Chapter 1 / Foundation

ระบบจำนวนและจำนวนจริง

บทนี้คือฐานของคณิตศาสตร์ ม.ต้น และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเขียนโปรแกรม เพราะคอมพิวเตอร์ต้องแยกชนิดของจำนวน เช่น จำนวนเต็ม ทศนิยม เศษเหลือ และค่าประมาณ ให้ถูกต้องก่อนนำไปคำนวณ

เป้าหมายหลัก

แยกประเภทจำนวนได้ถูกต้อง เปรียบเทียบจำนวนได้ และเข้าใจว่า “จำนวนจริง” ครอบคลุมอะไรบ้าง

เชื่อมกับ สอวน. คอม

เข้าใจ integer, floating point, quotient, remainder, floor และ ceiling ในระดับพื้นฐาน

แนวข้อสอบ

ฝึกทั้งง่าย ปานกลาง ยาก พร้อมโจทย์แนวคิดแบบ สอวน. คอม และสอบเข้า ม.4

1. เป้าหมายการเรียนรู้

หลังเรียนจบบทนี้ นักเรียนควรทำได้ 5 เรื่อง: ระบุชนิดของจำนวน, แปลงเศษส่วน/ทศนิยม, เปรียบเทียบจำนวนบนเส้นจำนวน, ใช้ค่าสัมบูรณ์เป็นระยะทาง, และเชื่อมจำนวนกับการคิดแบบโปรแกรมเมอร์ได้

สิ่งที่ต้องทำได้	ตัวอย่าง
แยกประเภทจำนวน	รู้ว่า -5 เป็นจำนวนเต็มและตรรกยะ, √2 เป็นอตรรกยะ, 0.25 เป็นตรรกยะ
เปรียบเทียบจำนวน	เรียง -2, -1/3, 0, 0.5 จากน้อยไปมากได้
เข้าใจเส้นจำนวน	มองจำนวนเป็นตำแหน่ง และค่าสัมบูรณ์เป็นระยะทางจาก 0
เข้าใจค่าประมาณ	รู้ว่า √2 ≈ 1.414 แต่ √2 ไม่เท่ากับ 1.414 จริง ๆ

เชื่อมกับโปรแกรม	เข้าใจความต่างระหว่างจำนวนเต็มกับทศนิยม และระวังการเปรียบเทียบค่าทศนิยมในคอมพิวเตอร์

2. แผนที่ของระบบจำนวน

จำนวนที่ใช้ในคณิตศาสตร์ ม.ต้น แบ่งเป็นกลุ่มใหญ่ได้ดังนี้

$$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R \text{ และ } I \subset R \text{ แต่ } I \cap Q = \varnothing$$

สัญลักษณ์	ชื่อไทย	ชื่ออังกฤษ	ตัวอย่าง	ข้อควรจำ
N	จำนวนธรรมชาติ	Natural numbers	1, 2, 3, ...	บางตำราไม่นับ 0 เป็นจำนวนธรรมชาติ
W	จำนวนนับรวมศูนย์	Whole numbers	0, 1, 2, 3, ...	เหมาะกับการนับจำนวนสิ่งของที่อาจไม่มีเลย
Z	จำนวนเต็ม	Integers	..., -2, -1, 0, 1, 2, ...	ไม่มีเศษส่วนหรือทศนิยม
Q	จำนวนตรรกยะ	Rational numbers	1/2, -7/3, 0.25, 0.333...	เขียนเป็น a/b ได้ โดย a,b เป็นจำนวนเต็ม และ b ≠ 0
I	จำนวนอตรรกยะ	Irrational numbers	√2, √3, π	เขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มไม่ได้
R	จำนวนจริง	Real numbers	จำนวนทั้งหมดบนเส้นจำนวน	ประกอบด้วยจำนวนตรรกยะและอตรรกยะ

ข้อสังเกตสำคัญ: จำนวนจริงทุกตัวอยู่บนเส้นจำนวน แต่ไม่ใช่จำนวนจริงทุกตัวจะเขียนเป็นเศษส่วนได้ เช่น √2 และ π

