensitätsverteilung der PMTs gewonnen werden. Die Z-Koordinate wird über die genaue Bestimmung der Driftzeit, das heißt über den zeitlichen Abstand der Szintillationssignale zueinander ermittelt. In [Obe12] ist für den gezeigten Aufbau eine Ortsauflösung von wenigen mm für die X-Y-Koordinaten und 0,3 mm für die Z-Koordinate angegeben.

### 3.1.2. Geometrie der Simulation

In Abbildung (A.3.1) ist die vollständige Geometrie dargestellt. Sie besteht aus einem äußeren Detektor und dem inneren Kryostaten, die den eigentlichen TPC-Detektor enthält. Die Gestalt des äußeren Detektors spielt für diese Arbeit keine Rolle.

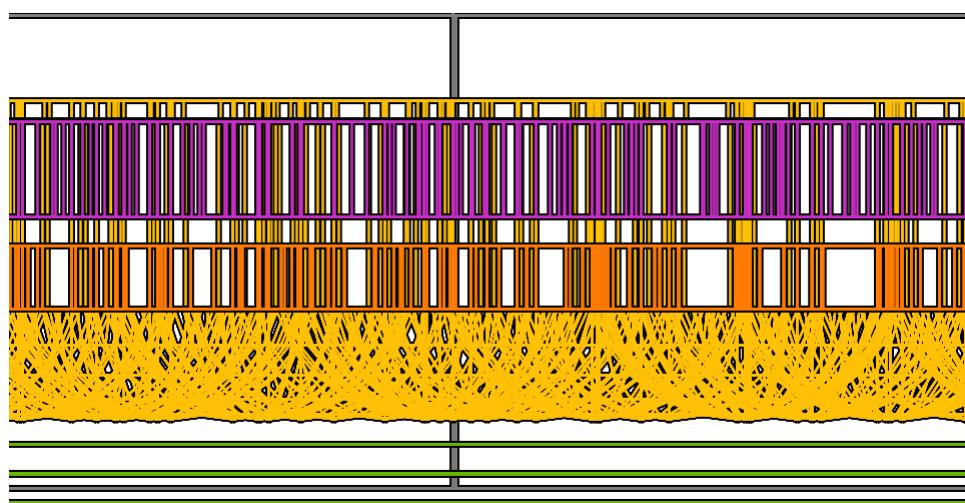
Der Aufbau des Kryostaten und des darin befindlichen TPC (Time Projection Chamber) ist in Darstellung (3.1.2) gezeigt. Der Kryostat besteht aus einer äußeren und einer inneren Wand, zwischen denen sich ein Vakuum befindet. Innerhalb dieses Kryostaten befindet sich die, mit Xenon gefüllte, TPC-Kammer.



**Abbildung 3.1.2.:** Schema des Aufbaus des Kryostaten und des darin enthaltenden Detektors: Kryostat (Grau), PMT-Arrays (Magenta/Orange), Gitternetzstrukturen(Anode,Kathode) (Grün)

Die Gestalt der Kammer ist an Abbildung (3.1.1) angelehnt. Die innere Wand des Kryostaten ist mit einer 10 mm dicken Teflonfolie ausgekleidet, die das Szintillationslicht reflektiert. Das innere, mit Xenon gefüllte, Volumen besitzt ebenfalls eine Zylinderform mit einem Radius von 95,1 cm und einer Höhe von 238,7 cm und hat damit ein Volumen von  $6,78 m^3$ . Die Gasphase hat dabei eine Höhe von 3,05 cm. Am oberen bzw. unteren Ende des TPC befinden sich jeweils 500 PMTs, die so in einem kreisrunden Array angeordnet sind, dass der Verlust von Licht durch nichtsensitive Bereiche minimiert wird.

Innerhalb der flüssigen Phase und oberhalb des unteren PMT-Feldes befindet sich die Kathode, die zusammen mit der Anode das elektrische Driftfeld generiert und für die Ladungsauslese zuständig ist. Die Anode befindet sich unterhalb des oberen PMT-Array in der Gasphase. Beide Arrays sind jeweils durch ein weiteres Gitter abgeschirmt. Zusätzlich befindet sich in der flüssigen Phase unterhalb der Anode ein weiteres Gitter, das durch die an ihm anliegende Spannung eine lawinenartige Vervielfältigung der Elektronen zwischen dem Gitter und der Anode bewirkt. Die beschriebene Anodengitteranordnung ist in (3.1.3) dargestellt.



**Abbildung 3.1.3.:** Schema der Drahtgitteranordnung um die Anoden (v.o.n.u.): oberes PMT-Array (Gelb/Orange/Magenta), Abschirmungsgitter (Grün), Anode (Grün), Vervielfältigungsgitter (Grün). Die graue Linie zwischen der Anode und dem Vervielfältigungsgitter ist das untere Ende der Haube, die der Fixierung der PMTs dient, wobei diese gleichzeitig die Grenze zwischen Gas- und flüssiger Phase darstellt.

## 3.2. Xenon als Detektormedium

Die Verwendung von Xenon als Material in Detektoren hat in den letzten Jahrzehnten, auf Grund der hervorragenden Eigenschaften (physikalisch, Szintillation, Isotopenhäufigkeit), zugenommen. Um die Vorzüge von Xenon zu verdeutlichen, werden in den folgenden Abschnitten die Eigenschaften von Xenon mit denen von Argon, das ein ebenfalls häufig verwendetes Detektormaterial ist, verglichen.

### 3.2.1. Physikalische Eigenschaften von Xenon

Die nachfolgende Tabelle fasst die charakteristischen Eigenschaften von Xenon und Argon in Bezug auf die Benutzung als Detektormedium zusammen.

Eigenschaft	Xenon	Argon
Kernladungszahl Z	54	18
mittlere Kernmasse	131,30	39.948
Dichte	$3 \text{ g/cm}^3$	$1,784 \text{ g/cm}^3$
Siedepunkt	$T_s = 165,05 \text{ K}$	$T_s = 87,15 \text{ K}$
spez. Wärmekapazität	$0,158 \text{ J/gK}$ ,	$0,52 \text{ J/gK}$
Tripelpunkt	$T_t = 161,3 \text{ K}$ , bei $P_t = 0,805 \text{ bar}$	$T_t = 83,8 \text{ K}$ , bei $P_t = 0,689 \text{ bar}$

**Tabelle 3.2.1.:** Physikalische Eigenschaften von Xenon (entnommen aus [AD10])

Ein Blick auf die Dichte und Kernladungszahl zeigt, dass Xenon im Vergleich zu anderen Materialien gute Abschirmungsfähigkeiten gegenüber äußerer Strahlung besitzt. Dadurch vergrößert sich das untergrundfreie Volumen<sup>1</sup> im Vergleich zu Argon und anderen Edelgasen.

Die thermischen Eigenschaften von Xenon sind vergleichsweise besser als die von Argon. Neben gasförmigen wird flüssiges Xenon, oder auch eine Kombination von flüssigem und gasförmigen Xenon (zwei-Phasen-TPC), als Medium eingesetzt. Der nötige Aufwand zur kryogenen Kühlung ist u.a. bestimmt durch Siedepunkt und Wärmekapazität. Abbildung (3.2.1) zeigt das Phasendiagramm von Xenon. Es verdeutlicht, dass sich Xenon schon bei 1 atm Druck und 165 K innerhalb des Detektor verflüssigt. Im Vergleich dazu muss Argon, bis auf 87,15 K herunter gekühlt werden. Bei diesem Druck beträgt jedoch der Temperaturbereich, in dem Xenon in der flüssigen Phase vorliegt, nur etwa 2 K. Eine Erhöhung des Drucks auf 2 atm würde diesen Bereich aber schon auf 20 K erweitern und die maximale Temperatur auf 180 K erhöhen. Die geringere spez. Wärmekapazität von Xenon sorgt leider auch dafür, dass es sich vergleichsweise schneller erwärmt.

Für bestimmte Experimente sind die elektronischen Eigenschaften ebenfalls interessant. Feste und flüssige Edelgase sind hervorragende Isolatoren mit Bandlücken von 9-14 eV. Diese Energien wurden mit Hilfe der Absorptionsspektroskopie gemessen [NS85]. Dazu kommen noch die guten Ionisations- und Szintillationseigenschaften von Xenon. Diese

<sup>1</sup>Das untergrundfreie Volumen ist das, auch als fiducial volume bezeichnete, Teilvolumen, in dem äußere Strahlung z.B. von Zerfällen in der Wand des Kryostaten keinen Einfluss auf die Messung hat.

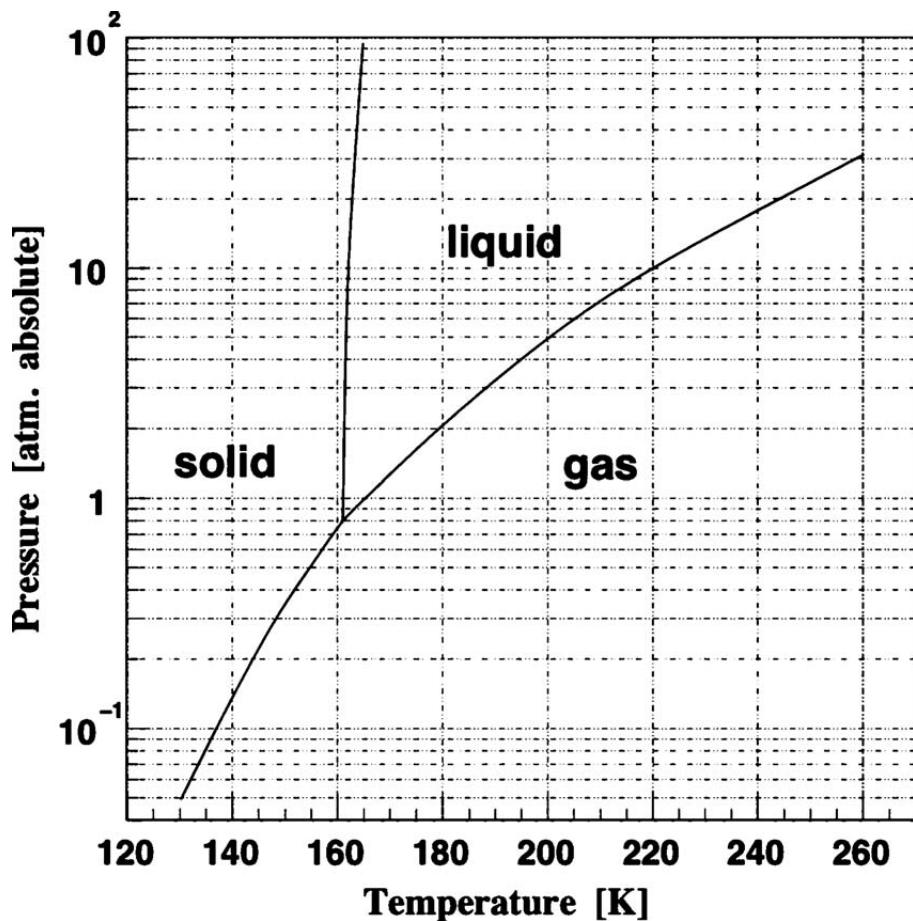


Abbildung 3.2.1.: Phasendiagramm von Xenon (entnommen aus [HH61])

werden im folgenden Kapitel (3.2.2) genauer betrachtet. Ein weiterer entscheidender Faktor bei der Auswahl als Detektormedium ist die Isotopenzusammensetzung von Xenon. Wie in Kapitel 3.2.3 gezeigt wird, besitzt Xenon zwar eine sehr große Bandbreite an instabilen Isotopen, allerdings besitzen diese „kurzlebigen“ Isotope nur Halbwertszeiten von maximal 36 Tagen. Die wenigen „langlebigen“ Isotope besitzen Halbwertszeiten im Bereich von  $\geq 10^{21}$  yr. Damit gibt es nur einen sehr geringen natürlichen Untergrund von Xenon. Im Vergleich dazu sind im Argon die Isotope  $^{39}\text{Ar}$  und  $^{42}\text{Ar}$  vorhanden, die Halbwertszeiten von mehrere Jahren besitzen und sich über den einfachen Beta-Zerfall in Kalium-Isotope umwandeln und somit einen nicht zu vernachlässigbaren Untergrund darstellen.

### 3.2.2. Ionisation und Szintillation in Xenon

Durch Energiedeposition in Xenon werden  $N_i$  Elektron-Ion-Paare,  $N_{ex}$  angeregte Atome und  $\epsilon \cdot N_i$  Elektronen mit einer kinetischen Energie erzeugt, die geringer ist als die Besetzungsenergie des ersten angeregten Zustandes. Dies bedeutet, dass die Messung der Anzahl entstehender Elektronen einen Rückschluss auf die Energie des primären Teilchens erlaubt. Die ursprünglich deponierte Energie  $E_0$  kann auf die verschiedenen resultierenden Produkte wie folgt aufgeteilt werden[Pla61]:

$$E_0 = N_i E_i + N_{ex} E_{ex} + \epsilon N_i \quad (3.2.1)$$

Damit lässt sich die Energie, die zur Produktion eines Elektron-Ion-Paars nötig ist definieren:

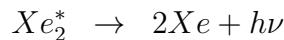
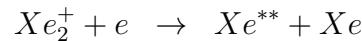
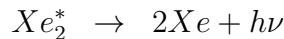
$$W = E_0/N_i = E_i + E_{ex}(N_{ex}/N_i) + \epsilon \quad (3.2.2)$$

Das Vorhandensein von Energiebandstrukturen([AS74]) ermöglicht es (3.2.2) mit Hilfe der Bandlücken-Energie zu erweitern.

$$\frac{W}{E_g} = E_0/N_i = \frac{E_i}{E_g} + \frac{E_{ex}}{E_g}(N_{ex}/N_i) + \frac{\epsilon}{E_g} \quad (3.2.3)$$

Somit ergibt sich für  $W_{LXe} = 15.6 \pm 0.3\text{eV}$  [AD10]. Vergleicht man diesen Wert mit den jeweiligen für flüssiges Argon/Kr (23.6 eV/18.4 eV) sieht man, dass LXe die höchste Ionisationsertrag aller flüssig-Edelgase bietet.

Der Ursprung der Szintillation in Xenon ist der Zerfall eines Exzimer<sup>2</sup>. Dabei handelt es sich um ein spezielles Xenon-Molekühl, das durch zwei grundlegende Prozesse gebildet wird. Zu einem ist ein angeregtes Atom die Grundlage des angeregtes Dimer, zum anderen kann die Vereinigung eines Elektrons und eines ionisierten Xe-Moleküls zur Erzeugung eines Exzimers führen. Das folgende Schema fasst diese beiden Prozesse zusammen.

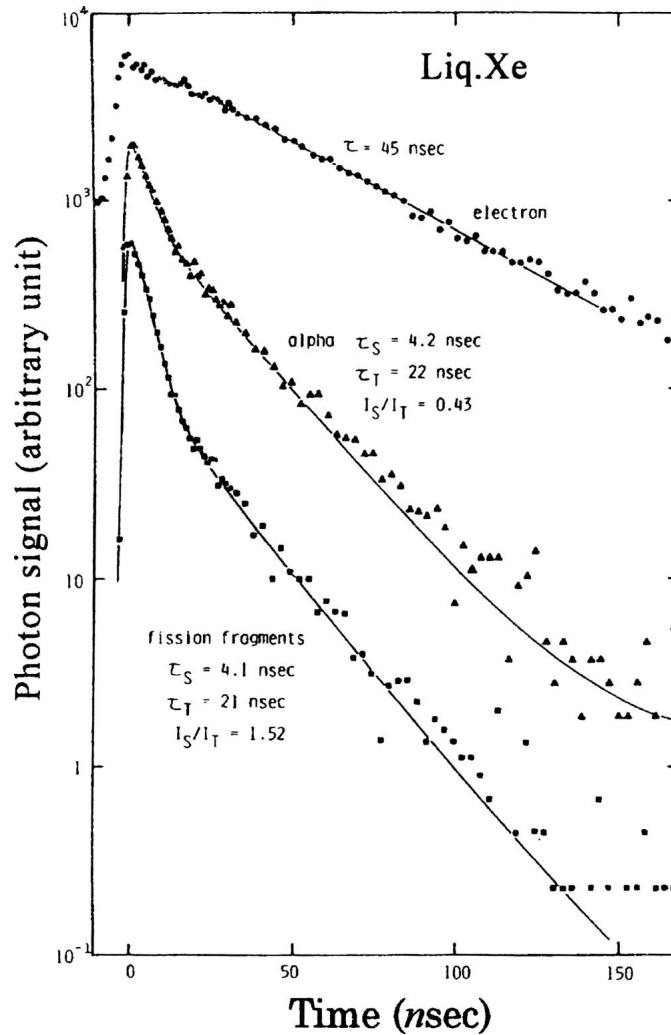


Dieses Exzimer kann in zwei verschiedenen Moden erzeugt werden. Diese beiden Moden (Singlet und Triplet) besitzen eine unterschiedliche Lebensdauer, wodurch die Intensität des Szintillationslichtes eine Zeitabhängigkeit besitzt, die in Abbildung (3.2.2) dargestellt ist. Es zeigt die Zerfallskurven für verschiedene Exzimer-erzeugende Teilchenarten. Der zeitliche Verlauf der Intensität kann also eine Identifikation des primären Teilchens ermöglichen. Erschwert wird dies jedoch durch den sehr geringen Zeitunterschied zwischen Singlet- und Tripletlebensdauer.

Die aus der Energiedeposition resultierende Anzahl von Photonen wird als Szintillationsausbeute  $Y$  bezeichnet. Diese ergibt sich aus der im Detektor deponierten Energie  $E$  und der Energie, die benötigt wird um einen einzelnen Photon zu erzeugen:  $Y = E/W_{photon}$ .

---

<sup>2</sup>Exzimer entspricht einem angeregten Dimer.



**Abbildung 3.2.2.:** Darstellung der Zerfallskurven der Szintillation in flüssigem Xenon (aus [ea83a] entnommen)

Letztere kann untere Berücksichtigung von (3.2.6) berechnet werden.

$$W_{\text{Photon}} = \frac{W}{(1 + N_{\text{ex}}/N_i)} \quad (3.2.6)$$

Hier ist  $W$  die mittlere Energie zur Erzeugung eines Elektron-Ion-Paars,  $N_{\text{ex}}$  die Anzahl erzeugten Excitonen und  $N_i$  die Anzahl der erzeugten Elektron-Ion-Paare. Die so berechneten Werte sind Tabelle (3.2.2) aufgezeigt.

Ein Vergleich mit anderen Edelgasen zeigt, dass Xenon einen Vorteil bezüglich der Lichtausbeute und der Geschwindigkeit des Lichtsignals hat, jedoch bietet flüssiges Argon einen größeren zeitlichen Unterschied zwischen der Triplet- und Singlet-Lebensdauer von drei Größenordnungen. Dies wird bei der Teilchenidentifikation ausgenutzt, da, wie in Abb. (3.2.2) gezeigt, jede Teilchenart eine andere Szintillationsintensitätsverteilung im Detektor aufweist.

In Experimenten, die flüssiges Xenon nutzen, wird das Ionisations- und Szintillationsignal

Parameter	LXe	LAr
$\lambda_{szint}$	177,6 nm	128 nm
$\tau_{singlet}$	$2,2 \pm 0,3$ ns	$6,3 \pm 0,2$ ns
$\tau_{triplet}$	$27 \pm 1$ ns	$1,02 \pm 0,6$ $\mu$ s
$N_{ex}/N_i$	0,13	0,21
$W_{Photon}(max)$	$13,8 \pm 0,9$ eV	$19,5 \pm 1,0$ eV
$W_{Photon}(\alpha)$	17,9 eV	27,1 eV
$W_{Photon}(Elektron)$	21,6 eV	24,4

**Tabelle 3.2.2.:** Übersicht der Parameter zu Szintillation in Xenon (entnommen aus [AD10, ea83b])

zusammen detektiert. Die Intensität dieser beiden Signale sind korreliert. Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, stellt die Rekombination eines ionisierten Xenonmoleküls mit einem Elektron eine Quelle für die angeregten Dimere dar. Mit steigender Dichte primärer Elektron-Ionen-Paare wächst die Wahrscheinlichkeit für diesen Rekombinationsprozess und damit ebenfalls das primäre Szintillationsignal. Diese Dichte wird auch als LET (Linear Energie Transfer) bezeichnet. Die Folge davon ist jedoch ein niedrigeres Ionisationssignal, womit beide Signale zueinander anti-korreliert sind. Auf diesen Zusammenhang wird in Kapitel (A.3.3) genauer eingegangen.

### 3.2.3. Xenonisotope und ihre Zerfälle

Wie in Kapitel (3.2.1) bereits erwähnt, hat das Element Xenon eine Vielzahl, genauer gesagt 37, von Isotopen. Diese Vielfalt reicht von  $^{110}\text{Xe}$  bis hin zu  $^{147}\text{Xe}$ . Jedoch sind nur wenige davon stabil. Die nachfolgende Tabelle (3.2.3) gibt eine Übersicht über einige ausgewählte Isotope mit deren zerfallsrelevanten Eigenschaften. Eine komplette Liste aller Isotope ist im Anhang zu finden. (A.3.1, A.3.2)

Nuklid	Art des Zerfalls	$E_X(\text{keV})$	$T_{1/2}$	nat.Häufigkeit(%)
$^{110}\text{Xe}$	EC / $\beta^+, \alpha$	3886( $\alpha$ )	$0,6\mu\text{s}$	
$^{132m}\text{Xe}$	IT	2752,27	8,39ms	
$^{146}\text{Xe}$	$\beta^-$	6600	146ms	
$^{112}\text{Xe}$	EC / $\beta^+, \alpha$	7200(EC $\beta^+$ )	2,7s	
$^{114}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	5900	10,0 s	
$^{116}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	4660	59 s	
$^{118}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	2900	3,8 m	
$^{122}\text{Xe}$	EC	890	20,1 h	
$^{129m}\text{Xe}$	IT	236,14	8,88 d	
$^{127}\text{Xe}$	EC	662	36,4 d	
$^{134}\text{Xe}$	$\beta^- \beta^-$	s.u.	$\gg 1,1 \cdot 10^{16} \text{ yr}$	10,4
$^{124}\text{Xe}$	ECEC / $\beta^+ \beta^+ / \text{EC} \beta^+$	s.u.	$\gg 4,8 \cdot 10^{16} \text{ yr}$	0,1
$^{136}\text{Xe}$	$\beta^- \beta^-$	s.u.	$2,38 \cdot 10^{21} \text{ yr}$	8,9
$^{129}\text{Xe}$	-	-	stabil	26,4

**Tabelle 3.2.3.:** Liste ausgewählter Xenonisotope geordnet nach der Halbwertszeit.

Die Angaben für  $E_X$  entsprechen bei allen Zerfällen außer IT dem Q-Wert der Reaktionen. Die Werte sind aus [toi13],[FE04a],[ea89] übernommen.

Wie man sehen kann sind die Halbwertszeiten der meisten instabilen Isotope im Bereich von Sekunden oder Minuten. Nur 6 Isotope haben Halbwertszeiten im Bereich von einem oder mehreren Tagen. Hinzu kommt die geringe natürliche Häufigkeit der „kurzlebigen“ Isotope, womit diese folglich bei der Simulation keinen intrinsischen Untergrund darstellen und damit vernachlässigt werden können.

Nuklid	Art des Zerfalls	Q-Wert (keV)	$T_{1/2}$ (yr)	nat.Häufigkeit (%)
$^{124}\text{Xe}$	$2\nu ECEC$	2865,6 [Sin07]	$(2,9-18,01) \cdot 10^{21}$	0,1
	$2\nu EC\beta^+$	2865,6	$(3-21,11) \cdot 10^{22}$	0,1
	$2\nu \beta^+ \beta^+$	2865,6	$8,17 \cdot 10^{25}$	0,1
$^{126}\text{Xe}$	$2\nu ECEC$	897 [Sin07]	$(0,568-1,437) \cdot 10^{25}$	0,09
$^{134}\text{Xe}$	$2\nu \beta^- \beta^-$	825,8 [ea12b]	$> 1,1 \cdot 10^{16} \text{ (90\% C.L.)}$	10,4
$^{136}\text{Xe}$	$2\nu \beta^- \beta^-$	2457,83 [ea07]	$2,38 \pm 0,02 \pm 0,14 \cdot 10^{21}$	8,86

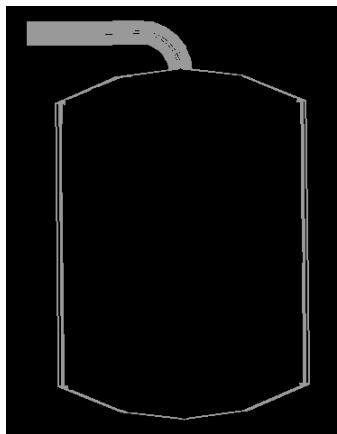
**Tabelle 3.2.4.:** Liste der für diese Arbeit relevanten langlebigen Xenonisotope. Die theoretischen Halbwertszeiten für Xe-124 und Xe-126 wurden [Sin07] entnommen. Das untere Limit für Xe-134 entstammt [ea89] und der Messwert inkl. Fehler von Xe-136 entspricht der Angabe der KamLAND-Zen-Kollaboration [Gan12].

Tabelle (3.2.4) listet die für die Simulation relevanten Isotope mit den dazugehörigen Parametern auf. Die Halbwertszeit von  $^{136}\text{Xe}$  ist die einzige Gemessene der vier langlebigen Isotope. Die angegebenen Halbwertszeiten für  $^{124}\text{Xe}$  und  $^{126}\text{Xe}$  sind theoretischer Natur und wurden im Rahmen des PHFB-Models für die beiden Kopplungsfaktoren  $g_A = 1$  bzw.  $g_A = 1,261$  berechnet [Sin07]. Das Limit für  $^{134}\text{Xe}$  ist der beste experimentelle Wert und stammt aus dem Experiment von Barabash aus dem Jahre 1989 [ea89], in welchem jedoch nur eine geringe Menge Xenon verwendet wurde. Wie sich durch die im Vergleich zu  $^{136}\text{Xe}$  wesentlich längeren Halbwertszeiten aller anderen Isotope vermuten lässt, benötigt der Nachweis dieser Zerfälle einen höhereren materiellen und technischen Aufwand im Verhältnis zu den bisherigen Experimenten.

## 3.3. GEANT4 und MAGE

### 3.3.1. Simulation mit GEANT4

GEANT4 ist ein Akronym und steht für Geometry and Tracking. Dies ist eine Monte-Carlo-basierte Simulationssoftware, die ursprünglich am CERN entwickelt wurde. Sie simuliert den Transport und die Wechselwirkung von Teilchen unter Berücksichtigung physikalischer Prozesse durch einen Detektor nach. Dieses Software-Paket besteht prinzipiell aus einer sehr großen Anzahl von C++ -Klassen. Jede dieser Klassen hat spezielle Aufgaben, z.B. gibt es Klassen für geometrische Formen, für die Speicherung von Ereignisdaten, usw.. Eine Simulation muss grundsätzlich aus drei Grundbausteinen bestehen. Der erste Teil ist die Geometrie der Simulation, also die geometrische Struktur des Experiments. Diese kann von einem einfachen Quader für die Simulation der Absorption eines Teilchens, bis hin zur hoch komplexen Geometrie des ATLAS-Detektors am LHC-Beschleuniger reichen. Ein solche Geometrie entsteht indem man physikalische Volumina in einem sogenannten World-Volumen platziert. Ein solches physikalisches Volumen besteht aus der Geometrischen Struktur (Solid), das ein einzelnes geometrisches Objekt(Kugel,Zylinder, usw.) sein kann oder zusammengesetzt ist aus vielen geometrischen Strukturen (UnionSolid, Abb. (3.3.1)). Aus dem Solid-Volumen entsteht durch die Zuweisung des Materials ein sogenanntes logisches Volumen. Dieses Material kann aus der GEANT4-internen Datenbank entnommen oder selber erstellt werden. So ist es möglich ein Material wie z.B. rostfreien Edelstahl aus einzelnen Elementen (Fe, C, usw.) aufzubauen und die Isotopenverteilung dieser Elemente ebenfalls zu berücksichtigen. Weitere materialspezifische Eigenschaften (wie z.B. Szintillationsausbeute und Ionisationspotential) müssen ebenfalls hinzugefügt werden, um korrekte Ergebnisse zu erhalten. Das physikalische Volumen ergibt sich durch die Angabe der Position des logischen Volumens innerhalb des Muttervolumens. Bei diesem Schritt ist es möglich das logische Volumen vielfach zu platzieren. So können gleiche Bestandteile wie z.B. Photodetektoren in einem Feld angeordnet werden, ohne das sie separat neu definiert werden müssen. Zur korrekten Prozessierung von Teilchen durch die Geometrie ist es notwendig, dass eine korrekte logische Struktur der Volumina vorliegt. Damit ist eine logisch richtige Zuordnung von Mutter- und Tochtervolumen impliziert. Die Folge einer falschen logischen Struktur wäre z.B. die Bewegung von Teilchen durch Wände hindurch, die normalerweise undurchlässig wären.



**Abbildung 3.3.1.:** Skizze des Kryostaten als Beispiel für UnionSolids-Das Rohr stellt einen UnionSolid bestehend aus einem Zylinder und einem Torus dar, wohingegen der äußere Kryostat ein, aus zwei Kugelschalen und einem Hohlzylinder zusammengesetzter, UnionSolid ist. Diese beiden wurden ebenfalls zu einem UnionSolid zusammengefügt.

Der zweite Teil ist die PhysicsList. In dieser sind alle physikalischen Prozesse registriert, die im Rahmen der Simulation berücksichtigt werden sollen. Dieser Grundbaustein der Simulation legt also die Wechselwirkung der Teilchen mit Materie fest. Der Transport eines Teilchens durch die Geometrie erfolgt Schritt für Schritt. Das heißt, es wird zuerst die Schrittänge anhand von Wirkungsquerschnitten, Energie und Impuls des Teilchens berechnet. Anschließend wird das Teilchen um diese Schrittänge bewegt und die physikalischen Prozesse werden ausgeführt, indem die Energie, der Impuls, die Richtung oder die Art des Teilchens geändert wird. An dieser Stelle werden auch sekundäre Teilchen erzeugt, wie z.B. Photonen bei Cherenkov-Strahlung. Wichtig hierbei ist die Berücksichtigung von Grenzenergien bzgl. der Ausführung der einzelnen Prozesse. GEANT4 wurde am CERN entwickelt um Simulationen für Hochenergie-Teilchenphysik-

Experimente durchzuführen. Diese Simulationen stellen andere Anforderungen als Low-Background-Experimente, bei denen Prozesse mit wenigen keV von Bedeutung sind.

