

# Symulacje konkurencyjnych procesów kontaktowych na sieciach

Marcin Rybak

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej AGH

# Plan prezentacji

- Procesy kontaktowe - wprowadzenie
- Model wyborcy i model inwazji
- Model Sznajdów i model „z sąsiedztwem”
- Modele sieci złożonych: Wattsa-Strogatza, Albert-Barabasiego oraz Erdősa-Rényiego
- Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci W-S (slajdy 10-15)
- Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci E-R (slajd 16)
- Model Sznajdów vs model inwazji na sieci W-S (slajdy 17-19)
- Model Sznajdów vs model inwazji na sieci A-B (slajdy 20-21)
- Wnioski

# Cechy procesu kontaktowego

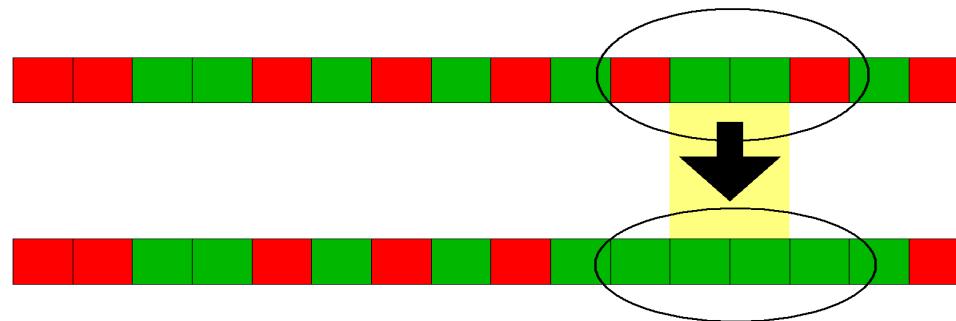
- Model oddziałujących ze sobą komórek
- Proces stochastyczny posiadający własność Markowa
- Duża rola symulacji komputerowej

# Model wyborcy i model inwazji

- agenci znajdują się w wierzchołkach grafu
- agent jest wybierany w sposób losowy, a następnie:
  - przyjmuje opinię jednego, losowo wybranego sąsiada (model wyborcy)
  - narzuca swoją opinię jednemu, losowo wybranemu sąsiadowi (model inwazji)

# Model Sznajdów

- para sąsiadujących węzłów wybierana jest w sposób losowy
- jeżeli oba węzły są w tym samym (ale tylko jednym, np. oznaczonym kolorem zielonym) stanie – przekazują ten stan swoim sąsiadom



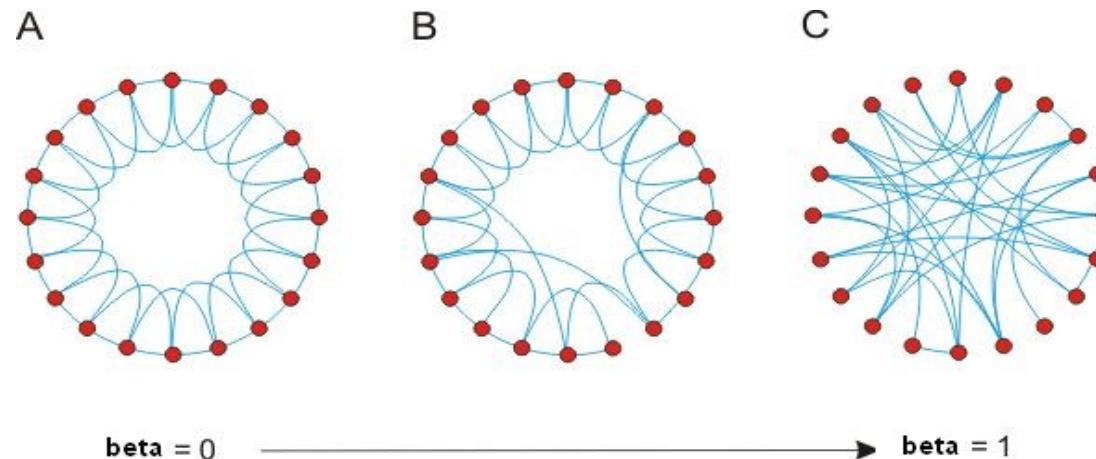
- jest to zmodyfikowany model Sznajdów

Motywacja badawcza:

- zbadać mechanizm, który nie byłby tak aktywny jak model Sznajdów, w którym para węzłów w konsistentnym stanie przekazuje stan wszystkim sąsiadom
- jednocześnie unikalna cecha modelu Sznajdów jakim jest kopiowanie stanu pary byłaby zachowana

# Sieć Wattsa-Strogatza

- Rzadka, ale silnie zgronowana sieć
- Zasada konstrukcji:
  - 1. sieć regularna z periodycznymi warunkami brzegowymi
  - 2. z pewnym prawdopodobieństwem  $\beta$ , jeden koniec każdego połączenia jest przełączany do losowo wybranego, innego węzła w sieci



# Sieć Erdősa-Rényiego

- sieć przypadkowa
- wierzchołki tworzą zbliżoną liczbę połączeń z innymi wierzchołkami
- rozkład stopnia wierzchołka  $P(k)$  jest rozkładem Poissona

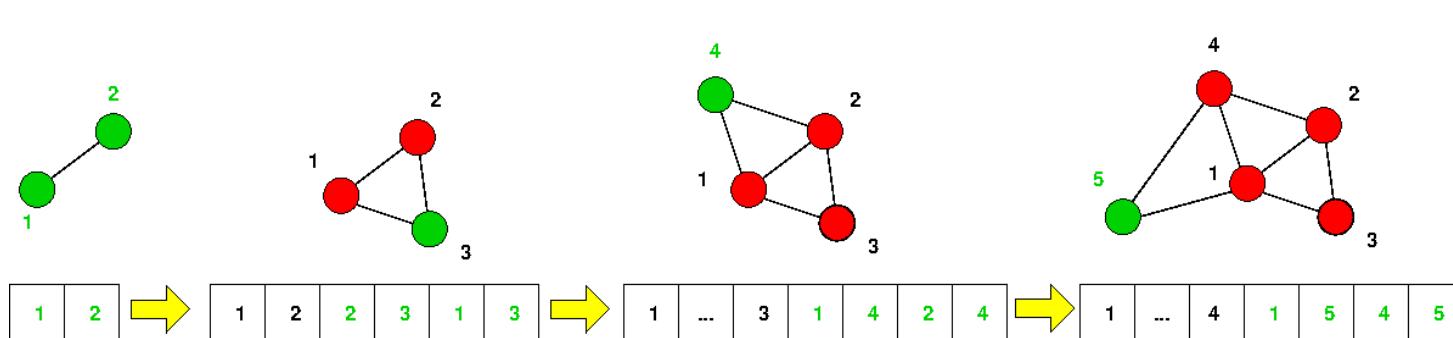
$$P(k) = \frac{\langle k \rangle^k}{k!} e^{-\langle k \rangle}$$

- średni współczynnik gronowania rzadkiej sieci Erdősa-Rényiego ( $\langle k \rangle \ll N$ ) jest bliski zeru

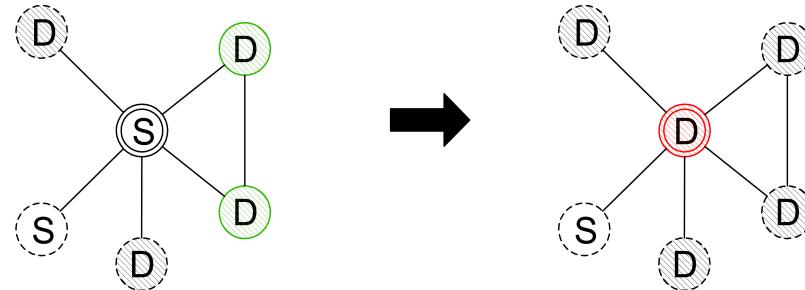
$$C = \frac{\langle k \rangle}{N - 1}$$

# Sieć Albert-Barabásiego

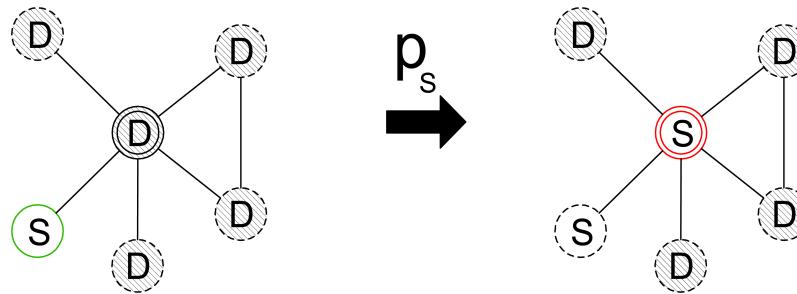
- większość wierzchołków ma niewielką liczbę połączeń z innymi
- istnieją też nieliczne huby - łączą się z bardzo dużą liczbą wierzchołków
- rozkład „gęstości połączeń” jest w tym przypadku bardzo nierównomierny i mówi się o „braku skali”
- zasada konstrukcji – reguła preferencyjnego przyłączania:



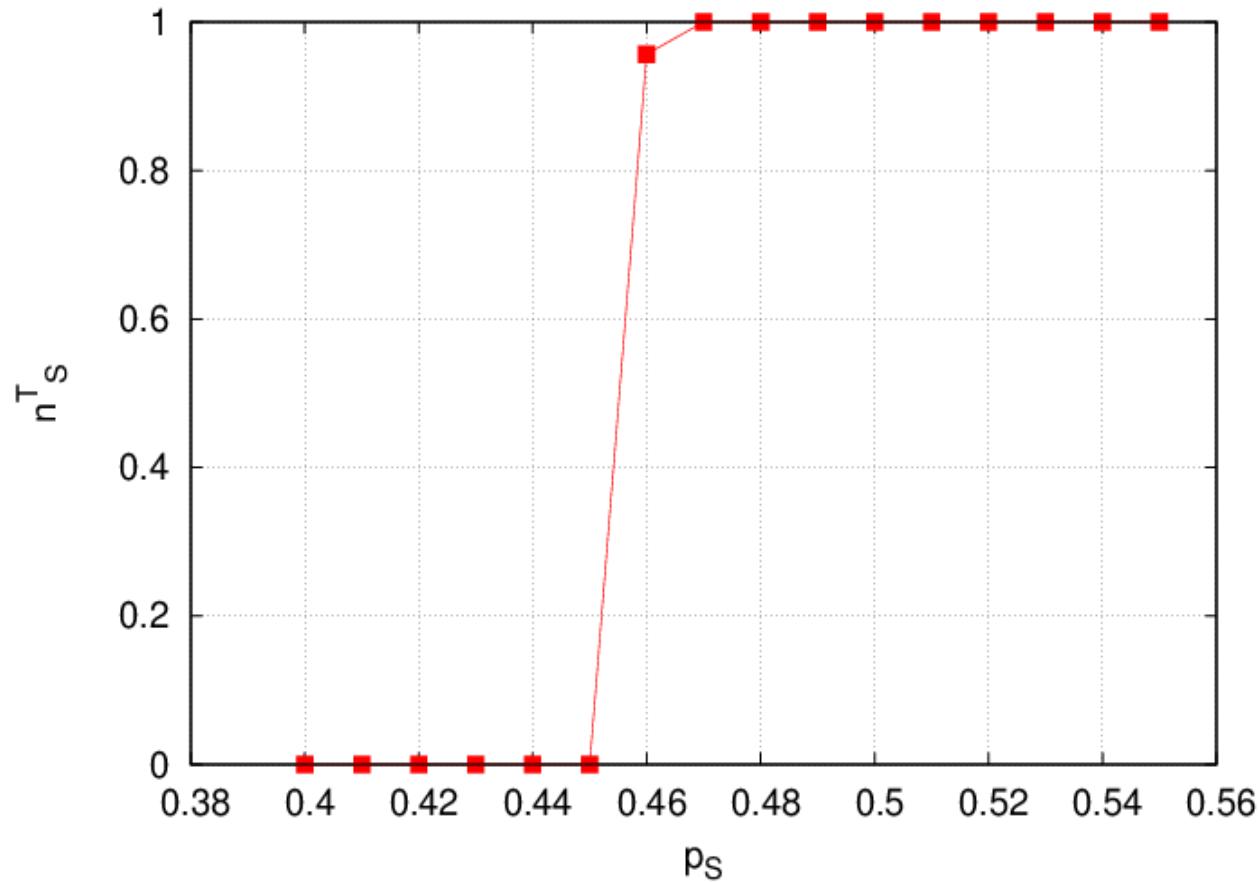
# Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci W-S



Reguły przejścia „S” i „D”



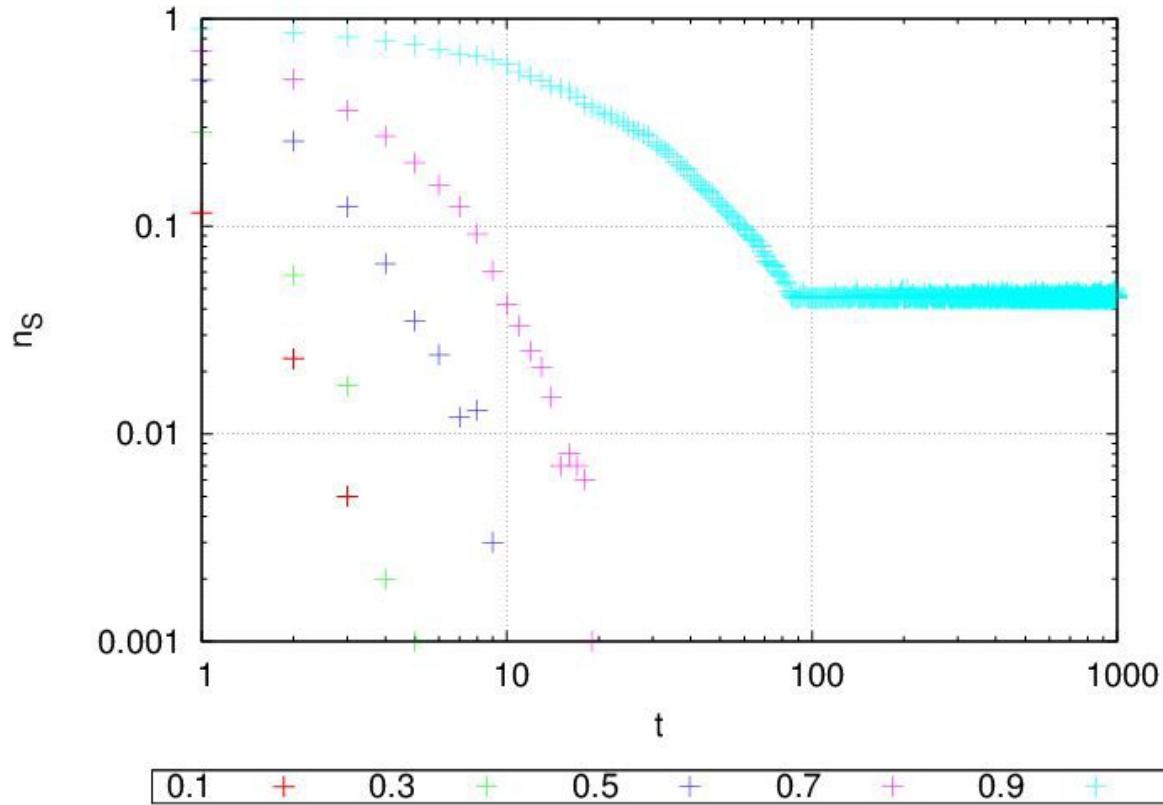
# Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci W-S: Diagram fazowy dla sieci regularnej



