CURSO: Optimización 2012-1
PROF: Wilfredo Yushimito
AYUD: Gonzalo Durán

UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS

PRUEBA Nº1 - Problemas **Tiempo**: 75 minutos

NOMBRE:_______________________________________

Problema 1

(20 puntos)

Volvowagen fabrica un modelo auto mediano y un modelo de autos de lujo. El primer modelo (mediano), el Thriller, es un sedán de cuatro puertas que se promociona como para familias de clase media con presupuestos reducidos. Cada Thriller vendido genera una ganancia modesta de US $3600 para la compañía. El segundo modelo, el Classy, es un sedán de lujo de dos puertas que se vende, como un símbolo de opulencia, a familias de clase media-alta. Este genera una utilidad de US $5400.

La gerente de la planta de ensamblado debe decidir la producción del próximo mes. Esto significa que debe determinar cuántos Thriller y cuántos Classy se tienen que ensamblar en la planta para maximizar la ganancia de la compañía. Ella sabe que la planta tiene una capacidad de 48000 horas de mano de obra al mes. Y además, sabe que para ensamblar un Thriller se emplean 6 horas-hombre y un Classy 10.5 horas-hombre.

Debido a que en la planta sólo se ensambla, las partes para ambos modelos no se producen en ella sino en otras plantas ubicadas en el área. Para el próximo mes, la gerente sólo podrá obtener 20000 puertas (10000 izquierdas y 10000 derechas) de su proveedor debido a una huelga que afectó la producción (ambos modelos usan la misma puerta). Además, el pronóstico de la demanda indica que la venta del Classy se limitaría a 3500 autos, no habiendo tope de demanda para el Thriller.

a. Formule el problema y resuélvalo usando el método gráfico
b. El departamento de marketing está evaluando intentar una campaña de publicidad que costaría US$500.000 y que elevaría la demanda del Classy en 20% el próximo mes. ¿Debe realizarse la campaña?
c. La gerente puede aumentar la capacidad de producción el próximo mes si usa horas extra. El incremento de las horas-hombre por horas extra puede ser de 25%. ¿Cuántos modelos Thriller y cuántos Classy deben ensamblarse?
d. Las horas extra generan un costo adicional. Basado en la respuesta de c: ¿cuánto debería ser lo máximo que la empresa esté dispuesta a pagar por este tiempo extra?

(Sustente su respuesta debidamente: números sin explicación no cuentan como respuesta, tampoco explicación sin sustento)