Der dritte notwendige Teil ist der sogenannte PrimaryGenerator. In diesem wird der Anfangszustand jedes Events definiert. Dazu wird ein Vertex erstellt, zu dem alle vorher definierten Teilchen hinzugefügt werden. Hierbei kann die Komplexität von einem Teilchen mit festgelegter Energie und Richtung bis hin zu einem doppelten Beta-Zerfall mit Energieverteilung und Winkelkorrelation zwischen den Elektronen reichen. Dieses so erstellte Event wird zu Beginn jedes Simulationsdurchlaufes aufgerufen.

Neben diesen elementaren Bestandteilen gibt es noch viele weitere wichtige Bestandteile einer Simulation. Die EventAction-Klasse ist eine solcher Bestandteil, in dem festgelegt wird, welche Event-Information gespeichert werden sollen. Somit können für den Zweck der Simulation spezifische Information, wie z.B. die Energiedeposition in bestimmten Bereichen der Geometrie gespeichert werden. Effekte wie elektromagnetische Felder können ebenfalls in die Simulation integriert werden.

### 3.3.2. MaGe und DECAY0

Viele Kollaborationen für Low-Background-Experimente nutzen GEANT4<sup>3</sup> zur Simulation. Um eine gemeinsame und für alle Mitglieder gleiche Basis für Simulationen zu besitzen, wurde von einigen Kollaborationen ein eigenes, speziell auf das Experiment zugeschnittenes, GEANT4-basiertes Softwarepaket entwickelt. Für das GERDA-Experimente wurde die MaGe-Software<sup>4</sup> erarbeitet, die für die, in dieser Arbeit präsentierten, Simulationen zum Einsatz kam. Diese Software enthält experimentspezifische Klassen und die notwendigen Grundbausteine zur Simulation, jedoch nicht den PrimaryEventGenerator. Die primären Events in den durchgeführten Simulationen wurden durch den DECAY0-Generator<sup>5</sup> bereitgestellt. Dieses ursprünglich in Fortran geschriebene Programm erstellt primäre Events in Form von Kernzerfällen verschiedenster Isotope. Diese werden in einer Datei Event für Event hinterlegt und anschließend in die Simulation geladen.

Zur Erstellung und Ausführung der durchgeführten Simulationen wurde die Kombination von MaGe und DECAY0 verwendet.

---

<sup>3</sup>Link zur offiziellen GEANT4-Internetseite [htt13b]

<sup>4</sup>MaGe: [ea11a]

<sup>5</sup>Decay0: [Tre07]

## 4. Simulation des Doppel-Beta Zerfalls von Xe-136 und Xe-134

Im Folgenden wird die Sensitivität auf den Zerfall von Xe-134 unter Berücksichtigung des Zerfalls von Xe-136 und der Wechselwirkung von solaren Neutrinos im Detektor untersucht. Dazu werden zunächst die Zerfälle von Xe-136 und Xe-134 im einzeln betrachtet, um im Anschluss unter Verwendung zweier unterschiedlicher statistischer Analyseverfahren die Sensitivität in Abhängigkeit von der Messdauer des Experiments zu bestimmen. Die korrekte Darstellung der Summenenergiespektren erfordert die genaue Kenntnis der Energieverteilung der Elektronen aus den  $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfällen. Mit (2.3.13) ist diese Näherungsweise gegeben, jedoch ohne detektorspezifische Effekte. Um die Form der Verteilung zu erhalten, wurde eine größere Anzahl von Zerfällen simuliert. Auf Basis dieser Simulation wurde eine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (Abk.: PDF) für die Summenenergie der Elektronen erstellt, die im Anschluss als Ausgangspunkt für die korrekte Darstellung der Summenenergiespektren dient.

## 4.1. $2\nu\beta^-\beta^-$ von $^{136}\text{Xe}$

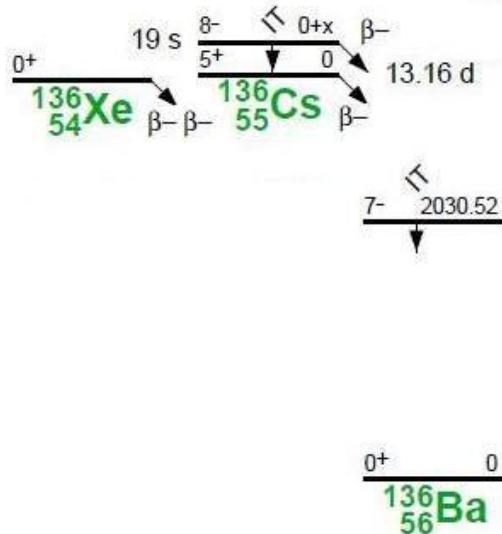


Abbildung 4.1.1.: Schema des Zerfalls  $^{136}\text{Xe} \longrightarrow ^{136}\text{Ba}$ [Fir96b]

Das oben stehende Schema (4.1.1) zeigt die Energieniveaus, der für diesen Zerfall relevanten Isotope. Man kann das typische Bild für einen Doppel-Beta Zerfall erkennen, wobei der Grundzustand des benachbarten uu-Kern, in diesem Fall ist dies  $^{136}\text{Cs}$ , energetisch höher liegt als der Grundzustand von  $^{136}\text{Xe}$ . Da jedoch  $^{136}\text{Ba}$  das stabilste Nuklid mit  $A=136$  ist, geht  $^{136}\text{Xe}$  durch einen doppelten Beta-Zerfall in  $^{136}\text{Ba}$  über.

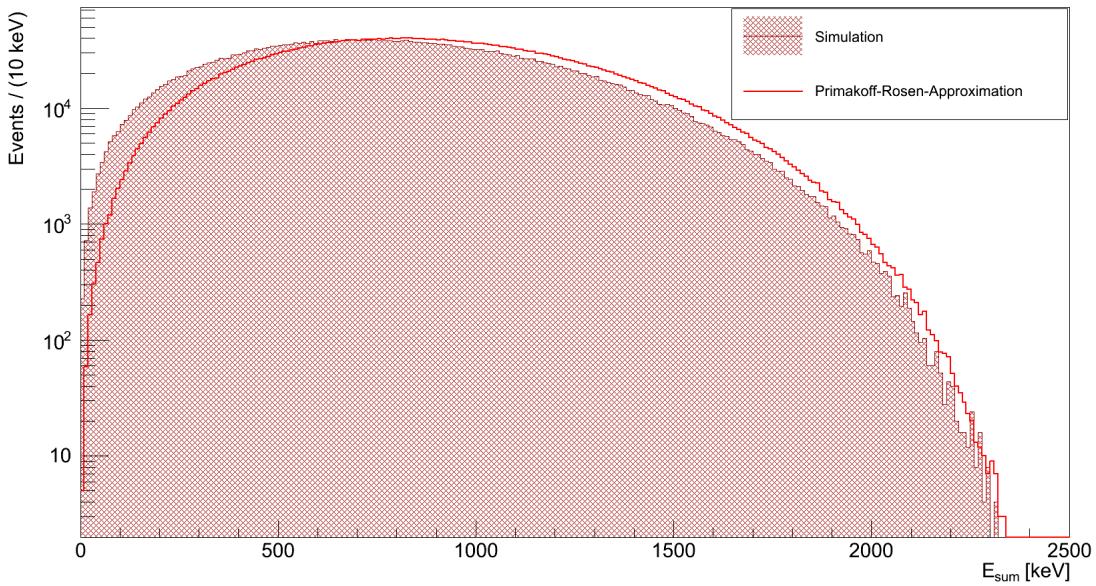
Die Kenntnis aller zerfallsrelevanten Parameter (Tabelle 4.1.1) für diesen Zerfall erlaubt es die erwartete Zahl von Zerfällen zu bestimmen.

Zerfall	Q-Wert(keV)	$T_{1/2}$
$2\nu\beta^-\beta^-$	2457,83	$2,38 \pm 0,02 \pm 0,14 \cdot 10^{21} \text{ yr}$

Tabelle 4.1.1.: physikalische Werte des Zerfall von Xenon-136[Gan12],[ea07]

Die Verteilung des Q-Werts auf die beiden entstehenden Elektronen, die auch als Summenenergiespektrum bezeichnet wird, ist in Abbildung (4.1.2) gezeigt und besitzt ein Maximum bei ca.  $\frac{1}{3}Q$ , also etwa 800 keV. In (4.1.2) ist ebenfalls das auf Gleichung 2.3.13 beruhende Energiespektrum dargestellt. Es zeigt sich, dass dieses die wahre Energieverteilung annähernd gut beschreibt. Die Abweichungen lassen sich unter anderem durch Effekte wie Energiedepositionen außerhalb des Detektors erklären.

Die hohe Eventrate von etwa 6510 pro Tag ( $A_{136} = 0.075 \text{ s}^{-1}$ ) ermöglicht es diesen Zerfall ohne Probleme nachzuweisen. Diese Tatsache hat jedoch negative Konsequenzen für die Sichtbarkeit anderer Zerfälle oder Reaktionen. Aus diesem Grund wird im folgenden Kapitel die Abreicherung von Xe-136 behandelt.



**Abbildung 4.1.2.:** Darstellung des Summenenergiespektrums der Elektronen aus dem  $2\nu\beta\beta$ -Zerfall von  $\text{Xe-136}$ , dessen Form auf der Simulation von  $4 \cdot 10^6$  Zerfällen beruht. Zusätzlich ist das auf (2.3.13) basierte Energiespektrum ohne die Einbeziehung weiterer Effekte gezeigt.

### 4.1.1. Abreicherung von Xenon-136

Wie bereits angesprochen existiert die Notwendigkeit die Eventrate von Xenon-136 im Detektor zu reduzieren. Die Art und Weise dies zu erreichen ist die Abreicherung dieses Isotops. Dazu steht eine Vielzahl von Methoden (Gaszentrifugen, Diffusionsmethoden usw.) zur Verfügung. Die Wahl des Verfahrens hat in diesem Kontext keine Bedeutung. Beim Prozess wird das Ausgangsmaterial („Stream“) in einen angereicherten Anteil („Product“) und einen abgereicherten Anteil („Tail“, Rest) aufgespalten.

Um eine realistische Einschätzung der Möglichkeiten zur Isotopen trennung in Xenon zu haben, werden die Experimente mit in  $^{136}\text{Xe}$  angereicherten Xenon (Tabelle: 4.1.2) als Anhaltspunkt verwendet.

Experiment	Anteil $^{136}\text{Xe}$	Anteil $^{134}\text{Xe}$	Anteil $^{124}\text{Xe}$
EXO-200	$(80,6 \pm 0,1)\%$	19,4%	0%
KamLAND-Zen	$(90,93 \pm 0,05)\%$	$(8,89 \pm 0,01)\%$	k.A.

**Tabelle 4.1.2.:** Übersicht der aktuellen Experimente mit angereicherten Xenon [Gan12], [Aug12a]

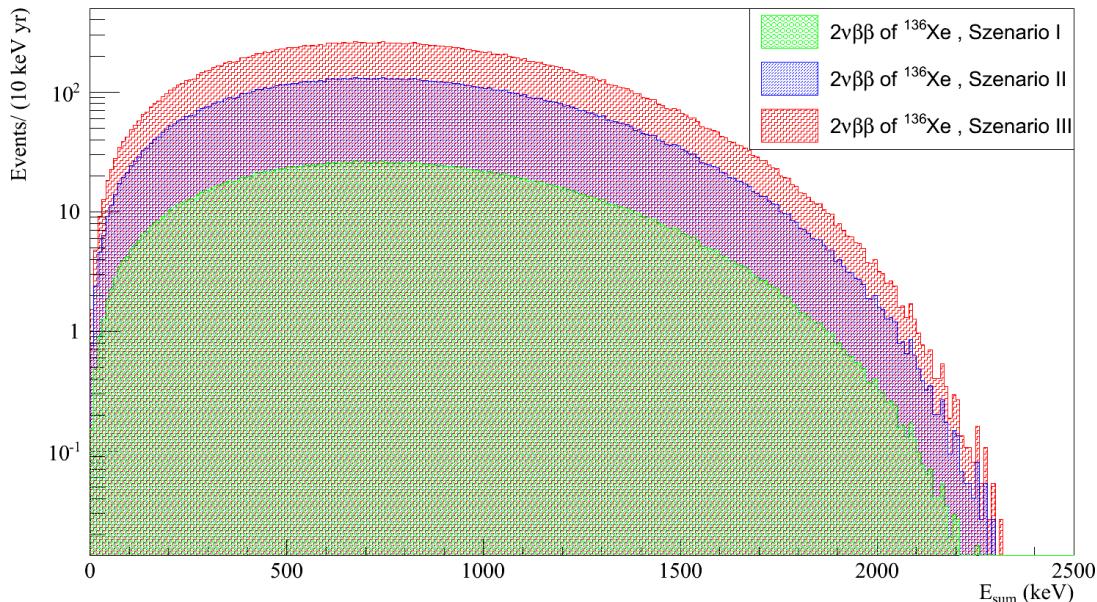
Das Verhältnis der Häufigkeiten von  $^{136}\text{Xe}$  zu  $^{134}\text{Xe}$  spricht für die Wahl von KamLAND-Zen als Ausgangspunkt der Betrachtung zur Isotopenanreicherung. Die fehlende Angabe der Häufigkeit von  $^{124}\text{Xe}$  erfordert es, eine Annahme für diese im Product/Tail zu treffen. Die Angaben von EXO-200 lassen vermuten, dass die Möglichkeiten zur Isotopen trennung hinreichend gut sind und, dass sich nach dem Prozess der Separation alle Kerne mit  $A=124$

im Tail befinden. Der Anteil  $^{136}\text{Xe}$  im Rest nach der Anreicherung wird durch die zu Beginn des Prozesses verwendete Stoffmenge natürlichen Xenons festgelegt. Die Verschiebung der Anteile auf das Niveau von KamLAND-Zen erfordert mindestens die 10,217-fache Stoffmenge natürlichen Xenons im Stream. In diesem Fall wären keine  $^{136}\text{Xe}$ -Isotope im Rest vorhanden. Für die Betrachtung des neutrinoalen doppelten Beta-Zerfalls von  $^{134}\text{Xe}$  wäre jene Verteilung der Isotope erstrebenswert, jedoch ist er für diese Arbeit nicht von Bedeutung. Die nachstehende Tabelle (4.1.3) definiert drei Abreicherungszenarien, die im Folgenden als Ausgangspunkte zur Betrachtung der Sensitivität auf andere Doppel-Beta Zerfälle dienen.

	$f_{136}^{Tail}$	$N_{Stream}$ (mol g)	$f_{134}^{Tail}$	$N_{136}^{decay}$ ( $\text{yr}^{-1}$ )
Szenario I	0,0001	10,2272   1342,38	0,10564	2684
Szenario II	0,0005	10,2689   1347,85	0,10563	13414
Szenario III	0,001	10,3216   1354,76	0,10562	26824

**Tabelle 4.1.3.:** Definition der drei verwendeten Szenarien zur Abreicherung von Xe-136,  $f_i^{Tail}$  ist hier der Anteil der Isotope im Tail,  $N_{Stream}$  die Ausgangsstoffmenge in mol bzw. g

Die Angabe der KamLAND-Zen-Kollaboration[Gan12] beinhaltet keine Informationen zu den übrigen 0,18% der Xenonisotope. Für die meisten Anreicherungsverfahren gilt die folgende Aussage: Je näher die Massenzahl des Kerns an der Targetmassenzahl  $A_{target}$  (hier  $A_{target} = 136$ ) liegt, umso aufwendiger ist es diesen Kern im Verlauf des Prozesses von den Kernen mit  $A_{target}$  zu separieren.



**Abbildung 4.1.3.:** Vergleich der simulierten Summenenergiespektren der einzelnen Szenarien

Dies führt zu der Annahme, dass der restliche Anteil des Xenons im Product nur aus den stabilen Isotopen  $^{130-132}\text{Xe}$  besteht, da deren Massenzahl nahe an A=136 liegt und sie eine hohe nat. Häufigkeit besitzen. In Tabelle (A.4.1) und (A.4.2) sind die Häufigkeiten der Isotope im Product und im Tail für diesen Grad der Abreicherung angegeben. Zusätzlich zur Reduzierung des Anteils von  $^{136}\text{Xe}$  verringert sich die molare Masse des Xenons im Rest. Sie ist die mit den Häufigkeiten gewichtete Summe der einzelnen Massen der Isotope. In Gleichung (A.4.1) - (A.4.5) ist dieser Umstand dargestellt. Abbildung (4.1.3) zeigt die Summenenergiespektren basierend auf der Statistik der einzelnen Szenarien. Darauf basieren wird in Abschnitt (4.3) die Sensitivität auf den Doppel-Beta-Zerfall von Xe-134 in Anwesenheit von Xe-136 untersucht.

## 4.2. $2\nu\beta^-\beta^-$ von $^{134}\text{Xe}$

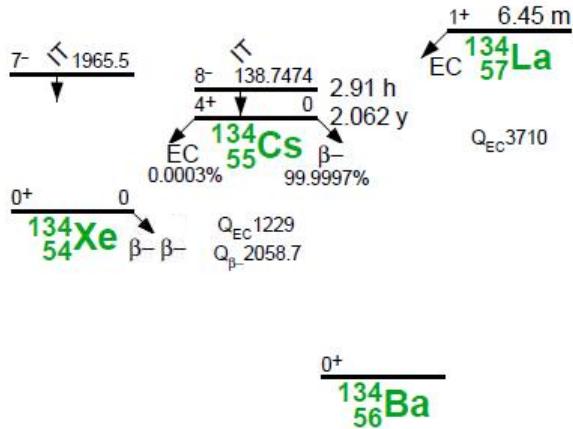


Abbildung 4.2.1.: Schema des Zerfalls  $^{134}\text{Xe} \rightarrow ^{134}\text{Ba}$  [Fir96b]

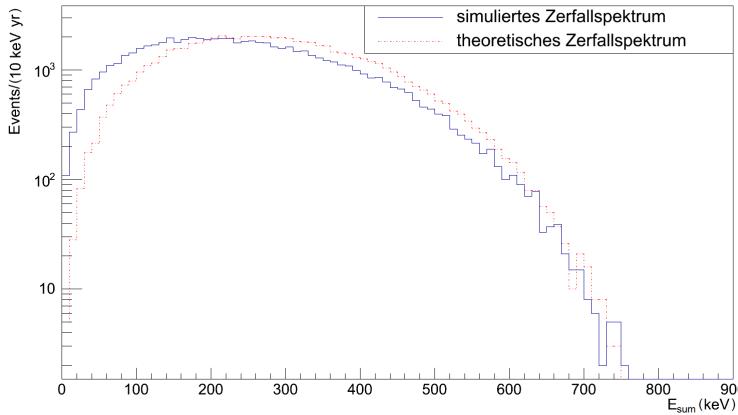
Das Schema (4.2.1) zeigt die relevanten Grundzustände für den Zerfall von  $^{134}\text{Xe}$ . Der auffälligste Unterschied zwischen diesem Energieniveauschema und Abbildung (4.1.1) ist der größere energetische Unterschied zwischen den Grundzuständen von  $^{134}\text{Cs}$  und  $^{134}\text{Xe}$  im Vergleich zu  $^{136}\text{Cs}$  und  $^{136}\text{Xe}$ . Jedoch hat diese Tatsache keinen Einfluss auf die theoretische Halbwertszeit (Abk.: HWZ) (siehe [Tom91]).

Die unten stehende Tabelle (4.2.1) zeigt die Parameter für Doppel-Beta-Zerfall von  $^{134}\text{Xe}$ .

Zerfall	Q-Wert(keV)	$T_{1/2}$
$2\nu\beta^-\beta^-$	$825,8 \pm 0,9$	$> 1,1 \cdot 10^{16}\text{yr}$

Tabelle 4.2.1.: relevante physikalische Werte des Zerfall von Xenon-134 [ea12b]

Das Verhältnis der Q-Werte von Xe-134 zu Xe-136 ist in etwa 1/3, wodurch unter anderem der Phasenraumfaktor für den Zerfall von Xe-134 geringer ist und somit die Halbwertszeit länger. Allerdings erzeugt der Zerfall von Xe-134 im Detektor das gleiche Signal wie Xe-136. Das impliziert, dass Xe-136 eine Untergrundquelle für den Nachweis von Xe-134 darstellt. Eine Aussage über die Sensitivität auf den neutrinobegleiteten doppelten Beta-Zerfall von Xe-134 erfordert somit eine Berücksichtigung dieses Zusammenhangs. In Abbildung 4.2.2 ist analog zu (4.1.2) das Summenenergiespektrum von Xe-134 dargestellt. Entsprechend zum Spektrum von Xe-136 ist hier ebenfalls der Unterschied zwischen dem auf (2.3.13) basierten und simulierten Spektrum zu erkennen. Der Peak der Verteilung liegt hier bei ca. 280 keV, was dafür sorgt, dass bei ausreichender Statistik der Beitrag von Xe-134 im kombinierten Spektrum von Xe-134 und Xe-136 sichtbar ist.



**Abbildung 4.2.2.:** Vergleich des theoretischen und simulierten  $2\nu\beta\beta$ -Spektrums von  $^{134}\text{Xe}$ . Die Statistik repräsentiert eine Halbwertszeit von  $1 \cdot 10^{23} \text{ yr}$  und  $T_{MZ}=1 \text{ yr}$ . Das theoretische Spektrum basiert auf Gleichung 2.3.13. Weitere Effekte wurden nicht berücksichtigt.

Die in der Tabelle 4.2.1 angegebene Halbwertszeit, in Form eines unteren experimentellen Limits, ist um viele Größenordnungen zu niedrig. Diese Aussage basiert auf Gleichung (2.3.11), wobei die Matrixelemente für die Zerfälle von Xe-134 bzw. Xe-136 in Tabelle (A.4.5) bzw. (A.4.4) gegeben sind. Diese sind annähernd gleich, dadurch hängt das Verhältnis  $\frac{T_{1/2}^{134}}{T_{1/2}^{136}}$  nur vom Phasenraum ab. Der im Vergleich zu Xe-136 niedrigere Q-Wert von Xenon-134 impliziert ebenfalls einen kleineren Phasenraum für den Zerfall von Xe-134, was zur Aussage  $T_{1/2}^{134} > T_{1/2}^{136} = 2,38 \cdot 10^{21} \text{ yr}$  führt und eine realistischere Aussage bzgl. der Halbwertszeit von Xe-134 erfordert.

#### 4.2.1. Abschätzung der Halbwertszeit von Xe-134 - Variante 1

Die erste Abschätzung basiert rein auf der Abhängigkeit der Zerfallskonstante  $\lambda_{2\nu}$  vom Q-Wert (Gl. 2.3.13).

$$\begin{aligned}
 \frac{T_{1/2}^{136}}{T_{1/2}^{134}} &= \frac{\lambda_{2\nu}^{134}}{\lambda_{2\nu}^{136}} \approx \left( \frac{Q_{134}^7 (1 + \frac{Q_{134}}{2} + \frac{Q_{134}^2}{9} + \frac{Q_{134}^3}{90} + \frac{Q_{134}^4}{1980})}{Q_{136}^7 (1 + \frac{Q_{136}}{2} + \frac{Q_{136}^2}{9} + \frac{Q_{136}^3}{90} + \frac{Q_{136}^4}{1980})} \right) \\
 &\downarrow \\
 T_{1/2}^{134} &\approx \left( \frac{Q_{136}^7 (\dots)}{Q_{134}^7 (\dots)} \right) \cdot T_{1/2}^{136} \\
 T_{1/2}^{134} &\approx 7148.23 \cdot T_{1/2}^{136} \\
 T_{1/2}^{134} &\approx 1.7147 \cdot 10^{25} \text{ yr}
 \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

Diese Halbwertszeit liegt 4 Größenordnungen oberhalb der von Xe-136 und erfüllt damit die oben genannte Aussage. Wie in [FB92] bereits angemerkt, ist die Primakoff-Rosen-Approximation, die zur Herleitung von (2.3.13) diente, eine gute Grundlage für die Herleit-

tung der Form des Summenenergiespektrums. Dies gilt allerdings nicht für die totale Rate, womit das Ergebnis nur als Näherung betrachtet werden kann.

### 4.2.2. Abschätzung der Halbwertszeit von Xe-134 - Variante 2

Zur Berechnung der Halbwertszeit kann ebenfalls Gl. 2.3.11 angewandt werden, wobei die verwendeten Matrixelemente und Phasenräume, die im IBM-2-Modell mit der closure approximation<sup>1</sup> berechnet wurden, in Tabelle (A.4.5) aufgelistet sind. Die gezeigten Halbwertszeiten sind im Vergleich zur vorher ermittelten Abschätzung 2-3 Größenordnungen kleiner, erfüllen aber die Aussage  $T_{1/2}^{134} > T_{1/2}^{136}$ . Der Vergleich der Ergebnisse für Xe-136 in Tabelle (A.4.4), die auf die gleiche Art und Weise berechnet wurden, zeigt eine enorme Diskrepanz zwischen den berechneten Werten und der gemessenen Halbwertszeit. In [BKI13] wurde dies ebenfalls angemerkt und über die Renormierung der Kopplungsstärke  $g_A$  zu  $g_{A,eff}$  (4.2.2) berücksichtigt

$$M_{(2\nu)}^{eff} = \frac{g_{A,eff}^2}{g_A^2} M_{(2\nu)}. \quad (4.2.2)$$

Hierbei ist  $M_{(2\nu)}^{eff}$  das Matrixelement, das aus der experimentellen Halbwertszeit unter Berücksichtigung von  $[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)} |M_{(2\nu)}|$ <sup>2</sup> abgeleitet wurde. In [BKI13] ist mit  $g_{A,eff}=1,269 A^{-0,18}$  ebenfalls eine Näherungsformel für die effektive Kopplungsstärke gegeben, wobei A die Massenzahl ist. Damit ergeben sich für die Halbwertszeiten folgenden korrigierte Werte:

$G_{(2\nu)}^{(0)} (\text{y}^{-1})$	$ M_{(2\nu)} $	$T_{1/2} (\text{yr})$
$2,28 \cdot 10^{-22}$	0.18	$4,60 \cdot 10^{24}$
	0.19	$4,13 \cdot 10^{24}$
	0.20	$3,73 \cdot 10^{24}$

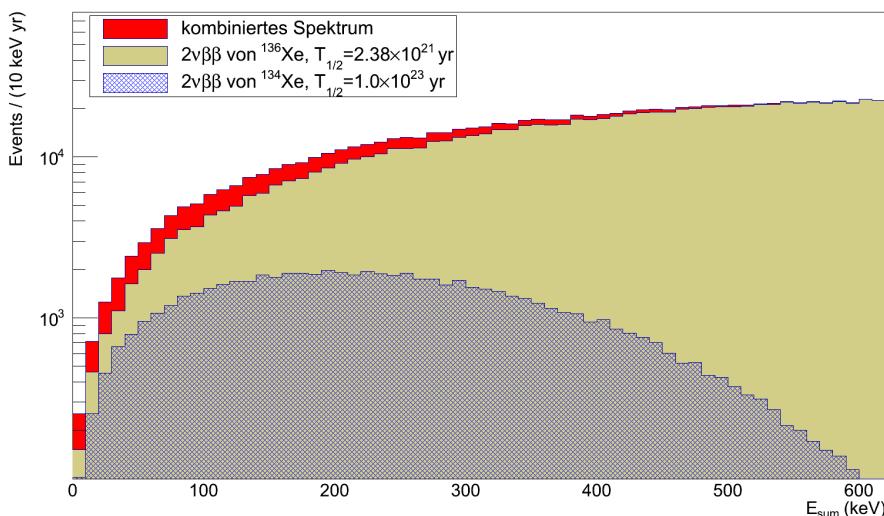
**Tabelle 4.2.2.:** Ergebnisse der Berechnung der HWZ basierend auf  $[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)} |M_{(2\nu)}|$ <sup>2</sup> unter Berücksichtigung der effektiven Kopplungsstärke  $g_{A,eff}$  und  $g_A = 1,269$

<sup>1</sup>In der „closure approximation“ werden die Übergangsmatrixelemente ohne die Summation über die virtuellen  $1^+$ -Zwischenzustände berechnet (siehe (A.4.8),(A.4.9)). Diese Näherung ist eher für die  $0\nu$ - als für die  $2\nu$ -Mode geeignet[FB92], womit eine zusätzliche Quelle für Unsicherheiten in den Matrixelementen entsteht.

### 4.3. Kombinierte Analyse von Xenon-134 und Xenon-136

Wie bereits erwähnt stellen die beiden Beta-Zerfälle von  $^{134}\text{Xe}$  und  $^{136}\text{Xe}$  zueinander Untergrundquellen dar. Das heißt die Analyse bezüglich der Sensitivität des Experiments auf den Zerfall von Xenon-134 muss in Kombination mit dem Isotop Xenon-136 durchgeführt werden.

Darstellung (4.3.1) zeigt die Energiespektren für beide Zerfälle und deren Superposition für eine angenommene Halbwertszeit von  $T_{1/2}^{134} = 1 \cdot 10^{23} \text{ yr}$  und eine natürliche Isotopenverteilung.



**Abbildung 4.3.1.:** Summenenergiespektrum von Xe-134 und Xe-136 und deren Superposition für nat. Xenon. unter Berücksichtigung der in Kap. 4.1 angegebenen Halbwertszeit von Xe-136

Es zeigt sich zwar ein Unterschied zwischen dem Xe-136-Spektrum und dem kombinierten Spektrum, jedoch ist die angenommene Halbwertszeit um den Faktor 37 kleiner als die kürzeste in Abschnitt 4.2.2 berechnete Halbwertszeit.

Darstellung 4.1.3 lässt vermuten, dass jedes der drei gewählten Szenarien eine unterschiedliche Sensitivität bzgl. der Halbwertszeit von Xe-134 besitzt. Um diesen Zusammenhang genauer zu untersuchen, wird zunächst ein qualitative Analyse anhand der Gestalt der Energiespektren und der Signal-zu-Untergrund-Verhältnisse (Abk. S/B-Verhältnis) für verschiedene Halbwertszeiten von Xe-134 durchgeführt. Im Anschluss wird eine Aussage über die Sensitivität durch eine statistische Analyse unter Verwendung der Feldman-Cousins-Methode getroffen.

Die gezeigten Energiespektren besitzen ein Binning der X-Achse von 10 keV pro Bin. Diese Wahl basiert auf der durchschnittlichen, in [Apr12b] präsentierten, Energieauflösung für den Bereich von 200-400 keV. Sie ersetzt nicht die Implementierung einer Energieauflösung. Jedoch ist die Festlegung dieser auf einen Wert nicht sinnvoll, da in dem relevanten Energiebereich die Auflösung ( $\sigma(E)/E$ ) stark von der Energie abhängt.