3. กฎและข้อสังเกตที่ต้องแม่น

3.1 จำนวนตรรกยะ

$$Q = \{ a/b \mid a,b \in Z \text{ และ } b \neq 0 \}$$

ถ้าเขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้ ถือเป็นจำนวนตรรกยะ เช่น 5 = 5/1, -0.75 = -3/4, 0.121212... = 12/99

3.2 ทศนิยมกับจำนวนตรรกยะ

- ทศนิยมสิ้นสุด เช่น 0.125 เป็นจำนวนตรรกยะ
- ทศนิยมซ้ำ เช่น 0.333... เป็นจำนวนตรรกยะ
- ทศนิยมไม่สิ้นสุดและไม่ซ้ำ เช่น 1.414213... ของ √2 เป็นจำนวนอตรรกยะ

3.3 ค่าสัมบูรณ์

$$|x| = \text{ระยะห่างของ } x \text{ จาก } 0 \text{ บนเส้นจำนวน}$$

ดังนั้น |5| = 5 และ |-5| = 5 เพราะระยะทางไม่ติดลบ

3.4 การเปรียบเทียบจำนวน

ถ้าเทียบจำนวนหลายรูปแบบ ให้แปลงเป็นค่าประมาณที่อ่านง่าย หรือใช้เศษส่วนร่วมตัวส่วนเดียวกัน

$$\sqrt{2} \approx 1.414, \quad 3/2 = 1.5$$

3.5 ตารางปิดภายใต้การดำเนินการ

เซตจำนวน	บวก	ลบ	คูณ	หาร
จำนวนเต็ม Z	ปิด	ปิด	ปิด	ไม่ปิด เช่น 1 ÷ 2 = 1/2
จำนวนตรรกยะ Q	ปิด	ปิด	ปิด	ปิด ถ้าหารด้วยจำนวนที่ไม่ใช่ 0
จำนวนจริง R	ปิด	ปิด	ปิด	ปิด ถ้าหารด้วยจำนวนที่ไม่ใช่ 0

4. ตัวอย่างวิธีคิดทีละขั้น

ตัวอย่างที่ 1: แยกประเภทจำนวน

โจทย์: จงระบุชนิดของจำนวนต่อไปนี้: -4, 0, 2/5, √5, 0.777...

1. -4 เป็นจำนวนเต็ม จึงเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงด้วย
2. 0 เป็นจำนวนเต็ม จึงเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริง
3. 2/5 เขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้ จึงเป็นจำนวนตรรกยะ
4. √5 ไม่สามารถเขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้ จึงเป็นจำนวนอตรรกยะ
5. 0.777... เป็นทศนิยมซ้ำ จึงเป็นจำนวนตรรกยะ

ตัวอย่างที่ 2: เรียงจำนวน

โจทย์: เรียง 1.4, √2, 3/2 จากน้อยไปมาก

1. แปลงค่าที่เทียบยาก: $\sqrt{2} \approx 1.414$
2. แปลงเศษส่วน: $3/2 = 1.5$
3. เปรียบเทียบ: $1.4 < 1.414 < 1.5$
4. **ตอบ:** $1.4 < \sqrt{2} < 3/2$

ตัวอย่างที่ 3: ค่าสัมบูรณ์เป็นระยะทาง

โจทย์: ถ้า $|x - 3| < 2$ จงหาช่วงของ x

1. $|x - 3|$ หมายถึงระยะของ x จาก 3
2. ระยะน้อยกว่า 2 แปลว่า x อยู่ห่างจาก 3 ไม่เกินด้านซ้ายและขวา 2 หน่วย
3. เขียนเป็นอสมการได้ว่า $-2 < x - 3 < 2$
4. บวก 3 ทุกส่วน ได้ $1 < x < 5$

5. มุมคิดแบบโปรแกรมเมอร์

ในการเขียนโปรแกรม จำนวนไม่ได้เป็นแค่ “ค่าทางคณิตศาสตร์” แต่ยังมีชนิดข้อมูล เช่น integer และ floating point ถ้าเลือกหรือเปรียบเทียบผิด โปรแกรมอาจให้ผลลัพธ์ผิดได้