Solución

Parte a

Sea T = # autos Thiller ensamblados
C = # autos Classy ensamblados

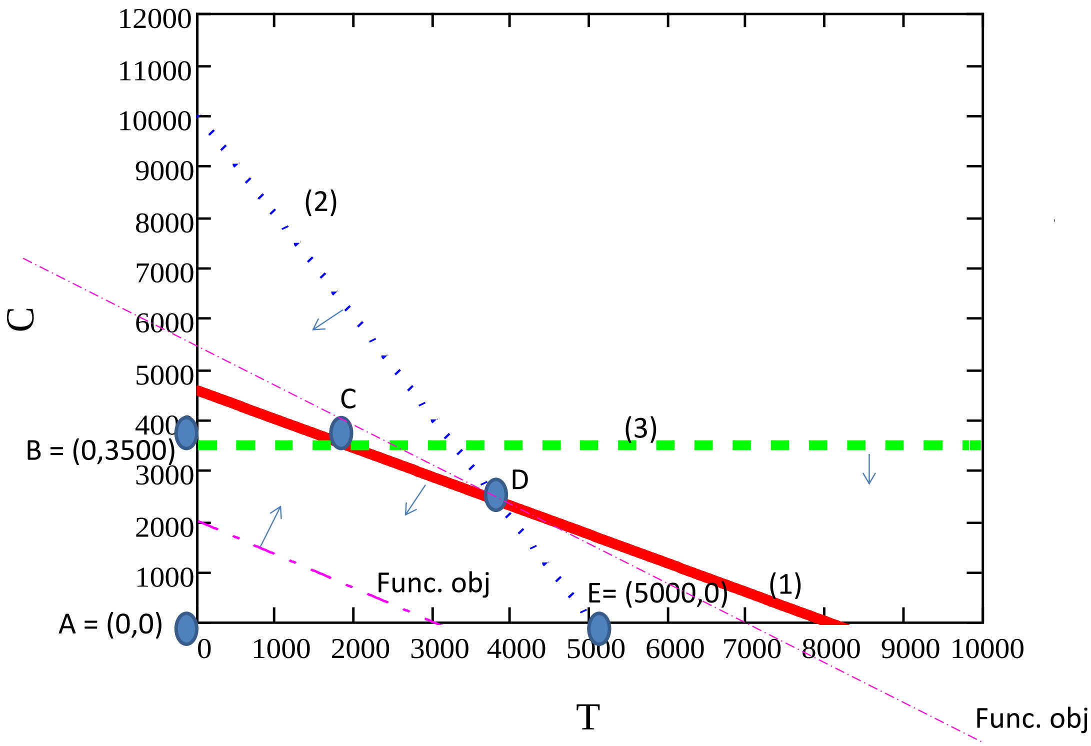
Max $3600\,T + 5400\,C$

s.a. $6T + 10.5\,C \leq 48000$ (1)

$4T + 2\,C \leq 20000$ (2)

$C \leq 3500$ (3)

$T, C \geq 0$



Región factible definida por A,B,C,D,E

A, B y E se obtienen por inspección

C:

$C = 3500$ en (1): $6\,T + 10.5\,(3500) = 48.000$

$T = 1875$

da una ganancia de \$ 25.650.000

D:

Resolver sistema (1) y (2)

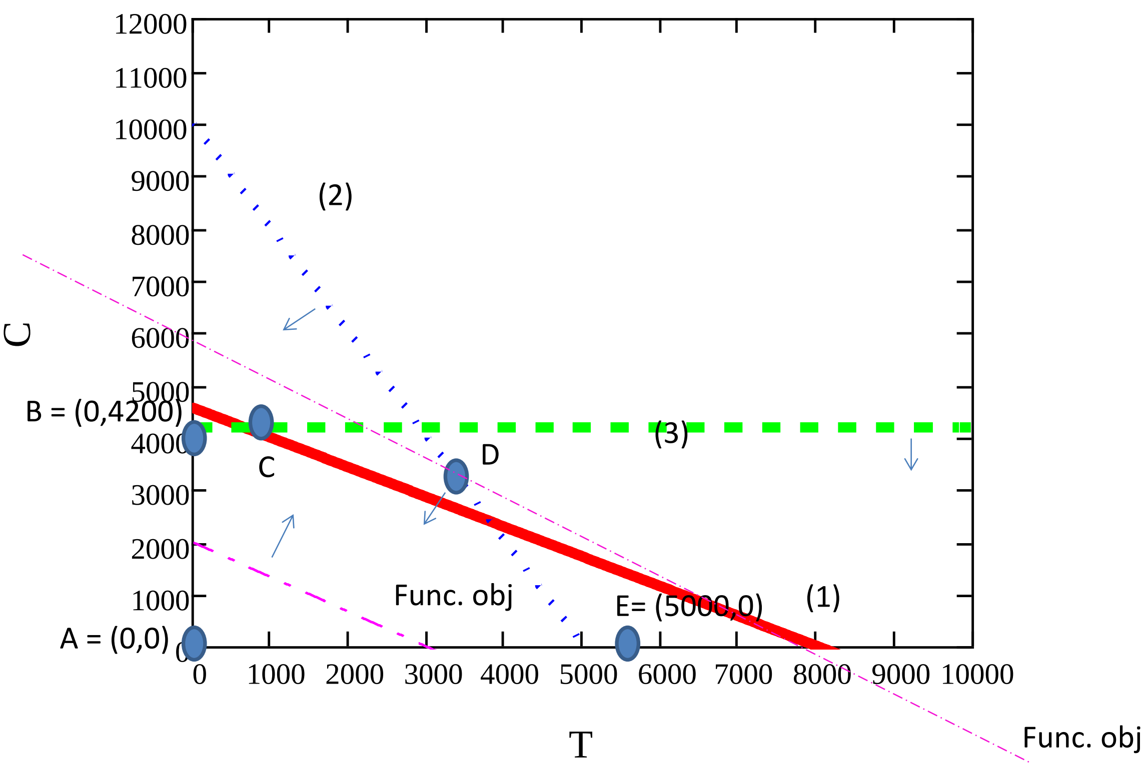
De (2): T = 5000-0.5C
Reemplazando en (1): 6(5000-0.5C) + 10.5 C = 48000
7.5C = 18000
C = 2400 y T = 3800
Optimo, da una ganancia de $ 26.640.000

<u>Parte b</u>

La demanda se eleva a 3500*1.2

Entonces la restricción de demanda para Classy cambia a C ≤ 4200

No esta restricción no está activa, entonces la solución no cambia, el óptimo sigue siendo D y no tiene sentido invertir los $ 500.000