### 4.3.1. Qualitative Analyse der Energiespektren

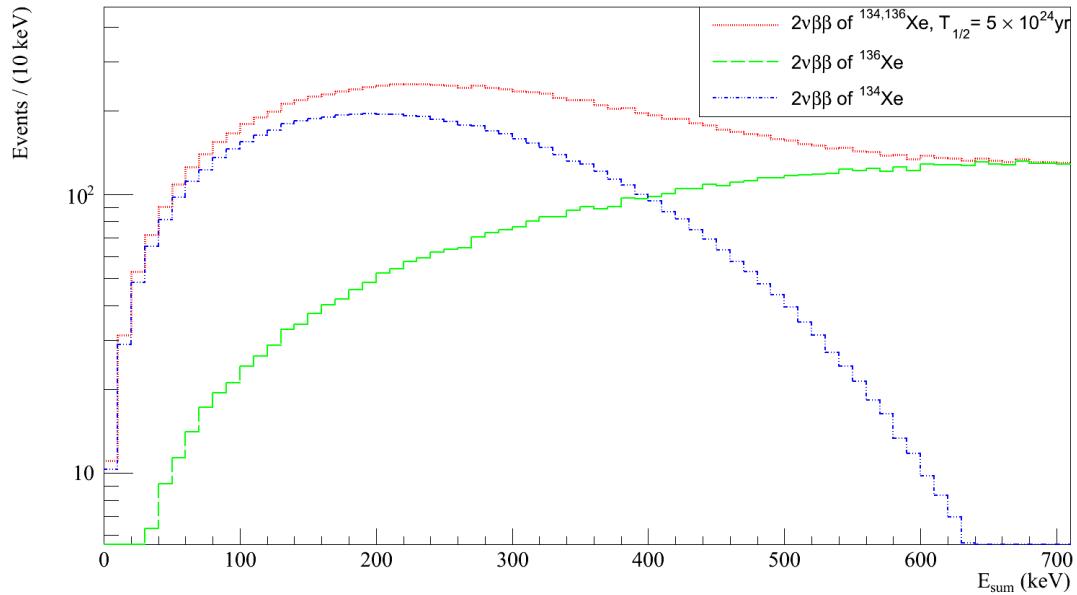
Die betrachteten Spektren beruhen auf der Statistik, die für eine Messzeit von 5 Jahren erwartet wird. Diese Wahl dient zum einen dazu die Signalverhältnisse in bestimmten Energiebereichen gut abschätzen zu können und zum anderen ist dies auch eine realistische Einschätzung der Laufzeit eines Experimentes dieser Größenordnung. In Tabelle 4.3.1 sind die erwarteten Zerfallszahlen in Abhängigkeit der angenommenen HWZ von Xe-134 dargestellt.

$T_{1/2}^{134}$	$N_{decays}^{134} (yr^{-1})$	$T_{1/2}^{136}$	$N_{decays}^{136} (yr^{-1})$
$1,7147 \cdot 10^{25} \text{ yr}$	393	$2,38 \cdot 10^{21} \text{ yr}$	2684 (SI)
$5 \cdot 10^{24} \text{ yr}$	1348	$2,38 \cdot 10^{21} \text{ yr}$	13414 (SII)
$3,73 \cdot 10^{24} \text{ yr}$	1808	$2,38 \cdot 10^{21} \text{ yr}$	26824 (SIII)

**Tabelle 4.3.1.:** Anzahl der zu erwartenden Doppel-Beta Zerfälle im Detektor in Abhängigkeit von der Halbwertszeit. Die Zahlen beruhen auf der in Tabelle (A.4.3) gegebenen Anzahl der Atomkerne. Die Erwartungen für Xe-136 entsprechen den einzelnen Abreicherungsszenarien.

#### Szenario I - Abreicherung auf 0,01%

In Abbildung 4.3.2 ist der für den Nachweis von Xe-134 interessante Energiebereich des Energiespektrums für eine angenommene Halbwertszeit von  $T_{1/2}^{134} = 5 \cdot 10^{24} \text{ yr}$  dargestellt. Diese Halbwertszeit liegt in dem Bereich der mit Variante II berechneten HWZ für Xe-134.

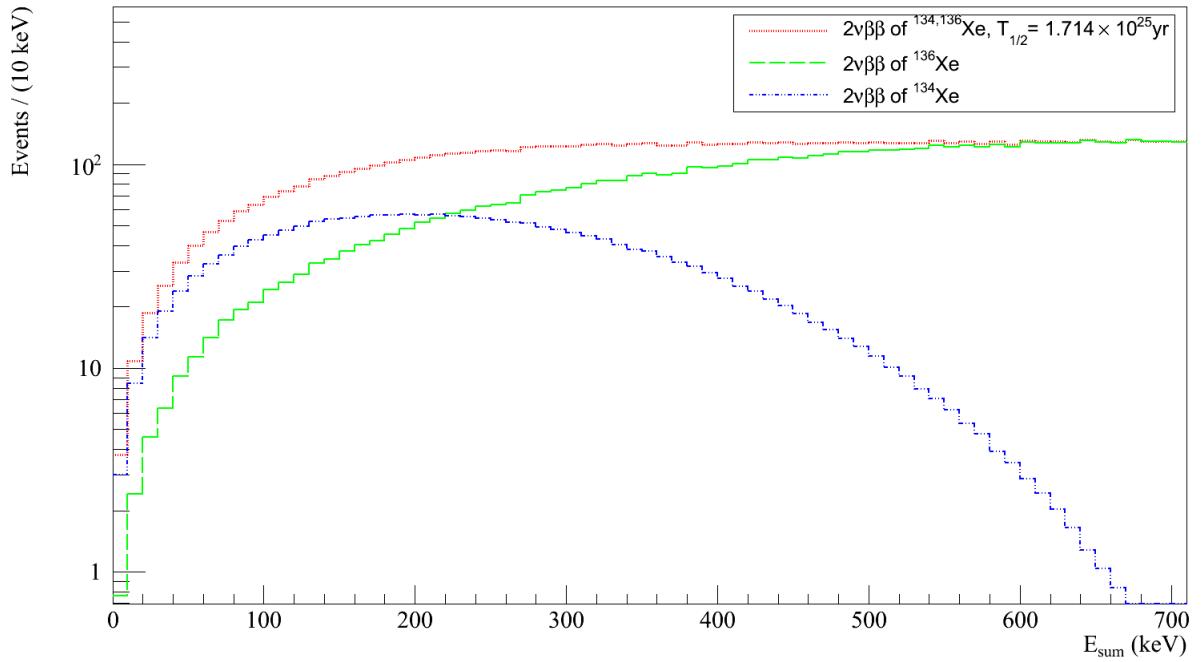


**Abbildung 4.3.2.:** Auschnitt des Energiespektrums inkl. der einzelnen Komponenten nach einer Messzeit  $T_{MZ}=5 \text{ yr}$ , unter der Annahme von  $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24} \text{ yr}$ .

Das kombinierte Spektrum weist eine deutliche Abweichung von Xe-136-only Spektrum auf. Es ist ein deutlicher Anstieg der Anzahl der erwarteten Ereignisse ab dem Energiebereich von 550 keV und zusätzlich dazu ein Maximum des Energiespektrums bei 220 keV

zu erkennen. Wohingegen das Xe-136-Spektrum eine konstant fallende Anzahl von Events /Bin in diesem Energiebereich aufweist. Die unterschiedliche Lage der Summenenergiespektren von Xe-134 und Xe-136 sorgt für eine Verschiebung des S/B-Verhältnis von 1 bei 400 keV auf etwa 6,5 um 100 keV. Zudem zeigt sich ein Abfall des Energiespektrums erst bei etwa 30 keV. Die beschriebene Abweichung ist für den qualitativen Nachweis von Xe-134 ausreichend.

In Abbildung 4.3.3 ist der gleiche Bereich des Energiespektrums basierend auf der mit Variante I ermittelte Halbwertszeit gezeigt.

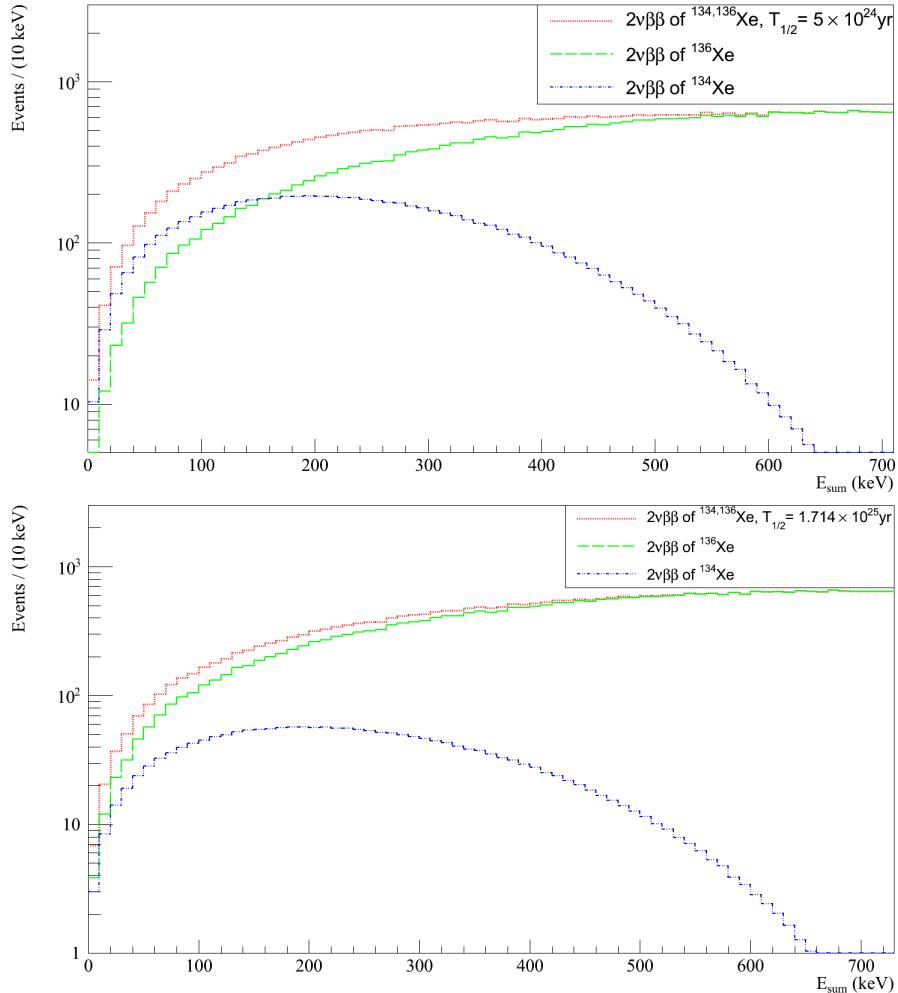


**Abbildung 4.3.3.:** Ausschnitt des Energiespektrums inkl. der einzelnen Komponenten nach einer Messzeit  $T_{MZ}=5$  yr, unter der Annahme von  $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25}$  yr. In (A.4.1) ist das vollständige Energiespektrum für die beiden angenommenen Halbwertszeiten gezeigt.

Es zeigt sich analog zu (4.3.2) ein Abweichung zum Xe-136-only-Spektrum, jedoch ist diese wie erwartet geringer. Es bildet sich in diesem Fall kein Peak im Bereich des Maximums der Energieverteilung von Xe-134, sondern ein Plateau-Region von 200-600 keV. Das Verhältnis der Signalhöhen fällt für diese HWZ von 2 @ 100 keV auf 1 @ 250 keV. Damit lässt sich Xe-134 auch für diese HWZ nachweisen. Die S/B-Verhältnisse für Szenario I sind in Abbildung A.4.2 gezeigt.

### Szenario II & III - Abreicherung auf 0,05% /0,1%

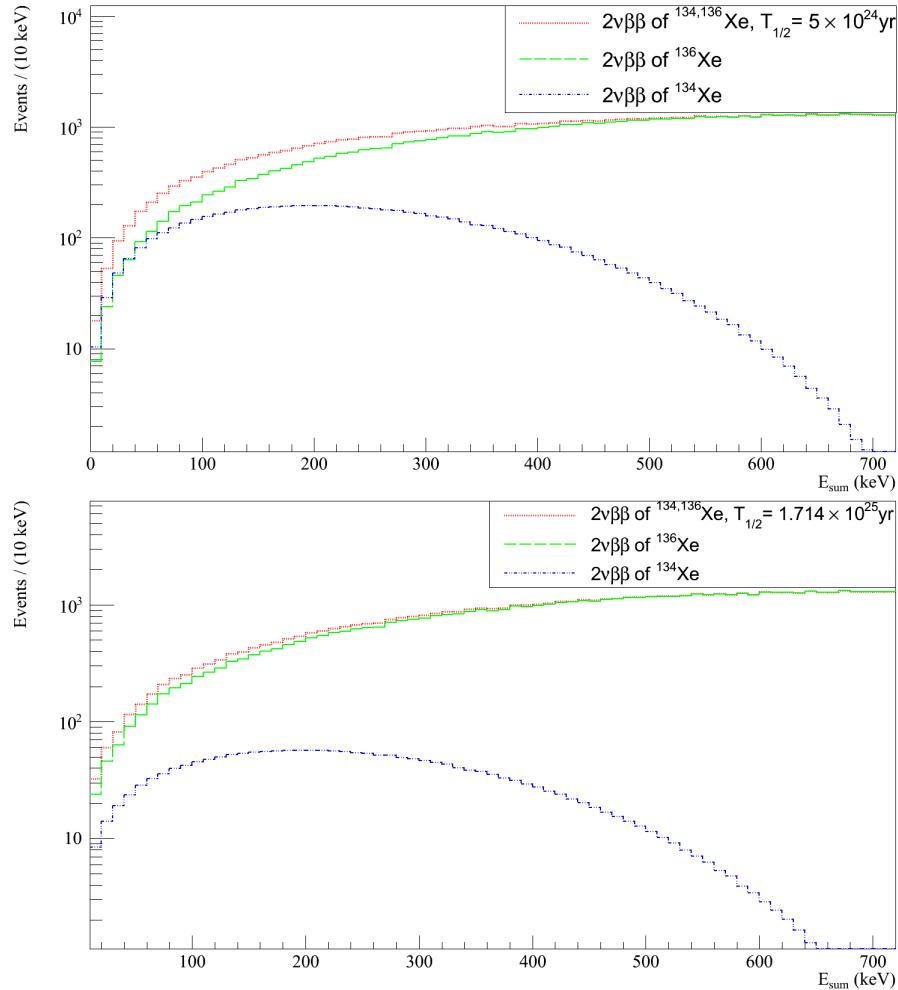
In (4.3.4) und (4.3.5) sind die Energiespektren für Szenario II bzw. SIII dargestellt. Die angenommenen Halbwertszeiten entsprechen denen, die bereits für SI vorausgesetzt wurden.



**Abbildung 4.3.4.:** Ausschnitt des Energiespektrums inkl. der einzelnen Komponenten, unter der Annahme von  $T_{MZ}=5 \text{ yr}$  &  $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24} \text{ yr}$  (oben)  $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25} \text{ yr}$  (unten).

Für  $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24} \text{ yr}$  ist ebenfalls eine Plateau im Energiespektrum zu erkennen, das sich hier von 260-600 keV erstreckt. Zudem zeigt das kombinierte Spektrum ab 260 keV ein geringeren Abfall der Signalhöhen. Im Vergleich zu (4.3.2) erreicht das S/B-Verhältnis erst bei 200 keV eine Verhältnis von 1, zusätzlich steigt dieses erst bei 40 keV auf über 2/1. Wenn die Nachweisgrenze für Xe-134 auf das S/B-Verhältnis von 0,1 festgelegt wird, ist die sich hieraus ergebende „region of interest“(Abk.: ROI) für den Nachweis von Xe-134 40-480 keV. Für die mit Variante 1 abgeschätzte HWZ von  $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25} \text{ yr}$  erstreckt sich das „Plateau“ nur von 480-600 keV, wobei in diesem Energiebereich der Einfluss von

Xe-134 auf die Form des kombinierten Energiespektrums sehr gering ist. Die S/B-Grenze von 0,1 verschiebt die ROI auf 30-320 keV. Das S/B-Verhältnis weist in diesem Fall einen Maximum von 0,6 @ 30 keV auf. Die S/B-Verhältnisse für SII und SIII sind in Abbildung A.4.3 und A.4.4 dargestellt.



**Abbildung 4.3.5.:** Auschnitt des Energiespektrums für Szenario III, unter der Annahme von  $T_{1/2}^{134} = 5 \cdot 10^{24}$  yr (oben) bzw.  $T_{1/2}^{134} = 1,714 \cdot 10^{25}$  yr (unten) und einer Messzeit von 5 Jahren für beide Halbwertszeiten.

Der im oberen Anteil von (4.3.5) gezeigte Ausschnitt zeigt die Realisierung des Energiespektrums für  $T_{1/2}^{134} = 5 \cdot 10^{24}$  yr unter Berücksichtigung von SIII. Das kombinierte Spektrum zeigt einen geringeren Abfall der Anzahl von Events im Vergleich zum gezeigten Xe-136-Spektrum, jedoch ist kein echtes Plateau wie in den SII zu erkennen. Als Anhaltspunkt für die Obergrenze der ROI kann wiederum das S/B-Verhältnis von 0,1 verwendet werden. Diese wird bei etwa 400 keV erreicht und steigt für kleinere Energien auf etwa 1 für 30 keV, die als untere Grenze betrachtet werden kann. Für  $T_{1/2}^{134} = 1,714 \cdot 10^{25}$  yr ergibt sich ein zu SII ähnliches Bild. Der Unterschied zwischen dem summierten Spektrum und dem Energiespektrum von Xe-136 ist sehr gering und spiegelt sich ebenfalls im S/B-Verhältnis

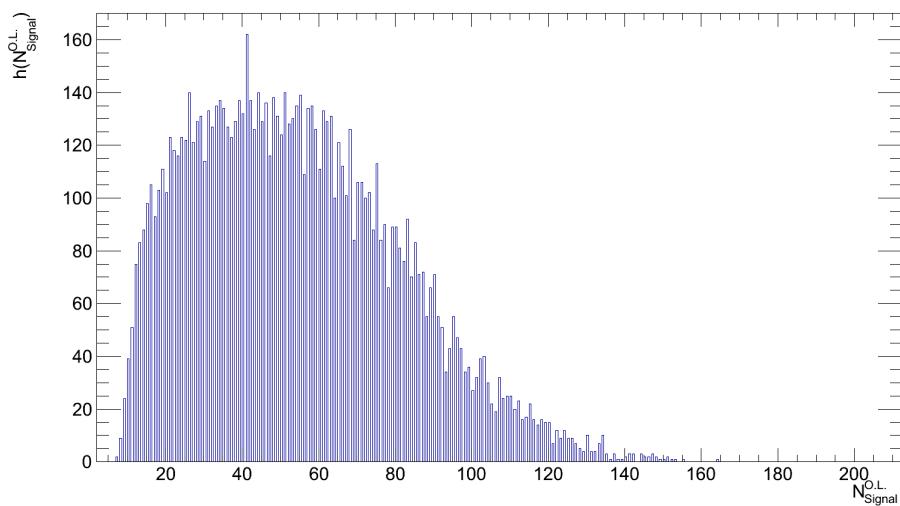
wieder. Es überschreitet die Grenze von 0,1 bei etwa 250 keV und erreicht ein Maximum von 0,3 bei 30 keV. Eine merkliche Abweichung des summierten Spektrums vom Untergrund ist nur bis 150 keV zu erkennen, wobei in diesem Energiebereich das S/B-Verhältnis bei etwa 0,2 liegt.

Zusammenfassend lässt sich für SII und SIII sagen, dass die Abweichung der Gestalt des summierten Spektrums von Xe-134 und Xe-136 vom Untergrund (nur Xe-136) in den genannten Energiebereichen ausreichend ist, um qualitativ den Zerfall von Xe-134 nachzuweisen.

#### 4.3.2. statistische Analyse nach Feldman-Cousins

Wie die qualitative Analyse gezeigt hat, ist im Allgemeinen der Energiebereich von 100-500 keV von besonderem Interesse für den Nachweis von Xe-134. Um eine statistische Aussage über die Sensitivität des Experimentes zu treffen, wird im Folgenden die von Feldman und Cousins in [FC98] präsentierte Methode zum Nachweis von kleinen Signalen verwendet. Zur Realisierung dieser Methode wurde die ROOT-interne TFeldmanCousins-Klasse angewendet, die die Funktion „CalculateUpperLimit(n,b)“ enthält. Der Übergabeparameter  $b$  entspricht der Anzahl der erwarteten Untergrundereignisse. Der Parameter  $n$  hingegen spiegelt die Beobachtung wieder, wobei sich diese beobachtete Anzahl aus  $s$  Signalevents und  $n-s$  Untergrundereignissen zusammensetzt. Der Rückgabewert der Funktion ist gleich dem oberen Limit an die Anzahl der Signalevents ( $N_{\text{Signal}}^{\text{O.L.}}$ ), das mit der jeweiligen Kombination  $n,s$  vereinbar ist. Das entsprechende Konfidenzniveau wird vorher festgelegt und ist hier auf 90 % gesetzt.

Die Anzahl der Untergrundevents unterliegt allerdings einer Schwankung, die wahre Si-

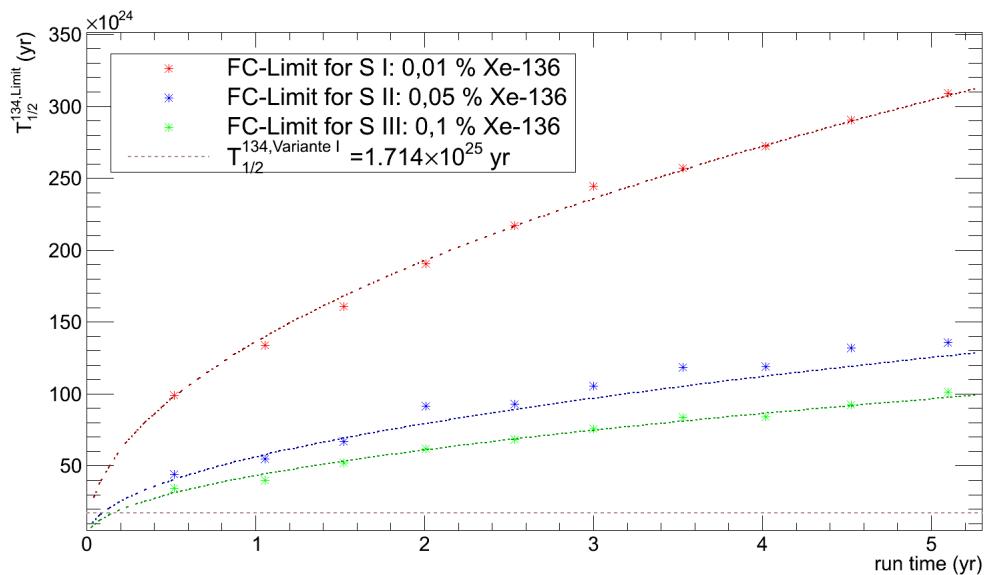


**Abbildung 4.3.6.:** Verteilung der Häufigkeiten  $h(N_{\text{Signal}}^{\text{O.L.}})$  der mit der FC-Methode bestimmten oberen Limits an die Anzahl der Signalevents, die mit der Nullhypothese vereinbar sind. (Parameter: 90 % C.L. ; SI ;  $T_{MZ}=1,5 \text{ yr}$ ,  $N_{exp}=10000$ )

gnalereignisse überdecken kann. Um die Sensitivität des beschriebenen Experimentes zu

bestimmen, muss die Nullhypothese ( $s_{Xe-134}=0$ ) betrachtet werden. Dadurch kann die Anzahl der Signalevents bestimmt werden, die auf Grund der Schwankung mit der Nullhypothese verträglich ist. Aus diesem so bestimmten oberen Limit lässt sich ein unteres Limit für die HWZ berechnen<sup>2</sup>.

Um die Erwartung an den Untergrund zu bestimmen, wurde die in Tab. 4.1.1 angegebenen Halbwertszeit inkl. dem angegebenen Messfehler berücksichtigt. Das heißt zur Berechnung von  $b$  ist eine HWZ von Xe-136 verwendet worden, die einem Zufalls Wert aus einer Gaußverteilung mit mean =  $2,38 \cdot 10^{21}$  und sigma =  $0,16 \cdot 10^{21}$  entspricht. Der entsprechende Parameter wird fortan als  $b^{Messfehler}$  bezeichnet. Die gemessen Anzahl von Ereignissen unterliegt einer Poisson-Schwankung, die durch die Anwendung der Poisson-Funktion der TRandom3-Klasse auf  $b^{Messfehler}$  berücksichtigt wird. Der daraus resultierende  $b$ -Parameter wird ferner als  $b^{Poisson}$  bezeichnet. Diese beiden Parameter definieren die Übergabe an die CalculateUpperLimit-Funktion für die Nullhypothese in der Form CalculateUpperLimit( $b^{Poisson}, b^{Messfehler}$ ). Dieses so bestimmte Limit unterliegt einer statistischen Unsicherheit, da beide Übergabeparameter Zufallszahlen sind. Um dies zu be-



**Abbildung 4.3.7.:** Untere Limits an die  $2\nu\beta\beta$ -HWZ von Xe-134 in Abhängigkeit von der Messdauer (run time=rt), die aus der FC-Analyse für die drei in (4.1.1) definierten Szenarien resultieren. Die mit einem Stern markierten Punkte entsprechen den für diskrete Messdauern ermittelten unteren Limits (FC-Limit). Die farbigen Linien stellen den Verlauf der Funktion  $T_{Limit}(rt)$  dar. Zusätzlich ist zum Vergleich die mit Variante I berechnete HWZ von Xe-134 abgebildet.

rücksichtigen, wurde die Berechnung von  $N_{Signal}^{O,L.}$  für einen Satz von experimentellen Parametern (Messdauer, Abreicherungsszenario)  $N=10000$  Experimente simuliert und aus der

<sup>2</sup>Dabei wird der Zusammenhang  $T_{1/2}^{Limit} = \frac{\ln 2 \cdot N_{Kerne} \cdot T_{MZ}}{N_{Limit}}$  zwischen Halbwertszeit und Zerfallsanzahl berücksichtigt.

daraus resultierenden Verteilung von  $N_{\text{Signal}}^{\text{O.L.}}$  der Median bestimmt. Eine solche Verteilung ist beispielhaft in (4.3.6) dargestellt. In Abbildung 4.3.7 ist die Abhängigkeit der daraus resultierenden unteren Limits an die HWZ von Xe-134 von der Messdauer für die definierten Abreicherungszenarien dargestellt. Zusätzlich ist der Verlauf der Funktion  $T_{\text{Limit}}(\text{rt}) = T_{\text{FC-Limit}}^{\text{szenario}}(\text{rt}=1 \text{ yr}) \cdot \sqrt{\text{rt}}$  abgebildet. Diese Funktion lässt sich wie in (4.3.1) gezeigt aus der Hypothese:  $N_{\text{Signal}}^{\text{O.L.}} \sim \sqrt{b^{\text{Poisson}}}$  ableiten.

$$\begin{aligned}
 T_{\text{Limit}}(\text{rt}) &= \ln 2 \cdot N_{\text{Kerne}} \cdot N_{\text{Limit}}^{-1} \cdot \text{rt} \text{ mit } N_{\text{Limit}}(\text{rt}) \sim \sqrt{b(\text{rt})} \\
 \frac{T_{\text{Limit}}(\text{rt})}{T_{\text{Limit}}(\text{rt} = 1 \text{ yr})} &= \frac{\text{rt}}{1 \text{ yr}} \cdot \frac{N_{\text{Limit}}(\text{rt} = 1 \text{ yr})}{N_{\text{Limit}}(\text{rt})} \\
 \hookrightarrow T_{\text{Limit}}(\text{rt}) &\sim T_{\text{Limit}}(\text{rt} = 1 \text{ yr}) \cdot \sqrt{\frac{\text{rt}}{\text{yr}}} \tag{4.3.1}
 \end{aligned}$$

Es zeigt sich eine akzeptable Übereinstimmung zwischen diesem Funktionsverlauf und den berechneten Limits für Szenario I und Szenario III und eine annähernde Beschreibung der berechneten Limits für SII. Im Allgemeinen zeigt sich ein Anstieg der Sensitivität mit steigender Messzeit. Die gezeigten unteren Limits stellen die Grenze für die Halbwertszeiten der Nullhypothese dar. Das bedeutet, dass Halbwertszeiten oberhalb der entsprechenden Linie einem  $N_{\text{Signal}}$  entsprechen, das innerhalb des Akzeptanzbereiches der Nullhypothese liegt. Somit ist das Experiment unter Berücksichtigung des gewählten Energiefensters nur sensitiv auf Halbwertszeiten unterhalb der auf diese Art und Weise bestimmten Limits. Die horizontale gestrichelte Linie stellt die in Abschnitt 4.2.1 berechnete Näherung für die HWZ dar. Wie Abbildung 4.3.7 zeigt, erreicht die Sensitivität bereits nach etwa 2 Monaten (SIII) dieses Niveau. Die Sensitivität auf, die in Abschnitt 4.2.2 berechneten, Halbwertszeiten ist bereits nach etwa 4 Tagen<sup>3</sup> erreicht.

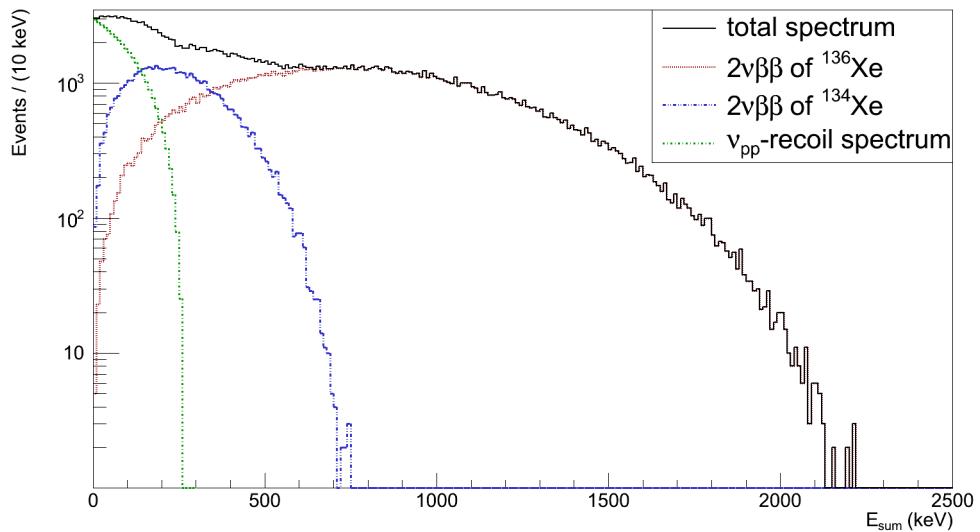
---

<sup>3</sup>Dieses Ergebnis ergibt sich aus der Berechnung mittels Gleichung 4.3.1.