- Każdy punkt jest średnią z przebiegów czasowych dla  $n_s(t=0)=0.25, 0.5$  i  $0.75$

# Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci W-S: Pojedyncze przebiegi czasowe – nieznacznie zmniejszone $\langle C \rangle$

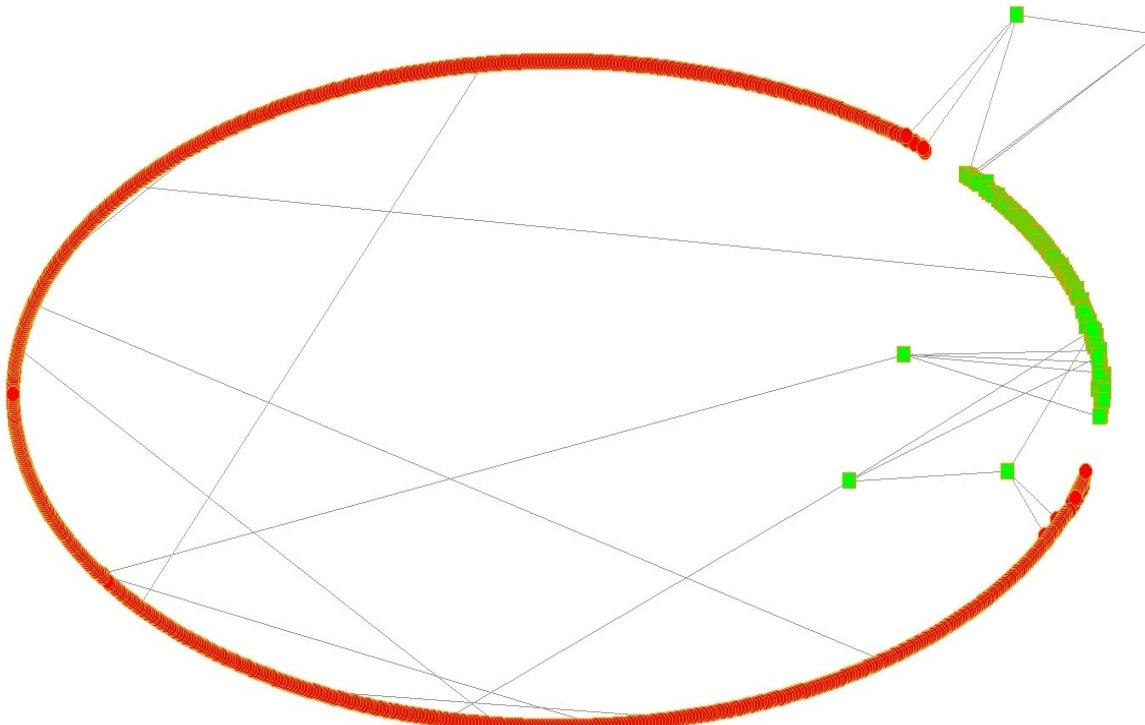
$$\langle C \rangle = 0.49, p=0.1$$



$$n_s(t=0) = \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$

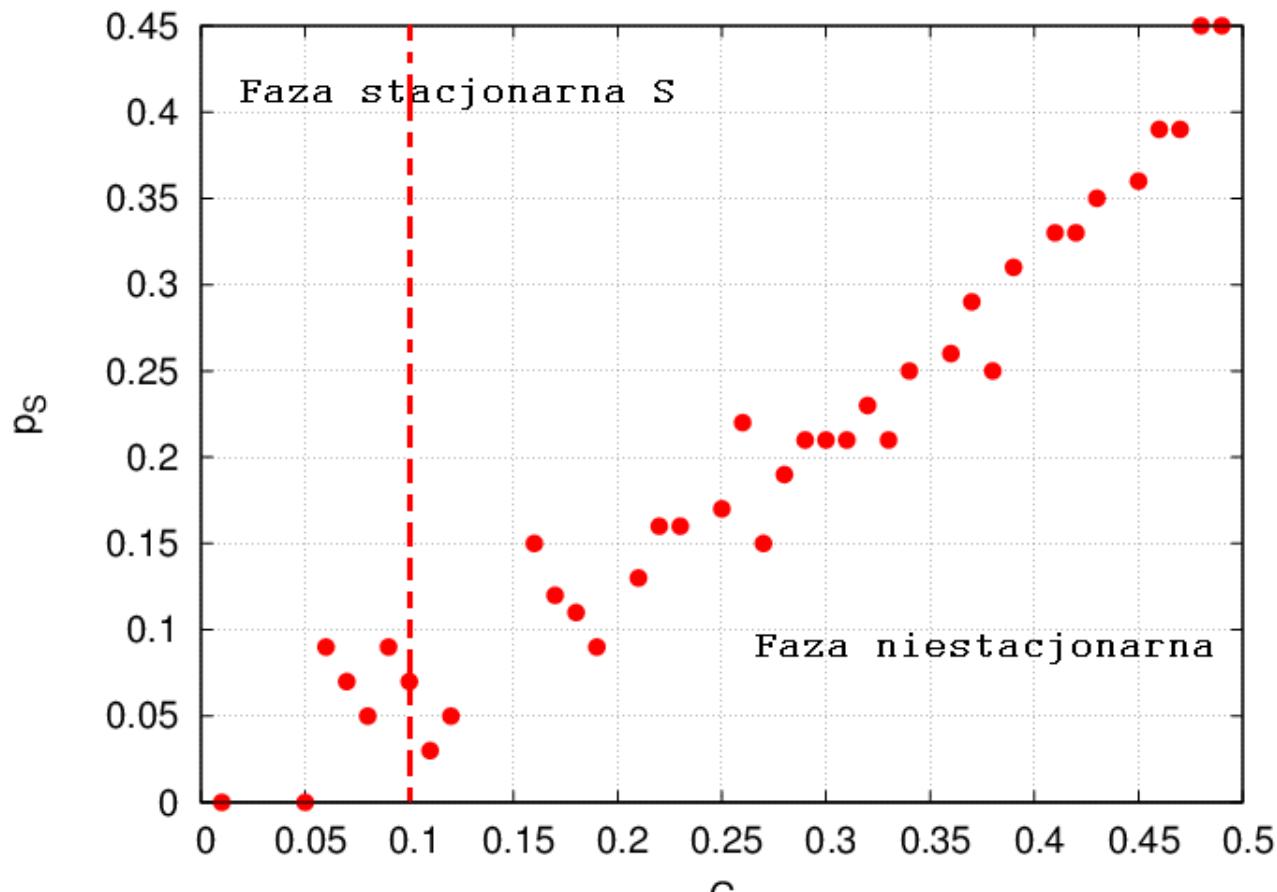
- Obserwowany jest heterogeniczny stan stacjonarny
- Dlaczego następuje „blokowanie” procesu D?

# Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci W-S: Odpowiedź daje „migawka” sieci dla $t=120$



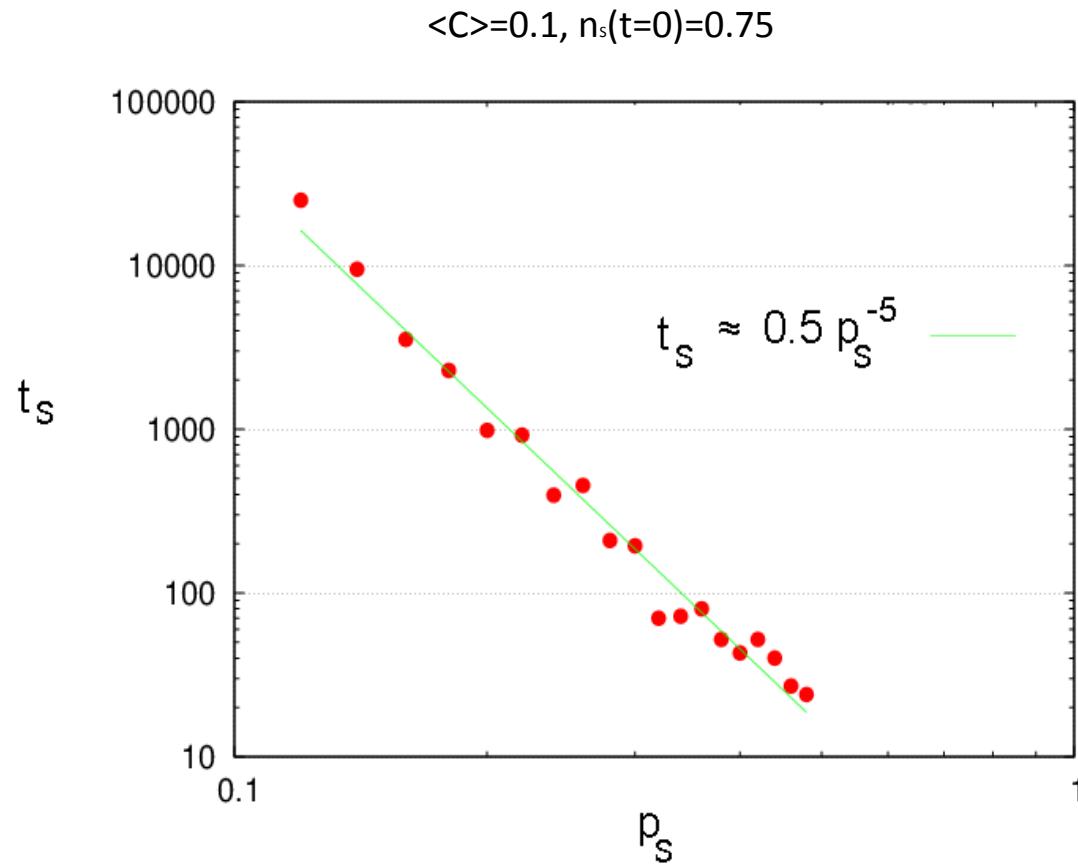
węzły typu S - czerwone, typu D - zielone

# Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci W-S: Fazy stacjonarna i niestacjonarna



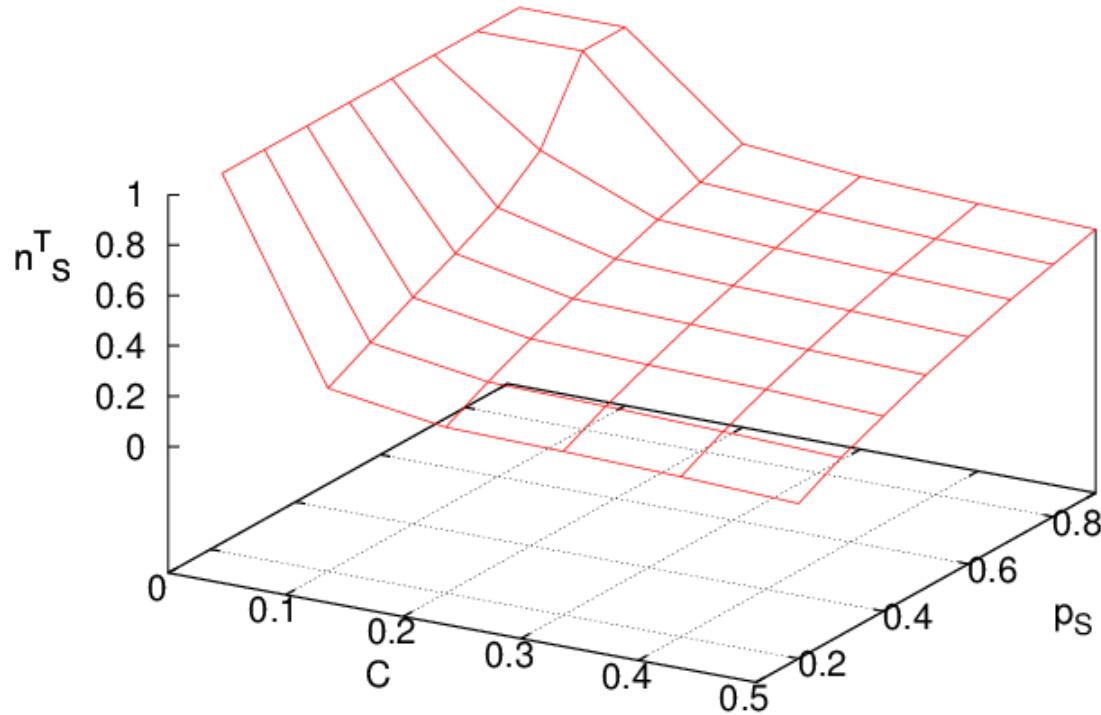
$$N=100, n_s(t=0)=0.75$$

# Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci W-S: Dla sieci o mniejszych $\langle C \rangle$ - bardzo długie czasy symulacji