<u>Parte c</u>

La nueva restricción de capacidad se eleva a 1.25*48000 = 60000

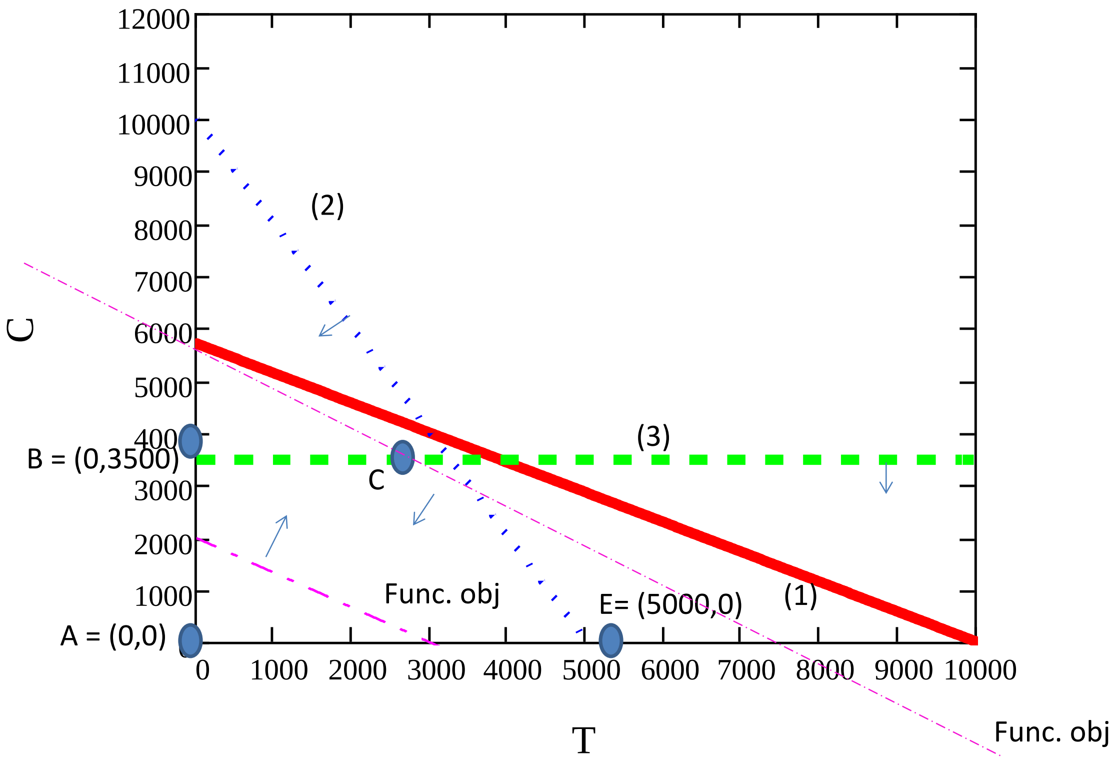
Entonces la restricción de capacidad cambia a 6T +10.5C ≤ 60000 (1*)

En este caso la restricción era activa pero con el cambio se vuelve redundante (ver grafico). En este caso la intersección de (3) y (2) no es óptima porque la región factible es ahora A,B,C, E. El óptimo está en la intersección de (3) y (1*):

C = 3500 entonces reemplazando en (2)

4T + 2 (3500) = 20000
T = 13000/4 = 3250

La ganancia es ahora = 3250*3600+3500*5400 = **$ 30.600.000**



Parte d

La ganancia sin horas extras está dada por la respuesta en (a) **$ 26.640.000**. Como ahora la ganancia con horas extras es de **$ 30.600.000**. Lo máximo que se podría pagar por horas extras sería

