

PROBLEMA 10

Objetivo:

Se pide dar recomendaciones sobre las funciones de compra, procesamiento y embarque con el objetivo de minimizar el costo anual total.

Variables de decisión:

CA1 = cantidad de mineral A distribuido a ciudad 1

CA2 = cantidad de mineral A distribuido a ciudad 2

CB1 = cantidad de mineral B distribuido a ciudad 1

CB2 = cantidad de mineral B distribuido a ciudad 2

CAAA1 = cantidad de mineral A para producir AAC en ciudad 1

CBAA1 = cantidad de mineral B para producir AAC en ciudad 1

CAAB1 = cantidad de mineral A para producir ABC en ciudad 1

CBAB1 = cantidad de mineral B para producir ABC en ciudad 1

CAAA2 = cantidad de mineral A para producir AAC en ciudad 2

CBAA2 = cantidad de mineral B para producir AAC en ciudad 2

CAAB2 = cantidad de mineral A para producir ABC en ciudad 2

CBAB2 = cantidad de mineral B para producir ABC en ciudad 2

CAA1 = cantidad de AAC procesado en la ciudad 1

CAA2 = cantidad de AAC procesado en la ciudad 2

CAB1 = cantidad de ABC procesado en la ciudad 1

CAB2 = cantidad de ABC procesado en la ciudad 2

CAAJ1 = cantidad de AAC para Japón distribuido de ciudad 1

CAAJ2 = cantidad de AAC para Japón distribuido de ciudad 2

CABJ1 = cantidad de ABC para Japón distribuido de ciudad 1

CABJ2 = cantidad de ABC para Japón distribuido de ciudad 2

CAAC1 = cantidad de AAC para Corea distribuido de ciudad 1

CAAC2 = cantidad de AAC para Corea distribuido de ciudad 2

CABC1 = cantidad de ABC para Corea distribuido de ciudad 1

CABC2 = cantidad de ABC para Corea distribuido de ciudad 2

CAAT1 = cantidad de AAC para Taiwan distribuido de ciudad 1

CAAT2 = cantidad de AAC para Taiwan distribuido de ciudad 2

CABT1 = cantidad de ABC para Taiwan distribuido de ciudad 1

CABT2 = cantidad de ABC para Taiwan distribuido de ciudad 2

CAAM1 = cantidad de AAC para México distribuido de ciudad 1

CAAM2 = cantidad de AAC para México distribuido de ciudad 2

CABM1 = cantidad de ABC para Mexico distribuido de ciudad 1

CABM2 = cantidad de ABC para México distribuido de ciudad 2

Función objetivo

Z = costo anual total

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & 130(\text{CA1} + \text{CA2}) + 110(\text{CB1} + \text{CB2}) + 10(\text{CA1}) + 13(\text{CA2}) + 14(\text{CB1}) + 17(\text{CB2}) + \\ & 32(\text{CAA1}) + 39(\text{CAA2}) + 27(\text{CAB1}) + 32(\text{CAB2}) + 110(\text{CAAJ1}) + 115(\text{CAAJ2}) + 100(\text{CABJ1}) \\ & + 110(\text{CABJ2}) + 140(\text{CAAC1}) + 150(\text{CAAC2}) + 130(\text{CABC1}) + 145(\text{CABC2}) + 130(\text{CAAT1}) + \\ & 135(\text{CAAT2}) + 125(\text{CABT1}) + 127(\text{CABT2}) + 80(\text{CAAM1}) + 90(\text{CAAM2}) + 80(\text{CABM1}) + \\ & 85(\text{CABM2}) \end{aligned}$$

Entonces simplificando tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & 140(\text{CA1}) + 143(\text{CA2}) + 124(\text{CB1}) + 127(\text{CB2}) + 32(\text{CAA1}) + 39(\text{CAA2}) + 27(\text{CAB1}) \\ & + 32(\text{CAB2}) + 110(\text{CAAJ1}) + 115(\text{CAAJ2}) + 100(\text{CABJ1}) + 110(\text{CABJ2}) + 140(\text{CAAC1}) + \\ & 150(\text{CAAC2}) + 130(\text{CABC1}) + 145(\text{CABC2}) + 130(\text{CAAT1}) + 135(\text{CAAT2}) + 125(\text{CABT1}) + \\ & 127(\text{CABT2}) + 80(\text{CAAM1}) + 90(\text{CAAM2}) + 80(\text{CABM1}) + 85(\text{CABM2}) \end{aligned}$$