## 4.4. Kombinierte Analyse von Xenon-134 und Xenon-136 in Anwesenheit anderer Untergrundquellen

In den Experimenten zur Suche nach dem doppelten Beta-Zerfall ist die Kenntnis des Untergrundes für das gesuchte Signal von größter Relevanz, wobei oft eine Vielzahl von Untergrundquellen berücksichtigt werden muss. Neben Xe-136 als eine Form von internem Untergrund existieren noch weitere Untergrundquellen außerhalb des Detektors, die nicht durch Maßnahmen wie Abreicherung beseitigt werden können. Zu diesen externen Untergrundquellen gehören Neutrinos. Neutrinos besitzen i.A. einen sehr geringen Wirkungsquerschnitt, wodurch sie in aktuellen Experimenten dieser Art nicht von besonderer Bedeutung sind. Jedoch steigt ihr Beitrag und damit auch ihre Relevanz mit zunehmender Detektormasse an. Die Sonne ist eine Quelle, in welcher im Verlauf unterschiedlicher Prozesse Neutrinos mit unterschiedlichen Energien erzeugt werden. Darstellung A.4.5 zeigt den Neutrinofluss für die unterschiedlichen Erzeugerreaktionen in Abhängigkeit von der Neutrinoenergie.

Von besonderem Interesse sind hier die Neutrinos, die aus der Fusion zweier Protonen stammen („pp-Neutrinos“). Diese streuen an den Elektronen der Xe-Atomhülle und depo-nieren so Energie im Detektor. Abbildung A.4.5 zeigt das resultierende Recoil-Spektrum der Elektronen in Xenon. Dieses hat eine maximale Energie von 270 keV, damit wird in Kombination mit der hohen Anzahl an Events der Energiebereich (ROI) in denen Xe-134 einen signifikanten Beitrag zum Energiespektrum erbringt auf 270-500 keV eingeschränkt. Dies ist in Abbildung 4.4.1 dargestellt. In diesem Abschnitt wird der Einfluss dieser zusätzlichen Untergrundquelle auf die Sensitivität mittels eines EML-Fits ermittelt.



**Abbildung 4.4.1.:** Kombination der einzelnen erwarteten Spektren für Xe-134, Xe-136 und pp-Neutrinos für Szenario III und einer angenommenen Halbwertszeit für Xe-134 von  $7,5 \cdot 10^{23}$  yr

#### 4.4.1. Extended Maximum-Likelihood (EML)

Die EML-Methode ist eine erweiterte Form der Maximum-Likelihood-Methode (Abk.: ML), die in [Bar90] beschrieben wurde.

$$L(x_1, \dots, x_N; a) = \prod P(x_i, a) \quad (4.4.1)$$

In letzterer wird das Maximum der Likelihood-Funktion (Gl. 4.4.1) in Abhängigkeit vom Parameter  $a$  ermittelt um den ML-Schätzer  $\hat{a}$  zu bestimmen.

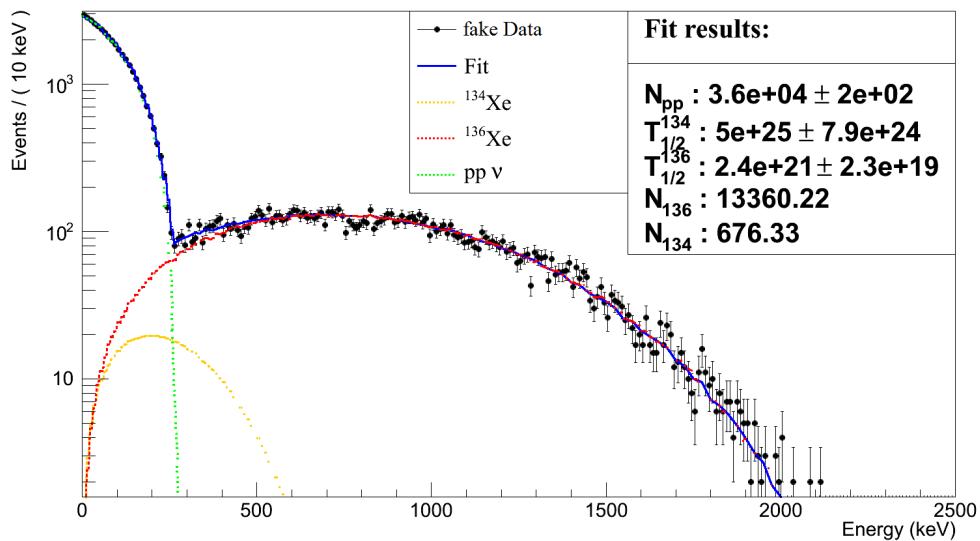
Die Erweiterung auf die EML-Methode erfolgt durch den Übergang von der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P(x_i; a)$  auf  $Q(x_i; a)$ , die eine geänderte Normierung aufweist (Gl. 4.4.3)

$$P(x_i, a) \rightarrow Q(x_i, a) \text{ mit } \int Q(x, a) dx = \nu \quad (4.4.2)$$

, wobei  $\nu$  die Gesamtanzahl an erwarteten Events ist. Diese Methode biete sich für Experimente an, in denen die Anzahl von Ereignissen im voraus unbekannt ist. Die Messung von  $N$  Ereignissen kann einbezogen werden, indem die Likelihood-Funktion für  $N$  beobachtete Events mit dem Poisson-Faktor für einen Mittelwert von  $\nu$  Ereignissen  $e^{-\nu} \frac{\nu^N}{N!}$  multipliziert wird. Wodurch sich für die Likelihood-Funktion folgender Ausdruck ergibt:

$$\ln L = \sum \ln Q(x_i, a) - \nu \quad (4.4.3)$$

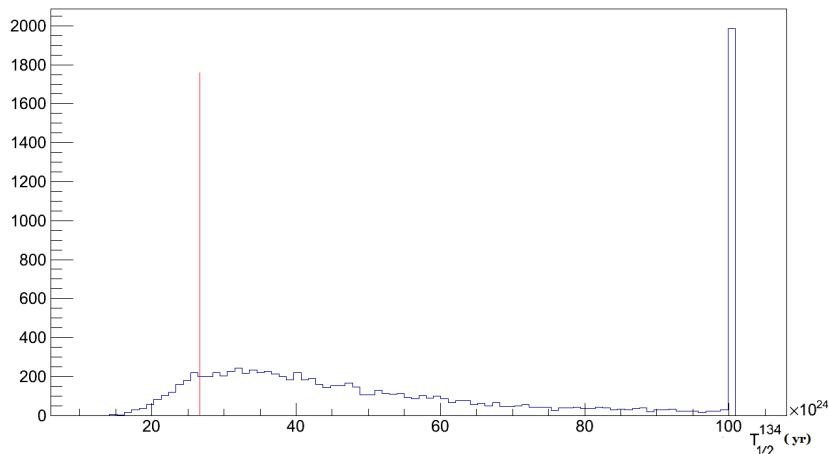
, dessen Maximum analog zur ML-Methode in Abhängigkeit von „ $a$ “ bestimmt wird. Realisiert wurde diese Fit-Methode unter Benutzung der RooFit-Klasse, die Bestandteil der ROOT-Software ist. In (4.4.2) ist beispielhaft ein Ergebnis dieser Fit-Methode für eine Realisierung der Messung dargestellt.



**Abbildung 4.4.2.:** Beispiel für den EML-Fit an das kombinierte Spektrum für Szenario I,  $T_{MZ}=5$  yr und eine angenommene Halbwertszeit von  $5 \cdot 10^{25}$  yr,

#### 4.4.2. Sensitivität auf den Zerfall von Xe-134

Unter Benutzung der im vorangegangenen Kapitel beschrieben Fit-Methode und unter Berücksichtigung der Untergrundquellen soll nun eine Aussage über die Sensitivität auf den Zerfall von Xe-134 getroffen werden. Zur Bestimmung der Sensitivität wird analog zur Feldman-Cousins-Analyse die Nullhypothese vorausgesetzt. Da es sich bei der hier verwendeten Methode um einen spektralen Fit handelt, besteht die Nullhypothese aus einem Spektrum, das ausschließlich das Energiespektrum der Elektronen aus dem  $2\nu\beta\beta$ -Zerfall von Xe-136 und den Elektronen aus der elastischen Streuung mit den pp-Neutrinos der Sonne enthält. Der verwendete EML-Fit enthält zusätzlich das Signal des  $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls von Xe-134. Die Anwendung dieser Methode auf die Nullhypothese resultiert in einer falschen Aussage über die Halbwertszeit von Xe-134<sup>4</sup>. Durch die Wiederholung dieses Verfahrens mit einer statistischen Schwankung im Untergrund (Schwankung durch Poisson-Variation der einzelnen Komponenten) ergibt sich eine Verteilung für die Fehler zweiter Art. In (4.4.3) ist beispielhaft die Verteilung dieser für Szenario III und  $T_{MZ}=5\text{yr}$  gezeigt. Das hieraus resultierende Limit entspricht der Halbwertszeit, für die die von links integrierte Fläche 90 % der Gesamtfläche entspricht. Der scheinbare Peak in (4.4.3) bei  $1 \cdot 10^{26} \text{ yr}$  resultiert aus der in der Fit-Funktion enthaltenen oberen Grenze für die HWZ von Xe-134.

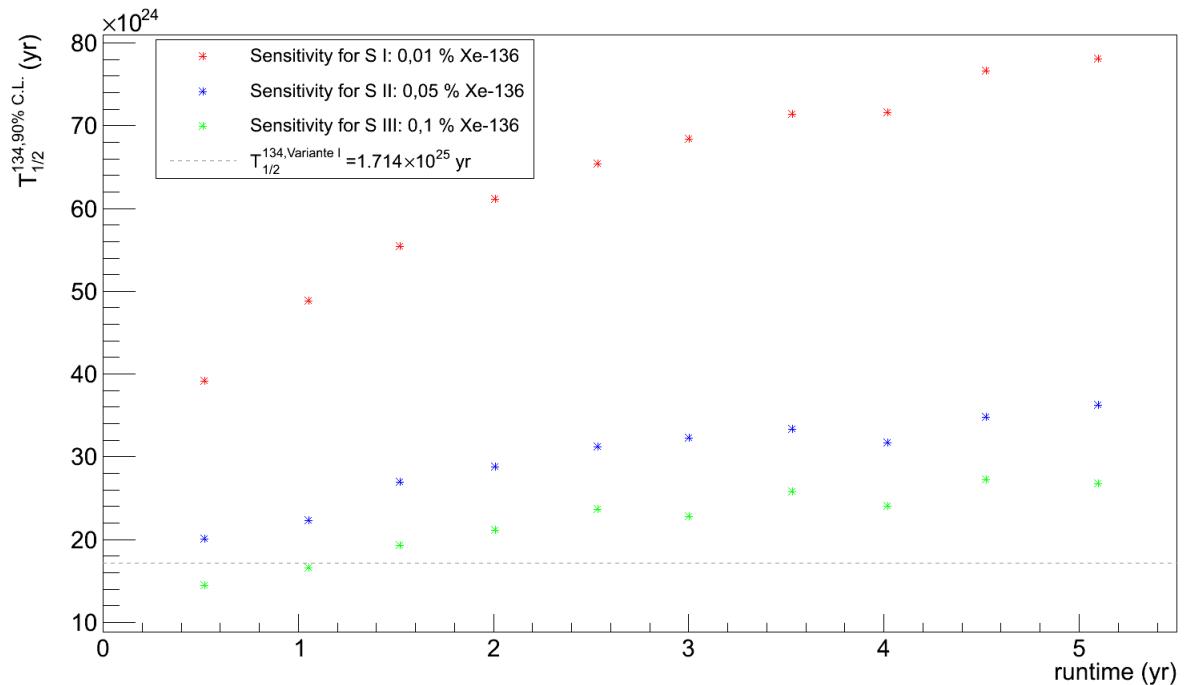


**Abbildung 4.4.3.:** Verteilung der durch den EML-Fit ermittelten Halbwertszeiten für Xe-134 und der Nullhypothese unter der Annahme der S III entsprechenden Abreicherung, einer run time von 5 yr und  $N_{exp.}=10000$ . Die senkrechte Rote Linie entspricht der Grenze zwischen Akzeptanz- und Ablehnungsbereich der Nullhypothese. Die gewählte Signifikanz für diese Einteilung entspricht  $\alpha=0,9$ .

Das heißt, dass für eine im Experiment bestimmte HWZ, die kleiner ist als das entsprechende Limit, die Nullhypothese mit einem Konfidenzniveau von 90% ausgeschlossen werden kann. Dieses Verfahren zur Bestimmung der oberen Grenze wurde für verschiedene Laufzeiten des Experimentes und unter Berücksichtigung der in Tabelle 4.1.3 definierten Abreicherungszenarien wiederholt, um die Zeitverlauf dieses oberen Limits zu bestimmen.

<sup>4</sup>Dies entspricht einem Fehler zweiter Art. Das heißt etwas wurde als Signal interpretiert, obwohl es sich dabei um Untergrund handelt.

In Abbildung 4.4.4 ist der, nach der oben beschrieben Methode ermittelte, Sensitivitätsverlauf für alle drei vorgestellten Szenarien dargestellt. Wie bereits erläutert sind Halbwertszeiten, die oberhalb des gezeigten Verlaufs liegen, nicht nachweisbar, da sie innerhalb des Akzeptanzbereiches der Nullhypothese liegen. Es zeigt sich im analog zu Abbildung 4.3.7 ein genereller Anstieg der Sensitivität für längere Messzeiten. Die ist bedingt durch die größere Statistik, die mit längeren Messzeiten verbunden ist. Diese ermöglicht eine effektivere Trennung der einzelnen Untergrundspektren, wodurch die Anzahl an falschen Signalevents sinkt.



**Abbildung 4.4.4.:** 90 % C.L. auf  $T_{1/2}^{134}$  in Abhängigkeit von der Messdauer (run time) für die definierten Szenarien. Dies entspricht der Sensitivität des Experiments auf den Zerfall von  $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfall von Xe-134.

Die gestrichelte Linie zeigt wiederum die in (4.2.1) berechnete Halbwertszeit als Orientierungspunkt. Das Experiment ist für alle drei Szenarien sensitiv auf diese HWZ. Für Szenario I und II gilt dies bereits nach 6 Monaten Datennahme. Für das realistischste der drei Szenarien hingegen ist dies erst ab ca. 1 1/2 Jahren gegeben. Die in Abschnitt 4.2.2 berechneten Halbwertszeiten im Bereich von  $4 \cdot 10^{24}$  yr sind kürzer, wodurch das Experiment ebenfalls auf diese sensitiv ist.

## 4.5. Resümee

Im Anschluss an die einführende Betrachtung der Signale der beiden Doppel-Beta-Isotope Xe-134 und Xe-136 wurde eine qualitative Analyse der kombinierten Energiespektren durchgeführt, um eine Aussage über einen für den Nachweis von Xe-134 interessanten Energiebereich zu treffen. Dieser Energiebereich wurde auf 100-500 keV festgelegt. Zur Bestimmung der Sensitivität für den Nachweis des Zerfalls von Xe-134 in Anwesenheit von Xe-136 wurde die von Feldman und Cousins vorgestellte Methode zum Nachweis kleiner Signale verwendet. Das Ergebnis für verschiedene Messdauern ist in (4.3.7) dargestellt. Es ist zusätzlich notwendig neben Xe-136 auch die aus der Streuung von solaren pp-Neutrinos im Detektor resultierenden Elektronen als eine weitere Untergrundquelle für den Zerfall von Xe-134 in Betracht zu ziehen. Um den Einfluss dieses Untergrundes auf die Sensitivität abschätzen zu können, wurde die EML-Methode verwendet, wobei hier der vollständige Energiebereich bis 2500 keV unter Berücksichtigung fiel. Die Ergebnisse sind in (4.4.4) gezeigt.

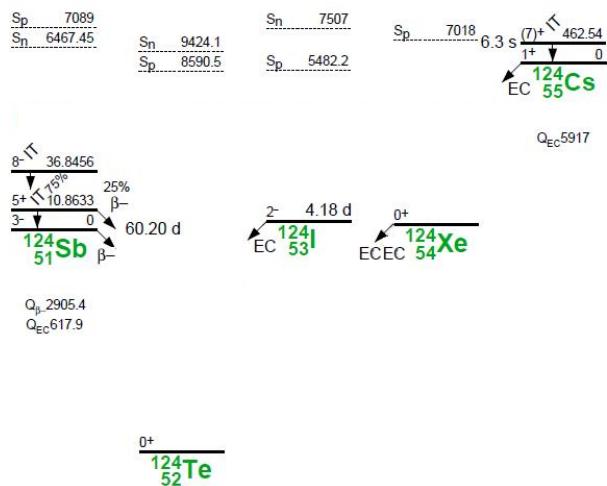
Der Vergleich beider Methoden zeigt für beide eine ansteigende Sensitivität mit zunehmender Messdauer. Der Vergleich der resultierenden Limits zeigt zudem, dass die Feldman-Cousins-Analyse eine Sensitivität auf längere Halbwertszeiten von Xe-134 aufweist. Allerdings muss hier berücksichtigt werden, dass diese Analyse nur Xe-136 als Untergrund für Xe-134 in Betracht zieht. Der EML-Fit hingegen berücksichtigt auch die solaren Neutrinos. Prinzipiell stellt die Verschiebung bzw. Verkleinerung der ROI auf den Energiebereich oberhalb der max. Energie der Elektronen aus dem elastischen Stoß mit den Neutrinos (ca. 260 keV), oder die Berücksichtigung des Neutrinosignals im Untergrundparameter  $b$  eine Möglichkeit zur Einbindung dieses Untergrundes in die FC-Analyse dar. Die richtige Wahl der Integration dieser zusätzlichen Untergrundquelle in die FC-Analyse um eine optimale Sensitivität zu erreichen, muss durch weiterführende Studien untersucht werden. Der EML-Fit hingegen berücksichtigt diese Untergrundquelle ohne Einschränkungen und ist damit der FC-Analyse trotz der niedrigeren Sensitivität vorzuziehen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden neben den pp-Neutrinos keine weiteren Untergrundquellen betrachtet, wobei in [Obe12] das Isotop Kr-85<sup>5</sup> als weitere mögliche Quelle für Untergrund erwähnt wurde. Krypton ist ein Bestandteil von natürlichem Xenon im ppm-Bereich<sup>6</sup>[htt13c], die eine Hauptquelle für Untergrund in LXe-Experimenten zur Suche nach dunkler Materie darstellt und in Folge dessen aus dem verwendete Xenon entfernt werden muss. Das Ziel für das XENON1T-Experiment ist z.B. eine Kryptonhäufigkeit im Xenon von  $h_{Kr,nat} < 0,1$  ppt (parts per trillion)[Obe12], wobei nicht bekannt ist wie groß der Anteil von Kr-85 in natürlichen Xenon ist. Eine Aussage bzgl. Kr-85 ist damit abhängig von mehreren Annahmen. Die Ausrichtung des zu grundeliegenden Experimentes dieser Arbeit wird ebenfalls eine Abreicherung von Krypton erfordern. Dabei wird die hier angestrebte Kryptonhäufigkeit wahrscheinlich unterhalb der Zielstellung von XENON1T liegen.

---

<sup>5</sup>Dieses Isotop weist einen Beta-Zerfall mit einer Halbwertszeit von  $T_{1/2} = 10,756$  yr und einem Q-Wert von 687 keV auf.[toi13]

<sup>6</sup>ppm = parts per million → 1 Kr-Atom/ $1 \cdot 10^6$  Xe-Atome

## 5. Simulation des Doppel-Beta Zerfalls von Xe-124



**Abbildung 5.0.1.:** Schema des Zerfalls  $^{124}\text{Xe} \rightarrow ^{124}\text{Ba}$ [Fir96b]

In Abbildung (5.0.1) ist der für Xenon relevante Ausschnitt des Energieniveauschemas mit  $A=124$  gezeigt. Die Energie des ersten angeregte Zustandes von  $^{124}\text{Te}$  ist größer als die Grundzustandsenergie von  $^{124}\text{Xe}$ , womit bei ausschließlicher Betrachtung von Xenon im Grundzustand die Berücksichtigung eines zusätzlichen Gammas durch eine Kernabregung nicht notwendig ist. Der Q-Wert des Zerfalls von Xe-124 beträgt 2,8656 MeV, womit für dieses Isotop alle drei  $e^+$ DBD-Zerfallsmoden (2.3.2-2.3.4) möglich sind.

Die Untersuchung dieser Zerfälle ist besonders interessant, da keiner dieser Zerfallskanäle je nachgewiesen wurde, wodurch diese bisher nur im Rahmen der Theorie existieren. Mit einem 20t-LXe-TPC könnte jedoch trotz der geringen natürlichen Häufigkeit von 0,1% die Möglichkeit bestehen den Zerfall dieses Isotops durch einen oder mehrere Zerfallskanäle nachzuweisen. Zur Berechnung der erwarteten Anzahl von Zerfällen, werden die im Rahmen des QRPA bzw. PHFB-Modells berechneten Halbwertszeiten [Sin07] verwendet. Analog zur Analyse von Xe-134/Xe-136 wurde eine größere Anzahl von Events simuliert, um eine PDF für die einzelnen Zerfälle zu erstellen ( $2\nu\text{ECEC}$ :  $5 \cdot 10^6$ ,  $2\nu\beta\text{EC}$ :  $3 \cdot 10^6$ ). Das Ziel dieses Kapitels ist die qualitative Untersuchung der Möglichkeiten zum Nachweis der einzelnen Zerfälle von Xe-124 anhand der Gestalt der Energiespektren. Eine tatsächliche Aussage über die Sensitivität analog zu Kapitel 4 erfordert eine angepasste statistische Analyse.

## 5.1. Der $2\nu$ ECEC-Zerfall

Die beiden erzeugten Neutrinos tragen die vollständige freiwerdende Energie in Form von kinetischer Energie aus dem Detektor. Wie bereits erwähnt ist keine Gammalinie zu beachten. Dadurch stammt das einzige Signal dieses Zerfalls im Detektor aus der Abregung der Elektronenhülle, womit die Betrachtung der Röntgenlinien (5.1.1) und Auger-Elektronen-Energien (5.1.2) mit den zugehörigen Intensitäten von Bedeutung ist.

Linie	Übergang	$E_{\text{Linie}}(\text{keV})$	Intensität
$K_{\alpha 1}$	$L_3 \rightarrow K$	27,472	46,4
$K_{\alpha 2}$	$L_2 \rightarrow K$	27,202	25,0
$K_{\beta 1}$	$M_3 \rightarrow K$	30,995	8,21
$K_{\beta 2}$	$N_2N_3 \rightarrow K$	31,704	2,37
$L_{\alpha 1}$	$M_5 \rightarrow L_3$	3,769	3,2

**Tabelle 5.1.1.:** Auflistung ausgewählter charakteristischer Röntgenlinien der K- und L-Schale von Tellur nach der Intensität der Linien ([Fir96a]) geordnet. Eine vollständige Liste der Linien befindet sich im Anhang (Tabelle A.5.1).

Die Energie und Intensität der  $L_{\alpha 1}$ -Linie zeigt das in Abschnitt (2.3.3) bereits erwähnte Problem der zu niedrigen Energien der L-Schalen-Röntgenphotonen. Bei einer angenommen unteren Auflösungsgrenze von 10 keV ist der doppelte  $L_{\alpha 1}$ -Elektroneneinfang nicht nachweisbar. Diese Aussage trifft auf alle L-Linie zu, da deren Energien zwischen 3,335 keV( $L_I$ ) und 4,829 keV( $L_{\gamma 2,3}$ ) liegen. Für Elektroneneinfänge von höheren Schalen (M,N,...) gilt, neben der viel kleineren Intensität, die gleiche Aussage bzgl. der Energien. Des Weiteren ist die Wahrscheinlichkeit für einen Einfang eines K-Schalen-Elektrons im Vergleich zu den höheren Schalen am größten, wodurch der Nachweis der ECEC-Zerfallsmodus hauptsächlich über den doppelten K-Schaleneinfang abläuft. Damit besteht die Signatur dieses Zerfalls im Detektor aus der vielfältigen Kombination der  $K_{\alpha,\beta}$ -Linien und den Auger-Elektronen-Linien.

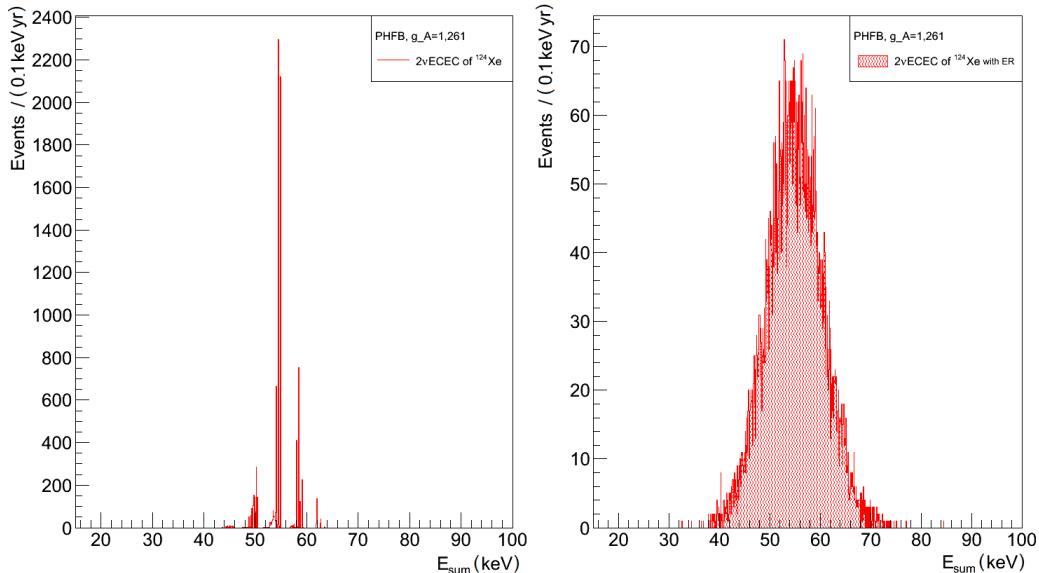
Linie	$E_{\text{Auger}}(\text{keV})$	Intensität (%)
K- $L_1L_1$	21,81	0,95
K- $L_1L_2$	22,13	1,14
K- $L_1L_3$	22,44	1,42
K- $L_3L_3$	22,988	1,57
K- $L_2L_3$	22,71	3,1

**Tabelle 5.1.2.:** Auswahl der Auger der K- und L-Schale von Tellur, geordnet nach der Intensität der Linien, wobei nur Linien mit einer Intensität  $\geq 1\%$  berücksichtigt wurden.([Fir96a])

Diese Kombinationsvielfalt ist in (5.1.1,links) dargestellt, wobei die theoretischen Voraussagen (Tab.: A.5.2) den Rahmen der verwendeten Statistik bilden. Die im Vergleich zu den anderen Zerfallsmoden kürzere Halbwertszeit bewirkt eine gute Statistik. Dabei weisen speziell die möglichen Kombinationen mit der  $K_{\alpha}$ -Linie ein hohes Potential für den

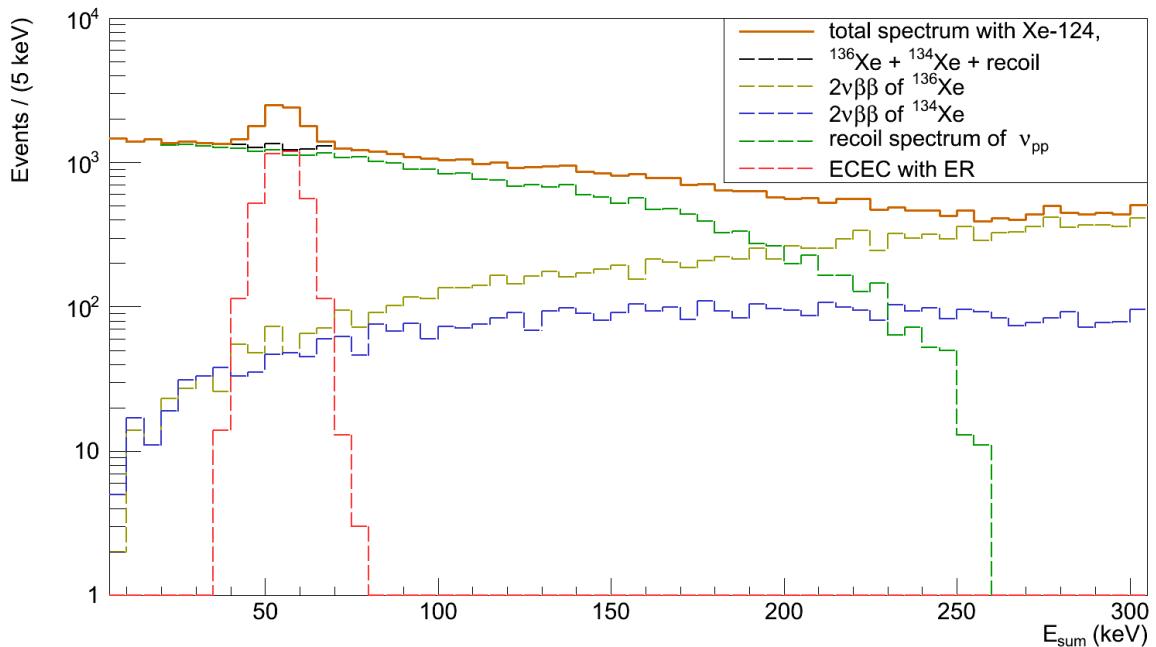
Nachweis dieses Zerfalls auf.

Ein wichtiger Aspekt hierbei ist die Berücksichtigung der Energieauflösung. Da keine verlässlichen Daten für diese bzgl. der verwendeten Geometrie vorhanden sind, werden Angaben bzgl. des XENON100-Experiments verwendet. Die in [Apr12b] angegebene Energieauflösung  $\sigma(E)/E$  im Bereich um 50 keV beträgt etwa 9%, wobei die Energieauflösung je nach Zielstellung des Experiments für verschiedene Energieränge optimiert wird. Da es sich im konkreten Fall um ein DM-Experiment handelt, wird eine sehr gute Energieauflösung im Bereich 0-100 keV angestrebt. Damit könnte eine Auflösung für die verwendete Geometrie von <9% für den betrachteten Energierange möglich sein. In Abbildung 5.1.1 ist der Einfluss der angenommenen Energieauflösung auf das Röntgenspektrum von Tellur dargestellt. Aus dem Linienspektrum ist eine gaußförmige Energieverteilung mit einem Maximum bei etwa  $2 \cdot E_{K,\alpha}$  entstanden. Jedoch muss beachtet werden, dass das gewählte Binning (0,1 keV / Bin) nicht an die Energieauflösung angepasst ist. Für weiterführende Betrachtungen wurde dazu ein angepasstes Binning von 5 keV / Bin gewählt.