แนวคิดคณิตศาสตร์	แนวคิดในโปรแกรม	ตัวอย่าง
จำนวนเต็ม	integer / int	จำนวนรอบของ loop, จำนวนคน, คะแนนเต็ม
จำนวนทศนิยม	float / real number approximation	ระยะทาง, เวลา, ค่าเฉลี่ย
ผลหารและเศษ	// และ %	17 // 5 = 3 และ 17 % 5 = 2
ปัดลง	floor	floor(√50) = 7
ปัดขึ้น	ceiling	ceil(√50) = 8

ระวัง: ในคอมพิวเตอร์ 0.1 + 0.2 อาจไม่ได้เก็บเป็น 0.3 แบบตรงเป๊ะ เพราะทศนิยมบางจำนวนแทนในฐานสองได้เพียงค่าประมาณ จึงไม่ควรเปรียบเทียบ float ด้วย == โดยไม่กำหนดค่าคลาดเคลื่อน

6. จุดหลอกข้อสอบที่พบบ่อย

หลอกที่ 1: 0 เป็นจำนวนธรรมชาติหรือไม่

ขึ้นกับนิยามของแต่ละตำรา แต่โดยปลอดภัยให้ถือว่า 0 เป็นจำนวนเต็มและจำนวนจริงแน่นอน หากข้อสอบไม่ระบุ อย่าตอบแบบเหมารวมเกินไป

หลอกที่ 2: อตรรกยะ + อตรรกยะ

ไม่จำเป็นต้องเป็นอตรรกยะ เช่น $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ ซึ่งเป็นจำนวนตรรกยะ

หลอกที่ 3: การยกกำลังเมื่อ 0 < x < 1

ถ้า $0 < x < 1$ จะได้ $x^2 < x < \sqrt{x}$ ซึ่งตรงข้ามกับความรู้สึกของหลายคน

หลอกที่ 4: เลขติดลบและกำลังสอง

ถ้า $a < b < 0$ อาจได้ $a^2 > b^2$ เช่น $-5 < -2$ แต่ $25 > 4$

7. แบบฝึกหัด Interactive

ทำจากระดับง่ายไปยาก กด **ตรวจคำตอบ** ก่อนเปิดเฉลย เพื่อให้รู้ว่าตนเองติดตรงไหน

Easy **ข้อ E1**

จำนวน 0 จัดอยู่ในเซตใดต่อไปนี้แน่นอนที่สุด

A. จำนวนธรรมชาติเท่านั้น

B. จำนวนเต็มและจำนวนจริง

C. จำนวนอตรรกยะ

D. ไม่ใช่จำนวนจริง

เฉลย: จำนวนเต็มและจำนวนจริง
วิธีคิด: 0 เป็นจำนวนเต็ม (integer) และจำนวนเต็มทุกตัวเป็นจำนวนจริง แต่ในบางหลักสูตร 0 ไม่ถูกนับเป็นจำนวนธรรมชาติ จึงไม่ควรตอบว่าเป็นจำนวนธรรมชาติเท่านั้น

Easy **ข้อ E2**

จำนวน -7/3 เป็นจำนวนชนิดใด

A. จำนวนเต็ม

B. จำนวนตรรกยะ

C. จำนวนอตรรกยะ

D. จำนวนธรรมชาติ

เฉลย: จำนวนตรรกยะ
วิธีคิด: -7/3 เขียนได้ในรูป a/b โดย a,b เป็นจำนวนเต็มและ b ไม่เท่ากับ 0 จึงเป็นจำนวนตรรกยะ

Easy **ข้อ E3**

ข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

A. 0.25

B. -8

C. √2

D. 7/9

เฉลย: √2
วิธีคิด: √2 ไม่สามารถเขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้ จึงเป็นจำนวนอตรรกยะ

Easy **ข้อ E4**

ทศนิยม 0.333... เท่ากับข้อใด

A. 1/2

B. 1/3

C. 3/10

D. ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

เฉลย: 1/3
วิธีคิด: ทศนิยมซ้ำ 0.333... = 1/3 และทศนิยมซ้ำทุกตัวเป็นจำนวนตรรกยะ

Easy **ข้อ E5**

เรียงจำนวนจากน้อยไปมาก: -2, 0.5, -1/3, 0

เฉลย: -2,-1/3,0,0.5
วิธีคิด: -2 น้อยที่สุด จากนั้น -1/3 ประมาณ -0.333 แล้ว 0 และ 0.5 มากที่สุด