Restricciones

Compra de mineral a Mina K y M:

$$\text{CA1} + \text{CA2} \leq 1000$$

$$\text{CB1} + \text{CB2} \geq 2000$$

Capacidad de minerales en ciudad 1 y 2

$$\text{CAAA1} + \text{CBAA1} + \text{CAAB1} + \text{CBAB1} \leq 1500$$

$$\text{CAAA2} + \text{CBAA2} + \text{CAAB2} + \text{CBAB2} \leq 700$$

Requerimientos para hacer AAC y ABC usando materia A y B

$$\text{CAAA1} - 2(\text{CBAA1}) = 0$$

$$\text{CAAB1} - 3(\text{CBAB1}) = 0$$

$$\text{CAAA2} - 2(\text{CBAA2}) = 0$$

$$\text{CAAB2} - 3(\text{CBAB2}) = 0$$

Demandas de AAC Y ABC por países, provenientes de planta 1 y 2

$$\text{CAAJ1} + \text{CAAJ2} \leq 400$$

$$\text{CABJ1} + \text{CABJ2} \leq 200$$

$$\text{CAAC1} + \text{CAAC2} \leq 200$$

$$\text{CABC1} + \text{CABC2} \leq 100$$

$CAAT1 + CAAT2 \leq 200$
 $CABT1 + CABT2 \leq 100$
 $CAAM1 + CAAM2 \leq 150$
 $CABM1 + CABM2 \leq 50$

Restricciones supuestas:

Restricciones de producción y compra:

$CAAA1 + CAAB1 - CA1 = 0$
 $CBAA1 + CBAB1 - CB1 = 0$
 $CAAA2 + CAAB2 - CA2 = 0$
 $CBAA2 + CBAB2 - CB2 = 0$

Restricciones de equilibrio de producción:

$CAAA1 + CBAA1 - CAA1 = 0$
 $CAAB1 + CBAB1 - CAB1 = 0$
 $CAAA2 + CBAA2 - CAA2 = 0$
 $CAAB2 + CBAB2 - CAB2 = 0$

Restricciones de suministros de las plantas 1 y 2 hacia los países

$CAAJ1 + CAAC1 + CAAT1 + CAAM1 - CAA1 = 0$
 $CABJ1 + CAB1 + CABT1 + CABM1 - CAB1 = 0$
 $CAAJ2 + CAAC2 + CAAT2 + CAAM2 - CAA2 = 0$
 $CABJ2 + CAB2 + CABT2 + CABM2 - CAB2 = 0$

Restricciones de no negatividad

$CA1 \geq 0$
 $CA2 \geq 0$
 $CB1 \geq 0$
 $CB2 \geq 0$

$CAAA1 \geq 0$
 $CBAA1 \geq 0$
 $CAAB1 \geq 0$
 $CBAB1 \geq 0$
 $CAAA2 \geq 0$
 $CBAA2 \geq 0$
 $CAAB2 \geq 0$
 $CBAB2 \geq 0$

$CAA1 \geq 0$
 $CAA2 \geq 0$
 $CAB1 \geq 0$
 $CAB2 \geq 0$

CAAJ1 ≥ 0
CAAJ2 ≥ 0
CABJ1 ≥ 0
CABJ2 ≥ 0

CAAC1 ≥ 0
CAAC2 ≥ 0
CABC1 ≥ 0
CABC2 ≥ 0

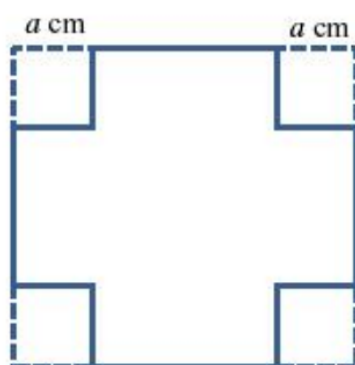
CAAT1 ≥ 0
CAAT2 ≥ 0
CABT1 ≥ 0
CABT2 ≥ 0

CAAM1 ≥ 0
CAAM2 ≥ 0
CABM1 ≥ 0
CABM2 ≥ 0

Problema 11

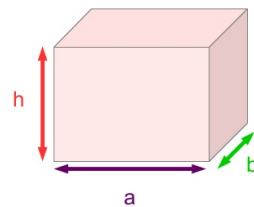
Objetivo:

Calcular el lado de cada cuadrado para que la caja tenga el mayor volumen posible



Sus dimensiones son:

- Largo (**a**)
- Ancho (**b**)
- Altura (**h**)



Nosotros ya sabemos Ancho*Largo que es igual a 18 cm^2 , sin embargo a esta área debemos restarle el área de los 4 cuadrados, de lado a , recortados que serían: $4a^2$.