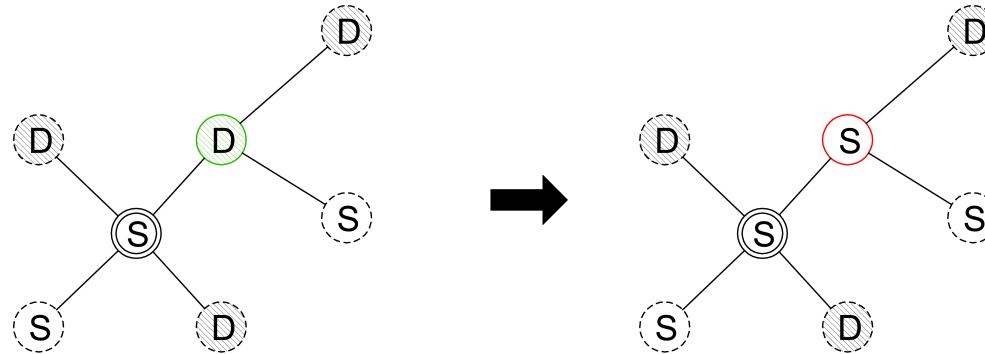
- Maksymalny czas symulacji (25 000 iteracji) jest niewystarczający dla osiągnięcia stanu stacjonarnego dla małych  $p_s$

# Model „z sąsiedztwem” vs model wyborcy na sieci E-R: Zależność końcowego udziału węzłów S od parametrów symulacji

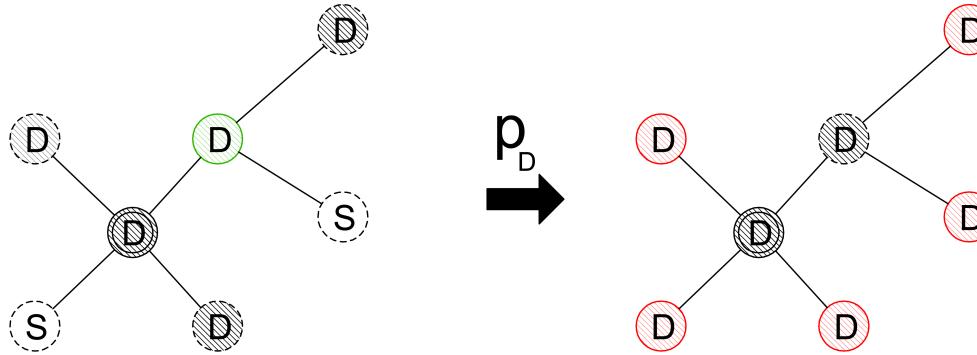


$N=1000, k=10$

# Model Sznajdów vs model inwazji na sieci W-S



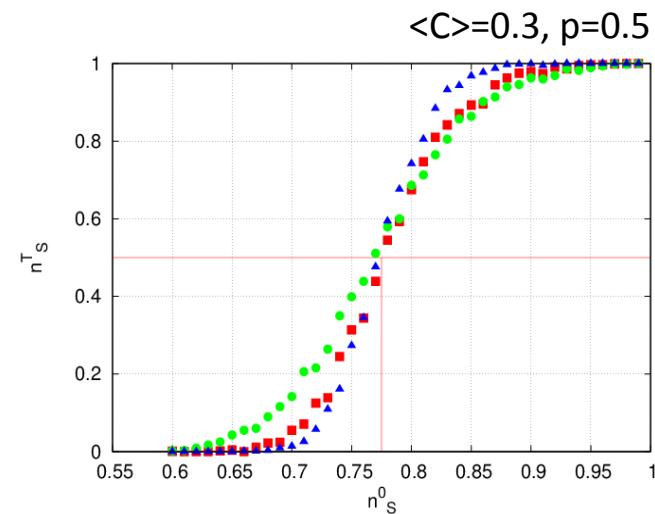
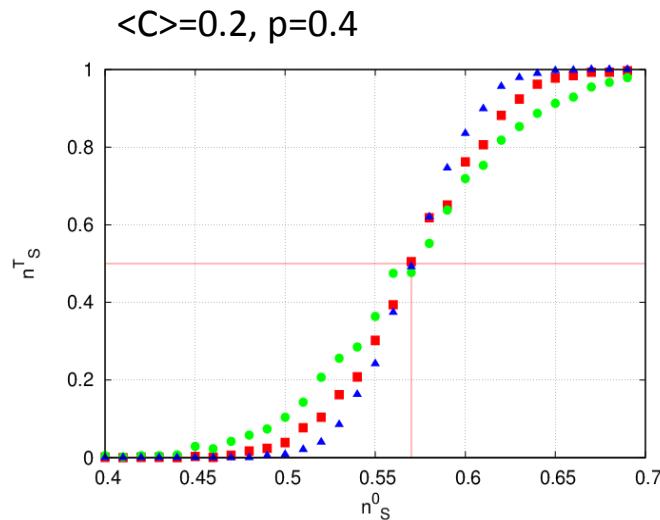
Reguły przejścia „S” i „D”



# Model Sznajdów vs model inwazji na sieci W-S: Zależność od stanu początkowego

Wprowadzono wartość  $n^*_s$  w celu pomiaru tej zależności:

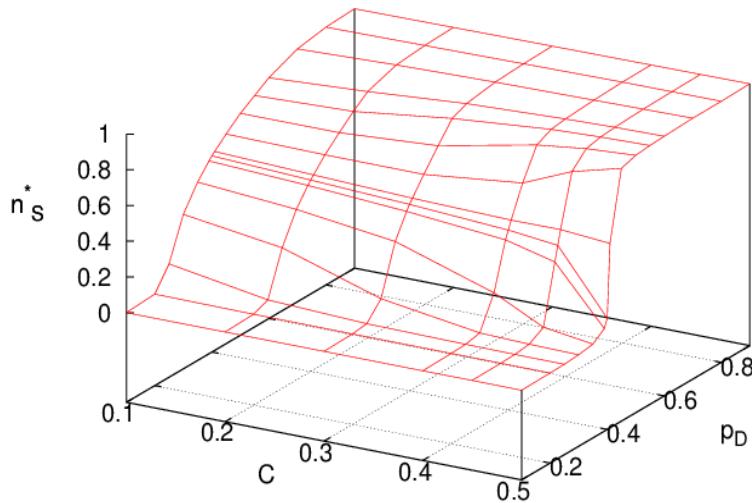
- średni początkowy udział węzłów S, dla którego:
- połowa symulacji kończy się dominacją procesu S
- druga połowa – dominacją procesu D



$$N=\{500, 1000, 2000\}$$

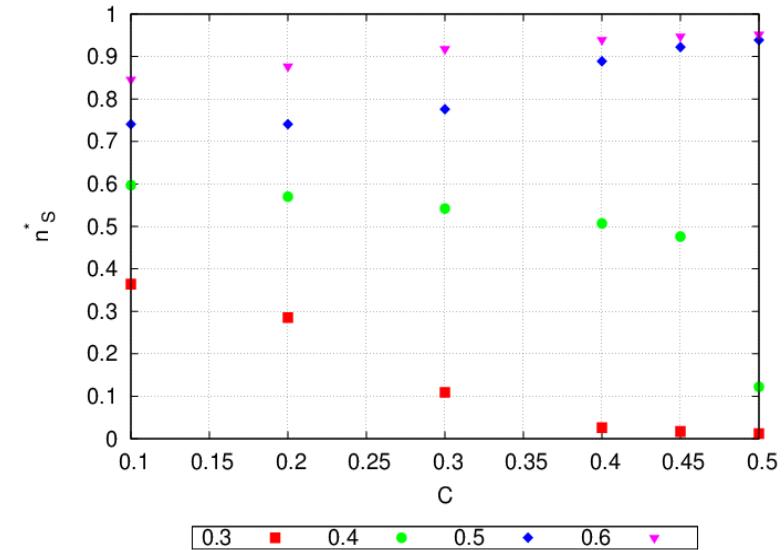
# Model Sznajdów vs model inwazji na sieci W-S: Zależność $n^*_s$ od prawdopodobieństwa i współczynnika gronowania

N=1000



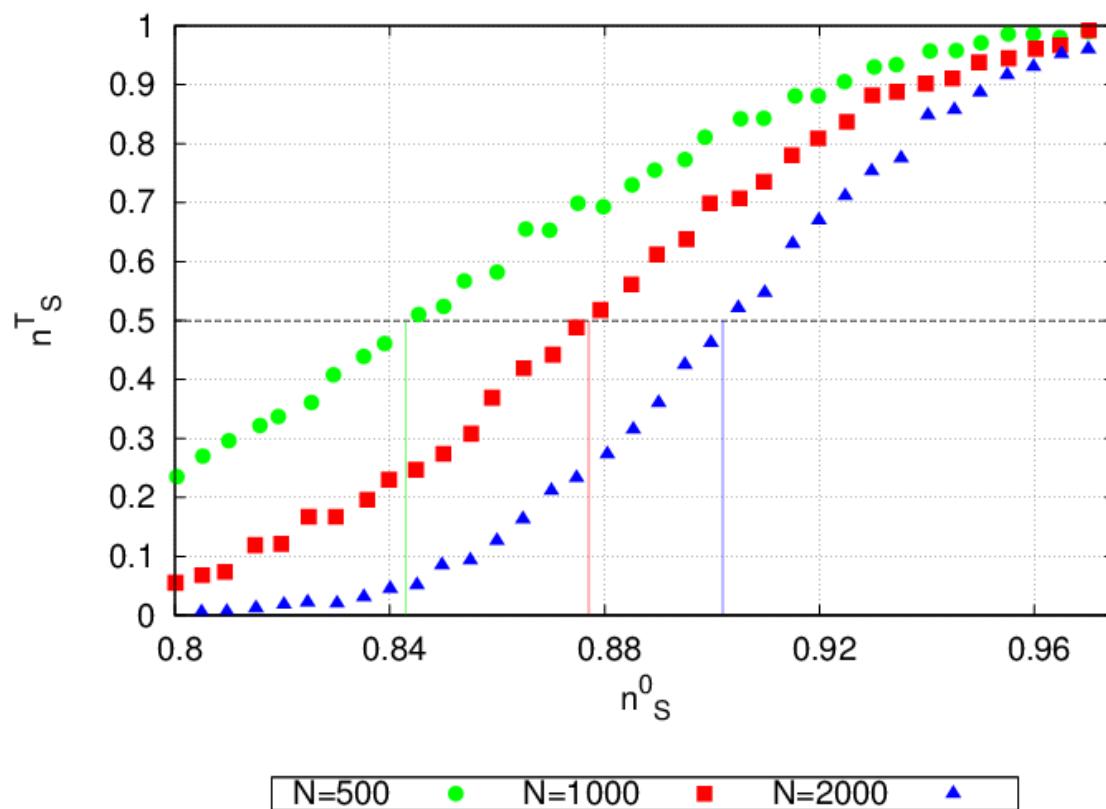
- Prosta zależność od prawdopodobieństwa przejścia

- Złożona zależność od współczynnika gronowania

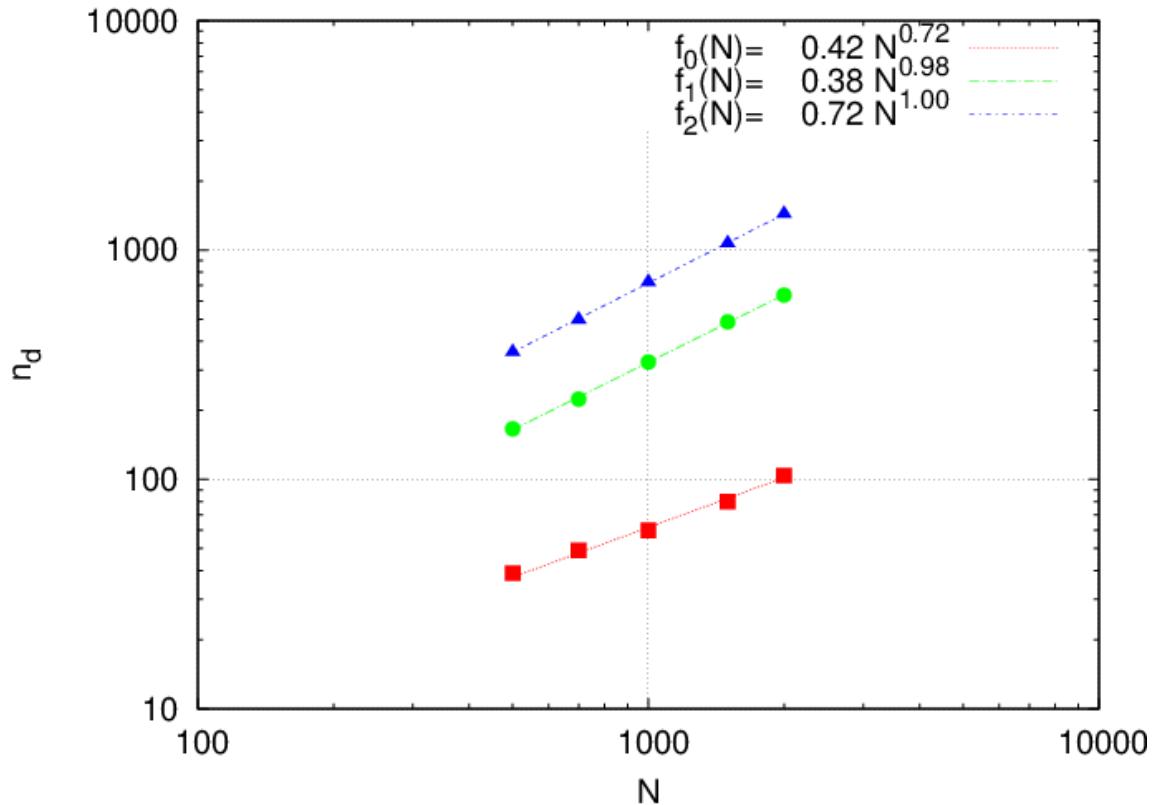


# Model Sznajdów vs model inwazji na sieci A-B: Dla sieci A-B $n^*$ s zależy od jej rozmiaru

$k=10, p=0.5, C=0.5$



# Model Sznajdów vs model inwazji na sieci A-B: Kluczowa rola średniej ilości sąsiadów pary



wraz ze wzrostem  $N$  rośnie średnia ilość sąsiadów pary węzłów, co wzmacnia proces dwuwęzłowy D

