Resumo Aula 2 - Algoritmos em Grafos

Vinicius Bernardo Gabriel

3 de Março de 2020

1 Passeio

Dado um grafo $G = (V, E)$, chamamos de **passeio** uma sequência de vértices e arestas

$$P =< v_0 e_1 v_1 e_2 v_2, ..., v_{k-1} e_k v_k >$$

Tal que $\forall i = 1, ..., k,\ e_i = (v_{u-1}, v_i)$. O **comprimento** de um passeio P é o seu número de arestas.

2 Trilha

Chamamos um passeio **sem repetição de arestas** de **trajeto** ou **trilha**.

3 Caminho

Um **caminho** é um passeio **sem repetição de vértices** (e portanto, sem repetição de arestas).
PS: Um passeio com repetição **somente nas extremidades** também pode ser considerado um caminho.

4 Passeios, Trilhas e Caminhos Fechados

Um passeio (ou trilha ou caminho) é fechado **quando o vértice inicial** (origem) **é igual ao vértice final**. Ou seja $v_0 = v_k$.
Um **caminho fechado** pode ser chamado de **ciclo**.

5 Grafos Conexos

Um grafo $G = (V, E)$ é **conexo** se **existe um caminho entre qualquer par de vértices de G.** Caso contrário, dizemos que G é **desconexo**.

5.1 Algumas notas sobre grafos conexos

Um grafo **trivial** (lembrando: é um grafo que só possui um vértice e nenhuma aresta) é conexo: pois sempre vai existir um caminho de um vértice u até ele mesmo ($< uu >$).

6 Subgrafo

Dados dois grafos $H = (V, E)$ e $G = (V, E)$, dizemos que H é **subgrafo** de G ($H \subset G$) se:

- $V(H) \subset V(G)$ - Vértices de H são subconjunto dos vértices de G.
- $E(H) \subset E(G)$ - Arestas de H são subconjunto das arestas de G.
- Se G e H tiverem respectivamente funções (abordado na aula passada) T_1 e T_2, então T_2 é uma restrição* de T_1

*Observação

Uma função T_2 é restrição de T_1 se o domínio de T_2 é subconjunto do domínio de T_1.

7 Revisão Maximal e Minimal

Dado um conjunto S e uma propriedade P, dizemos que S é **minimal** com respeito a P se ao retirar algum elemento de S, S perde a propriedade P. Analogamente, um conjunto S com propriedade P é **maximal** se adicionar um elemento em S faz com que S perca a propriedade P.
Em outras palavras, um conjunto S com propriedade P é maximal quando não podemos mais adicionar novos elementos e manter a propriedade P, e minimal quando não podemos remover elementos e manter a propriedade P.

8 Componentes

Dado um grafo $G = (V, E)$, dizemos que uma **componente** de G é um **subgrafo maximal conexo** de G. Em outras palavras é um "pedaço maior possível que é conexo".

8.1 Algumas notas sobre componentes

Se o grafo G for conexo, ele só terá uma componente, que é o próprio grafo G. Mesmo que G possua arestas duplas, a definição diz que um componente é um **subgrafo maximal**, ou seja, que não podemos mais adicionar arestas, se não o grafo perde alguma propriedade (ser subgrafo ou ser maximal - que não podemos mais adicionar novas arestas). Também podemos dizer que G é conexo se G só possui 1 componente: G.

9 Revisão Máximo e Minimo

Dizemos que um conjunto S com propriedade P é máximo se não existe nenhum conjunto com maior cardinalidade satisfazendo P. Analogamente, S é minimo se não existe conjunto com menor cardinalidade satisfazendo P.

10 Subgrafo Gerador

Dado um grafo H e G, tal que H seja subgrafo de G ($H \subset G$), dizemos que H é **subgrafo gerador** de G se $V(H) = V(G)$.

11 Subgrafo Induzido

Dado um grafo H e G, tal que H seja subgrafo de G ($H \subset G$), dizemos que H é **subgrafo induzido** de G se:

$$\forall u, v \in V(H) \text{ onde } (u, v) \in E(G), \text{ então } (u, v) \in E(H).$$

Em outras palavras, se temos vértices u e v em H e a aresta (u, v) está em G, então para que H seja **subgrafo induzido**, a aresta (u, v) também deve estar em H.

12 Distância

Seja $G = (V, E)$ um grafo e u e v vértices de G. A **distância** entre u e v denotada por $distancia(u, v)$ é o **tamanho do menor caminho** (ou de um caminho mínimo) **entre** u e v.

13 Diâmetro

O diametro de um grafo G, denotado por $diam(G)$ é **o tamanho da maior distância** de G.

14 Excentricidade

A **excentricidade** de um vértice $v \in V(G)$, denotado por $exc(v)$ é **a maior distância de** v **a qualquer outro vértice do grafo.**

15 Centro

O **centro** de um grafo G é **o conjunto de vértices de** G de **menor excentricidade**.

16 Uma convenção sobre distâncias

Se em um grafo G **não há caminho** entre algum vértice u e v, convencionamos que $distancia(u, v) = \infty$. Dai, temos também que $diam(G) = \infty$. Além disso, como G será desconexo, $exc(w) = \infty, \forall w \in V(G)$.