

Q53 Euler Equations

$$\vec{M}_{/G} = I \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times (I \cdot \vec{\omega})$$

$$[I]^\beta = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}, \quad [\vec{\omega}]_\beta = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}$$

$$[\dot{\vec{\omega}}]_\beta = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \sum \vec{M}_{/G} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{for } \vec{M}_{/G} = 0, \quad \dot{\vec{\omega}}_\beta = I^{-1} \left(-\vec{\omega}_\beta \times I \cdot \vec{\omega}_\beta \right)$$