$ 30.600.000 -$ 26.640.000 = $ 3.960.000

Problema 2

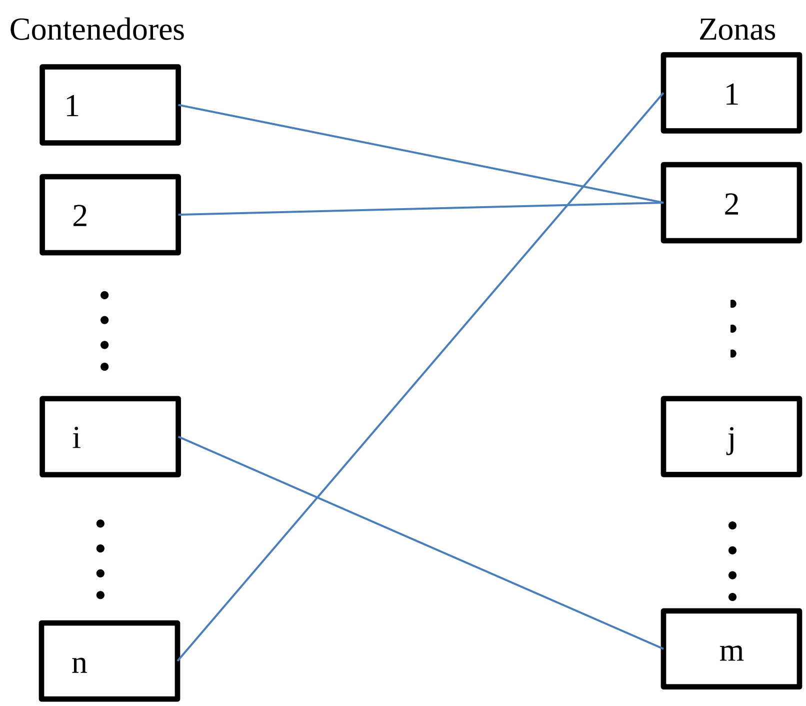
(15 puntos)
El centro de distribución de una empresa ha recibido de la planta ***N*** contenedores de diferentes tamaños que deben ser colocados en las distintas zonas de almacenamiento. Cada contenedor tiene un código. El contenedor ***i*** tiene un volumen v_i y un peso p_i kilos, $i = 1,\ldots,N$.

El centro dispone de ***M*** zonas que están libres en este momento donde pueden ser colocados estos contenedores, cada una con una capacidad KV_j metros cúbicos y soporta un peso de KP_j kilos, donde $j=1,\ldots,M$.

Para cada una de estas zonas se ha medido la distancia, desde el área de recepción que debe recorrer el operario de la bodega, con un carro horquilla eléctrico, para llevar un contenedor hasta allí. La distancia desde la recepción hasta la zona j e s de d_j metros, $j=1,\ldots,M$ y en cada viaje sólo puede llevar un contenedor.

a. Formule un problema de programación lineal que permita decidir dónde almacenar los contenedores de modo que la distancia sea lo más corta posible
b. Modifique el modelo anterior de modo que
   - El contenedor número **p** y el número q no puedan ser colocados en la misma zona
   - Los contenedores numero **k**, **r** y **s** deben ser colocados en la misma zona
   - El contenedor número **w** no debe colocarse en la zona **4**
   - El contenedor número **t** debe colocarse en la zona **3** o bien en la zona **5** solamente

<u>Parte a</u>



Defina la variable

x_{ij} = 1 si el contenedor i se lleva a la zona j
0, en caso contrario

Con los parámetros dados, el problema sería

Minimizar $$d_1\sum_{i=1}^{N} x_{i1} + d_2\sum_{i=1}^{N} x_{i2} + \ldots + d_m\sum_{i=1}^{N} x_{im}$$

Sujeto a

$v_1x_{1j} + v_2x_{2j} + \ldots + v_nx_{nj} \le KV_j$, *j = 1,…, M* *(Restricción de volumen)*

$p_1x_{1j} + p_2x_{2j} + \ldots + p_nx_{nj} \le KP_j$, *j = 1,…, M* *(Restricción de peso)*

$x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{im} = 1$, *i= 1,…, N* *(Asignación 1 contenedor a 1 zona)*

$x_{ij} = \{0,1\}$

Equivalentemente

Minimizar $\sum_{j=1}^{M} d_j \sum_{i=1}^{N} x_{ij}$

$\sum_{i=1}^{N} v_i x_{ij} \le KV_j$, *j = 1,…, M*

$\sum_{i=1}^{N} p_i x_{ij} \le KV_j$, *j = 1,…, M*

$\sum_{j=1}^{M} x_{ij} = 1$, *i = 1,…, M*

$x_{ij} = \{0,1\}$

Parte b

- El contenedor número p y el número q no puedan ser colocados en la misma zona
  $x_{pj} + x_{qj} \le 1$
- Los contenedores numero k, r y s deben ser colocados en la misma zona
  $x_{kj} = x_{rj} = x_{sj}$
- El contenedor número w no debe colocarse en la zona 4
  $x_{w4} = 0$
- El contenedor número t debe colocarse en la zona 3 o bien en la zona 5 solamente
  $x_{t3} + x_{t5} = 1$