$N=1000, k=10, C=\{0.1 - \text{kwadraty}, 0.5 - \text{koła}, 0.9 - \text{trójkąty}\}$

# Wnioski: dynamika modelu „z sąsiedztwem” vs dynamika modelu wyborcy

## Sieć Wattsa-Strogatza

- brak zależności końcowego udziału węzłów S od początkowego udziału tych węzłów w sieci
- obserwowana faza stacjonarna i niestacjonarna – wymagane bardzo długie czasy symulacji

- końcowy udział węzłów S rośnie ze wzrostem prawdopodobieństwa procesu S i maleje ze wzrostem wsp. gronowania

## Sieć Erdősa-Rényiego

- stan stacjonarny osiągany za każdym razem

# Wnioski: dynamika modelu Sznajdów vs dynamika modelu inwazji

## Sieć Wattsa-Strogatza

- istnienie zależności końcowego udziału węzłów S od początkowego ich udziału
- $n^*_S$  nie zależy od rozmiaru sieci

## Sieć Albert-Barabasiego

- $n^*_S$  rośnie ze wzrostem rozmiaru sieci (dąży do jedności w granicy termodynamicznej) -> bo średnia liczba sąsiadów pary rośnie z wielkością sieci

- $n^*_S$  rośnie ze wzrostem prawdopodobieństwa procesu D

# Lista publikacji

- A. Dydejczyk, K.Kułakowski, M. Rybak, The norm game - how a norm fails, LNCS 5545: 835 (2009)
- M. Rybak, A. Dydejczyk, K.Kułakowski, The norm game on a model network: a critical line, LNAI 5796: 565 (2009)
- M. Rybak, K. Kułakowski, Competing of Sznajd and voter dynamics in the Watts-Strogatz network, Acta. Phys. Pol. B 44 (5): 1007 (2013).
- M. Rybak, K. Kułakowski, Competing contact processes on homogeneous networks with tunable clusterization, Int. J. Mod. Phys. C 24 (3): 1350012 (2013).Errata: 27 (5): 1692002 (2016).
- M. Rybak, K. Malarz, K. Kułakowski, Competing contact processes in the Watts-Strogatz network, Eur. Phys. J. B 89 (6): 145 (2016).

Dziękuję za uwagę

# Recenzja Prof. Ryszarda Kutnera

# Prof. Ryszard Kutner napisał:

Nie jest dla mnie jasne dlaczego Autor nie zbadał wszystkich trzech rodzajów sieci zarówno dla konkurencyjnej pary procesów typu `dynamika modelu Sznajdów z dynamiką modelu inwazji' jak też typu `dynamika modelu „z sąsiedztwem” z dynamiką inspirowaną modelem wyborcy'. Porównania miałyby wtedy bardziej kompleksowy charakter

## Odpowiedź:

- Były takie plany ale razem z promotorami uznaliśmy że to by jeszcze bardziej przedłużyło wykonanie pracy
- Wyniki można traktować jako:
  - zbadanie systematyczne sieci WS
  - zbadanie sieci E-R jako szczególny przypadek sieci W-S dla skrajnej wartości prawdopodobieństwa przełączania wiązań
  - zbadanie szczególnego przypadku sieci A-B, w którym mechanizm Sznajdów wykazuje pewne cechy charakterystyczne

## Prof. Ryszard Kutner napisał:

Dodam, że wspomniane procesy kontaktowe symulowane były przy zadanej wartości współczynnika gronowania, a dokładniej jego wartości leżącej w zadanym wąskim przedziale, jako zasadniczej charakterystyki wyjściowej sieci. Jak duża była szerokość wspomnianego przedziału? Przy okazji, czy dobrze rozumiem, że dobór  $T_{max}$  miał charakter fenomenologiczny (poprzez próbkowanie, czyli stopniowe wydłużanie tego czasu)?

### Odpowiedź:

- Szerokość przedziału wynosiła 0,01 (sieć W-S) oraz 0,001 (sieć A-B, E-R)
- Tak, dobór  $T_{max}$  miał charakter fenomenologiczny i wynosił od 500 iteracji (symulacja dynamiki modelu Sznajdów na sieci W-S oraz A-B) do 25 000 (symulacja dynamiki modelu „z sąsiedztwem” na sieci W-S oraz E-R)
- Wartości tych i pozostałych parametrów są podane w rozdziałach pt. “Uśrednione przebiegi czasowe”

# Prof. Ryszard Kutner napisał:

Szkoda też, że Autor nie podał jakiejś, przynajmniej intuicyjnej motywacji (fizycznego usprawiedliwienia) dla reguł przejść wzajemnych wchodzących w skład procesów kontaktowych przedstawionych na rysunku 5-2. Wołanie o tego typu podejście ma szerszy charakter i nie dotyczy tylko tej (czy tego typu) pracy a raczej pewnego sposobu prezentowania modeli i problemów socjofizyki.

## Odpowiedź:

- Reguły modelu „z sąsiedztwem” powstały z chęci zbadania mechanizmu, który nie byłby tak aktywny jak model Sznajdów, gdzie para węzłów w zgodnych stanach przekazuje stan wszystkim węzłom dookoła, ale zachowywałby cechę szczególną tego modelu, czyli kopiowanie stanu pary a nie pojedynczego węzła
- Przykładami mogą np. rodzina protokołów Paxos albo dziedziczenie niektórych chorób genetycznych

## Prof. Ryszard Kutner napisał:

Autor nie ustrzegł się niejasności np. na rysunku 5-3 pojedyncze przebiegi są słabo widoczne, gdyż obecny tam obszar zaznaczony na żółto (co on ma pokazywać?) przekrywa częściowo dyskretne punkty oznaczające pojedyncze przebiegi.

### Odpowiedź:

- Pojedyncze przebiegi są bardzo „postrzępione” i przykrywają się wzajemnie
- „Żółty przebieg” jest jednym z tych pojedynczych – przykrywa przebiegi w innych kolorach, co jest pewną niezręcznością w przedstawieniu tego rysunku
- Na tle pojedynczych przebiegów na czerwono dodane jest uśrednienie po stu takich „postrzępionych” - ma to pokazać że uśrednienie zamienia postrzępione pojedyncze przebiegi w gładką krzywą

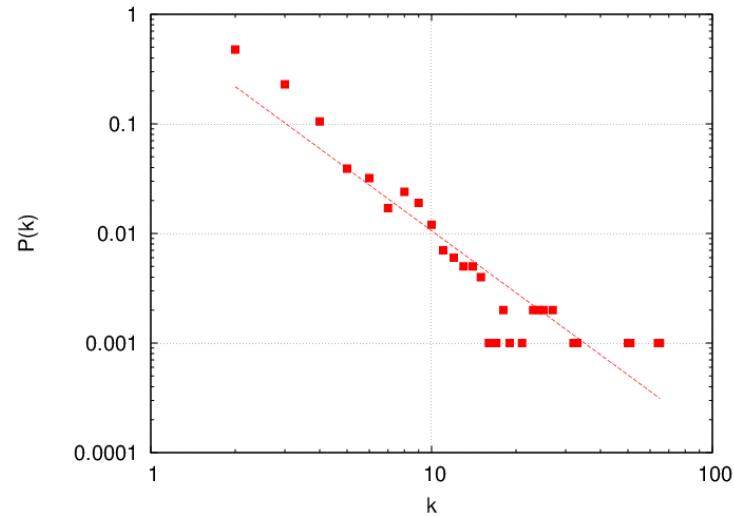
# Prof. Ryszard Kutner napisał:

Mam także pytanie dotyczące rysunku 1-4 zamieszczonego w rozdz. 1.

Mianowicie, dlaczego Autor otrzymał wykładnik potęgi =2  $\gamma$  podczas gdy sieć AB jest scharakteryzowana, jak wiadomo, wykładnikiem  $\gamma=3$ ? Tego typu deficyt otrzymuje się najczęściej gdy statystyka sieci (liczba pokoleń sieci ewoluującej) jest niewystarczająca.

Odpowiedź:

- Faktycznie, sieć jest za mała, aby z niej rozsądnie wnioskować o wartości wykładnika gamma. Wartość  $\gamma=3$  osiągany jest w granicy termodynamicznej
- Wyniki bliższe teorii uzyskałbym „binując” dane żeby zanikły „schodki” - punkty na poziomych prostych oraz dopasowując wykres w pierwszej kolejności do początkowych punktów



## Prof. Ryszard Kutner napisał:

Odnosząc się w tym kontekście do wyników przedstawionych na rysunkach 3-8 i 3-10 jestem ciekaw wyjaśnienia Autora dotyczącego jakościowo innego przebiegu krzywej dla  $n_{0s} = 0,2$  nie posiadającej plateau w stosunku do pozostałych krzywych, które go posiadają wskazując na osiąganie stanów stacjonarnych.

### Odpowiedź:

- Tam również jest obserwowane plateau ( $n_s = 0$ ) - nie widać go na wykresie, bo skala jest logarytmiczna

## Prof. Ryszard Kutner napisał:

Zaskakujące jest, że w przypadku modelu Sznajdów ma miejsce (dla obu sieci) zjawisko niestabilności prowadzące raz do asymptotycznego zaniku (praktycznie rzecz biorąc) udziału węzłów typu S a raz do ich niemal całkowitej dominacji. Zjawisko to nie zostało zaobserwowane dla modelu „z sąsiedztwem”. Nie jest jasne dlaczego ma to miejsce.

### Odpowiedź:

- Mechanizm przekazywania stanu pary węzłów wszystkim sąsiadom, na którym to algorytmie oparty jest model Sznajdów, prowadzi do stanu absorbującego homogenicznego, tj. takiego w którym wszystkie węzły są w tym samym stanie.
- Mechanizm „z sąsiedztwem” jest mniej aktywny i wymaga w związku z tym znacznie dłuższych czasów symulacji, co jest powodem obserwowanej różnicy

## Prof. Ryszard Kutner napisał:

Miałem kłopot z odróżnieniem jakie wyniki było tylko sprawdzeniem istniejących w publikacjach a jakie oryginalnymi Autora pracy. Na szczęście Autor podał w rozdz. 10 tabelę 10-1, w której zestawił najważniejsze (oryginalne jak domniemam – szkoda, że trzeba się tego domyślać) rezultaty pracy. Uzyskane wyniki mają charakter dedykowany a nie uniwersalny, zależąc od rodzaju konkurencyjnych procesów i rodzaju sieci.

### Odpowiedź:

- Wyniki podane w tabeli są oryginalne

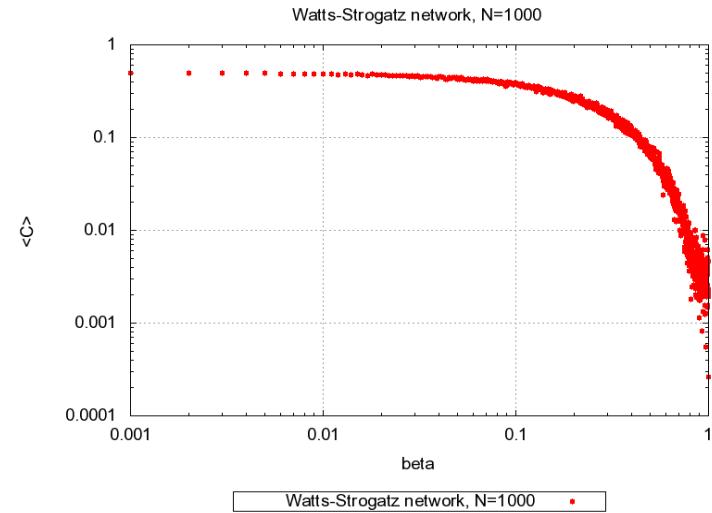
# Recenzja Prof. Katarzyny Sznajd-Weron

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Moim zdaniem nieco mylący jest opis tej ostatniej sieci (strona 17). Mgr. Rybak pisze o regularnej sieci WS, a jest to po prostu sieć jednowymiarowa z cyklicznymi warunkami brzegowymi i zasięgu oddziaływań  $k/2$ .

## Odpowiedź:

- Sieć jednowymiarowa z cyklicznymi warunkami brzegowymi i zasięgu oddziaływań  $k/2$  jest szczególnym przypadkiem sieci W-S z zerową wartością prawdopodobieństwa przełączania.
- W tekście pracy to prawdopodobieństwo gra ważną rolę w opisie procesu konstrukcji rodziny sieci W-S o różnych współczynnikach gronowania, które zależą właśnie od wartości prawdopodobieństwa przełączania wiązań.



# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Mam też zastrzeżenia do ciągłości narracji. Autor najpierw opisuje sieć ER w podrozdziale 1.2.3, następnie w 1.2.4 opisuje model sieci BA i algorytmy umożliwiające sterowanie współczynnikiem gronowania BA (1.2.5), w kolejnym podrozdziale przechodzi do opisu sieci WS, a potem znów wraca do ER. Do sposobu generowania sieci powraca w rozdziale 3.1 (sieci WS), 4.1 (sieci BA), 5.1 (graf ER). Być może był w tym jakiś głębszy zamysł, ale ja poczułam się nieco zdezorientowana. Moim zdaniem, znacznie łatwiej czytałoby się prace gdyby autor poświęcił cały jeden rozdział opisowi różnych sieci, ich charakterystyk i sposobów ich generacji, niż „skakał” od tematu do tematu.

## Odpowiedź:

- Taki układ materiału miał na celu osobne omówienie sieci (do rozdziału 1.2.4 włącznie) i sposobów zmiany współczynnika gronowania (rozdział 1.2.5).
- Układ pracy był podporządkowany chęci rozdzielenia wiadomości literaturowych i opisów stosowanych w pracy algorytmów. Dlatego te opisy znalazły się w późniejszych rozdziałach, opisujących wyniki otrzymane w toku symulacji komputerowej.

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

W kolejnym podrozdziale wprowadzenia autor opisuje różne procesy kontaktowe, w tym epidemiologiczne oraz słynny model Ziffa-Gulariego- Barshada, który jest niezwykle istotny z punktu widzenia teorii nierównowagowych przejść fazowych. Tu również mam pewne zastrzeżenia do struktury logicznej – zacząłbym raczej ten podrozdział od zdefiniowania czym jest proces kontaktowy, a tego dowiadujemy się dopiero na piątej stronie tej części (23 strona rozprawy).