**Abbildung 5.1.1.: Links:** Darstellung verschiedener möglicher Kombinationen der Abregungen der Elektronenhülle von Tellur auf Basis der Intensität der einzelnen Linien  
**Rechts:** Auswirkung von 9% Energieauflösung auf das gezeigte Linienspektrum von Tellur.

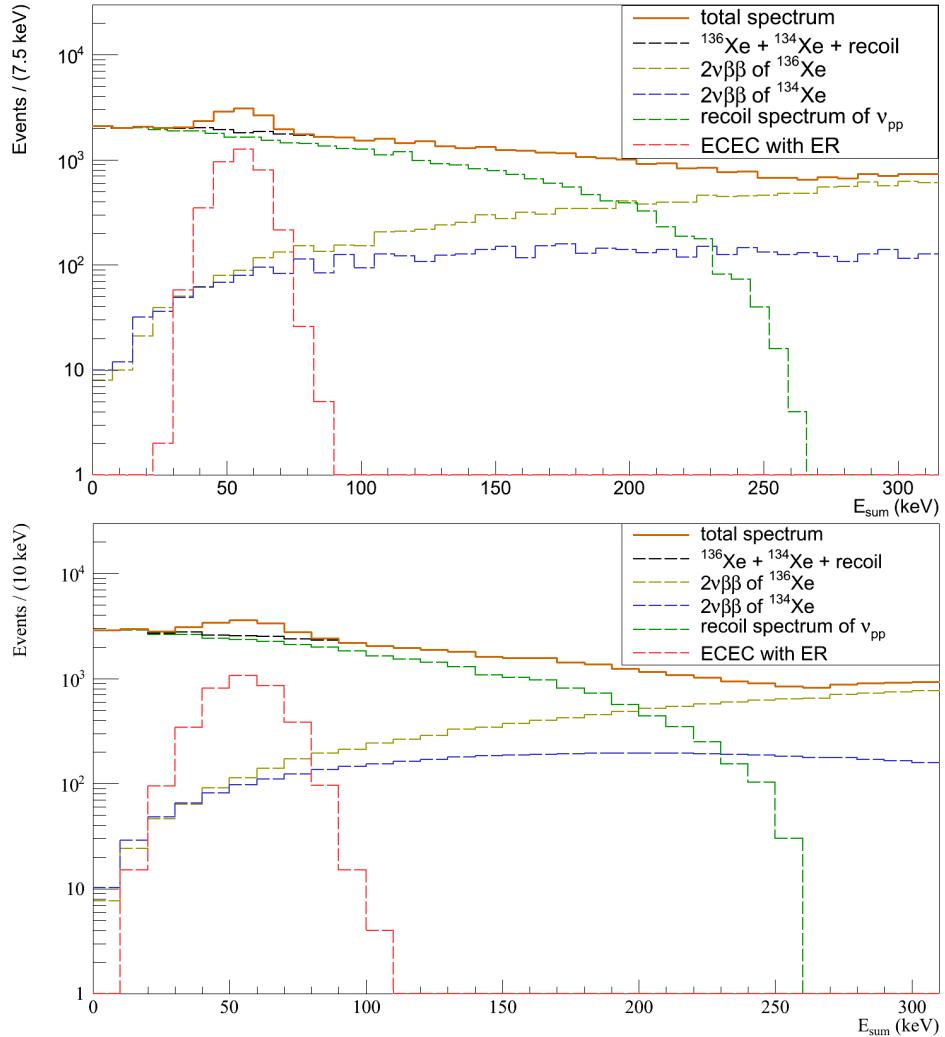
Um eine Aussage über die Sensitivität auf diese Zerfallsmodi zu treffen, muss der Zerfall in Verbindung mit den übrigen Reaktionen betrachtet werden. Dabei sind speziell die Spektren der pp-Neutrinos bzw. die Doppel-Beta-Spektren von  $^{134,136}\text{Xe}$  von Interesse. Die  $\beta\text{EC}$ -Zerfallsmodus von Xe-124 hat in diesem Energiebereich keinen Einfluss. In (5.1.2) ist der für diesen Zerfall relevante Bereich des Spektrums unter Berücksichtigung der genannten Untergrundquellen gezeigt. Es zeigt sich ein deutlicher Peak bei der doppelten  $K_{\alpha}$ -Linienenergie mit einer Breite von etwa 20 keV. Der dominierende Untergrund in diesem Energiebereich röhrt von den pp-Neutrinos her, wobei die Beiträge von Xe-134 und Xe-136 in etwa gleich sind. Der Neutrino-Untergrund könnte nur durch die Unterscheidung von Neutrino- und Röntgen-Ereignissen reduziert werden. Dies ist jedoch nicht möglich, da beide Reaktionen die gleiche Gestalt im Detektor aufweisen. Es lässt sich anschaulich sagen, dass der Peak im kombinierten Spektrum in etwa um einen Faktor 2 oberhalb des Untergrunds liegt und damit signifikant ist. Der Nachweis des  $2\nu$ KK-Zerfalls für die Vorhersage des PHFB-Modells ( $g_A=1$ ) kann somit als möglich angesehen werden. Da diese im Vergleich zu den weiteren berechneten HWZ die geringste Statistik bietet, gilt diese Aussage auch für alle weiteren theoretischen Vorhersagen.



**Abbildung 5.1.2.:** Ausschnitt des Energiespektrums für den  $2\nu$ KK-Einfang (PHFB  $g_A=1$ ) unter Berücksichtigung der verschiedenen Untergrundquellen mit einer Energieauflösung von 9% bei 50 keV ( $\sigma_E/E$ ). Hierbei wurde eine Halbwertszeit von  $5 \cdot 10^{24}$  yr für Xe-134 angesetzt. Dazu wurde weiterhin Szenario III mit 0,1% Resthäufigkeit von Xe-136 berücksichtigt. Die Statistik beruht auf  $T_{MZ}=5$  yr.

Wie bereits erwähnt, existiert bisher keine verlässliche Prognose zur Energieauflösung. Dies impliziert die Frage nach einer Auflösungsgrenze für den Nachweis des  $2\nu$ ECEC-

Zerfalls. In (5.1.3) sind die zu (5.1.2) analogen Energiespektren mit einer angenommenen Energieauflösungen von 15 % bzw. 25 % dargestellt.



**Abbildung 5.1.3.:** Ausschnitt des Energiespektrums für den  $2\nu$ KK-Einfang (PHFB  $g_A=1$ ) unter Berücksichtigung der verschiedenen Untergrundquellen mit einer Energieauflösung von 15% bei 50 keV (oben) bzw. 25% bei 50 keV (unten). Hierbei wurde eine Halbwertszeit von  $5 \cdot 10^{24}$  yr für Xe-134 angesetzt. Dazu wurde weiterhin Szenario III mit 0,1% Resthäufigkeit von Xe-136 berücksichtigt. Die Statistik beruht auf  $T_{MZ}=5$  yr.

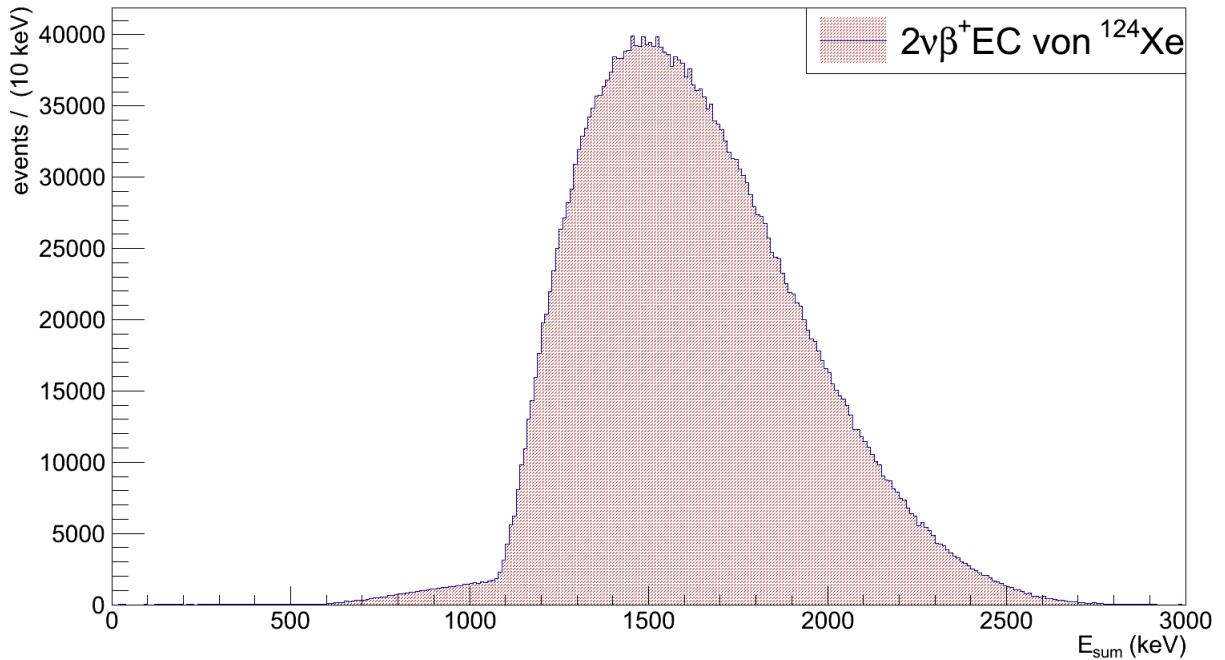
Für den Fall von 15 % ist im Vergleich zum Spektrum mit 9 % Energieauflösung eine Verbreiterung des Signals um den Faktor 2 auf 40 keV (FWHM) zur erkennen, wobei das Maximum der Verteilung um den gleichen Faktor reduziert wird. Der durch den Zerfall von Xe-124 im Gesamtspektrum entstehende Peak ist für die Annahme von  $\sigma_E/E = 0.15$  immer noch deutlich erkennbar mit einem Maximum, das etwa 75 % oberhalb des Untergrundes liegt. Damit kann die oben getroffene Aussage über die Nachweismöglichkeit des Zerfalls ebenfalls für diese Energieauflösung bestätigt werden. Für den Fall von  $\sigma_E/E = 0.25$  zeigt

sich eine weitere Verbreiterung des Peak mit einer zusätzlichen Reduzierung der Peak-Höhe. Im Gesamtspektrum liegt dieser um etwa 50 % oberhalb des Untergrundes. Dies ist anschaulich gesehen ausreichend für einen Nachweis des Zerfalls. Die Auflösungsgrenze für den Nachweis ist mit 25 % also noch nicht erreicht und liegt damit bei  $(\sigma_E/E)_{\text{Limit}} > 0.25$ . Da die zugrundeliegende DARWIN-Studie ein Experiment zur Suche nach dunkler Materie in Form von WIMPs beschreibt und das Signal dieser Teilchen im Bereich von 1-100 keV liegen wird, kann davon ausgegangen werden, dass die Energieauflösung in diesem Bereich optimiert ist. Voraussichtlich wird damit die Energieauflösung unterhalb der ermittelten Grenze liegen.

Aus den hier geführten anschaulichen Betrachtungen der Energiespektren lässt sich die Vermutung ableiten, dass ein Nachweis der  $2\nu$ KK-Mode im Rahmen der theoretischen Vorhersagen möglich ist. Dies müsste durch eine statische Analyse untermauert werden. Da sich das Signal auf einen kleinen Energiebereich beschränkt, bietet sich dazu die FC-Methode analog zu Kapitel 4.3.2 an.

## 5.2. Der $2\nu\beta^+EC$ -Zerfall

Das Spektrum der gemischten Mode im Detektor, das in (5.2.1) abgebildet ist, setzt sich aus der kinetischen Energie des Positrons<sup>1</sup>, der Energie der zwei Photonen aus der Paarvernichtung des Positrons mit einem Elektron im Xenon sowie einem Röntgenphoton/Auger-Elektronen aus der Abregung der Elektronenhülle zusammen.



**Abbildung 5.2.1.:** Darstellung des Spektrum des  $2\nu\beta^+EC$ -Zerfalls von Xe-124, wobei die verwendete Statistik  $3 \cdot 10^6$ -Zerfällen entspricht. Die Einträge mit  $E < 1022$  keV stammen von Events, bei denen die Photonen nicht ihre vollständige Energie im Detektor deponiert haben.

Der Nachweis dieses Zerfalls kann zum einen über den Beitrag zum totalen Energiespektrum erfolgen, zum anderen kann dieser auch über den Nachweis der beiden back-to-back-Photonen mit jeweils 511 keV Energie geschehen. Letztere Variante erfordert, dass beide Photonen ihr komplette Energie im Detektor deponieren und das die Ortsauflösung des Detektors dafür ausreichend ist. In diesem Rahmen wird die Topologie der Events vernachlässigt und ausschließlich die Form des Energiespektrums berücksichtigt, dass sich aus dem in Abbildung 5.2.1 gezeigten und weiteren Untergrundspektren zusammensetzt. Hierbei sind die Beiträge des  $2\nu\text{ECEC}$ - und des Xe-134-Zerfalls aufgrund der unterschiedlichen Lage der entsprechenden Energiebereiche ohne Bedeutung. Die Lage des Maximums der Verteilung bei etwa 1500 keV bedingt, dass im Rahmen der hier geführten Betrachtungen nur der Zerfall von Xe-136 als Untergrund in Frage kommt. Tabelle 5.2.1 zeigt die

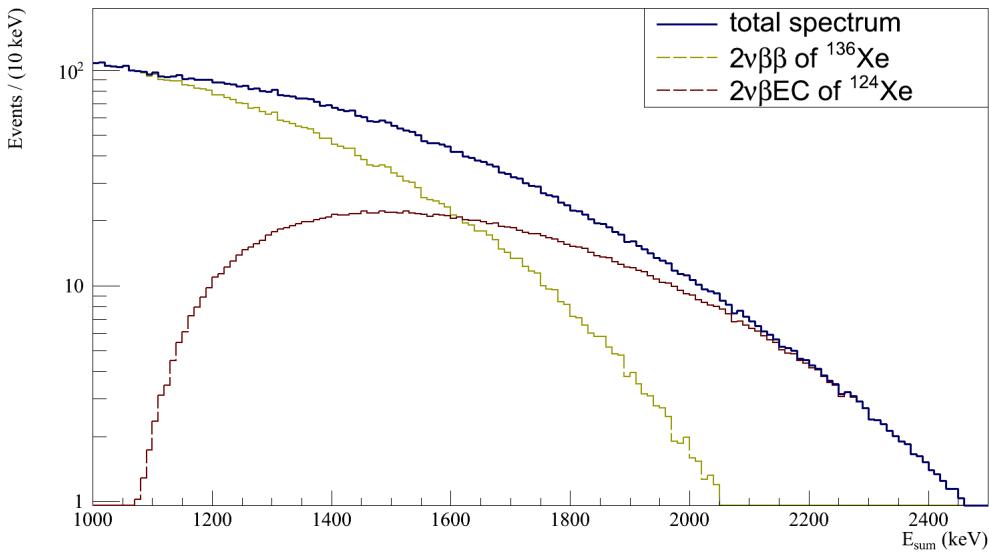
<sup>1</sup>Diese Energie entspricht einer  $\beta^+$ -Verteilung mit  $Q=1809,6$  keV. Dieser Wert ergibt sich aus dem vollem Q-Wert des Zerfalls abzüglich der Bindungsenergie der K-Schale von Tellur (34,6 keV [ea89]) und  $2m_e c^2$ .

Halbwertszeiten für verschiedene theoretische Modelle.

Theorie	$g_A$	$T_{1/2}^{124}$ (yr)	Zahl der Zerfälle ( $\text{yr}^{-1}$ )
PHFB	1,261	$8,347 \cdot 10^{22}$	847.69
PHFB	1	$2,111 \cdot 10^{23}$	335.18
QRPA	1,261	$3,001 \cdot 10^{22}$	2357.78
QRPA	1	$7,587 \cdot 10^{22}$	932.61

**Tabelle 5.2.1.:** Halbwertszeiten berechnet im Rahmen des PHFB- bzw. QRPA-Modells für verschiedene Kopplungskonstanten  $g_A$ [Sin07]. Die berechnete Zahl der Zerfälle berücksichtigt die Anzahl des Szenarios III. Wie Tabelle (A.4.3) zeigt, unterscheidet sich Anzahl der Xe-124-Kerne der verschiedenen Szenarien nur wenig voneinander. Die Auswahl des Szenarios ist also willkürlich, wobei die Abreicherung auf das Niveau von Szenario III i.A. am realistischsten ist.

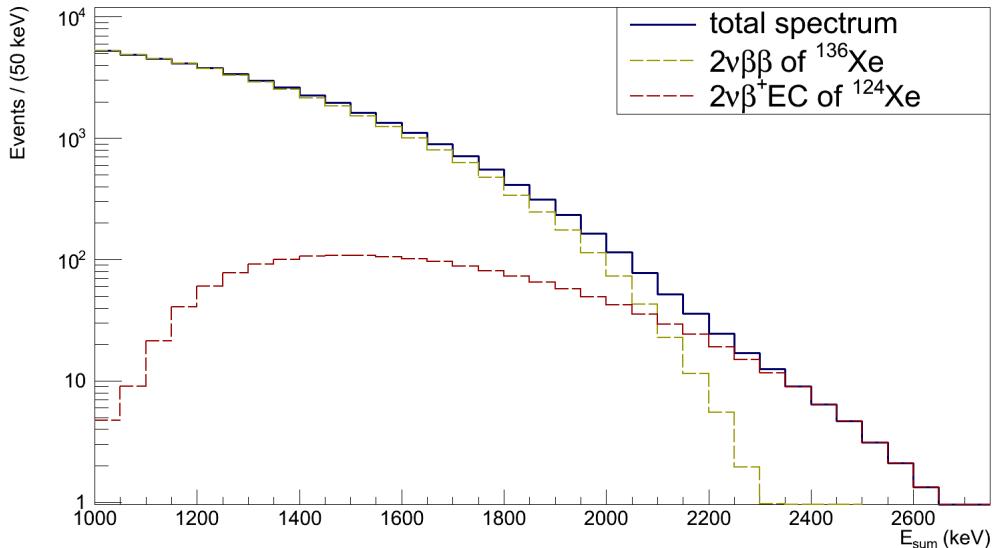
Die theoretische Vorhersage des PHFB ( $g_A=1$ ) bietet die geringste Statistik, wodurch zunächst die Betrachtung des kombinierten Spektrums für diese Halbwertszeit in Abhängigkeit vom gewählten Szenario von Interesse ist. Abbildung (5.2.2) zeigt den relevanten Ausschnitt des Energiespektrums für Szenario I. Wie sich zeigt ist der Beitrag von Xe-124



**Abbildung 5.2.2.:** Ausschnitt des kombinierten Energiespektrums für den  $2\nu\beta^+EC$ -Zerfall von Xe-124 und  $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario I. In Grün ist der Anteil von Xe-124 abgebildet. Das vollständige Spektrum ist in (A.5.1) gezeigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer.

zum totalen Energiespektrum für diesen Fall signifikant, wobei speziell der Bereich des Energiespektrums ab 1600 keV von Interesse ist. Ab dieser Energie entspricht das Verhältnis der Ereignisse von Signal (Xe-124) zu Untergrund (Xe-136) gleich 1, wobei sich dieses für höhere Energien weiter in Richtung Signal verschiebt. Ab etwa 2050 keV besteht das Spektrum ausschließlich aus dem Signal von Xe-124.

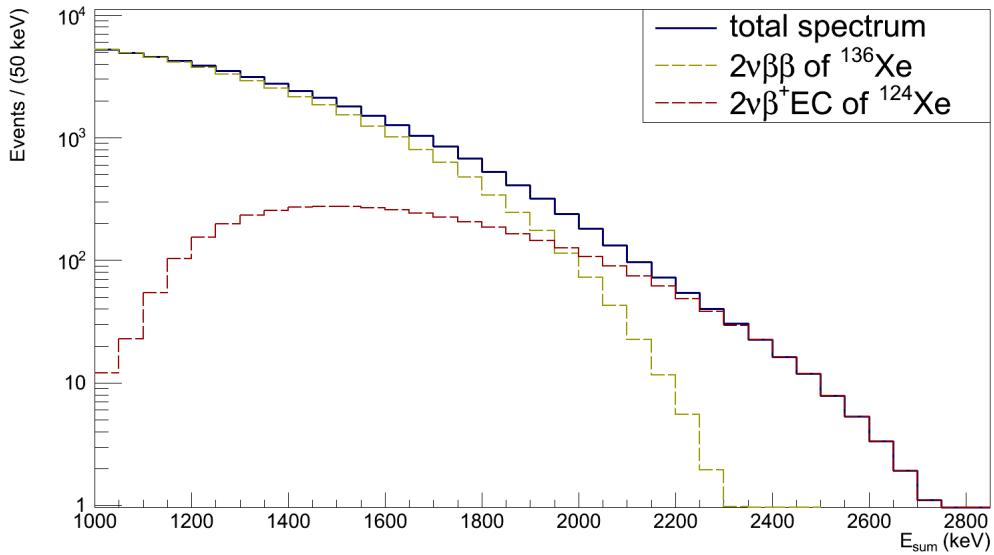
Dieses Szenario ist, wie im vorherigen Kapitel bereits erwähnt, im Vergleich zu den beiden anderen als best-case-Szenario anzusehen, wobei das Augenmerk eher auf Szenario III liegen sollte. Zusätzlich muss hier, wie im Kapitel 5.1, die Energieauflösungen im relevanten Energiebereich berücksichtigt werden. In [Apr12b] ist die Energieauflösung des Experimentes nur bis zu einer Energie von 1400 keV gegeben. In [Aug12b] hingegen ist für das EXO-200-Experiment eine Energieauflösung von etwa 2,5 % @ 2000 keV angegeben. Nun muss an dieser Stelle berücksichtigt werden, dass beide Experimente unterschiedliche Zwecke verfolgen und somit auch die Detektor auf unterschiedliche Energiebereiche optimiert sind. Der Vergleich der Energieauflösungen beider Experimente im Energiebereich zwischen 500 und 1400 keV zeigt, dass der XENON100-Detektor eine bessere Energieauflösung besitzt. Es ist nicht eindeutig, welchen zusätzlichen Einfluss der Größenunterschied beider Experimente hat. Als Referenz wird im Folgenden die Angabe von EXO-200 verwendet.



**Abbildung 5.2.3.:** Ausschnitt des kombinierten Energiespektrums für den  $2\nu\beta^+EC$ -Zerfall (PHFB mit  $g_A=1$ ) von Xe-124 und  $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario III. Dabei wurde eine Energieauflösung von 2,5 % @ 2 MeV berücksichtigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer.

In Darstellung 5.2.3 ist das Energiespektrum unter Berücksichtigung dieser Energieauflösung für den Bereich ab 1 MeV unter der Annahme von SIII und der PHFB-Vorhersage gezeigt. Der für den Nachweis des Zerfalls von Xe-124 interessante Energiebereich verschiebt sich im Vergleich zu (5.2.2) auf höhere Energien, wobei das S/B-Verhältnis hier ab 2,1 MeV den Wert von 1 annimmt. Zusätzlich sinkt die Höhe des Untergrundspektrums von Xe-136 erst ab 2,3 MeV auf  $leq 1$ . Der relevante Energiebereich ist somit 2,1 bis 2,6 MeV. Es ist jedoch die Höhe der Signals im Vergleich zur Messdauer zu beachten. Im von Xe-124 dominierten Bereich ab 2,3 MeV sinkt die Höhe des Spektrums von 20 auf weniger als 5 Events bei einer berücksichtigten Messdauer von 5 Jahren. Dadurch ist es sehr

wahrscheinlich, dass zusätzliche, an dieser Stelle nicht berücksichtigte, Untergrundquellen das potentielle Signal von Xe-124 überdecken. Es bietet sich also an die gleiche Überlegung für ein verändertes Verhältnis von Xe-136 und Xe-124 durchzuführen. Wie bereits erwähnt ist SIII das realistischste Szenario, wodurch die Verschiebung des Verhältnisses durch die Wahl einer niedrigeren Halbwertszeit im Vergleich zu Wahl eines anderen Szenarios zu bevorzugen ist. In Abbildung 5.2.4 ist das Spektrum gezeigt, dass die Vorhersage des PHFB-Modells für den Kopplungsfaktor  $g_A=1,261$  berücksichtigt.



**Abbildung 5.2.4.:** Ausschnitt des kombinierten Energiespektrums für den  $2\nu\beta^+EC$ -Zerfall (PHFB mit  $g_A=1,261$ ) von Xe-124 und  $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario III. Dabei wurde eine Energieauflösung von 2,5 % @ 2 MeV berücksichtigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer.

Es zeigt sich, dass für Signal zu Untergrund bereits ab 1800 keV ein Verhältnis von 1:2 vorliegt und ab etwa 2 MeV ein Verhältnis von 1:1. Zusätzlich ist die erwartete Anzahl von Ereignissen in diesem Energiebereich im Vergleich zu der oben beschrieben Situation für  $g_A=1$  um etwa 1 Größenordnung höher, womit andere Untergrundquellen einen geringeren Einfluss auf die Nachweiswahrscheinlichkeit haben. Somit kann eine qualitativer Nachweis für die hier vorausgesetzte HWZ von Xe-124 durch die resultierende Abweichung vom Xe-136-Spektrum als möglich angesehen werden.

In Abbildung A.5.1 ist ebenfalls die alternative Variante der Verschiebung des Verhältnisses zwischen Signal und Untergrund dargestellt. Auch hier zeigt sich eine zum Nachweis ausreichende Abweichung des summierten Spektrums vom Xe-136 Spektrum ab etwa 1900 keV. Die Vorhersagen des QRPA-Modells zur Halbwertszeit ergeben eine höhere Anzahl von erwarteten Zerfällen im Vergleich zum PHFB-Modell. Da gezeigt wurde, dass der Nachweis der gemischten Zerfallsmodi von Xe-124 für Szenario III unter Berücksichtigung der PHFB-Vorhersage ( $g_A=1,261$ ) möglich ist, kann geschlussfolgert werden, dass diese Aussage auch für die QRPA-Vorhersagen zutrifft.

Diese rein auf der Gestalt des Energiespektrums getroffene Aussage bzgl. der Nachweiswahrscheinlichkeit muss durch eine statistische Analyse bestätigt werden. Hierzu bietet sich die in Kapitel 4.4 verwendet EML-Fit-Methode an, da sich das Signal dieser Zerfallsmodus über einen großen Energiebereich erstreckt.

### 5.3. Der $2\nu\beta^+\beta^+$ -Zerfall

Das Signal dieser Zerfallsmodus wird durch die 4 Photonen<sup>2</sup> mit jeweils 511 keV und dem Doppel-Beta-Spektrum der beiden Positronen<sup>3</sup> bestimmt. Damit ergibt sich neben der statistischen Betrachtung des Zerfalls wiederum die Möglichkeit des Nachweises dieses Zerfalls mittels der back-to-back-Photonen. In Tabelle 5.3.1 sind die theoretischen Vorhersagen für die Halbwertszeiten und die daraus resultierende Erwartung für die Zahl der Zerfälle angegeben.

Theorie	$T_{1/2}^{124}$ (yr)	Zahl der Zerfälle ( $\text{yr}^{-1}$ )
PHFB, $g_A=1,261$	$3,02 \cdot 10^{27}$	0,0235
PHFB, $g_A=1$	$7,62 \cdot 10^{27}$	0,0093
QRPA, $g_A=1,261$	$1,4 \cdot 10^{27}$	0,0505
QRPA, $g_A=1$	$3,54 \cdot 10^{27}$	0,02

**Tabelle 5.3.1.:** Halbwertszeiten berechnet im Rahmen des PHFB- bzw. QRPA-Modells für verschiedene Kopplungskonstanten  $g_A$ [Sin07]. Die berechnete Zahl der Zerfälle berücksichtigt die Anzahl des Szenarios III. Wie Tabelle (A.4.3) zeigt, unterscheidet sich Anzahl der Xe-124-Kerne der verschiedene Szenarien nur wenig voneinander. Die Auswahl des Szenarios ist also willkürlich, wobei Abreicherung auf das Niveau von Szenario III i.A. am realistischsten ist.

Die sehr geringe Anzahl an erwarteten Events, die sich aus den Vorhersagen ergibt, sorgt dafür, dass ein Nachweis dieser Zerfallsmodus auf Basis einer statistischen Auswertung, oder des Taggings<sup>4</sup> auf eine Koinzidenz der 4 Gammas nicht möglich sein wird.

<sup>2</sup>Diese stammen aus der Paarvernichtung der beiden Positronen, wobei hier jeweils 2 back-to-back-Photonenpaare entstehen.

<sup>3</sup>Analog zur gemischten Mode steht für die Positronen nicht der volle Q-Wert des Zerfalls zur Verfügung, sondern  $Q \cdot 4m_e c^2 = 821,6$  keV.

<sup>4</sup>Dieses Verfahren stellt die Suche speziell nach einem Signal im Detektor dar.

## 5.4. Resümee

Die getroffenen Aussagen bzgl. des Nachweises der verschiedenen Zerfallsmoden basieren rein auf der Darstellung des kombinierten Energiespektrums. Eine statistische Analyse dieser Spektren mittels einer Zählmethode oder eines Maximum-Likelihood-Fits analog zu Kapitel 4.3.2 bzw. (4.4) würde diese Aussagen untermauern können.

Ein Hauptaspekt für die Sensitivität auf den doppelten K-Einfang ist die Energieauflösung im Bereich von 50 keV. Wie gezeigt wurde, ist der Nachweis dieses Zerfalls mit der im XENON100-Experiment erreichten Auflösung von 9 % (@ 50 keV) durch die vergleichsweise hohe Anzahl von Zerfällen möglich. Diese Aussage gilt für alle vier theoretischen Vorhersagen aus dem PHFB bzw. QRPA-Modell. Zusätzlich wurde die Form und Höhe des Peaks über dem Untergrund für Energieauflösung von 15 % bzw. 25 % (@ 50 keV) betrachtet und gezeigt, dass der Nachweis im Rahmen der theoretischen Vorhersagen und betrachteten Untergrundquellen ebenfalls möglich sein kann.