Easy **ข้อ E6**

ข้อใดถูกต้องเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเซตจำนวน

A. $Q \subset Z$

B. $Z \subset Q$

C. $I \subset Q$

D. $R \subset Q$

เฉลย: $Z \subset Q$
วิธีคิด: จำนวนเต็มทุกตัวเขียนเป็นเศษส่วนได้ เช่น 5 = 5/1 ดังนั้น Z เป็นสับเซตของ Q

Easy **ข้อ E7**

ค่าของ | -12 | คือเท่าใด

เฉลย: 12
วิธีคิด: ค่าสัมบูรณ์หมายถึงระยะห่างจาก 0 บนเส้นจำนวน ดังนั้น | -12 | = 12

Easy **ข้อ E8**

ข้อใดเป็นทศนิยมสิ้นสุด

A. 1/3

B. 2/7

C. 3/8

D. 5/6

เฉลย: 3/8
วิธีคิด: 3/8 = 0.375 เป็นทศนิยมสิ้นสุด เพราะตัวส่วน 8 = 2^3 มีเฉพาะตัวประกอบเฉพาะ 2 หรือ 5

Medium **ข้อ E9**

ข้อใดเรียงจากน้อยไปมากถูกต้อง

A. √2, 1.4, 3/2

B. 1.4, √2, 3/2

C. 3/2, √2, 1.4

D. 1.4, 3/2, √2

เฉลย: 1.4, √2, 3/2
วิธีคิด: √2 ประมาณ 1.414 และ 3/2 = 1.5 ดังนั้น 1.4 < √2 < 1.5

Medium **ข้อ E10**

ถ้า a เป็นจำนวนตรรกยะที่ไม่เป็นศูนย์ และ b เป็นจำนวนอตรรกยะ ข้อใดรับประกันว่าเป็นจำนวนอตรรกยะเสมอ

A. a × b

B. b - b

C. a/a

D. a × 0

เฉลย: a × b
วิธีคิด: เมื่อ a เป็นตรรกยะที่ไม่เป็นศูนย์ และ b เป็นอตรรกยะ ผลคูณ ab ต้องเป็นอตรรกยะ มิฉะนั้น b = ab/a จะกลายเป็นตรรกยะ ซึ่งขัดแย้ง

Medium **ข้อ E11**

ข้อใดเป็นจริงเสมอ

A. ผลบวกของจำนวนอตรรกยะสองจำนวนเป็นอตรรกยะเสมอ

B. ผลคูณของจำนวนอตรรกยะสองจำนวนเป็นอตรรกยะเสมอ

C. จำนวนเต็มทุกตัวเป็นจำนวนตรรกยะ

D. จำนวนตรรกยะทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม

เฉลย: จำนวนเต็มทุกตัวเป็นจำนวนตรรกยะ
วิธีคิด: จำนวนเต็ม n เขียนเป็น n/1 ได้ จึงเป็นจำนวนตรรกยะ ส่วนข้อความเกี่ยวกับอตรรกยะไม่จริงเสมอ เช่น $\sqrt{2} + (-\sqrt{2})=0$

Medium **ข้อ E12**

ให้ $x = 2.5$ และ $y = -3$ ค่าของ $|x - y|$ เท่ากับเท่าใด

เฉลย: 5.5
วิธีคิด: $x-y = 2.5 - (-3) = 5.5$ ดังนั้น $|x-y| = 5.5$

Medium **ข้อ E13**

จำนวนใดอยู่ระหว่าง 1/3 และ 1/2

A. 0.2

B. 0.34

C. 0.6

D. -0.4

เฉลย: 0.34
วิธีคิด: 1/3 ประมาณ 0.333... และ 1/2 = 0.5 ดังนั้น 0.34 อยู่ระหว่างสองจำนวนนี้

Medium **ข้อ E14**

ถ้า n เป็นจำนวนเต็ม ข้อใดเป็นจำนวนคู่เสมอ

A. n+1

B. 2n+1

C. n^2+n

D. n^2+1

เฉลย: n^2+n
วิธีคิด: n^2+n = n(n+1) เป็นผลคูณของจำนวนเต็มติดกันสองจำนวน จึงต้องมีตัวหนึ่งเป็นจำนวนคู่