## Odpowiedź:

- Podrozdział 1.3 był pomyślany jako wprowadzenie literaturowe, przy czym chodziło o taki układ treści, który by uzasadnił na przykładach atrakcyjność tematu, a potem podał definicje.

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Ponadto nie rozumiem po co tak wiele miejsca autor poświęca procedurze tworzenia rysunku 1-15, opisując przy okazji jednowymiarowy automat komórkowy Wolframa, co moim zdaniem jest zupełnie niepotrzebną dygresją i zaburza czytanie rozprawy.

## Odpowiedź:

- Celem tego opisu było nawiązanie do problematyki nieredukowalności obliczeniowej, którą dyskutuje się w literaturze najczęściej w kontekście automatów komórkowych. To nawiązanie zostało zamieszczone na końcu rozdziału 1.3.2.
- Problem nieredukowalności jest istotny dla wszelkiego rodzaju symulacji, ponieważ wiąże się z pytaniem czy nie można otrzymać wyników w inny, prostszy sposób – chodziło więc o wskazanie, że zastosowanie w pracy metody symulacji jest uzasadnione.
- W pracy nawiązanie do tego problemu pojawiło się również przy dyskusji długich czasów symulacji.

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Mam pytanie o różnicę pomiędzy modelem wyborcy, inwazji i epidemiologicznym modelem SIS. Czy to nie są w gruncie rzeczy takie same modele i w jakich sytuacjach mogłyby być widoczne różnice pomiędzy tymi modelami.

## Odpowiedź:

- W modelu inwazji stan wylosowanego węzła jest przekazywany jego sąsiadowi, a w modelu wyborcy wylosowany węzeł przyjmuje stan swojego sąsiada.
- Różnica staje się widoczna dla sieci niejednorodnych, gdzie węzły różnią się ilością swoich sąsiadów.
- W modelu SIS stan S nie jest przekazywany sąsiadowi; wyzdrowienie nie zależy od kontaktu, a zachodzi samoistnie.

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Wyjaśnienia wymaga wybór zmiennej  $n_s^*$  jako testowej do porównania wyników. W pracy zmienna ta została zdefiniowana jako „udział węzłów typu S w sieci dla którego połowa symulacji kończy się przewagą udziału węzłów tego typu w sieci a druga połowa przewagą udziału węzłów typu D”. Być może czegoś nie zrozumiałam, ale przecież we wszystkich badanych modelach mamy absorpcyjny stan ferromagnetyczny. To zaś oznacza, że symulacja zawsze kończy się w stanie, w którym wszystkie węzły są w stanie S lub D. Można oczywiście zadać pytanie o to jakie jest prawdopodobieństwo osiągnięcia stanu absorpcyjnego typu S, dla którego udział węzłów S w chwili początkowej wynosi  $n_s^*$ . Prawdopodobieństwo to nosi angielską nazwę exit probability(EP) i jest od dawna znane zarówno dla modelu votera (wyborcy), Sznajdów i innych modeli należących do szerokiej klasy tzw. binary-state dynamics. Jeśli jednak przyjmiemy tą drugą definicję, związaną z EP, wówczas wiadomo, że dla dowolnego z opisanych modeli  $n_s^*=0.5$ . Natomiast w tabeli 2-1 widzimy wartość 0.424, co nie jest dla mnie zrozumiałe.

## Odpowiedź:

- W istocie część symulacji kończy się w jednym stanie absorbującym S, a pozostałe symulacje – w drugim, czyli D. Ten podział zależy od wartości początkowej  $n_s$ .
- Chodzi więc o taką wartość początkową  $n_s^*$ , dla której ten podział jest 50-50%.

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Dodatkowo nigdzie w podrozdziałach 2.2-2.3 nie dowiadujemy się dla jakiego modelu (wyborcy, inwazji, Sznajdów, itd.) zostały przeprowadzone testy. Nawet jeśli dla wszystkich, to z pewnością wyniki przedstawione w tabelach 2-1 i 2-2 dotyczą jakiegoś konkretnego modelu.

## Odpowiedź:

- Wyniki przedstawione w tabelach 2-1 i 2-2 dotyczą konkurowania dynamiki modelu Sznajdów z dynamiką modelu inwazji której to konkurencji poświęcony jest rozdział czwarty rozprawy
- Natomiast rozdział 2.3 dotyczy testów konkurencji dynamiki modelu „z sąsiedztwem” z dynamiką modelu wyborcy na sieci W-S. Jest to napisane nie wprost w opisie kolejnych wizualizacji (wykonanych w programie Pajek) “migawek” sieci na stronie 40
- Oczywiście nie ulega wątpliwości iż takie informacje powinny się znaleźć w tekście

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Podobne wątpliwości mam w stosunku do określenia tzw. „warunku stopu”, swoją drogą wydaje mi się, że znacznie szczęśliwszą nazwą byłby „warunek zatrzymania”. Jeśli faktycznie układy posiadają stany absorpcyjne to tzw. exit time powinien wyznaczać czas symulacji.

## Odpowiedź:

- Wyniki przedstawione w rozdziale 2.4 dotyczą konkurowania dynamiki modelu Sznajdów z dynamiką modelu inwazji na sieci W-S. Wynika to nie wprost z posłużenia się w rozdziale zmienną  $ns^*$ , która to zmienna pojawiła się w pracy właśnie w kontekście rywalizacji tych dwóch dynamik.
- Również tutaj nie ulega wątpliwości iż taka informacja powinna się znaleźć explicite w tekście rozdziału

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Nie do końca rozumiem czym jest proces kontaktowy opisany w rozdziale 3.2. Jakie zjawisko mógłby opisywać taki proces?

## Odpowiedź:

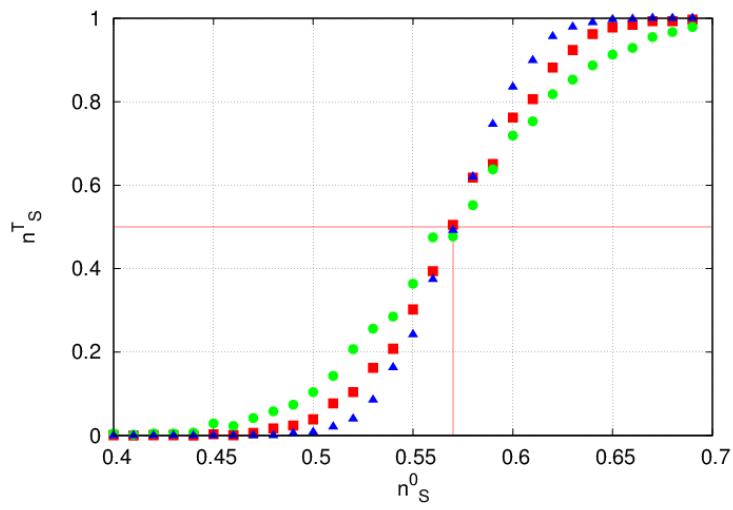
- Procesami konkurującymi są tu proces inwazji i dynamika modelu Sznajdów.
- Ponieważ drugi z tych mechanizmów jest bardzo intensywny, odpowiedni krok jest wykonywany z prawdopodobieństwem  $p_D$ , które jest parametrem symulacji.
- Model inwazji może być używany do rozprzestrzeniania się wiadomości – plotek, porad.
- Co do modelu Sznajdów, pozwalam sobie zacytować pracę Recenzentki w Acta Phys. Pol. B 36, 85 (2005), cytowaną w rozprawie na str. 32, gdzie jednym z zastosowań modelu jest właśnie marketing.
- Tak więc zastosowaniem mógłby być konkurencja rozprzestrzeniania się opinii dotyczących marketingu za pomocą tych dwóch mechanizmów.

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

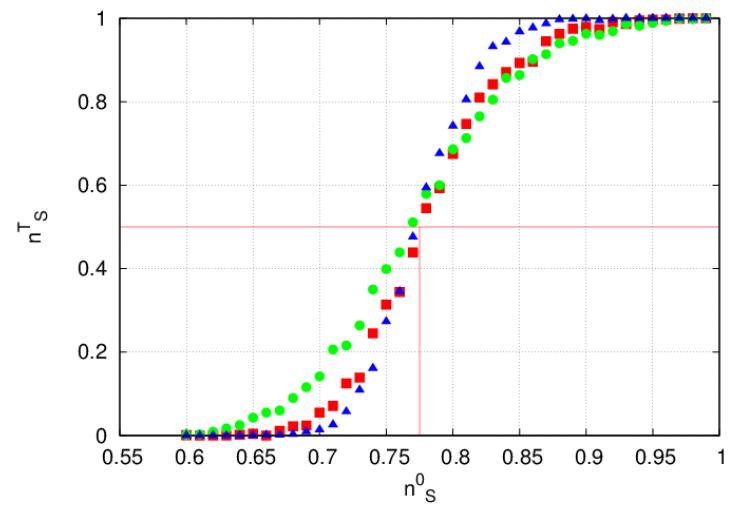
Jeśli chodzi o ten rozdział to mam jedynie pytanie do sformułowania „przejście skokowe”. Czy autor ma tu na myśli przejście fazowe nieciągłe? Na czym polega „skokowość”? Czy autor próbował przeprowadzić na przykład skalowanie skończonego rozmiaru (np. dla wyników przedstawionych na rysunku 3-11) i na tej podstawie określić typ przejścia?

## Odpowiedź:

- W istocie chodziło o przejście nieciągłe. Wnioskujemy o nieciągłości na podstawie istnienia stanów absorbujących S i D.
- Sądzimy, że dla nieskończonego układu dla  $n_s(t=0) < n_s^*$  otrzymamy zawsze stan końcowy D, a dla  $n_s(t=0) > n_s^*$  - zawsze stan S.
- To znaczy, że dla nieskończonego układu rysunki 3.11, 3.12 pokazywałyby krzywe schodkowe. Dla skończonych układów te krzywe są nachylone, ponieważ istnieje skończone prawdopodobieństwo zakończenia ewolucji w każdym stanie. Jednak – jak pokazano na tych rysunkach – w miarę wzrostu układu nachylenie rośnie, a punkt przecięcia poszczególnych krzywych nie zależy od rozmiarów układu.
- Analiza skalowania skończonych rozmiarów nie była stosowana. Mogłoby w niej chodzić o zależność punktu przejścia od rozmiarów układu, której to zależności w naszym przypadku nie obserwujemy.
- Brak tej zależności jest pokazany na rysunkach 3.11 i 3.12.



Rys. 3.11



Rys. 3.12

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

W rozdziałach 5 i 6 mgr. Rybak przedstawia i analizuje model z sąsiedztwem na sieciach ER i WS. Podobnie jak w modelu analizowanym w rozdziałach 3 i 4, również w tym modelu każdy z węzłów może znajdować się w jednym z dwóch stanów. Zabrakło mi tu dyskusji o różnicach i podobieństwach między modelami z rozdziałów 3 i 4 oraz 5 i 6. Wprawdzie w rozdziale 9 autor porównuje zachowanie obu modeli na sieciach WS, ale mi chodziłoby raczej o komentarz na czym polegają różnice w konstrukcji modeli. Zabrakło mi również ponownie komentarza dotyczącego potencjalnych zastosowań modelu.

## Odpowiedź:

- W istocie dyskusja o różnicach i podobieństwach między konstrukcją modeli z rozdziałów 3 i 4 oraz 5 i 6 mogłaby się tam znaleźć
- Co do potencjalnych zastosowań modelu „z sąsiedztwem”, przykładami są tutaj rodzina protokołów Paxos albo dziedziczenie niektórych chorób genetycznych

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Rozdział siódmy poświęcony jest porównaniu zachowania modelu z sąsiedztwem na sieciach ER i WS. Natomiast rozdział ósmy poświęcono porównaniu zachowania modelu Sznajdów na sieciach WS i BA. Tego zabiegu znowu nie rozumiem. Przecież model Sznajdów na WS i BA był opisywany w rozdziałach 3 i 4. Nie logiczniej wobec tego byłoby porównać modele Sznajdów w rozdziale 5 a potem przejść do modeli z sąsiedztwem? Jeśli jednak mgr. Rybak chciał pozostawić porównania na koniec to czy nie lepiej byłoby zacząć od modelu Sznajdów w rozdziale 7, a potem napisać o modelu z sąsiedztwem w rozdziale 8, skoro w takiej kolejności modele były przedstawiane?

## Odpowiedź:

- Moją ideą było połączenie obu podejść zaproponowanych w recenzji
- Chciałem zostawić porównania na koniec pracy
- Ponieważ rozdziały 5 i 6 były poświęcone badaniu modelu “z sąsiedztwem” wydało mi się naturalne iż rozdział siódmy będzie rozdziałem podsumowującym/porównawczym dla “modelu z sąsiedztwem”, w którego kontekście były poprzednie rozdziały
- Oczywiście zgadzam się z Recenzentką że taka logika jest dyskusyjna i kolejność rozdziałów 7 i 8 mogłaby zostać zamieniona

# Prof. Katarzyna Sznajd-Weron napisała:

Nie rozumiem też dlaczego model Sznajdów był analizowany tylko na sieciach WS i BA, natomiast model z sąsiedztwem na ER i WS. Badania byłyby znacznie bardziej kompletne gdyby oba modele były przebadane na wszystkich trzech rodzajach grafów. Pozwoliłoby to również na pełne porównanie modeli, co jak rozumiem było głównym celem rozprawy.

## Odpowiedź:

- Jak zaznaczyłem w odpowiedzi na pytanie Prof. Kutnera, uznaliśmy po dyskusji z promotorami że kontynuacja badań zbyt wydłużałaby wykonanie pracy.
- Mogę dodać że w istocie badania można by uznać za kompletne, gdyby dotyczyły tylko sieci W-S.
- Wtedy badania sieci E-R i sieci A-B byłyby traktowane jako badania uzupełniające, dotyczące pewnych szczególnych przypadków.