Für den Nachweis der  $2\nu\beta^+EC$ -Mode von Xe-124 wurde die im EXO-200-Experiment erreichte Energieauflösung von 2,5 % (@ 2 MeV) berücksichtigt. Für die längste Halbwertszeit (PHFB,  $g_A=1$ ) besteht die Möglichkeit des Nachweises im Rahmen von SI und SII. Für S III gilt dies jedoch nur bedingt, da sich das Signal / Untergrund-Verhältnis erst ab 2100 keV entsprechend zu Gunsten von Xe-124 verschiebt. Die Signalhöhe ist an diesem Punkt jedoch schon so gering, dass weitere Untergrundquellen<sup>5</sup> das Signal überdecken können. Jedoch könnte man für Events im Bereich oberhalb von 2 MeV eine Koinzidenz auf die beiden back-to-back-Photonen fordern, wodurch auch ein Nachweis für SIII möglich ist. Für die Vorhersage des PHFB mit  $g_A=1,261$  ist das Signal zu Untergrund-Verhältnis schon ab 1900 keV etwa 1:1, wodurch der Nachweis für alle drei Szenarien möglich ist. Der Nachweis für die beiden Vorhersagen des QRPA-Modells ist durch die im Vergleich zu PHFB-Modell kürzeren Halbwertszeiten für alle drei Szenarien möglich.

Die Suche nach den vier paarweise back-to-back-Photonen erweist sich für den Nachweis der  $2\nu\beta^+\beta^+$ -Mode als einzige potentielle Möglichkeit, wobei Probleme wie Energiedeposition außerhalb des sensitiven Detektorbereiches und ungenügend räumliche Auflösung neben der geringen Statistik die Haupthindernisse darstellen.

---

<sup>5</sup>An dieser Stelle sind die Gamma-Linien von Bi-214 und die Gamma-Linie von Tl-208 (2614 keV) von besonderer Bedeutung.

# 6. Zusammenfassung und Ausblick

Die Analyse bzgl. Sensitivität auf die Zerfälle von Xe-134 und Xe-124 erfordert die Berücksichtigung verschiedenster Aspekte. Es wurden drei Abreicherungszenarien auf Basis der Isotopenverteilung von KamLAND-Zen definiert, die eine Resthäufigkeit von 0,01%, 0,05% und 0,1% Xe-136 aufweisen.

Anschließend wurde mittels zweier Varianten die unbekannte Halbwertszeit von Xe-134 abgeschätzt, um ausgehend davon anhand des Vergleiches des kombinierten Summenenergiespektrums (Xe-134 & Xe-136) mit dem Spektrum Xe-136 eine region of interest (ROI) für den Nachweis des  $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls von Xe-134 zu definieren. Die Sensitivität auf den Nachweis dieser Zerfalls unter Berücksichtigung der ROI wurde im Anschluss mittels einer Feldman-Cousins-Analyse untersucht. Die Ergebnisse sind in (4.3.7) dargestellt. Der Vergleich mit den berechneten Halbwertszeiten von Xe-134 zeigt, dass diese durch die FC-Analyse nicht ausgeschlossen werden und damit der Nachweis erfolgen kann.

Durch die Größe des verwendeten Experiments ist es notwendig den Einfluss solarer pp-Neutrinos zu berücksichtigen. Dies geschah, indem ein extended Maximum-Likelihood-Fit erstellt und mittels dieser ebenfalls die Sensitivität auf den Nachweis des Zerfalls ermittelt wurde. Die Resultate dieser Methode sind in (4.4.4) abgebildet. Die Analyse zeigt, dass die Sensitivität des Experimentes ausreichende ist, um die berechneten Halbwertszeiten nachzuweisen.

Zusätzlich wurde qualitativ die Sensitivität bzgl. der einzelnen Zerfallsmoden von Xe-124 analysiert. Dabei wurde die Auswirkung der Energieauflösung auf den Nachweis der  $2\nu\text{KK}$ -Mode und der Einfluss der Resthäufigkeit von Xe-136 auf den Nachweis der gemischten  $2\nu\beta^+\text{EC}$ -Mode untersucht, wobei theoretische Vorhersagen des QRPA- bzw. PHFB-Modells bzgl. der Halbwertszeiten berücksichtigt wurden. Für die  $\beta^+\beta^+$ -Mode ergibt sich trotz des großen Volumens eine zu geringe Statistik ( $< 0,1$  Event / (yr)). Der generelle Nachweis dieses Zerfalls kann nur über das tagging auf die back-to-back-Photonen erfolgen. Die hier getroffenen Aussagen zum Nachweis von Xe-134, müssten um Effekte wie z.B. energieabhängige Energieauflösung erweitert werden. Als Grundlage dafür könnten die Angaben bzgl. der Energieauflösung von EXO-200 bzw. XENON100 dienen, wobei zu beachten ist, dass diese Aussagen durch die viel kleineren verwendeten Volumina nur begrenzt zutreffend sind. Ein weiterer wichtiger Punkt ist der, in Kapitel (4.4) erwähnte, Untergrund durch Kr-85 im Xenon. Das heißt, dass alle Aussagen bzgl. Xe-134 mit einem Limit an die Häufigkeit von Kr-85 im verwendeten Material versehen werden müssten. Zusätzliche Untergrundquellen (Zerfallsreihen, Nuklide) wurde hier ebenfalls vernachlässigt. Für den Nachweis der  $2\nu\beta\text{EC}$ -Mode von Xe-124 wäre z.B. die Gamma-Linie von  $^{208}\text{Tl}$  mit einer Energie von 2614 keV von Bedeutung. Der Einfluss dieser Nuklide wird oft durch die eine Einschränkung des berücksichtigten aktiven Volumen (fiducial volume cut) reduziert. Diese Einschränkung wurde hier nicht berücksichtigt, da die zu Grunde liegende Geometrie rein exemplarisch für die Gestalt eines solchen Experiments ist und die notwendigen Angaben

## *6 Zusammenfassung und Ausblick*

---

zur genauen Festlegung eines solchen Cuts (Isotopenreinheit der verwendeten Materialien, usw.) nicht zugänglich sind. In den aktuellen Präsentationen [Bau12] von DARWIN ist jedoch von einem aktiven Volumen von 10 t Xe die Rede. Auf Grund der getroffenen Einschränkungen sind die hier gezeigten Ergebnisse als optimistisch einzuschätzen. Die Berücksichtigung weiterer Untergrundquellen und die Einschränkung des Volumens würden realistischere Resultate liefern.

# Abbildungsverzeichnis

2.1.1.Darstellung des Einflusses der Spin-Bahnkopplung auf die Energieniveaus im Schalenmodell. Die Darstellung ist [Nav] entnommen. . . . .	4
2.2.1.Schematische Darstellung des Betaspektrums [Spr]. Die Übergangsenergie (transition energy) wird dabei auf das Elektron und das Neutrino aufgeteilt. . . . .	7
2.2.2.Darstellung der Isobaren für verschiedene Kernkonfigurationen[Phy13]. Links für ug-/gu-Kerne. Bei diesen verschwindet der Beitrag des Paarungsterms, wodurch nur eine Parabel gezeigt ist. Rechts ist das analoge Bild für uu-/gg-Kerne. Hier sind zwei Parabeln mit einem Unterschied von $2\delta$ gezeigt . . . . .	8
2.3.1.schematische Darstellung der Massenparabeln für das Szenario des doppelten Betazerfalls . . . . .	12
2.3.2.Energieniveauschema für A=48, Durch die Differenz $\Delta L=6$ ist der einfach Beta-Zerfall von $^{48}\text{Ca}$ so stark unterdrückt, dass der doppelte Beta-Zerfall dominiert[Fir96b]. . . . .	12
2.3.3.Darstellung des 2n-Mechanismus für den neutrinobegleiteten (links) und den neutrinoseligen (rechts) doppelten Beta-Zerfall[(UK] . . . . .	13
2.4.1.Darstellung der Energieverteilung auf Ionisation/Szintillation/Wärme in verschiedenen Experimenten zum direkten Nachweis für WIMPs [Kry12] . . . . .	19
2.4.2.Pulse-Shape-Diskrimination von Kernrückstößen (Blau) und Elektronenergienissen in flüssigem Argon [V.C13]. Die prompt fraction ist das Verhältnis der primären Szintillationsphotonen zur gesamten Anzahl von Photonen. . . . .	20
3.1.1.Skizze des Arbeitsprinzips eines Zwei-Phasen-TPCs [Obe12]. Die gezeigten Abmaße entsprechen dem XENON100-Detektor . . . . .	22
3.1.2.Schema des Aufbaus des Kryostaten und des darin enthaltenden Detektors: Kryostat (Grau), PMT-Arrays (Magenta/Orange), Gitternetzstrukturen(Anode,Kathode) (Grün) . . . . .	23
3.1.3.Schema der Drahtgitteranordnung um die Anoden (v.o.n.u.): oberes PMT-Array (Gelb/Orange/Magenta), Abschirmungsgitter (Grün), Anode (Grün), Vervielfältigungsgitter (Grün). Die graue Linie zwischen der Anode und dem Vervielfältigungsgitter ist das untere Ende der Haube, die der Fixierung der PMTs dient, wobei diese gleichzeitig die Grenze zwischen Gas- und flüssiger Phase darstellt. . . . .	24
3.2.1.Phasendiagramm von Xenon (entnommen aus [HH61]) . . . . .	26
3.2.2.Darstellung der Zerfallskurven der Szintillation in flüssigem Xenon (aus [ea83a] entnommen . . . . .	28

3.3.1.Skizze des Kryostaten als Beispiel für UnionSolids-Das Rohr stellt einen UnionSolid bestehend aus einem Zylinder und einem Torus dar, wohingegen der äußere Kryostat ein, aus zwei Kugelschalen und einem Hohlzylinder zusammengesetzter, UnionSolid ist. Diese beiden wurden ebenfalls zu einem UnionSolid zusammengefügt. . . . .	32
4.1.1.Schema des Zerfalls $^{136}\text{Xe} \longrightarrow ^{136}\text{Ba}$ [Fir96b] . . . . .	35
4.1.2.Darstellung des Summenenergiespektrums der Elektronen aus dem $2\nu\beta\beta$ -Zerfall von Xe-136, dessen Form auf der Simulation von $4 \cdot 10^6$ Zerfällen beruht. Zusätzlich ist das auf (2.3.13) basierte Energiespektrum ohne die Einbeziehung weiterer Effekte gezeigt. . . . .	36
4.1.3.Vergleich der simulierten Summenenergiespektren der einzelnen Szenarien	37
4.2.1.Schema des Zerfalls $^{134}\text{Xe} \longrightarrow ^{134}\text{Ba}$ [Fir96b] . . . . .	39
4.2.2.Vergleich des theoretischen und simulierten $2\nu\beta\beta$ -Spektrums von $^{134}\text{Xe}$ . Die Statistik repräsentiert eine Halbwertszeit von $1 \cdot 10^{23}$ yr und $T_{MZ}=1$ yr. Das theoretische Spektrum basiert auf Gleichung 2.3.13. Weitere Effekte wurden nicht berücksichtigt. . . . .	40
4.3.1.Summenenergiespektrum von Xe-134 und Xe-136 und deren Superposition für nat. Xenon. unter Berücksichtigung der in Kap. 4.1 angegebenen Halbwertszeit von Xe-136 . . . . .	42
4.3.2.Ausschnitt des Energiespektrums inkl. der einzelnen Komponenten nach einer Messzeit $T_{MZ}=5$ yr, unter der Annahme von $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24}$ yr. . . . .	43
4.3.3.Ausschnitt des Energiespektrums inkl. der einzelnen Komponenten nach einer Messzeit $T_{MZ}=5$ yr, unter der Annahme von $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25}$ yr. In (A.4.1) ist das vollständige Energiespektrum für die beiden angenommenen Halbwertszeiten gezeigt. . . . .	44
4.3.4.Ausschnitt des Energiespektrums inkl. der einzelnen Komponenten, unter der Annahme von $T_{MZ}=5$ yr & $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24}$ yr (oben) $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25}$ yr (unten). . . . .	45
4.3.5.Ausschnitt des Energiespektrums für Szenario III, unter der Annahme von $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24}$ yr (oben) bzw. $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25}$ yr (unten) und einer Messzeit von 5 Jahren für beide Halbwertszeiten. . . . .	46
4.3.6.Verteilung der Häufigkeiten $h(N_{\text{Signal}}^{\text{O.L.}})$ der mit der FC-Methode bestimmten oberen Limits an die Anzahl der Signalevents, die mit der Nullhypothese vereinbar sind. (Parameter: 90 % C.L. ; SI ; $T_{MZ}=1,5$ yr, $N_{exp}=10000$ ) . . .	47
4.3.7.Untere Limits an die $2\nu\beta\beta$ -HWZ von Xe-134 in Abhängigkeit von der Messdauer (run time=rt), die aus der FC-Analyse für die drei in (4.1.1) definierten Szenarien resultieren. Die mit einem Stern markierten Punkte entsprechen den für diskrete Messdauern ermittelten unteren Limits (FC-Limit). Die farbigen Linien stellen den Verlauf der Funktion $T_{Limit}(rt)$ dar. Zusätzlich ist zum Vergleich die mit Variante I berechnete HWZ von Xe-134 abgebildet. . . . .	48
4.4.1.Kombination der einzelnen erwarteten Spektren für Xe-134,Xe-136 und pp-Neutrinos für Szenario III und einer angenommenen Halbwertszeit für Xe-134 von $7,5 \cdot 10^{23}$ yr . . . . .	50

4.4.2. Beispiel für den EML-Fit an das kombinierte Spektrum für Szenario I, $T_{MZ}=5$ yr und eine angenommene Halbwertszeit von $5 \cdot 10^{25}$ yr, . . . . .	51
4.4.3. Verteilung der durch den EML-Fit ermittelten Halbwertszeiten für Xe-134 und der Nullhypothese unter der Annahme der S III entsprechenden Abreicherung, einer run time von 5 yr und $N_{exp.}=10000$ . Die senkrechte Rote Linie entspricht der Grenze zwischen Akzeptanz- und Ablehnungsbereich der Nullhypothese. Die gewählte Signifikanz für diese Einteilung entspricht $\alpha=0,9$ . . . . .	52
4.4.4. 90 % C.L. auf $T_{1/2}^{134}$ in Abhängigkeit von der Messdauer (run time) für die definierten Szenarien. Dies entspricht der Sensitivität des Experiments auf den Zerfall von $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfall von Xe-134. . . . .	53
5.0.1. Schema des Zerfalls $^{124}Xe \longrightarrow ^{124}Ba$ [Fir96b] . . . . .	55
5.1.1. <b>Links:</b> Darstellung verschiedener möglicher Kombinationen der Abregungen der Elektronenhülle von Tellur auf Basis der Intensität der einzelnen Linien <b>Rechts:</b> Auswirkung von 9% Energieauflösung auf das gezeigte Linienspektrum von Tellur. . . . .	57
5.1.2. Ausschnitt des Energiespektrums für den $2\nu$ KK-Einfang (PHFB $g_A=1$ ) unter Berücksichtigung der verschiedenen Untergrundquellen mit einer Energieauflösung von 9% bei 50 keV ( $\sigma_E/E$ ). Hierbei wurde eine Halbwertszeit von $5 \cdot 10^{24}$ yr für Xe-134 angesetzt. Dazu wurde weiterhin Szenario III mit 0,1% Resthäufigkeit von Xe-136 berücksichtigt. Die Statistik beruht auf $T_{MZ}=5$ yr. . . . .	58
5.1.3. Ausschnitt des Energiespektrums für den $2\nu$ KK-Einfang (PHFB $g_A=1$ ) unter Berücksichtigung der verschiedenen Untergrundquellen mit einer Energieauflösung von 15% bei 50 keV (oben) bzw. 25% bei 50 keV (unten). Hierbei wurde eine Halbwertszeit von $5 \cdot 10^{24}$ yr für Xe-134 angesetzt. Dazu wurde weiterhin Szenario III mit 0,1% Resthäufigkeit von Xe-136 berücksichtigt. Die Statistik beruht auf $T_{MZ}=5$ yr. . . . .	59
5.2.1. Darstellung des Spektrum des $2\nu\beta^+$ EC-Zerfalls von Xe-124, wobei die verwendete Statistik $3 \cdot 10^6$ -Zerfällen entspricht. Die Einträge mit $E < 1022$ keV stammen von Events, bei denen die Photonen nicht ihre vollständige Energie im Detektor deponiert haben. . . . .	61
5.2.2. Ausschnitt des kombinierten Energiespektrums für den $2\nu\beta^+$ EC-Zerfall von Xe-124 und $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario I. In Grün ist der Anteil von Xe-124 abgebildet. Das vollständige Spektrum ist in (A.5.1) gezeigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer. . . . .	62
5.2.3. Ausschnitt des kombinierten Energiespektrums für den $2\nu\beta^+$ EC-Zerfall (PHFB mit $g_A=1$ ) von Xe-124 und $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario III. Dabei wurde eine Energieauflösung von 2,5 % @ 2 MeV berücksichtigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer. . . . .	63
5.2.4. Ausschnitt des kombinierten Energiespektrums für den $2\nu\beta^+$ EC-Zerfall (PHFB mit $g_A=1,261$ ) von Xe-124 und $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario III. Dabei wurde eine Energieauflösung von 2,5 % @ 2 MeV berücksichtigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer. . . . .	64

A.2.1Energieniveaus der Isotope mit A=137 [FE04b]	78
A.2.2Darstellung des $\pi$ -Mechanismus für den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall[ea91]	79
A.3.1Aufbau des gesamten Detektors. Der äußere Detektor ist als Wasser-Veto konzipiert. Er besteht aus einem zylindrischen Tank (5m Radius, 10m Höhe) gefüllt mit ca. 3000t Wasser. Zusätzlich befinden sich 73 10 inch Photomultiplier im Tank, die das von äußerer Strahlung erzeugt Licht detektieren. Jedoch spielt dieses Veto für die durchgeführten Simulationen keine Rolle..	80
A.3.2Wirkungsprinzip einer Photomultipliertube [Ebe06]	81
A.3.3Darstellung der Antikorrelation zwischen Ionisations- und Szintillationsignal in flüssigem Xenon für 1 MeV Elektronen. Dabei ist $S/S_0$ das Verhältnis von gemessen Szintillationsintensität zur Szintillationsintensität bei $ E =0$ und $Q/Q_\infty$ ist das gemessen Ionisationsignal im Verhältnis zum angenommenen Ionisationsignal für ein unendlich starkes elektrisches Feld.[ea02]	81
A.3.4LET: Zusammenhang zwischen der Dichte an primären Elektron-Ion-Paaren und der Intensität des Szintillationssignals[ea02]	82
A.4.1vollständiges Summenenergiespektrum inklusive der einzelnen Komponenten des Spektrums für $T_{MZ}=5$ yr unter der Annahme von $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24}$ yr (oben), bzw. $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25}$ yr (unten).	87
A.4.2Verhältnis von Signal ( $N_{134}$ ) zu Untergrund ( $N_{136}$ ) für den relevanten Energiebereich zum Nachweis des Zerfalls von Xe-134. Hierbei wurde bzgl. der Abreicherung von Xe-136 Szenario I berücksichtigt. Die gewählten Halbwertszeiten für Xe-134 sind $5 \cdot 10^{24}$ yr (oben) und $1,714 \cdot 10^{25}$ yr (unten). . .	88
A.4.3Verhältnis von Signal ( $N_{134}$ ) zu Untergrund ( $N_{136}$ ) für den relevanten Energiebereich zum Nachweis des Zerfalls von Xe-134. Hierbei wurde bzgl. der Abreicherung von Xe-136 Szenario II berücksichtigt. Die gewählten Halbwertszeiten für Xe-134 sind $5 \cdot 10^{24}$ yr (oben) und $1,714 \cdot 10^{25}$ yr (unten). . .	89
A.4.4Verhältnis von Signal ( $N_{134}$ ) zu Untergrund ( $N_{136}$ ) für den relevanten Energiebereich zum Nachweis des Zerfalls von Xe-134. Hierbei wurde bzgl. der Abreicherung von Xe-136 Szenario III berücksichtigt. Die gewählten Halbwertszeiten für Xe-134 sind $5 \cdot 10^{24}$ yr (oben) und $1,714 \cdot 10^{25}$ yr (unten). . .	90
A.4.5 <b>oben</b> : Neutrinostrahlung in Abhängigkeit von erzeugender Reaktion und Neutrinoenergie[Bah05], <b>unten</b> : Energiespektrum der Elektronen nach der Wechselwirkung mit pp-Neutrinos. In Blau ist das Spektrum / keV gegeben. Zur korrekten Summation dieses Spektrums mit den bereits gezeigten Spektren von Xe-134 und Xe-136 wurde eine 10 keV-Binning gewählt (dargestellt in Grün). Die für XENON100 in [Apr12b] gegebene Energieauflösung ist 4 % @200 keV bzw. 3 % @ 400 keV.	91

- A.5.1 **oben:** vollständige Darstellung des Summenenergiespektrums für Szenario I nach 5 Jahren Messdauer unter Berücksichtigung der Zerfälle von  $^{124}\text{Xe}$  ( $\beta^+\text{EC}$ ) &  $^{134,136}\text{Xe}$  und dem Betrag der pp-Neutrinos. Für den Nachweis des Zerfalls von Xe-124 ist die hier gewählte Halbwertszeit  $T_{1/2}^{134}$  nicht von Bedeutung. **unten:** Ausschnitt des kombinierten Summenenergiespektrums für den  $2\nu\beta^+\text{EC}$ -Zerfall (PHFB mit  $g_A=1$ ) von Xe-124 und  $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario II. Dabei wurde eine Energieauflösung von 2,5 % @ 2 MeV berücksichtigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer.

# Tabellenverzeichnis

2.3.1.Liste der $\beta^- \beta^-$ -Isotope mit einem $Q > 2$ MeV. Die natürlichen Häufigkeiten wurden [FB92] entnommen. . . . .	13
3.2.1.Physikalische Eigenschaften von Xenon (entnommen aus [AD10]) . . . . .	25
3.2.2.Übersicht der Parameter zu Szintillation in Xenon (entnommen aus [AD10, ea83b]) . . . . .	29
3.2.3.Liste ausgewählter Xenonisotope geordnet nach der Halbwertszeit. Die Angaben für $E_X$ entsprechen bei allen Zerfällen außer IT dem Q-Wert der Reaktionen. Die Werte sind aus [toi13],[FE04a],[ea89] übernommen. . . . .	30
3.2.4.Liste der für diese Arbeit relevanten langlebigen Xenonisotope. Die theoretischen Halbwertszeiten für Xe-124 und Xe-126 wurden [Sin07] entnommen. Das untere Limit für Xe-134 entstammt [ea89] und der Messwert inkl. Fehler von Xe-136 entspricht der Angabe der KamLAND-Zen-Kollaboration [Gan12])	30
4.1.1.physikalische Werte des Zerfall von Xenon-136[Gan12],[ea07] . . . . .	35
4.1.2.Übersicht der aktuellen Experimente mit angereicherten Xenon [Gan12], [Aug12a] . . . . .	36
4.1.3.Definition der drei verwendeten Szenarien zur Abreicherung von Xe-136, $f_i^{Tail}$ ist hier der Anteil der Isotope im Tail, $N_{Stream}$ die Ausgangsstoffmenge in mol bzw. g . . . . .	37
4.2.1.relevante physikalische Werte des Zerfall von Xenon-134 [ea12b] . . . . .	39
4.2.2.Ergebnisse der Berechnung der HWZ basierend auf $[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)}  M_{(2\nu)}^{eff} ^2$ unter Berücksichtigung der effektiven Kopplungsstärke $g_{A,eff}$ und $g_A = 1,269$	41
4.3.1.Anzahl der zu erwartenden Doppel-Beta Zerfälle im Detektor in Abhängigkeit von der Halbwertszeit. Die Zahlen beruhen auf der in Tabelle (A.4.3) gegebenen Anzahl der Atomkerne. Die Erwartungen für Xe-136 entsprechen den einzelnen Abreicherungsszenarien. . . . .	43
5.1.1.Auflistung ausgewählter charakteristischer Röntgenlinien der K- und L-Schale von Tellur nach der Intensität der Linien ([Fir96a]) geordnet. Eine vollständige Liste der Linien befindet sich im Anhang (Tabelle A.5.1). . . . .	56
5.1.2.Auswahl der Auger der K- und L-Schale von Tellur, geordnet nach der Intensität der Linien, wobei nur Linien mit einer Intensität $\geq 1\%$ berücksichtigt wurden.([Fir96a]) . . . . .	56

5.2.1.Halbwertszeiten berechnet im Rahmen des PHFB- bzw. QRPA-Modells für verschiedene Kopplungskonstanten $g_A$ [Sin07]. Die berechnete Zahl der Zerfälle berücksichtigt die Anzahl des Szenarios III. Wie Tabelle (A.4.3) zeigt, unterscheidet sich Anzahl der Xe-124-Kerne der verschiedenen Szenarien nur wenig voneinander. Die Auswahl des Szenarios ist also willkürlich, wobei die Abreicherung auf das Niveau von Szenario III i.A. am realistischsten ist. . . . .	62
5.3.1.Halbwertszeiten berechnet im Rahmen des PHFB- bzw. QRPA-Modells für verschiedene Kopplungskonstanten $g_A$ [Sin07]. Die berechnete Zahl der Zerfälle berücksichtigt die Anzahl des Szenarios III. Wie Tabelle (A.4.3) zeigt, unterscheidet sich Anzahl der Xe-124-Kerne der verschiedene Szenarien nur wenig voneinander. Die Auswahl des Szenarios ist also willkürlich, wobei Abreicherung auf das Niveau von Szenario III i.A. am realistischsten ist. . . . .	65
A.2.1Liste der Vorfaktoren der Bethe-Weizsäcker-Massenformel. Die Werte stammen aus experimentell bestimmten Kernmassen. Die Literaturangaben können variieren da sie für unterschiedliche Massenbereiche optimiert sind. [MK02] . . . . .	78
A.3.1Liste der Xenonisotope 110-134, Die Angaben für $E_X$ entsprechen bei allen Zerfällen außer IT dem Q-Wert der Reaktionen.[toi13],[FE04a],[ea89],[Gan12],[TZ02] . . . . .	83
A.3.2Liste der Xenonisotope 134-147; Die Angaben für $E_X$ entsprechen bei allen Zerfällen außer IT dem Q-Wert der Reaktionen.([toi13],[FE04a]) . . . . .	84
A.4.1Liste der Isotope im Produkt nach der Anreicherung mit einer Häufigkeit des Isotopes $^{136}\text{Xe}$ im Rest, wobei diese Angaben für alle in Tabelle 4.1.3 definierten Szenarien zutreffend sind. Die restlichen Angaben basieren auf den Annahmen bzgl. $^{124}\text{Xe}$ und $^{130-132}\text{Xe}$ . Die Kernmasse wurde mit (2.1.2) unter Berücksichtigung von (2.1.3) berechnet. u ist die Atomare Masseneinheit mit $u = 931.494061\text{MeV}/c^2$ [NIS13] . . . . .	84
A.4.2Liste der Isotope im Rest nach der Anreicherung mit einer Häufigkeit des Isotopes $^{136}\text{Xe}$ im Rest, die den in Tabelle 4.1.3 definierten Szenarien entsprechen. Die restlichen Angaben basieren auf den Annahmen bzgl. $^{124}\text{Xe}$ und $^{130-132}\text{Xe}$ . Die Kernmasse wurde mit (2.1.2) unter Berücksichtigung von (2.1.3) berechnet. u ist die Atomare Masseneinheit mit $u = 931.494061\text{MeV}/c^2$ [NIS13] . . . . .	85
A.4.3Anzahl der Atomkerne im Tail nach der Abreicherung für die verschiedenen Szenarien . . . . .	85
A.4.4Ergebnisse Halbwertszeitberechnung für Xe-136 basierend auf $[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)}  g_A^2 m_e c^2 M_{(2\nu)} ^2$ . Der aktuelle Messwert ist $2,38 \cdot 10^{21} \text{yr}$ [Gan12] . . . . .	86
A.4.5Resultat der Berechnung der HWZ basierend auf $[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)}  g_A^2 m_e c^2 M_{(2\nu)} ^2$ , wobei $g_A = 1$ bzw. $g_A = 1,269$ die in der Literatur zu findenden Kopplungsstärken sind. . . . .	86
A.5.1charakteristischen Röntgenlinien der K-Schale von Tellur ([Fir96a]) . . . . .	92

A.5.2 Halbwertszeiten berechnet im Rahmen des PHFB- bzw. QRPA-Modells für verschiedene Kopplungskonstanten  $g_A$ [Sin07]. Die berechnete Zahl der Zerfälle berücksichtigt die Anzahl der Szenario III. Wie Tabelle (A.4.3) zeigt, unterscheidet sich Anzahl der Xe-124-Kerne der verschiedenen Szenarien nur wenig voneinander. Die Auswahl des Szenarios ist also willkürlich, wobei Abreicherung auf das Niveau von Szenario III i.A. am realistischsten ist. . 92

# A. Anhang

## A.1. Abkürzungsverzeichnis

- WIMP - Weak Interacting Massiv Particle
- LXe - Liquid Xenon / flüssig Xenon
- TPC - Time Projection Chamber
- R&D - Research and Development
- DARWIN - Dark matter WIMP search with Noble gases
- SUSY - Supersymmetry
- IBA/IBM - Interaction Boson Approximation/Model
- QRPA - quasi-particle Random Phase Approximation
- PHFB - projected Hartree-Fock-Bogoliobov Modell
- IUPAC - International Union of Pure and Applied Chemistry
- PDF - propability density function (Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung)

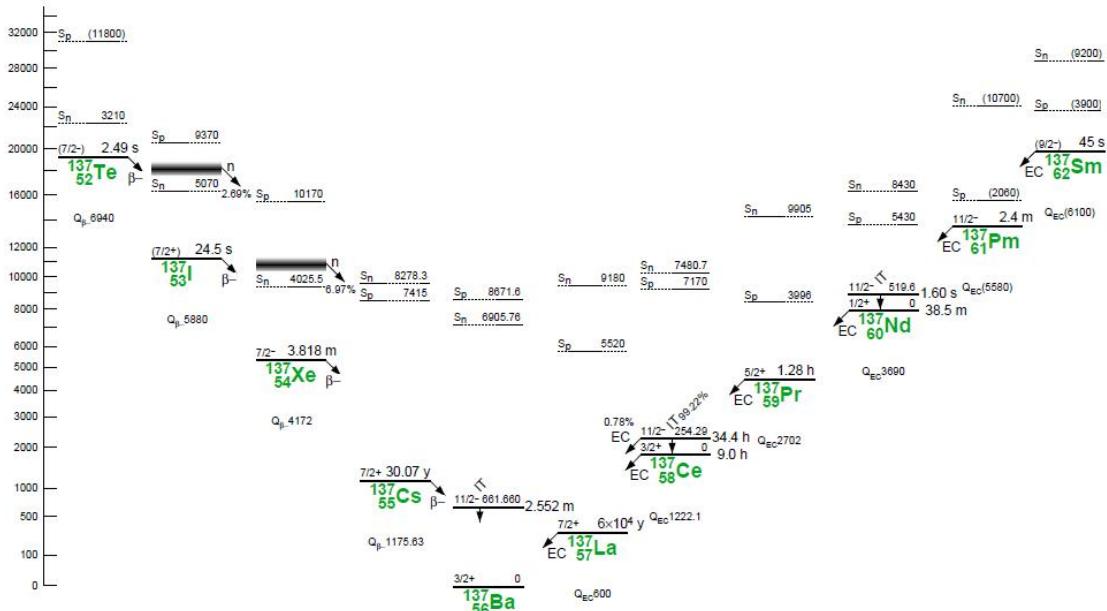
## A.2. Anhang: Theorie

### Vorfaktoren aus der Bethe-Weizsäcker-Massenformel

Vorfaktor	Wert (MeV)
$a_V$	15,85
$a_S$	18,34
$a_C$	0,71
$a_A$	92,86
$a_P$	11,46

**Tabelle A.2.1.:** Liste der Vorfaktoren der Bethe-Weizsäcker-Massenformel. Die Werte stammen aus experimentell bestimmten Kernmassen. Die Literaturangaben können variieren da sie für unterschiedliche Massenbereiche optimiert sind. [MK02]

### Beispiel für quadratischen Zusammenhang zwischen Protonzahl und Bindungsenergie

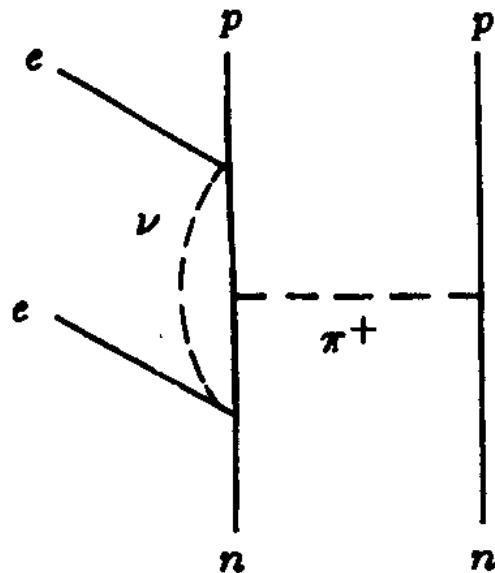


**Abbildung A.2.1.:** Energieniveaus der Isotope mit A=137 [FE04b]

Hier zeigt sich das  $^{137}\text{Ba}$  das stabilste Nuklid mit A=137 ist, somit gehen alle anderen Nuklide mit dieser Massenzahl schrittweise in Barium über. Dabei unterlaufen alle Nuklide mit  $Z < 56$  einem  $\beta^-$ -Zerfall und alle Nuklide mit  $Z > 56$  einem  $\beta^+$ -Zerfall bzw. einem Elektroneneinfang. Worin der Unterschied zwischen diesen beiden Zerfallsarten besteht und warum in Abbildung (A.2.1) alle Zerfälle mit EC gekennzeichnet sind, wird im Kapitel

(2.2.3) erläutert.