Medium **ข้อ E15**

จำนวนเต็มทั้งหมดที่อยู่ในช่วง -2 < x ≤ 3 มีทั้งหมดกี่จำนวน

เฉลย: 5
วิธีคิด: จำนวนเต็มที่เป็นไปได้คือ -1, 0, 1, 2, 3 รวม 5 จำนวน

Medium **ข้อ E16**

ข้อใดเป็นตัวอย่างของจำนวนจริงที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ

A. -11/5

B. 0

C. √9

D. π

เฉลย: π
วิธีคิด: π เป็นจำนวนอตรรกยะ จึงเป็นจำนวนจริงแต่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ

Hard **ข้อ H1**

ข้อใดให้ผลลัพธ์เป็นจำนวนตรรกยะ แม้มีจำนวนอตรรกยะอยู่ในนิพจน์

A. $\sqrt{2} + \sqrt{2}$

B. $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

C. $\sqrt{3} + 1$

D. $\pi - 1$

เฉลย: $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$
วิธีคิด: $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ เป็นจำนวนตรรกยะ

Hard **ข้อ H2**

ถ้า x เป็นจำนวนจริงและ $|x-3| < 2$ ข้อใดคือช่วงของ x

A. $1 < x < 5$

B. $x < 1$ หรือ $x > 5$

C. $-5 < x < -1$

D. $x \leq 1$ หรือ $x \geq 5$

เฉลย: $1 < x < 5$
วิธีคิด: $|x-3| < 2$ หมายถึงระยะของ x จาก 3 น้อยกว่า 2 ดังนั้น $-2 < x-3 < 2$ จึงได้ $1 < x < 5$

Hard **ข้อ H3**

ผลบวกของจำนวนเต็มทั้งหมดที่ทำให้ $|x| \leq 4$ เป็นเท่าใด

_____

เฉลย: 0
วิธีคิด: จำนวนเต็มคือ -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4 จับคู่บวกลบแล้วหักล้างกันหมด ผลบวกเป็น 0

Hard **ข้อ H4**

กำหนด $a < b < 0$ ข้อใดถูกต้องเสมอ

A. $a^2 < b^2$

B. $a^2 > b^2$

C. $1/a > 1/b$

D. $|a| < |b|$

เฉลย: $a^2 > b^2$
วิธีคิด: เมื่อ a และ b เป็นลบและ $a < b$ เช่น $-5 < -2$ จะได้ $|a| > |b|$ จึงมี $a^2 > b^2$

Hard **ข้อ H5**

ถ้า $0 < x < 1$ ข้อใดเรียงถูกต้อง

A. $x^2 < x < \sqrt{x}$

B. $\sqrt{x} < x < x^2$

C. $x < x^2 < \sqrt{x}$

D. $x^2 < \sqrt{x} < x$

เฉลย: $x^2 < x < \sqrt{x}$
วิธีคิด: สำหรับ $0<x<1$ การยกกำลังสองทำให้ค่าน้อยลง ส่วนการถอดรากที่สองทำให้ค่ามากขึ้น

OSN **ข้อ O1**

ในภาษาโปรแกรม ถ้าใช้ integer division: 17 // 5 ได้ผลลัพธ์เท่าใด

เฉลย: 3
วิธีคิด: $17 = 5\times3 + 2$ ดังนั้น quotient คือ 3 และ remainder คือ 2

OSN **ข้อ O2**

17 mod 5 มีค่าเท่าใด

เฉลย: 2
วิธีคิด: 17 หาร 5 ได้ผลหาร 3 เหลือเศษ 2 ดังนั้น 17 mod 5 = 2

OSN **ข้อ O3**

เหตุใดการเปรียบเทียบ 0.1 + 0.2 == 0.3 ในคอมพิวเตอร์จึงอาจให้ผลผิด

A. เพราะ 0.1 ไม่ใช่จำนวนจริง

B. เพราะ floating point เก็บค่าทศนิยมบางตัวแบบประมาณ

C. เพราะ 0.3 เป็นจำนวนอตรรกยะ

D. เพราะเครื่องคิดเลขห้ามบวกทศนิยม

เฉลย: เพราะ floating point เก็บค่าทศนิยมบางตัวแบบประมาณ
วิธีคิด: คอมพิวเตอร์มักเก็บจำนวนทศนิยมแบบฐานสอง ซึ่งค่าบางตัวเช่น 0.1 แทนได้ไม่ตรงเป๊ะ จึงควรเปรียบเทียบด้วยค่าคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