Po drugie, struktura logiczna rozprawy jest daleka od ideału i utrudnia czytanie pracy. Ja przynajmniej miałam wrażenie przeskakiwania z tematu na temat, a z drugiej strony powracania do tematów, które już

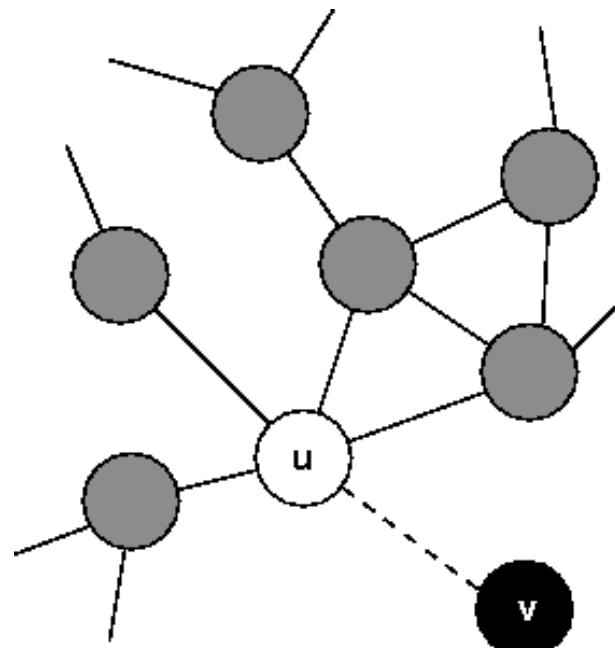
były opisane wcześniej. Nie jest również bardzo pomocne nazywanie tak samo kilku różnych rozdziałów czy sekcji – np. zarówno 3.2 i 4.3 noszą nazwę „Symulacja procesu kontaktowego”. Nie robi na mnie również najlepszego wrażenia rozpoczęwanie podrozdziału od słowa „Następnie”.

### Odpowiedź:

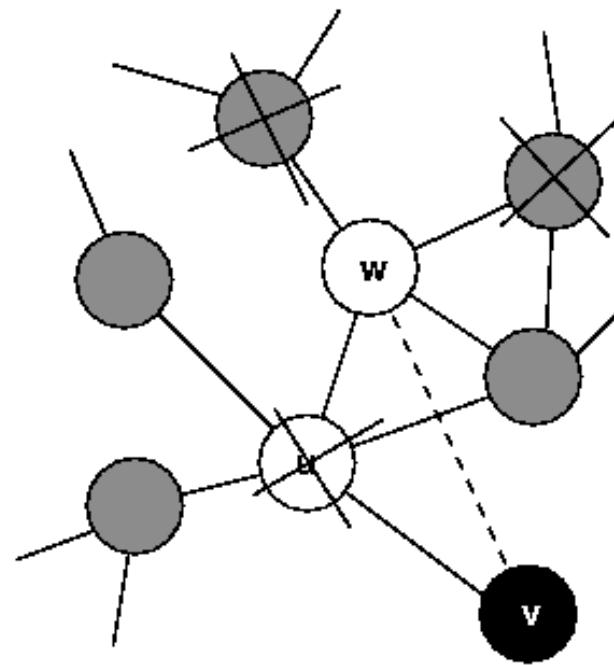
- Co do podsumowania, przyjmuję uwagę krytyczną co do rozpoczęania rozdziału w niewłaściwy sposób.
- Natomiast chciałbym dodać, że podrozdziały zatytułowane „Symulacja procesu kontaktowego” dotyczyły różnych procesów w różnych częściach rozprawy i były zamieszczone w różnych rozdziałach.

# Materiały dodatkowe

# Sposób zwiększenia gronowania



(a)



(b)

# Algorytm symulacji

Wygeneruj rodzinę sieci liczących  $N$  węzłów o identycznym  $\langle k \rangle$  i różnych  $\langle C \rangle$

Losowo przypisz węzłom wartości S lub D w wybranej proporcji

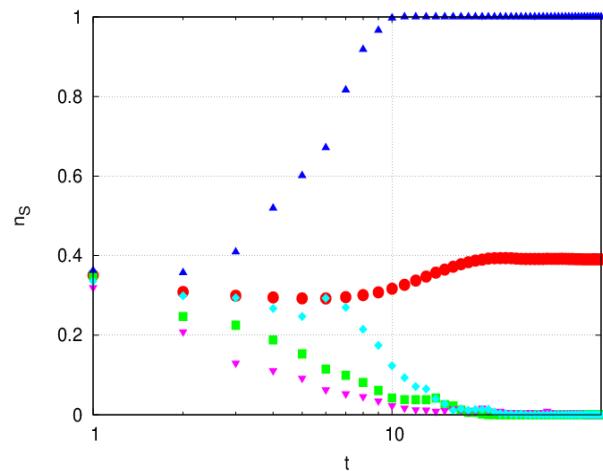
W każdej iteracji  $t$ , wykonaj  $N$  losowań ze zwracaniem na zbiorze  $N$  węzłów

W zależności od typu wylosowanego węzła zastosuj odpowiednią regułę przejść

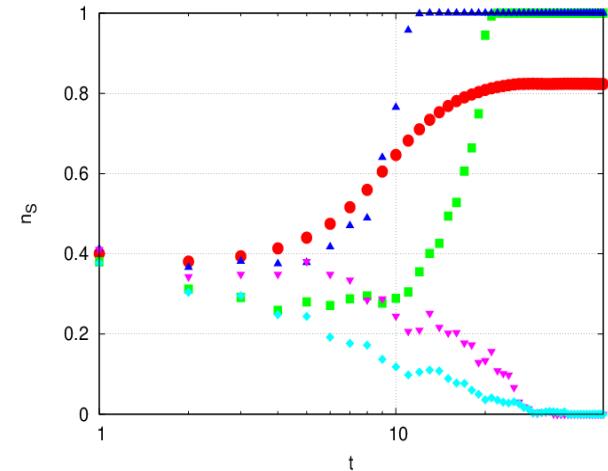
Zakończ symulację po zadanej liczbie iteracji

# Pojedyncze przebiegi czasowe

$$\langle C \rangle = 0.1, p = 0.3$$

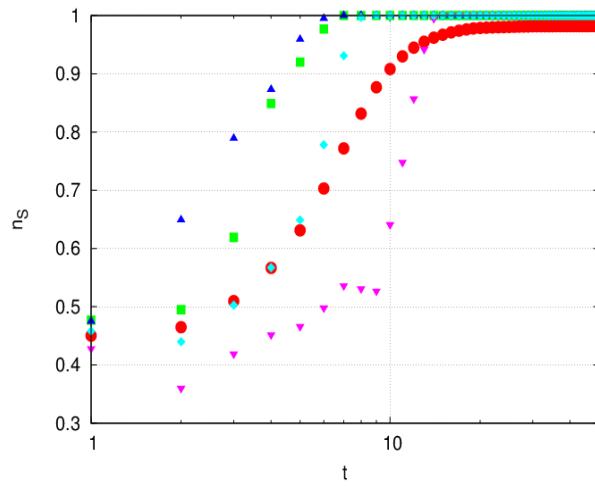


$$n_s(t=0) = 0.35$$



$$n_s(t=0) = 0.45$$

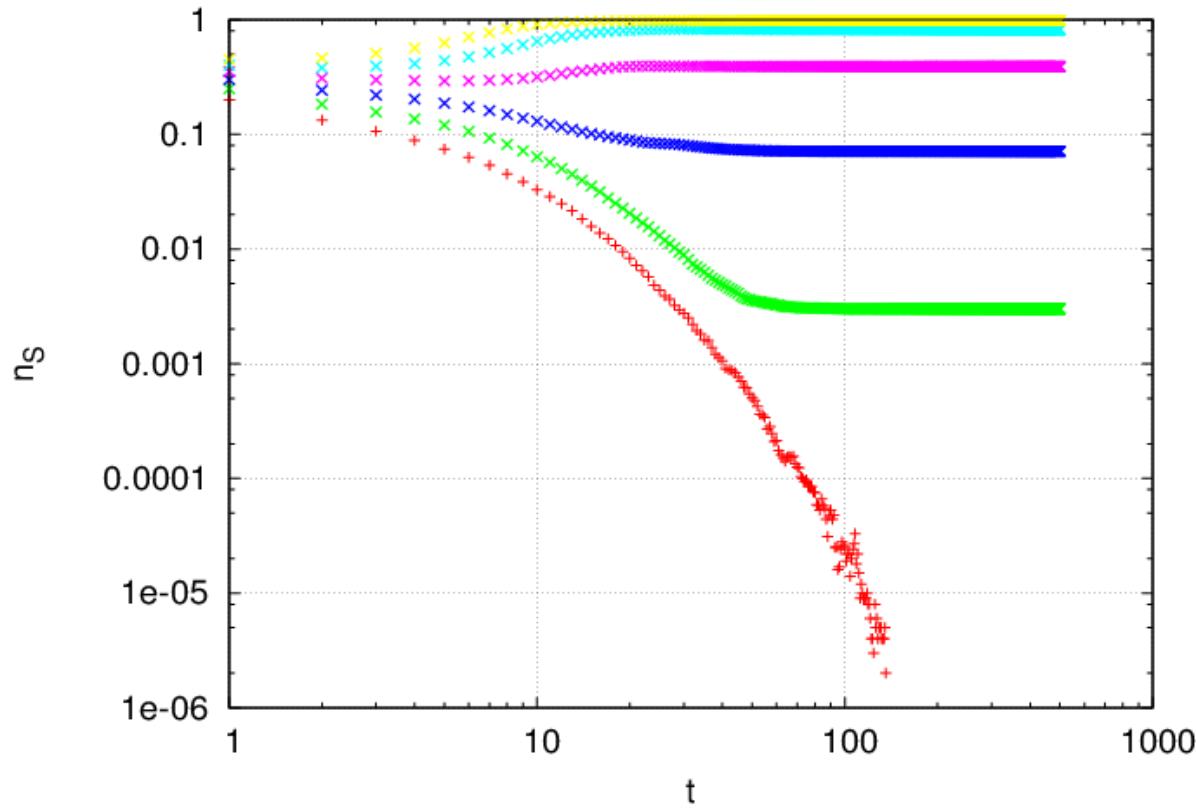
$$n_s(t=0) = 0.4$$



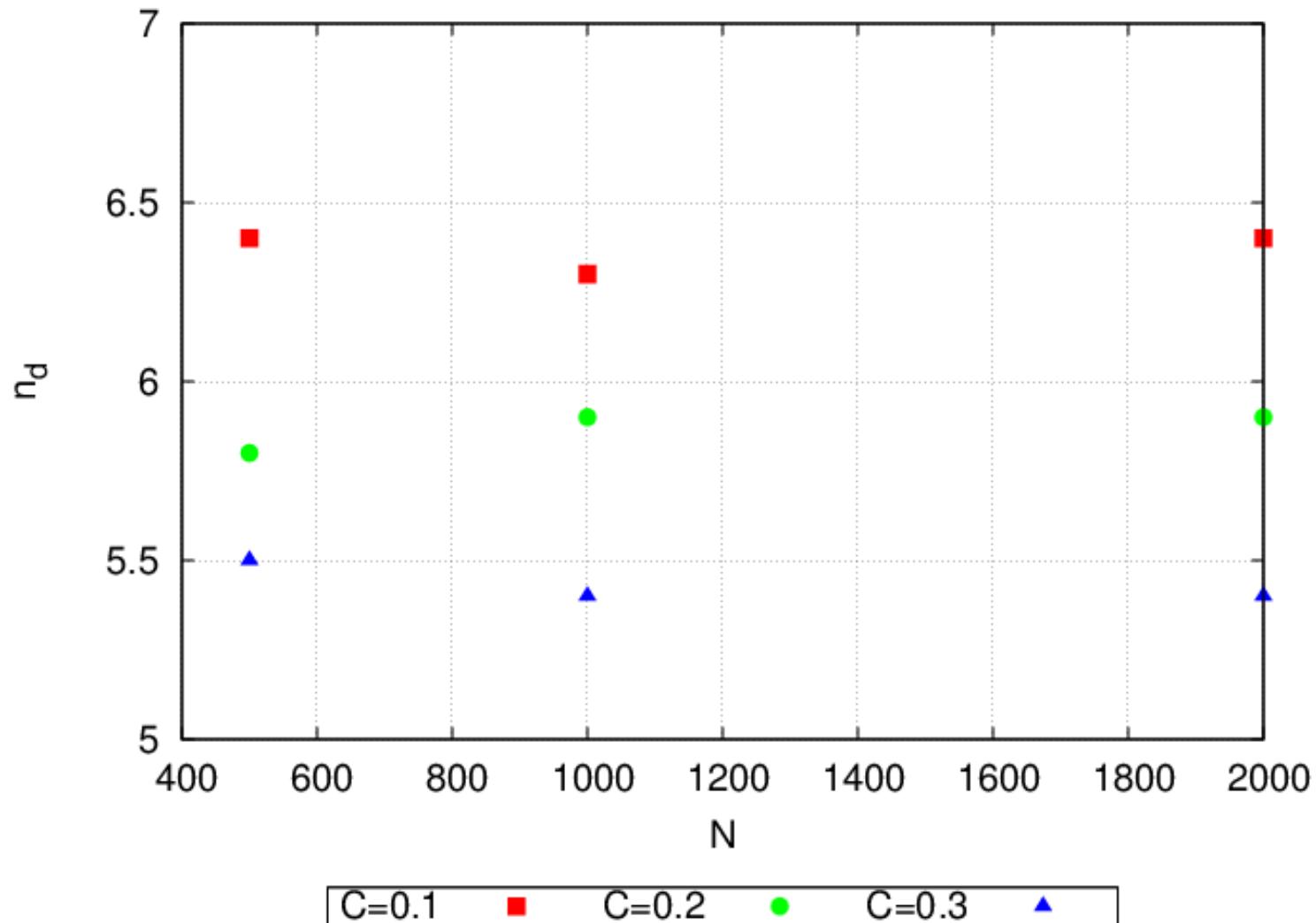
- Gruba czerwona linia przedstawia średnią

# Średnie przebiegi czasowe

$\langle C \rangle = 0.1$ ,  $p = 0.3$ ,  $n_s(t=0) = \{0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45\}$



## Średnia liczba sąsiadów pary (W-S)



# Algorytm symulacji

Wygeneruj rodzinę sieci liczących N węzłów o identycznym  $\langle k \rangle$  i różnych  $\langle C \rangle$