### Darstellung des $\pi$ -Mechanismus

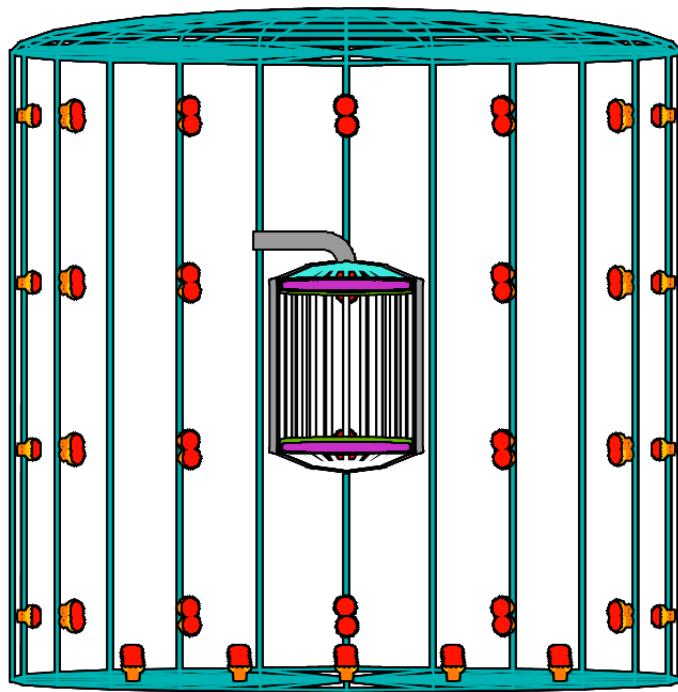


**Abbildung A.2.2.:** Darstellung des  $\pi$ -Mechanismus für den  $0\nu\beta\beta$ -Zerfall[ea91]

Der  $\pi$ -Mechanismus ist ein alternativer Mechanismus, zur Erklärung des doppelten Beta-Zerfalls, welcher jedoch für den  $0^+ \rightarrow 0^+$ -Übergang jedoch verboten ist.

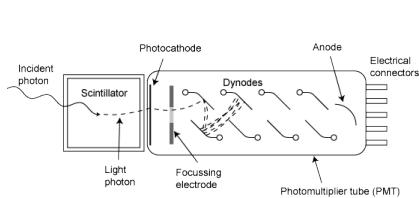
## A.3. Anhang: LXe-Detektoren für seltene Zerfälle

### A.3.1. Geometrie



**Abbildung A.3.1.:** Aufbau des gesamten Detektors. Der äußere Detektor ist als Wasser-Veto konzipiert. Er besteht aus einem zylindrischen Tank (5m Radius, 10m Höhe) gefüllt mit ca. 3000t Wasser. Zusätzlich befinden sich 73 10 inch Photomultiplier im Tank, die das von äußerer Strahlung erzeugt Licht detektieren. Jedoch spielt dieses Veto für die durchgeführten Simulationen keine Rolle.

### A.3.2. PMTs zur Detektion



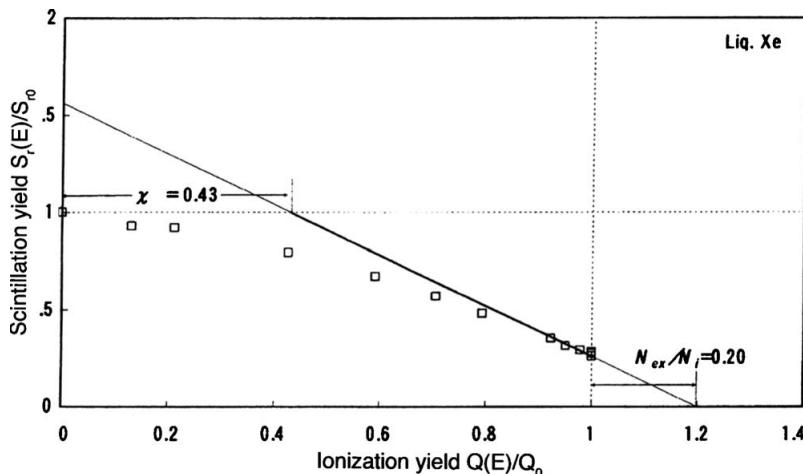
**Abbildung A.3.2.:** Wirkungsprinzip einer Photomultipliertube [Ebe06]

Das Prinzip eines PMT-Detektors ist so simpel wie wirkungsvoll. Das im Szintillator erzeugte Photon gelangt durch ein speielles Quartzglas hindurch auf eine Photokathode. Das Material, aus welchem das Glas und die Kathode bestehen, ist speziell ausgewählt um für die erwartete Wellenlänge des Lichtes eine optimale Effizienz und Durchlässigkeit zu bieten. Das in der Simulation verwendete Quartzglas besteht aus Siliziumoxid. Die PMTs besitzen eine Aluminium - Kathode. Das Photon löst beim Auftreffen ein Elektron aus der Kathode. Dieses wird über ein elektrisches Feld auf eine sogenannte Dynode beschleunigt und löst aus dieser wiederum

Elektronen heraus. Dieser Prozesse wiederholt sich vielfach, wodurch eine enorme Verstärkung des Signals (Faktor  $10^4 - 10^6$ ) entsteht. Damit können einzelne Photonen detektiert werden.

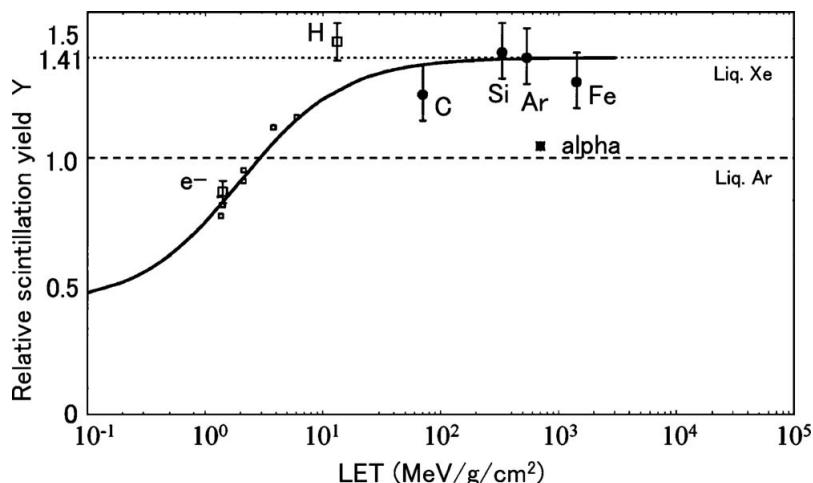
### A.3.3. Zusammenhang zwischen LET und Szintillation

In Abbildung (A.3.3) ist die Antikorrelation zwischen Szintillationsausbeute und Ionisationsausbeute gezeigt.



**Abbildung A.3.3.:** Darstellung der Antikorrelation zwischen Ionisations- und Szintalltionsignal in flüssigem Xenon für 1 MeV Elektronen. Dabei ist  $S/S_0$  das Verhältnis von gemessen Szintillationsintensität zur Szinitalltionsintensität bei  $|E|=0$  und  $Q/Q_\infty$  ist das gemessen Ionisationsignal im Verhältnis zum angenommenen Ionisationsignal für ein unendlich starkes elektrisches Feld.[ea02]

Die gerade Linie stellt die perfekte Antikorrelation dar, wobei Diese nur im sogenannten LET-Bereich gilt, in welchem trotz steigenden LET das Szintillationsignal konstant bleibt.



**Abbildung A.3.4.:** LET: Zusammenhang zwischen der Dichte an primären Elektron-Ion-Paaren und der Intensität des Szintillationssignals[ea02]

In Darstellung (A.3.4) ist dies veranschaulicht. Abbildung (A.3.3) zeigt, dass für relativistische Elektronen, wie sie u.a. im Beta-Zerfall entstehen, nur für den Fall von sehr großen Feldern eine perfekte Antikorrelation besteht, i.A. dies aber nicht gilt.

### A.3.4. Liste aller Isotope von Xenon

Nuklid	Art des Zerfalls	$E_X$ (keV)	$T_{1/2}$	nat.Häufigkeit(%)
$^{110}\text{Xe}$	EC / $\beta^+, \alpha$	3886( $\alpha$ )	0,6 $\mu\text{s}$	
$^{111}\text{Xe}$	EC / $\beta^+, \alpha$	10600(EC $\beta^+$ )	0,74 s	
$^{112}\text{Xe}$	EC / $\beta^+, \alpha$	7200(EC $\beta^+$ )	2,7 s	
$^{113}\text{Xe}$	EC / $\beta^+, \alpha$ , ECp, EC $\alpha$	9070(EC $\beta^+$ )	2,74 s	
$^{114}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	5900	10,0 s	
$^{115}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$ , ECp, EC $\alpha$	8000(EC $\beta^+$ )	18 s	
$^{116}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	4660	59 s	
$^{117}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$ , ECp	6440(EC $\beta^+$ )	61 s	
$^{118}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	2900	3,8 m	
$^{119}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	5000	5,8 m	
$^{120}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	1960	40 m	
$^{121}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	3730	40,1 m	
$^{122}\text{Xe}$	EC	890	20,1 h	
$^{123}\text{Xe}$	EC + $\beta^+$	2676	2,08 h	
$^{124}\text{Xe}$	ECEC / $\beta^+ \beta^+ / \text{EC} \beta^+$	2865,6	$>4,8 \cdot 10^{16}$ yr	0,1
$^{125}\text{Xe}$	EC / $\beta^+$	1652	16,9 h	
$^{125m}\text{Xe}$	IT	252,8	57 s	
$^{126}\text{Xe}$	ECEC	897	$\gg 10^{25}$ yr	0,09
$^{127}\text{Xe}$	EC	662	36,4 d	
$^{127m}\text{Xe}$	IT	297,1	69,2 s	
$^{128}\text{Xe}$	-	-	stabil	1,91
$^{129}\text{Xe}$	-	-	stabil	26,4
$^{129m}\text{Xe}$	IT	236,14	8,88 d	
$^{130}\text{Xe}$	-	-	stabil	4,1
$^{131}\text{Xe}$	-	-	stabil	21,2
$^{131m}\text{Xe}$	IT	16,931	11,84 d	
$^{132}\text{Xe}$	-	-	stabil	26,9
$^{133}\text{Xe}$	$\beta^-$	427	5,243 d	
$^{133m}\text{Xe}$	IT	233,221	2,19 d	
$^{134}\text{Xe}$	$\beta^- \beta^-$	825,83	$>1,1 \cdot 10^{16}$ yr	10,4

**Tabelle A.3.1.:** Liste der Xenonisotope 110-134,

Die Angaben für  $E_X$  entsprechen bei allen Zerfällen außer IT dem Q-Wert der Reaktionen.[toi13],[FE04a],[ea89],[Gan12],[TZ02]

Nuklid	Art des Zerfalls	$E_X(\text{keV})$	$T_{1/2}$	nat.Häufigkeit (%)
$^{134m}\text{Xe}$	IT	1965,5	290 ms	
$^{135}\text{Xe}$	$\beta^-$	1151	91,4 h	
$^{135m}\text{Xe}$	IT	526,551	1529 m	
$^{136}\text{Xe}$	$\beta^- \beta^-$	2457,8	$2,38 \cdot 10^{21} \text{ yr}$	8,9
$^{137}\text{Xe}$	$\beta^-$	4172	3,818 m	
$^{138}\text{Xe}$	$\beta^-$	2770	14,08 m	
$^{139}\text{Xe}$	$\beta^-$	5057	39,68 s	
$^{140}\text{Xe}$	$\beta^-$	4060	13,6 s	
$^{141}\text{Xe}$	$\beta^-, \beta^- \text{n}$	6150( $\beta^-$ )	173 s	
$^{142}\text{Xe}$	$\beta^-, \beta^- \text{n}$	5040( $\beta^-$ )	1,22 s	
$^{143}\text{Xe}$	$\beta^-$	7310	0,3 s	
$^{144}\text{Xe}$	$\beta^-$	5800	1,15 s	
$^{145}\text{Xe}$	$\beta^-, \beta^- \text{n}$	7700	0,9 s	
$^{146}\text{Xe}$	$\beta^-$	6600	146 ms	
$^{147}\text{Xe}$			130 ms	

**Tabelle A.3.2.:** Liste der Xenonisotope 134-147;

Die Angaben für  $E_X$  entsprechen bei allen Zerfällen außer IT dem Q-Wert der Reaktionen.([toi13],[FE04a])

## A.4. Anhang: Analyse der Zerfälle von Xe-136 und Xe-134

### A.4.1. Abreicherung von Xe-136

Isotop	$h_{\text{Isotop}} (\%)$	Kernmasse (u)
$^{130}\text{Xe}$	0,0072	129,86430
$^{131}\text{Xe}$	0,0756	130,86640
$^{132}\text{Xe}$	0,0972	131,8667
$^{134}\text{Xe}$	8,89	133,8701
$^{136}\text{Xe}$	90,93	135,8745

**Tabelle A.4.1.:** Liste der Isotope im Produkt nach der Anreicherung mit einer Häufigkeit des Isotopes  $^{136}\text{Xe}$  im Rest, wobei diese Angaben für alle in Tabelle 4.1.3 definierten Szenarien zutreffend sind. Die restlichen Angaben basieren auf den Annahmen bzgl.  $^{124}\text{Xe}$  und  $^{130-132}\text{Xe}$ . Die Kernmasse wurde mit (2.1.2) unter Berücksichtigung von (2.1.3) berechnet. u ist die Atomare Masseneinheit mit  $u = 931.494061 \text{ MeV}/c^2$ [NIS13]

Isotop	$h_{Isotop} (\%)$ [S I]	$h_{Isotop} (\%)$ [S III]	$h_{Isotop} (\%)$ [S III]	Kernmasse (u)
$^{124}\text{Xe}$	0,11083	0,11079	0,110727	123,8639
$^{126}\text{Xe}$	0,09975	0,09971	0,09965	125,8629
$^{128}\text{Xe}$	2,117	2,116	2,115	127,8630
$^{129}\text{Xe}$	29,261	29,248	29,232	128,8646
$^{130}\text{Xe}$	4,5435	4,5416	4,5391	129,8643
$^{131}\text{Xe}$	23,489	23,479	23,466	130,8664
$^{132}\text{Xe}$	29,805	29,791	29,775	131,8667
$^{134}\text{Xe}$	10,5637	10,5629	10,5619	133,8701
$^{136}\text{Xe}$	0,01	0,05	0,1	135,8745

**Tabelle A.4.2.:** Liste der Isotope im Rest nach der Anreicherung mit einer Häufigkeit des Isotopes  $^{136}\text{Xe}$  im Rest, die den in Tabelle 4.1.3 definierten Szenarien entsprechen. Die restlichen Angaben basieren auf den Annahmen bzgl.  $^{124}\text{Xe}$  und  $^{130-132}\text{Xe}$ . Die Kernmasse wurde mit (2.1.2) unter Berücksichtigung von (2.1.3) berechnet. u ist die Atomare Masseneinheit mit  $u = 931.494061\text{MeV}/c^2$  [NIS13]

	Anzahl Xe-134-Kerne	Anzahl Xe-136-Kerne	Anzahl Xe-124-Kerne
Szenario I	$9,729 \cdot 10^{27}$	$9,217 \cdot 10^{24}$	$6,16 \cdot 10^{21}$
Szenario II	$9,728 \cdot 10^{27}$	$4,606 \cdot 10^{25}$	$6,18 \cdot 10^{21}$
Szenario III	$9,727 \cdot 10^{27}$	$9,21 \cdot 10^{25}$	$6,22 \cdot 10^{21}$

**Tabelle A.4.3.:** Anzahl der Atomkerne im Tail nach der Abreicherung für die verschiedenen Szenarien

### Berechnung der molaren Massen für Product und Tail:

$$M_{nat.Xe} = \sum_{A=124,126,128,129,130,131,132,134,136} h_{A,Xe}^{nat} \cdot m_{A,Xe} = 131,255\text{g/mol} \quad (\text{A.4.1})$$

$$M_{Product} = \sum_{A=130,131,132,134,136} h_{A,Xe}^{Tail} \cdot m_{A,Xe} = 135,69\text{g/mol} \quad (\text{A.4.2})$$

$$M_{Tail}^{SzenarioI} = \sum_{A=124,126,128,129,130,131,132,134,136} h_{A,Xe}^{Tail} \cdot m_{A,Xe} = 130,775\text{g/mol} \quad (\text{A.4.3})$$

$$M_{Tail}^{SzenarioII} = \sum_{A=124,126,128,129,130,131,132,134,136} h_{A,Xe}^{Tail} \cdot m_{A,Xe} = 130,777\text{g/mol} \quad (\text{A.4.4})$$

$$M_{Tail}^{SzenarioIII} = \sum_{A=124,126,128,129,130,131,132,134,136} h_{A,Xe}^{Tail} \cdot m_{A,Xe} = 130,779\text{g/mol} \quad (\text{A.4.5})$$

Gleichung (A.4.1) zeigt die Berechnung der molaren Masse von natürlichen und (A.4.3)-(A.4.5) von abgereicherten Xenon. Die Faktoren  $h_{A,Xe}$  und  $m_{A,Xe}$  sind die Häufigkeit des Isotopes und die Masse des jeweiligen Kern. Die Werte wurden Tabelle (A.3.1),(A.3.2), (A.4.1) und (A.4.2) entnommen.

Anwendung von (2.3.11) auf Xe-136:

$G_{(2\nu)}^{(0)} \text{ [y}^{-1}]$	$g_A$	$ m_e c^2 M_{(2\nu)} $	$T_{1/2} \text{ (yr)}$
$1.433 \cdot 10^{-18}$	1	0,14	3,56E+019
	1	0,15	3,10E+019
	1	0,16	2,73E+019
$1.433 \cdot 10^{-18}$	1,269	0,14	1,37E+019
	1,269	0,15	1,20E+019
	1,269	0,26	105E+019

**Tabelle A.4.4.:** Ergebnisse Halbwertszeitsberechnung für Xe-136 basierend auf  $[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)} |g_A^2 m_e c^2 M_{(2\nu)}|^2$ . Der aktuelle Messwert ist  $2,38 \cdot 10^{21} \text{ yr}$  [Gan12]

## A.4.2. Analyse des Zerfalls von Xe-134

closure approximation

$G_{(2\nu)}^{(0)} \text{ (y}^{-1})$	Modell	$g_A$	$ m_e c^2 M_{(2\nu)} $	$T_{1/2} \text{ (yr)}$
$2,28 \cdot 10^{-22}$	1	Miller-Spencer	0,18	$1,35 \cdot 10^{23}$
$2,28 \cdot 10^{-22}$	1	Argonne	0,19	$1,21 \cdot 10^{23}$
$2,28 \cdot 10^{-22}$	1	CD-Bonn	0,20	$1,10 \cdot 10^{23}$
$2,28 \cdot 10^{-22}$	1,269	Miller-Spencer	0,18	$5,22 \cdot 10^{22}$
$2,28 \cdot 10^{-22}$	1,269	Argonne	0,19	$4,69 \cdot 10^{22}$
$2,28 \cdot 10^{-22}$	1,269	CD-Bonn	0,20	$4,23 \cdot 10^{22}$

**Tabelle A.4.5.:** Resultat der Berechnung der HWZ basierend auf  $[T_{1/2}]^{-1} = G_{(2\nu)}^{(0)} |g_A^2 m_e c^2 M_{(2\nu)}|^2$ , wobei  $g_A = 1$  bzw.  $g_A = 1,269$  die in der Literatur zu findenden Kopplungsstärken sind.

$$M_{GT}^{2\nu} = \sum_m \frac{\langle 0_f^+ | \sum_l \vec{\sigma}_l \tau_l^+ | m \rangle \cdot \langle m | \sum_k \vec{\sigma}_k \tau_k^+ | 0_i^+ \rangle}{E_m - (M_i + M_f)/2} \quad (\text{A.4.6})$$

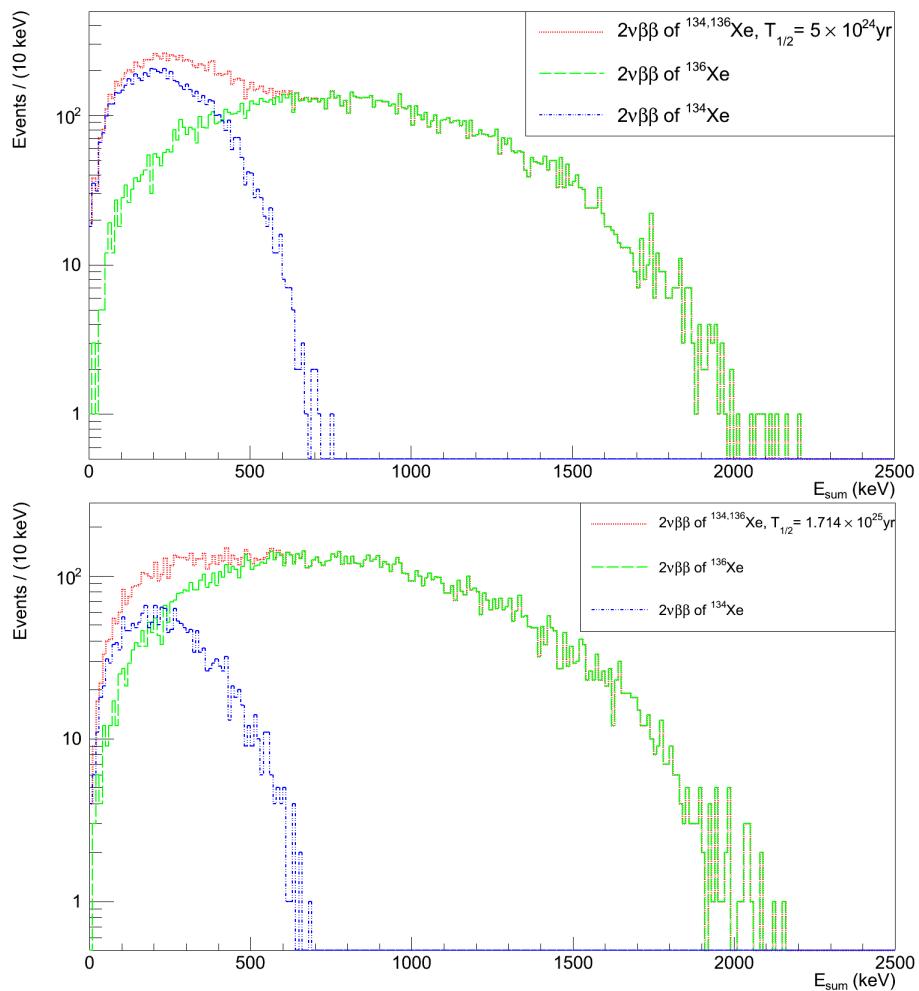
$$M_F^{2\nu} = \sum_m \frac{\langle 0_f^+ | \sum_l \tau_l^+ | m \rangle \cdot \langle m | \sum_k \tau_k^+ | 0_i^+ \rangle}{E_m - (M_i + M_f)/2} \quad (\text{A.4.7})$$

↓ closure approximation

$$M_{GT,closure}^{2\nu} = \frac{\langle 0_f^+ | \sum_{kl} \vec{\sigma}_k \vec{\sigma}_l \tau_l^+ \tau_k^+ | 0_i^+ \rangle}{\Delta \bar{E}_{GT}} \quad (\text{A.4.8})$$

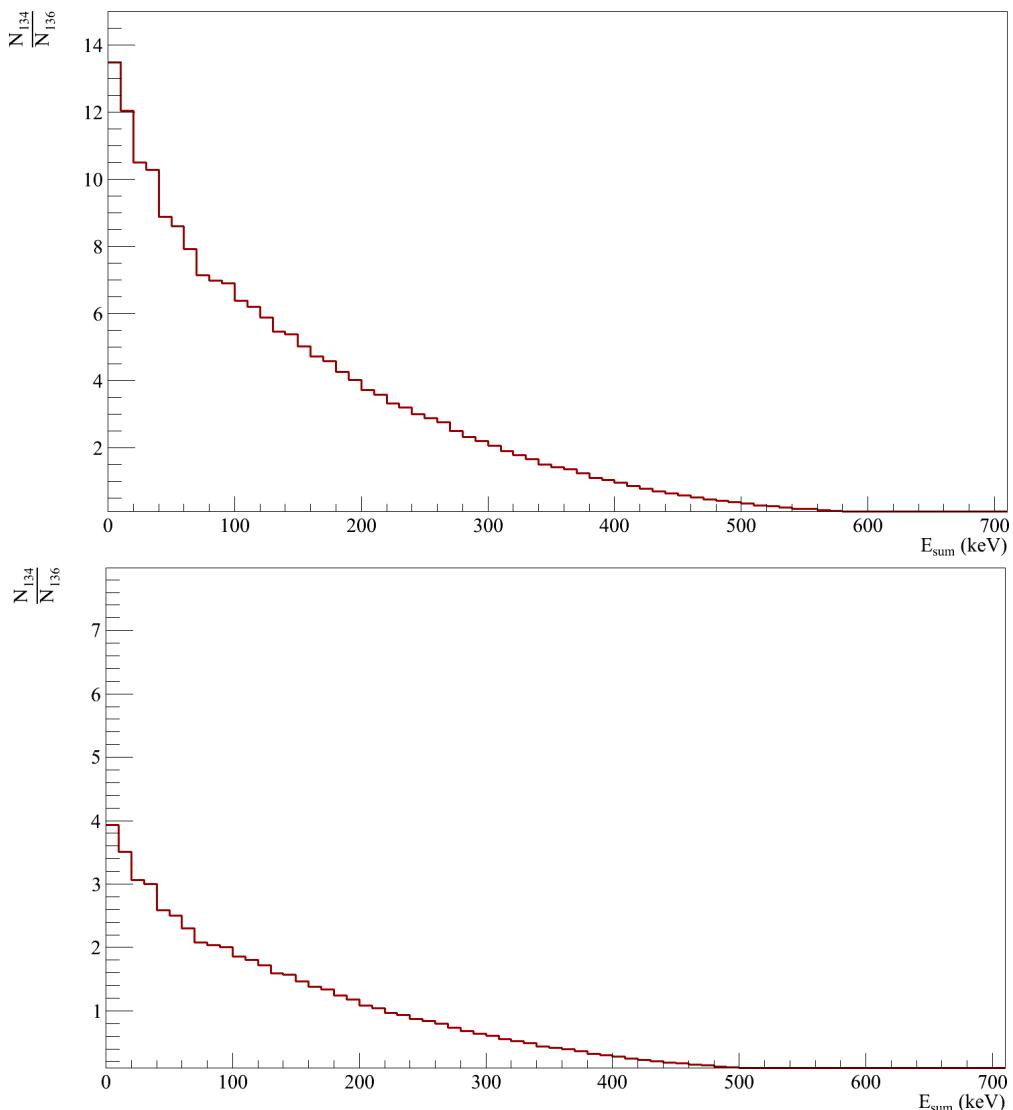
$$M_{F,closure}^{2\nu} = \frac{\langle 0_f^+ | \sum_{kl} \tau_l^+ \tau_k^+ | 0_i^+ \rangle}{\Delta \bar{E}_F} \quad (\text{A.4.9})$$

**Vollständiges Summenenergiespektrum:**

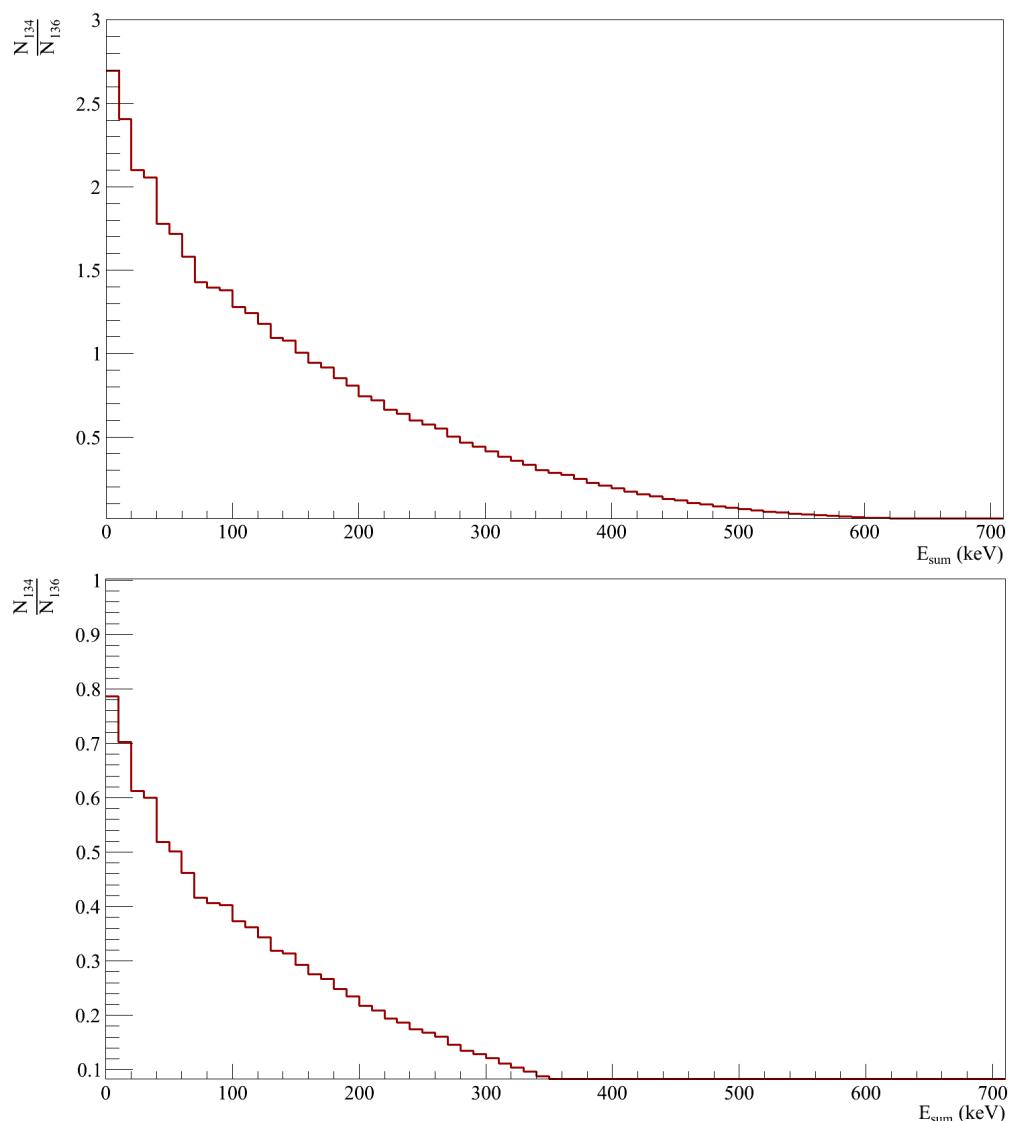


**Abbildung A.4.1.:** vollständiges Summenenergiespektrum inklusive der einzelnen Komponenten des Spektrums für  $T_{MZ}=5 \text{ yr}$  unter der Annahme von  $T_{1/2}^{134}=5 \cdot 10^{24} \text{ yr}$  (oben), bzw.  $T_{1/2}^{134}=1,714 \cdot 10^{25} \text{ yr}$  (unten).