OSN **ข้อ O4**

ถ้าต้องตรวจว่า n เป็นจำนวนคู่ในโปรแกรม ควรใช้เงื่อนไขใด

A. n > 0

B. n % 2 == 0

C. n // 2 == 0

D. n + 2 == 0

เฉลย: n % 2 == 0
วิธีคิด: จำนวนคู่คือจำนวนที่หารด้วย 2 แล้วเหลือเศษ 0 จึงใช้ n % 2 == 0

OSN **ข้อ O5**

จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดซึ่งมากกว่า √50 คือเท่าใด

เฉลย: 8
วิธีคิด: √50 ประมาณ 7.07 ดังนั้นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่มากกว่า √50 คือ 8 หรือ ceiling(√50)=8

M4 **ข้อ T1**

ข้อใดมีค่ามากที่สุด

A. √5

B. 2.2

C. 11/5

D. 2.25

เฉลย: 2.25
วิธีคิด: √5 ประมาณ 2.236, 2.2 = 11/5 = 2.2 และ 2.25 มากที่สุด

M4 **ข้อ T2**

จำนวนเต็ม x ที่ทำให้ $-3 \le x < 4$ มีทั้งหมดกี่จำนวน

เฉลย: 7
วิธีคิด: x = -3,-2,-1,0,1,2,3 รวม 7 จำนวน

M4 **ข้อ T3**

ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก ข้อใดถูกต้องเสมอ

A. $a^2 > a$

B. $\sqrt{a} < a$

C. $a + 1 > a$

D. $1/a > a$

เฉลย: $a + 1 > a$
วิธีคิด: เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก การบวก 1 ทำให้ค่ามากขึ้นเสมอ ส่วนข้ออื่นขึ้นกับช่วงของ a

M4 **ข้อ T4**

ผลคูณของจำนวนเต็มตั้งแต่ -2 ถึง 3 เท่ากับเท่าใด

_____

เฉลย: 0
วิธีคิด: ช่วงนี้มี 0 อยู่ด้วย ดังนั้นผลคูณทั้งหมดต้องเป็น 0

M4 **ข้อ T5**

ข้อใดเป็นจริงเกี่ยวกับจำนวนจริงทุกจำนวน x

A. $x^2 \geq 0$

B. $x^2 > 0$

C. $x > -x$

D. $\sqrt{x}$ มีค่าเสมอในจำนวนจริง

เฉลย: $x^2 \geq 0$
วิธีคิด: กำลังสองของจำนวนจริงใด ๆ ไม่ติดลบเสมอ และอาจเป็น 0 ได้เมื่อ $x=0$

8. สรุปท้ายบท

- จำนวนจริง R แบ่งเป็นจำนวนตรรกยะ Q และจำนวนอตรรกยะ I
- จำนวนตรรกยะคือจำนวนที่เขียนเป็น a/b ได้ โดย a,b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$
- ทศนิยมสิ้นสุดและทศนิยมซ้ำเป็นจำนวนตรรกยะ
- ค่าสัมบูรณ์คือระยะห่างจาก 0 จึงไม่ติดลบ
- ในการเขียนโปรแกรม ต้องระวังชนิดข้อมูลจำนวนเต็มและทศนิยม โดยเฉพาะการหาร เศษเหลือ และค่าประมาณของ float

สูตร/ข้อเท็จจริงที่ควรจำ

$$Z \subset Q \subset R, \quad I \subset R, \quad Q \cap I = \varnothing$$

จำนวนตรรกยะ = a/b โดย $a,b \in Z$ และ $b \neq 0$

$|x| \geq 0$ สำหรับจำนวนจริงทุกตัว x

ถ้า $0 < x < 1$ แล้ว $x^2 < x < \sqrt{x}$