Losowo przypisz węzłom wartości S lub D w wybranej proporcji

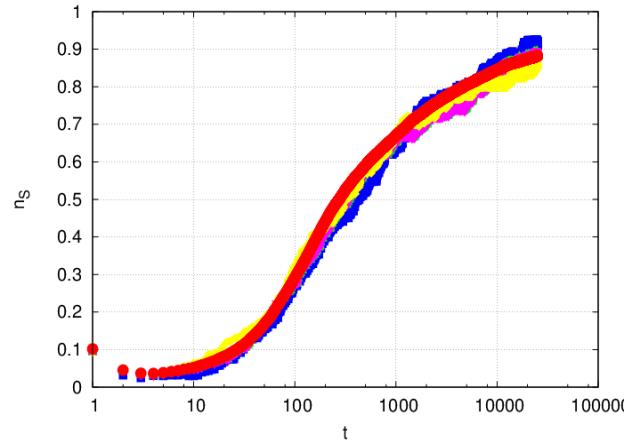
W każdej iteracji t, wygeneruj N-elementową permutację węzłów do odwiedzenia

W zależności od typu wylosowanego węzła zastosuj odpowiednią regułę przejść

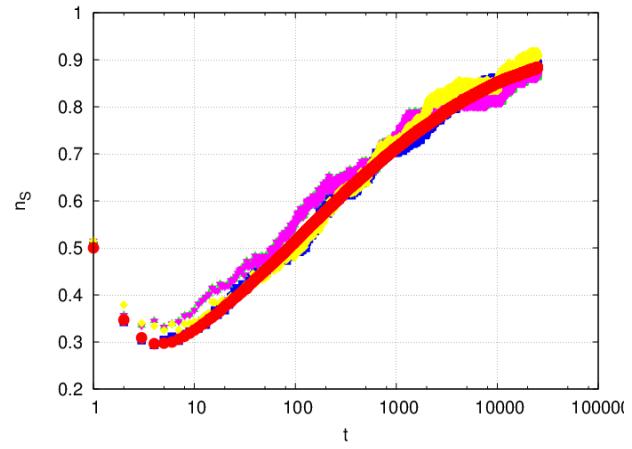
Zakończ symulację po zadanej liczbie iteracji

# Pojedyncze przebiegi czasowe – zmniejszone $\langle C \rangle$

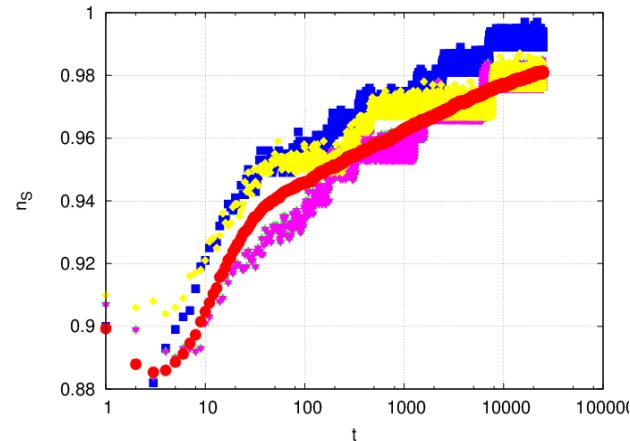
$\langle C \rangle = 0.3, p = 0.1$



$n_s(t=0) = 0.1$

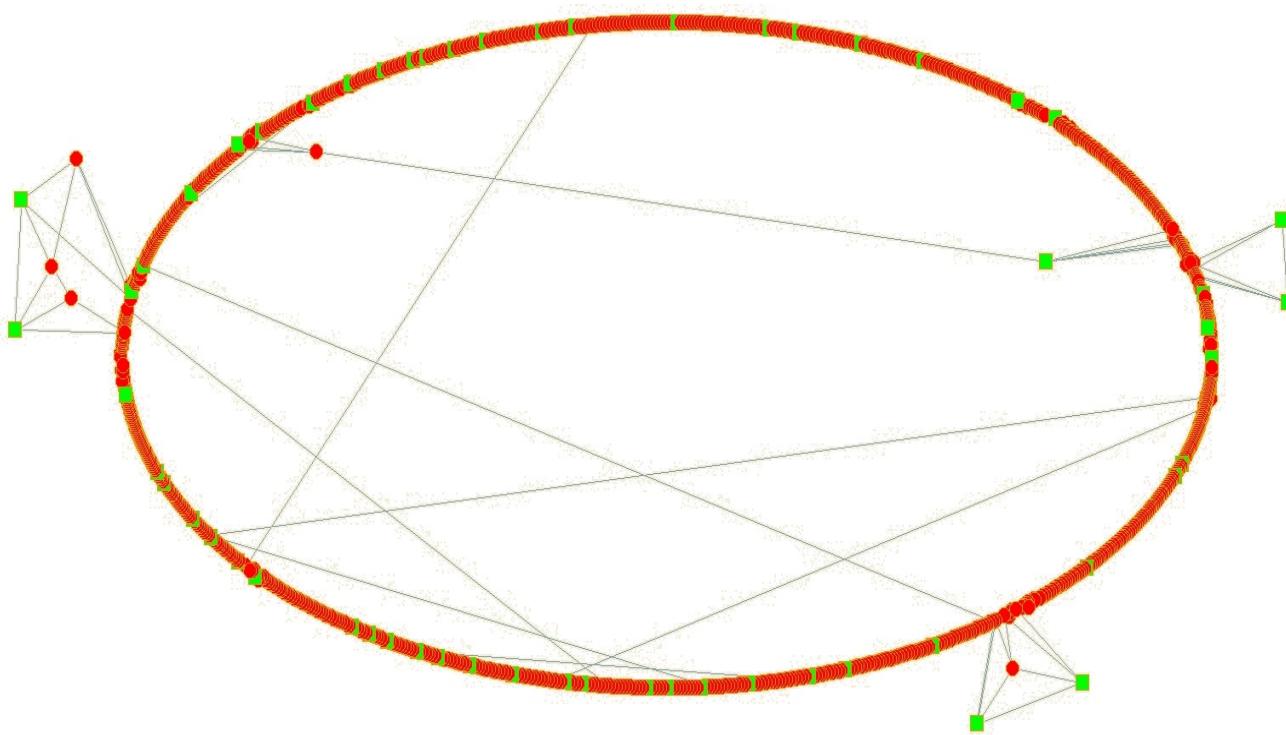


$n_s(t=0) = 0.5$



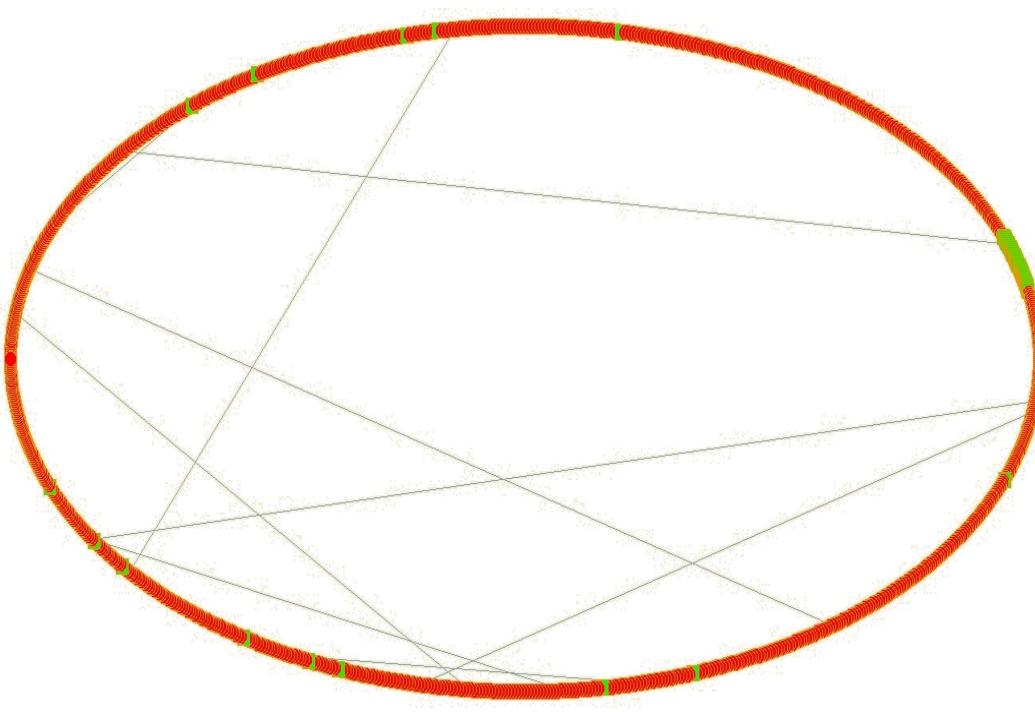
# Czemu proces D “blokuje się” na węzłach?