Entonces tenemos por el momento: $18 - 4a^2$

Ahora la altura (h) de nuestra caja es a ya que es igual al tamaño del corte. Por ende si se quiere maximizar el volumen de la caja, tenemos:

$$V = (18 - 4a^2)a = 18a - 4a^3$$

Para calcular el máximo de esta función obtenemos su derivada e igualamos a cero:

$$\frac{dV}{da} 18a - 4a^3 = 18 - 12a^2 = 0$$

Seguimos con el procedimiento:

$$18 - 12a^2 = 0 \Rightarrow 18 = 12a^2$$

Simplificamos:

$$3 = 2a^2$$

Despejamos:

$$\frac{3}{2} = a^2$$

Obtenemos el resultado:

$$\pm \sqrt{\frac{3}{2}} = a$$

Ahora como sabemos, a no puede tomar un valor negativo porque estamos hablando de medidas, por ende la respuesta es:

$$\text{RPTT: } a = + \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Problema 12

Objetivo:

El objetivo es minimizar el costo total sin violar los requerimientos de reducción de la emisión

Variables de decisión:

x_1 = capacidad de aumentar altura de chimeneas en altos hornos

x_2 = capacidad de aumentar altura de chimeneas en hornos Siemens-Martin

x_3 = capacidad de usar filtros en altos hornos

x_4 = capacidad de usar filtros en hornos Siemens-Martin

x_5 = capacidad de incluir limpiadores en altos hornos

x_6 = capacidad de incluir limpiadores en hornos Siemens-Martin

Función objetivo:

Z = costo total

$$\text{Min } Z = 8x_1 + 10x_2 + 7x_3 + 6x_4 + 11x_5 + 9x_6$$

Restricciones:

Restricciones de reducción de emisiones:

$$12x_1 + 9x_2 + 25x_3 + 20x_4 + 17x_5 + 13x_6 \geq 60$$

$$35x_1 + 42x_2 + 18x_3 + 31x_4 + 56x_5 + 49x_6 \geq 150$$

$$37x_1 + 53x_2 + 28x_3 + 24x_4 + 29x_5 + 20x_6 \geq 125$$

$$x_i \leq 1, \text{ para } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

¿Por qué?

Según el enunciado:

Después de obtener estos datos, quedó claro que ningún método por sí solo podía lograr las reducciones requeridas. Por otro lado, la combinación de los tres métodos a toda su capacidad, sería demasiado caro si se quiere que los productos tengan precios competitivos.

Por todo esto, la conclusión de los ingenieros fue que debían usar alguna combinación de métodos, tal vez con **capacidades fraccionarias**, basada en sus costos relativos.

Restricciones de no negatividad:

$$x_i \geq 0, \text{ para } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Problema 13

Objetivo:

Determinar cuáles cuatro de los cinco pedidos aceptar y desarrollar un plan de producción que minimice el tiempo de procesamiento total para satisfacer esos pedidos.

Modificamos la tabla

Agregamos una nueva tabla de asignación con una nueva máquina figurada.

Tamaño	máquina				
Contenedor	1	2	3	4	5
3x4	25	20	28	30	0
4x6	24	22	25	23	0
6x8	30	30	28	25	0
8x12	38	32	30	30	0
12x18	40	40	28	30	0

Variables de decisión:

x_{ij} = Asignamos el tamaño de cocina i a la máquina j , donde $i=5$, $j=5$

x_{11} = asignación de tamaño 3x4 a máquina 1
 x_{12} = asignación de tamaño 3x4 a máquina 2
 x_{13} = asignación de tamaño 3x4 a máquina 3
 x_{14} = asignación de tamaño 3x4 a máquina 4
 x_{15} = asignación de tamaño 3x4 a máquina 5
 x_{21} = asignación de tamaño 4x6 a máquina 1
 x_{22} = asignación de tamaño 4x6 a máquina 2
 x_{23} = asignación de tamaño 4x6 a máquina 3
 x_{24} = asignación de tamaño 4x6 a máquina 4
 x_{25} = asignación de tamaño 4x6 a máquina 5
 x_{31} = asignación de tamaño 6x8 a máquina 1
 x_{32} = asignación de tamaño 6x8 a máquina 2
 x_{33} = asignación de tamaño 6x8 a máquina 3
 x_{34} = asignación de tamaño 6x8 a máquina 4
 x_{35} = asignación de tamaño 6x8 a máquina 5
 x_{41} = asignación de tamaño 8x12 a máquina 1
 x_{42} = asignación de tamaño 8x12 a máquina 2