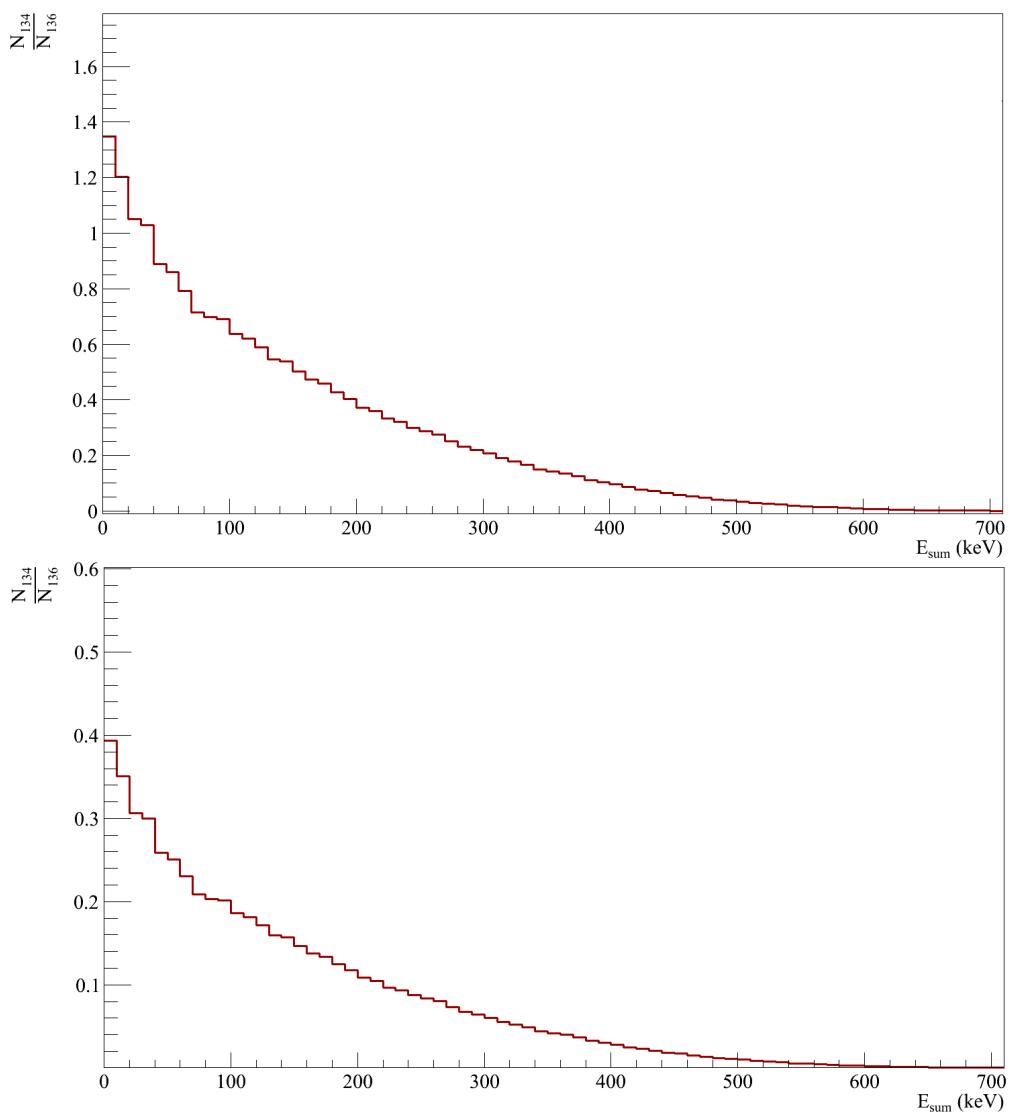
### A.4.3. kombinierte Analyse von Xe-134 und Xe-136



**Abbildung A.4.2.:** Verhältnis von Signal ( $N_{134}$ ) zu Untergrund ( $N_{136}$ ) für den relevanten Energiebereich zum Nachweis des Zerfalls von Xe-134. Hierbei wurde bzgl. der Abreicherung von Xe-136 Szenario I berücksichtigt. Die gewählten Halbwertszeiten für Xe-134 sind  $5 \cdot 10^{24}$  yr (oben) und  $1,714 \cdot 10^{25}$  yr (unten).

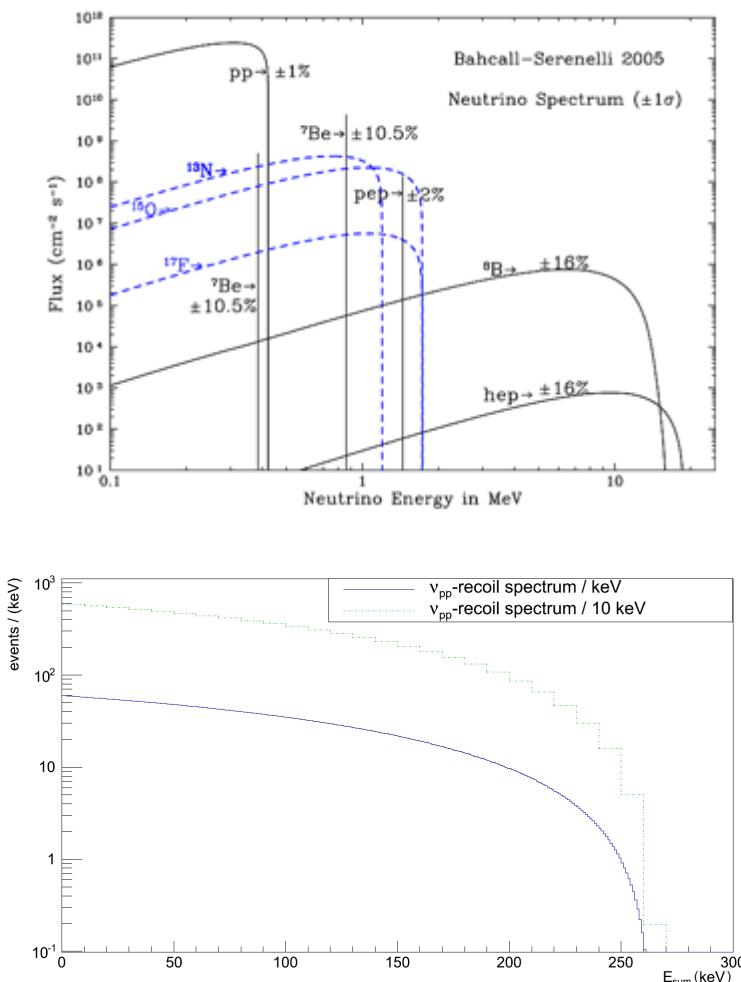


**Abbildung A.4.3.:** Verhältnis von Signal ( $N_{134}$ ) zu Untergrund ( $N_{136}$ ) für den relevanten Energiebereich zum Nachweis des Zerfalls von Xe-134. Hierbei wurde bzgl. der Abreicherung von Xe-136 Szenario II berücksichtigt. Die gewählten Halbwertszeiten für Xe-134 sind  $5 \cdot 10^{24} \text{ yr}$  (oben) und  $1,714 \cdot 10^{25} \text{ yr}$  (unten).



**Abbildung A.4.4.:** Verhältnis von Signal ( $N_{134}$ ) zu Untergrund ( $N_{136}$ ) für den relevanten Energiebereich zum Nachweis des Zerfalls von Xe-134. Hierbei wurde bzgl. der Abreicherung von Xe-136 Szenario III berücksichtigt. Die gewählten Halbwertszeiten für Xe-134 sind  $5 \cdot 10^{24}$  yr (oben) und  $1,714 \cdot 10^{25}$  yr (unten).

#### A.4.4. Kombinierte Analyse mit pp-Neutrinos



**Abbildung A.4.5.: oben:** Neutrinofluss in Abhängigkeit von erzeugender Reaktion und Neutrinoenergie[Bah05],  
**unten:** Energiespektrum der Elektronen nach der Wechselwirkung mit pp-Neutrinos. In Blau ist das Spektrum / keV gegeben. Zur korrekten Summation dieses Spektrums mit den bereits gezeigten Spektren von Xe-134 und Xe-136 wurde eine 10 keV-Binning gewählt (dargestellt in Grün). Die für XENON100 in [Apr12b] gegebene Energieauflösung ist 4 % @200 keV bzw. 3 % @ 400 keV.

## A.5. Anhang: Analyse des Zerfalls von Xe-124

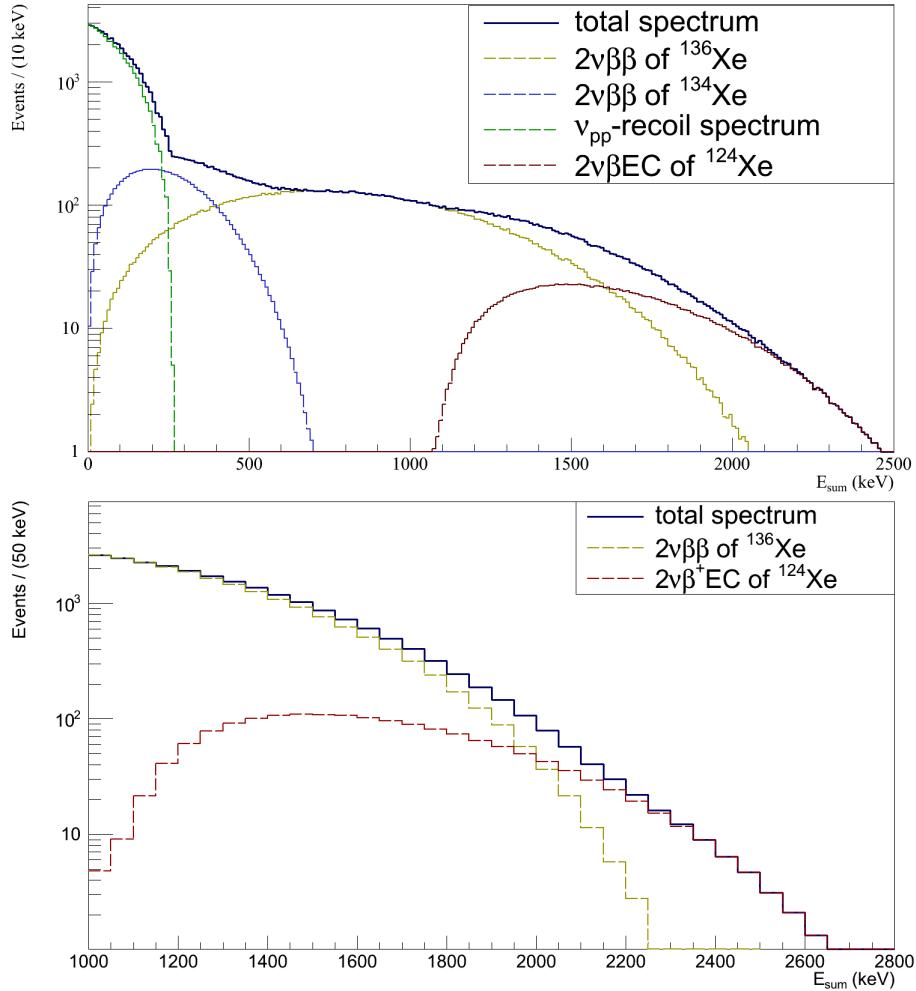
In diesem Abschnitt finden sich zusätzliche Tabelle und Diagramme zu den Zerfallsmoden des Isotops Xe-124.

Linie	Übergang	$E_{\text{Linie}}(\text{keV})$	Intensität (%)
$K_{\alpha 1}$	$L_3 \rightarrow K$	27,472	46,4
$K_{\alpha 2}$	$L_2 \rightarrow K$	27,202	25,0
$K_{\beta 1}$	$M_3 \rightarrow K$	30,995	8,21
$K_{\beta 2}$	$N_2N_3 \rightarrow K$	31,704	2,37
$K_{\beta 3}$	$M_2 \rightarrow K$	30,944	4,26
$K_{\beta 4}$	$N_4N_5 \rightarrow K$	31,774	0,015
$K_{\beta 5}$	$N_4N_5 \rightarrow K$	31,236	0,075
$KO_{2,3}$	$O_2O_3 \rightarrow K$	31,812	0,147

**Tabelle A.5.1.:** charakteristischen Röntgenlinien der K-Schale von Tellur ([Fir96a])

Theorie	$T_{1/2}^{124}(\text{yr})$	Zahl der Zerfälle ( $\text{yr}^{-1}$ )
PHFB, $g_A=1,261$	$7,12 \cdot 10^{21}$	9933,59
PHFB, $g_A=1$	$1,80 \cdot 10^{22}$	3928,7
QRPA, $g_A=1,261$	$2,90 \cdot 10^{21}$	24390,55
QRPA, $g_A=1$	$7,34 \cdot 10^{21}$	9645,17

**Tabelle A.5.2.:** Halbwertszeiten berechnet im Rahmen des PHFB- bzw. QRPA-Modells für verschiedene Kopplungskonstanten  $g_A$  [Sin07]. Die berechnete Zahl der Zerfälle berücksichtigt die Anzahl der Szenario III. Wie Tabelle (A.4.3) zeigt, unterscheidet sich Anzahl der Xe-124-Kerne der verschiedene Szenarien nur wenig voneinander. Die Auswahl des Szenarios ist also willkürlich, wobei Abreicherung auf das Niveau von Szenario III i.A. am realistischsten ist.



**Abbildung A.5.1.: oben:** vollständige Darstellung des Summenenergiespektrums für Szenario I nach 5 Jahren Messdauer unter Berücksichtigung der Zerfälle von  $^{124}\text{Xe}$  ( $\beta^+\text{EC}$ ) &  $^{134,136}\text{Xe}$  und dem Betrag der pp-Neutrinos. Für den Nachweis des Zerfalls von Xe-124 ist die hier gewählte Halbwertszeit  $T_{1/2}^{134}$  nicht von Bedeutung.  
**unten:** Ausschnitt des kombinierten Summenenergiespektrums für den  $2\nu\beta^+\text{EC}$ -Zerfall (PHFB mit  $g_A=1$ ) von Xe-124 und  $2\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls von Xe-136 für Szenario II. Dabei wurde eine Energieauflösung von 2,5 % @ 2 MeV berücksichtigt. Die zugrunde liegende Statistik beruht auf 5 Jahren Messdauer.

# Literaturverzeichnis

- [Aal11a] C.E. et al Aalseth. Results from a Search for Light-Mass Dark Matter with a P-type Point Contact Germanium Detector. *Phys.Rev.Lett.*, 106:131301, 2011.
- [Aal11b] C.E. et al Aalseth. Search for an Annual Modulation in a P-type Point Contact Germanium Dark Matter Detector. *Phys.Rev.Lett.*, 107:141301, 2011.
- [AD10] E. Aprile and T. Doke. Liquid xenon detectors for particle physics and astrophysics. *Reviews of Modern Physics*, 82:2053–2097, 2010.
- [Aea09] Z. Ahmed and Akerib et al. Search for weakly interacting massive particles with the first five-tower data from the cryogenic dark matter search at the soudan underground laboratory. *Phys. Rev. Lett.*, 102:011301, Jan 2009.
- [Ago13] M. et al. Agostini. Results on neutrinoless double beta decay of  $^{76}\text{Ge}$  from GERDA Phase I. 2013.
- [Apr12a] E. et al. Aprile. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data. *Phys.Rev.Lett.*, 109:181301, 2012.
- [Apr12b] E. et al. Aprile. The XENON100 Dark Matter Experiment. *Astropart.Phys.*, 35:573–590, 2012.
- [AS74] U. Asaf and I. T. Steinberger. Photoconductivity and electron transport parameters in liquid and solid xenon. *Phys. Rev. B*, 10:4464–4468, Nov 1974.
- [Aug12a] M. et al. Auger. Search for neutrinoless double-beta decay in  $^{136}\text{Xe}$  with exo-200. *Phys. Rev. Lett.*, 109:032505, Jul 2012.
- [Aug12b] M. et al. Auger. Search for neutrinoless double-beta decay in  $^{136}\text{Xe}$  with exo-200. *Phys.Rev.Lett.*, 109:032505, 2012.
- [Bah05] John N. et al. Bahcall. New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes. *Astrophys.J.*, 621:L85–L88, 2005.
- [Bar90] Roger Barlow. Extended maximum likelihood. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 297(3):496–506, 1990.
- [Bau12] L. Baudis. Darwin <https://hepconf.physics.ucla.edu/dm12/talks/baudis.pdf>, Feb 2012.

- [Ben12] C.L. et al. Bennett. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results. 2012.
- [BKI13] J. Barea, J. Kotila, and F. Iachello. Nuclear matrix elements for double-beta decay. *Phys. Rev. C*, 87:014315, Jan 2013.
- [Der00] Wolfgang Dermtröder. *Experimentalphysik 3*. Springer, 2100.
- [ea83a] Hitachi et al. Effect of ionization density on the time dependance of luminescence from liquid argon and xenon. *Phys. Rev. B*, 27:5279–5285, May 1983.
- [ea83b] Hitachi et al. Effect of ionization density on the time dependence of luminescence from liquid argon and xenon. *Phys. Rev. B*, 27:5279–5285, May 1983.
- [ea89] Barabash et al. Results of the experiment on the search for double beta decay of xe-136, xe-134 and xe-124. *Physics Letters B*, 223(2):273 – 276, 1989.
- [ea91] Hui-Fang et al. A note on two-nucleon mechanism in the neutrinoless double beta decay. *Commun. Theor. Phys.*, 16(4):501–504, May 1991.
- [ea02] Doke et al. Absolute scintillation yields in liquid argon and xenon for various particles. *Japanese Journal of Applied Physics*, 41(Part 1, No. 3A):1538–1545, 2002.
- [ea07] M.Redshaw et al. Mass and double-beta-decay q-value of xe-136. *Phys. Rev. Lett.*, 98:053003, Feb 2007.
- [ea08a] Barabash et al. Search for and ecec processes in sn-112 and decay of sn-124 to the excited states of te-124. *Nuclear Physics A*, 807(3-4):269–281, 2008.
- [ea08b] S.Rahaman et al. Q values of the ge-76 and mo-100 double-beta decays. *Physics Letters B*, 662:111–116, 2008.
- [ea11a] Boswell et al. MaGe-a Geant4-based Monte Carlo Application Framework for Low-background Germanium Experiments. *IEEE Trans.Nucl.Sci.*, 58:1212–1220, 2011.
- [ea11b] S. Rahaman et al. Double-beta decay q values of cd-116 and te-130. *Physics Letters B*, 703(4):412 – 416, 2011.
- [ea12a] D.Fink et al. Q value and half-life for the double-beta-decay nuclide pd-110. *Phys.Rev.Lett.*, 108:062502, Feb 2012.
- [ea12b] G. Audi et al. The nubase2012 evaluation of nuclear properties. *Chinese Physics C*, 36(12):1157, 2012.
- [Ebe06] Colin Eberhardt. <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b7/photomultiplier> 2006.

- [EHM87] S. R. Elliott, A. A. Hahn, and M. K. Moe. Direct evidence for two-neutrino double-beta decay in  $^{82}\text{Se}$ . *Phys. Rev. Lett.*, 59:2020–2023, Nov 1987.
- [Eng] J. Engel. [www.unedf.org/content/talks/engel-saclay-trans.pdf](http://www.unedf.org/content/talks/engel-saclay-trans.pdf). Universaty of North Carolina.
- [FB92] Petr Vogel Felix Boehm. *Physics of Massive Neutrinos*. CAMBRIDGE UNIV PR, 1992.
- [FC98] Gary J. Feldman and Robert D. Cousins. Unified approach to the classical statistical analysis of small signals. *Phys. Rev. D*, 57:3873–3889, Apr 1998.
- [FE04a] R.B. Firestone1 and L.P. Ekstroem. <http://ie.lbl.gov/toi/nucsearch.asp>, 2004.
- [FE04b] R.B. Firestone1 and L.P. Ekstroem. <http://ie.lbl.gov/toi/sumframe.htm>, 2004.
- [Fir96a] R. B. Firestone. Table of isotopes appendix f. - atomic data, 1996.
- [Fir96b] Richard B. Firestone. Table of isotopes cd, 1996. from the CD.
- [FKLW12] Patrick J. Fox, Joachim Kopp, Mariangela Lisanti, and Neal Weiner. A Co-GeNT Modulation Analysis. *Phys.Rev.*, D85:036008, 2012.
- [Gan12] A. et al. Gando. Measurement of the double- $\beta$  decay half-life of  $^{136}\text{Xe}$  with the kamland-zen experiment. *h*, 85(4):045504, apr 2012.
- [GM35] M. Goeppert-Mayer. double-beta-decay prediction. *Phys. Review*, 48:512, 1935.
- [Gro11] Particle Data Group. review on dark matter <http://pdg.lbl.gov/2013/reviews/rpp2012-rev-dark-mattermatter>, 2011.
- [GRSR11] S.K. Ghorui, P. K. Raina, A.K. Singh, and et al. Rath. Study of energy spectra and electromagnetic moments of double beta decay nuclei in deformed hartree-fock modell. 2011.
- [HH61] A. C. Hollis Hallet. *Argon, Helium and the Rare Gases: The Elements of the Helium Group*, volume 1. Interscience, New York, 1961. Chapter IX.
- [htt13a] <http://cogent.pnnl.gov/>. Cogent-homepage, visited 10.08.2013.
- [htt13b] <http://geant4.cern.ch/>. Geant4 toolkit webpage, visited 8.08.2013.
- [htt13c] <http://xenon.astro.columbia.edu/XENON100Experiment/>. Homepage xenon100, visited 11.08.2013.
- [Iac87] Arima A. Iachello, F. *The Interacting boson model*. Cambrigde University Press, 1987.
- [IR50] Mark G. Inghram and John H. Reynolds. Double beta-decay of  $\text{Te}^{130}$ . *Phys. Rev.*, 78:822–823, Jun 1950.

- [KGW85] K.Bos, G.Audi, and A.H: Wapstra. The 1983 atomic mass evaluation: (ii). nuclear-reaction and seperation energies. *Nuclear Physics A*, 432(1):55–139, 1985.
- [KI12] J. Kotila and F. Iachello. Phase-space factors for double-beta-decay. *Phys. Rev. C*, 85:034316, Mar 2012.
- [KKK06] H. V. Klapdor-Kleingrothaus and I. V. Krivosheina. The evidence for the observation of 0vbb decay: the identification of 0vbb events from the full spectra. *Modern Physics Letters A*, 21:1547–1566, June 2006.
- [Kol10] V. S. et al. Kolhinen. Double-beta decay q value of nd150. *Phys. Rev. C*, 82:022501, Aug 2010.
- [Kry12] Pawel Kryczynski. Pulse Shape Discrimination in liquid argon and its implications for Dark Matter searches using depleted argon. *Acta Physica Polonica B*, 43:1509, 2012.
- [LD11] D. Larson and J. et al. Dunkley. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-Derived Parameters. *Astrophys.J.Suppl.*, 192:16, 2011.
- [Mar] Arnaud Marsollier. Noble liquids to rescue dark matter search.
- [MK02] Theo Mayer-Kuckuk. *Kernphysik, eine Einführung*. Teubner Studienbcher Physik, 7 edition, 2002.
- [Nav] C.R. Nave. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/nuclear/shell.html>.
- [NIS13] NIST. The nist reference on constants, units and uncertainty: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/value?muc2mev>, visited 8.08.2013.
- [NS85] Joshua Jortner Nikolaus Schwertner, Ernst-Eckhard Koch. *Electronic Excitations in Condensed Rare Gases*, volume 107. Springer Tracts in Modern Physics, 1985.
- [Obe12] U. Oberlack. Prospects for wimp dark matter direct searches with xenon1t and darwin. In *8th Patras Workshop on Axions, WIMPs, and WISPs*, 2012.
- [Obe23] Volker Oberacker. Hartree-fock-bogoliubov (hfb) theory, 25/1/23.
- [Phy13] <http://wiki.physikerwelt.de>, visited 12.02.2013.
- [Pla61] R.L. Platzman. Total ionization in gases by high-energy particles: An appraisal of our understanding. *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes*, 10(2A,A-3):116 – 127, 1961.
- [PR59] H Primakoff and S P Rosen. Double beta decay. *Reports on Progress in Physics*, 22(1):121, 1959.

- [Sin07] Chandra et al. Singh. Nuclear deformation and the two-neutrino double-  $\beta$  decay in  $^{124,126}\text{Xe}$  ,  $^{128,130}\text{Te}$  ,  $^{130,132}\text{Ba}$  and  $^{150}\text{Nd}$  isotopes. *European Physical Journal A*, 33:375–388, September 2007.
- [Spr] Perry Sprawls. The physical priciles of medical imaging radioactive transitions <http://www.sprawls.org/ppmi2/radiotrans/beta20emission>.
- [Tim13] Prof. Dr. C. Timm. Vielteilchentheorie kondensierter materie, visited 7.08.2013.
- [toi13] <http://atom.kaeri.re.kr/ton/nuc1.html>, visited 15.02.2013.
- [Tom91] T Tomoda. Double beta decay. *Reports on Progress in Physics*, 54(1):53, 1991.
- [Tre07] Vladimir Tretyak. Decay0: event generator for initial kinematics of events in , and 2 decays of atomic nuclei, 2007.
- [TZ02] Vladimir I. Tretyak and Yuri G. Zdesenko. Tables of double-delta decay data - an update. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 80(1):83 – 116, 2002.
- [(UK)] Elementary Particel Physics Group @ Warwick (UK). Double beta decay.
- [V.C13] V.Chepel. Liquefied noble gas detectors for low energy particle physics, 2013. Dark Matter, Dark Energy and their Detection, Novosibirsk.
- [Zub12] Kai Zuber. *Neutrino Physics*. CRC Press, 2. edition, 2012.

## **Danksagung**

Ich möchte mich zuerst bei Prof. Dr. Kai Zuber und Dr. Nuno Fiuza de Barros für die hilfreiche und vielseitige Unterstützung bei der Anfertigung dieser Arbeit bedanken. Es war eine interessante und lehrreiche Zeit, welche ich ohne die gegebene Chance nicht hätte erleben dürfen.

Ein besonderer Dank gilt Dipl. Phys. Björn Lehnert, welcher sich ohne zu zögern bereit erklärt mir beim Feinschliff mit seinem Rat zur Seite zu stehen.

Natürlich möchte ich mich auch bei meinen Kollegen aus der E14 insbesondere Axel Bölgig, Thomas Wester und Johannes Petzold bedanken, welche mir mit Rat und Tat zu Seite standen und nicht müde wurden meine Fragen zu beantworten.

Meiner Familie und meinen Freunden gilt ebenfalls ein ganz besonderer Dank. Die Unterstützung und der Zuspruch haben mich in dieser Zeit immer optimistisch bleiben lassen und es mir ermöglicht meine Ziele nie aus den Augen zu verlieren.

## **Erklärung**

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Jan Thurn  
Dresden, September 2013