t=0

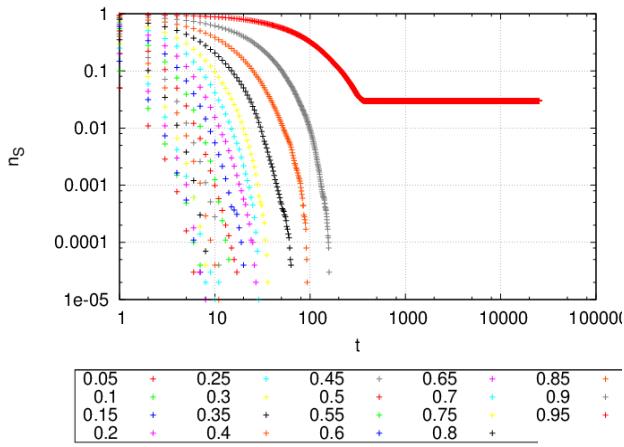


# Czemu proces D “blokuje się” na węzłach?

$t=10$

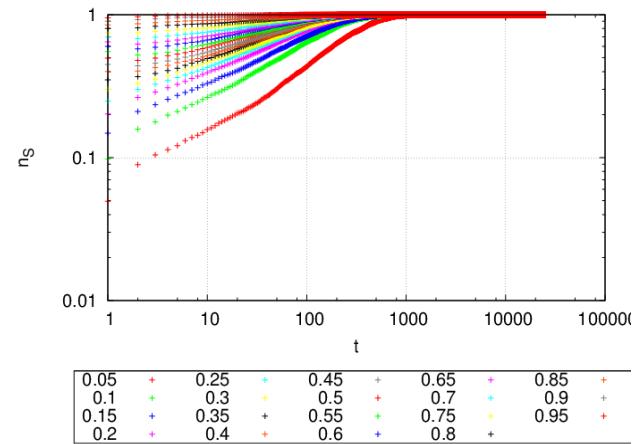


# Średnie przebiegi czasowe – sieć regularna

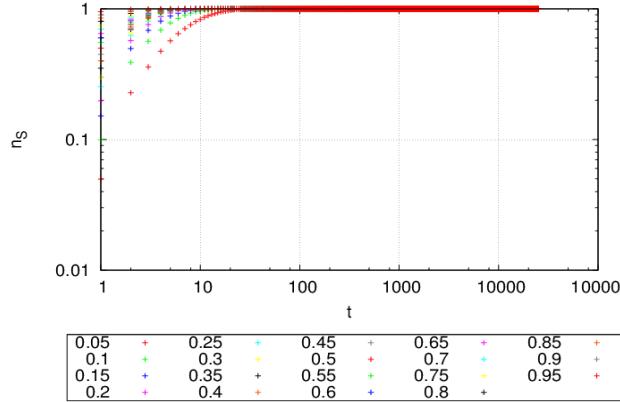


konfiguracja  
absorbująca

$p=0.9$

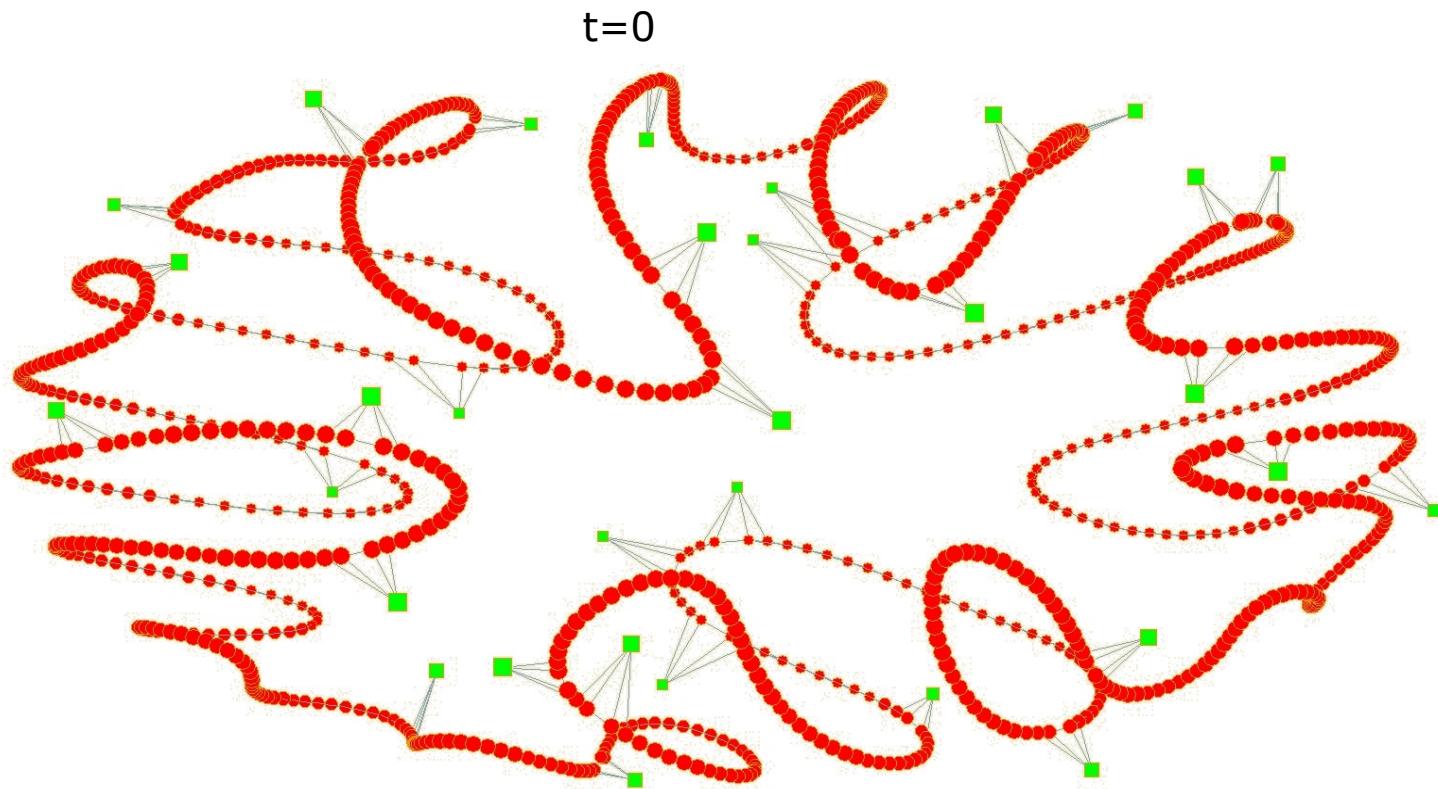


$p=0.5$



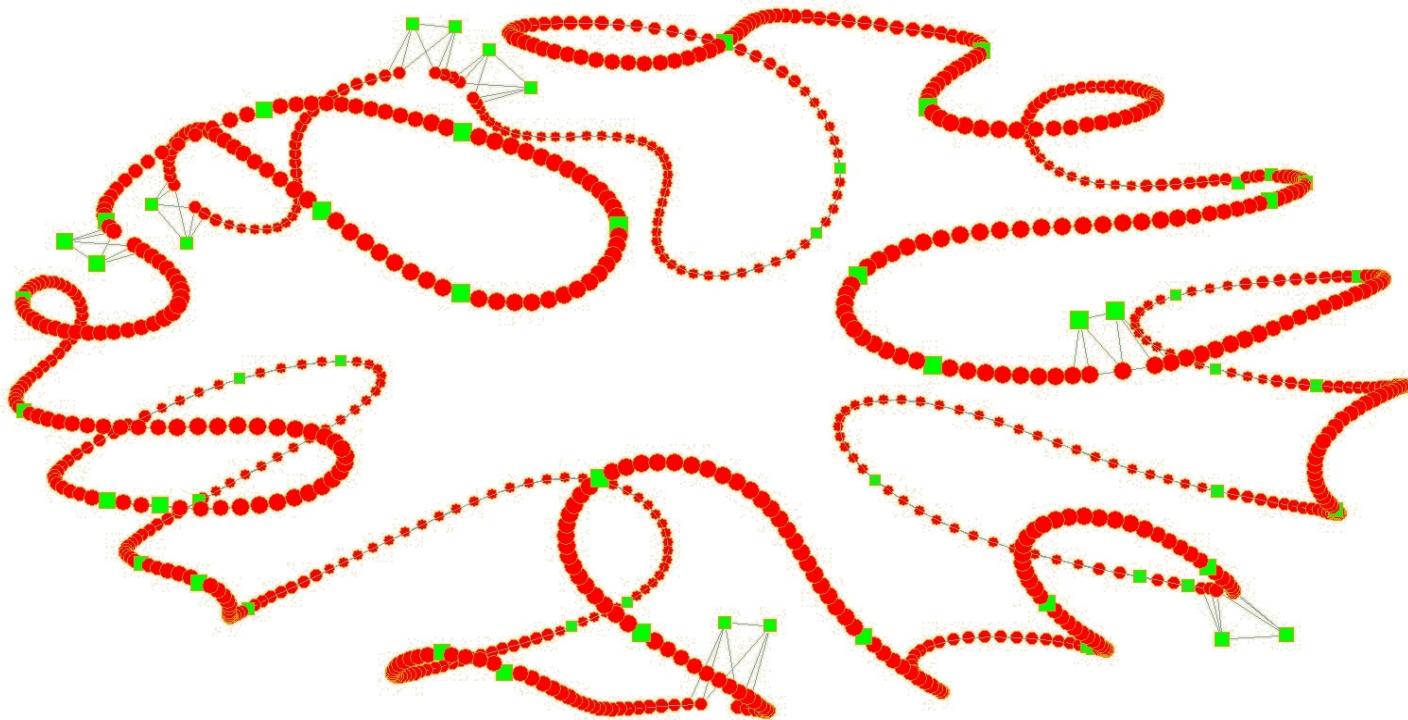
- Znacznie krótsze czasy niż dla zmniejszonego  $\langle C \rangle$

# Efekt konfiguracji absorbującej S



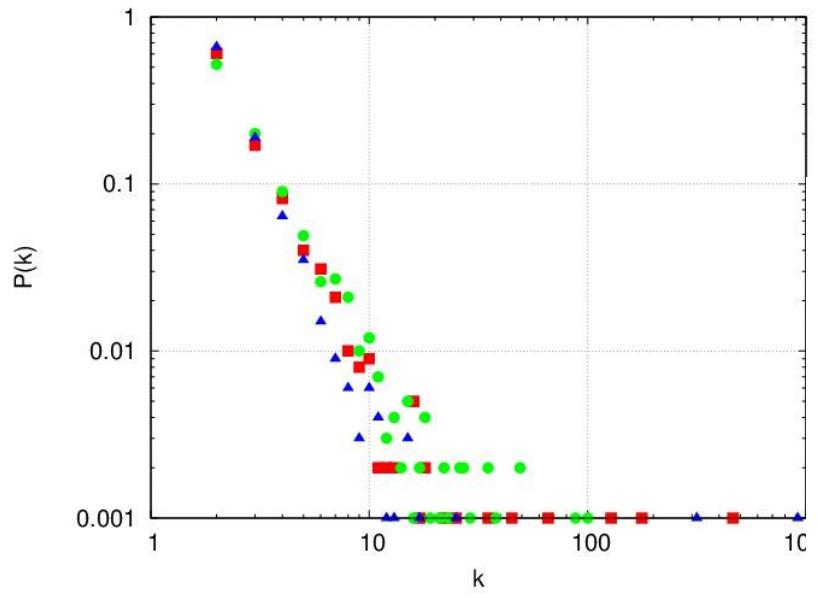
- Nie ma żadnej pary D-D – proces D nie aktywuje się

# Efekt konfiguracji absorbującej S

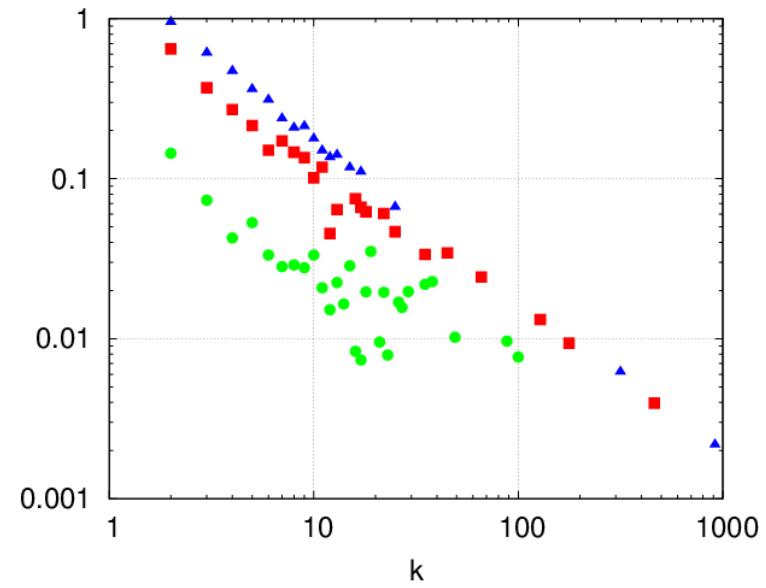


- Para D-D istnieje – proces D może być aktywowany

# Wpływ na charakterystyki sieci



$\zeta$

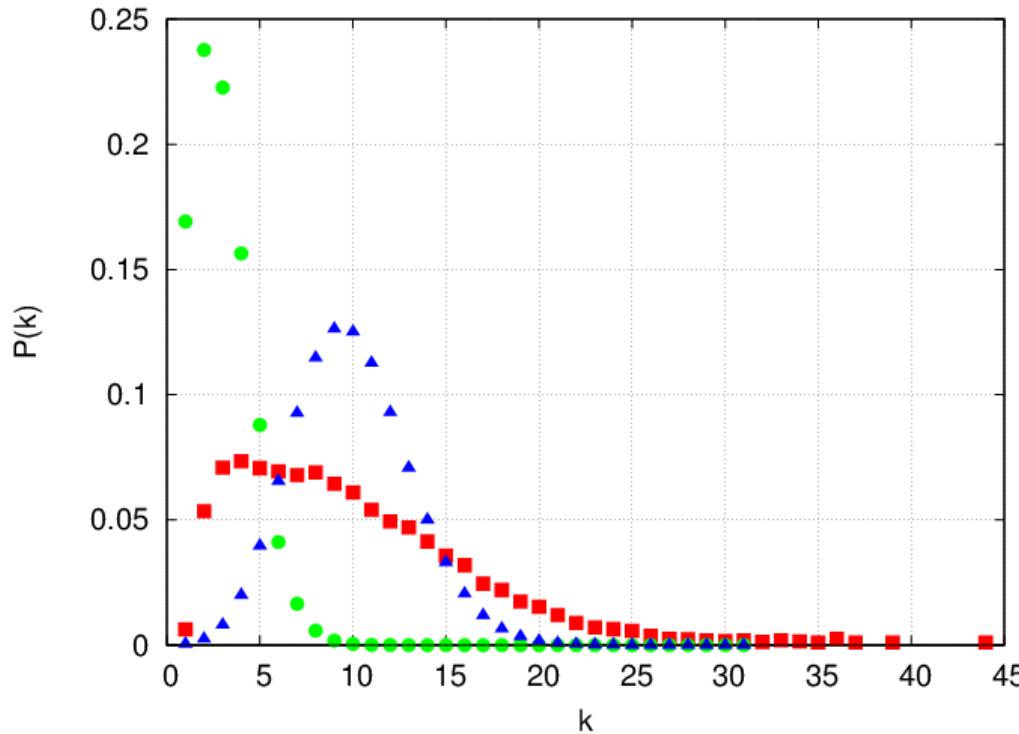


$N=1000, k=4, C=\{0.1 - koła, 0.5 - kwadraty, 0.8 - trójkąty\}$

# Sposób zwiększenia gronowania

- wygenerowanie sieci „bazowej”
- klasyczny graf przypadkowy liczący  $N$  węzłów o  $C \approx 0$  i  $k$  mniejszym od „docelowego”  $k$
- dla każdego węzła z zadanym prawdopodobieństwem tworzone jest połączenie pomiędzy jedną parą sąsiadów

# Wpływ na charakterystyki sieci

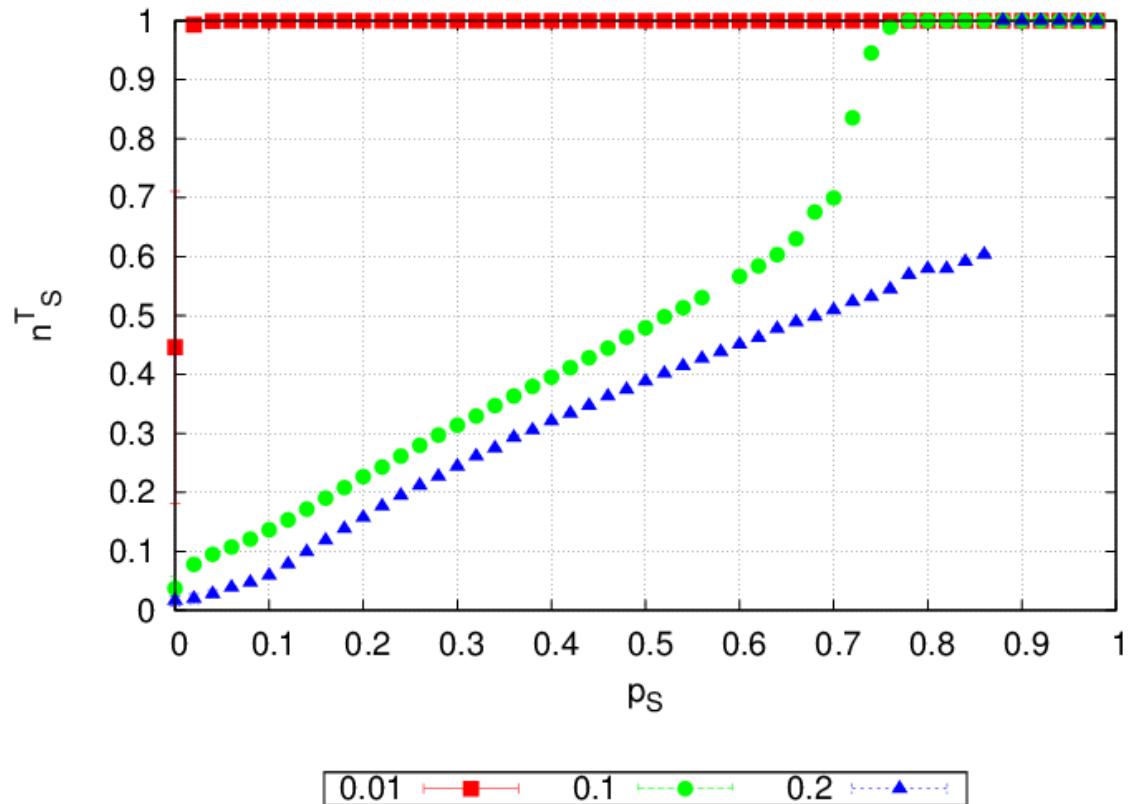


Czerwone kwadraty:  $C = 0.5, k=10$

Zielone koła:  $C \approx 0, k=2.8$  (sieć bazowa)

Niebieskie trójkąty: rozkład Poissona o wartości oczekiwanej 10

# Prawdopodobieństwa graniczne



- każdy punkt na wykresie jest średnią z przebiegów czasowych dla wartości początkowych udziałów węzłów S równych: 0.25, 0.5 oraz 0.5