x_{43} = asignación de tamaño 8x12 a máquina 3
 x_{44} = asignación de tamaño 8x12 a máquina 4
 x_{45} = asignación de tamaño 8x12 a máquina 5
 x_{51} = asignación de tamaño 12x18 a máquina 1
 x_{52} = asignación de tamaño 12x18 a máquina 2
 x_{53} = asignación de tamaño 12x18 a máquina 3
 x_{54} = asignación de tamaño 12x18 a máquina 4
 x_{55} = asignación de tamaño 12x18 a máquina 5

x_{ij} → toma el valor de 1 si se le asigna el tamaño i a una máquina j
 → toma el valor de 0 en caso fuera lo contrario

Función objetivo:

Z = tiempo total

$\text{Min } Z = 25x_{11} + 20x_{12} + 28x_{13} + 30x_{14} + 0x_{15} + 24x_{21} + 22x_{22} + 25x_{23} + 23x_{24} +$
 $0x_{25} + 30x_{31} + 30x_{32} + 28x_{33} + 25x_{34} + 0x_{35} + 38x_{41} + 32x_{42} + 30x_{43} + 30x_{44}$
 $+ 0x_{45} + 40x_{51} + 40x_{52} + 28x_{53} + 30x_{54} + 0x_{55}$

Restricciones:

RESTRICCIONES DE ASIGNACIÓN DE PEDIDO

$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 1$
 $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1$
 $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 1$
 $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 1$
 $x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} = 1$

RESTRICCIONES DE ASIGNACIÓN DE MÁQUINA

$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 1$
 $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 1$
 $x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 1$
 $x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 1$
 $x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 1$

RESTRICCIONES LÓGICAS

x_{ij} → toma el valor de 1 si se le asigna el tamaño i a una máquina j
 → toma el valor de 0 en caso fuera lo contrario

Problema 14:(Jeffrey)

	Utilidad c/u	Espacio necesario c/u	Demanda Semanal
Pequeña	100	12	750
Mediana	120	15	1200
Grande	140	20	900

Planta	Capacidad de producción	Capacidad de almacenamiento en m ²
1	750	13000
2	900	12000
3	450	5000

1. Objetivo: Maximizar la utilidad obtenida de la producción de todos los tipos de bomba de cada planta

2. Variables de Decisión

G1 cantidad de bombas grandes producidas en la planta 1
G2 cantidad de bombas grandes producidas en la planta 2
G3 cantidad de bombas grandes producidas en la planta 3
M1 cantidad de bombas medianas producidas en la planta 1
M2 cantidad de bombas medianas producidas en la planta 2
M3 cantidad de bombas medianas producidas en la planta 3
P1 cantidad de bombas grandes producidas en la planta 1
P2 cantidad de bombas grandes producidas en la planta 2
P3 cantidad de bombas grandes producidas en la planta 3

3. Función Objetivo

$$\text{Max } Z = 100(P1+P2+P3) + 120(M1+M2+M3) + 140(G1+G2+G3)$$

4. Restricciones

\\ producción semanal

$$G1+M1+P1 \leq 750$$

$$G2+M2+P2 \leq 900$$

$$G3+G3+P3 \leq 450$$

\\ espacio de almacenamiento
 $20G1+15M1+12P1 \leq 13000$
 $20G2+15M2+12P2 \leq 12000$
 $20G3+15M3+12P3 \leq 5000$

\\demanda
 $G1+G2+G3 \leq 900$
 $M1+M2+M3 \leq 1200$
 $P1+P2+P3 \leq 750$

\\Condiciones de la gerencia

Planta	Capacidad de producción	
1	750	
2	900	
3	450	

Con 1 y 2
 $(900G1+900M1+900P1) - (750G2+750M2+750P2) = 0$

Con 1 y 3
 $(450G1+450M1+450P1) - (750G3+750M3+750P3) = 0$

Con 2 y 3
 $(450G2+450M2+450P2) - (900G3+900M3+900P3) = 0$