CHAPTER 02

เศษส่วน อัตราส่วน และร้อยละ

Fractions, Ratios & Percent

บทนี้ฝึกการมองจำนวนในรูป “ส่วนของทั้งหมด” และ “ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ” ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของโจทย์สอบเข้า ม.4 โจทย์ประยุกต์ และแนวคิดเชิงคอมพิวเตอร์ เช่น การหารเอาเศษ การคำนวณสัดส่วนข้อมูล และการเปลี่ยนค่าทีละรอบในโปรแกรม

- ระดับ: ม.ต้น
- เป้าหมาย: สอวน. คอม + สอบเข้า ม.4
- แบบฝึกหัด: 41 ข้อ
- มีเฉลยละเอียด

BIG PICTURE

1. เรื่องนี้ต้องเข้าใจอะไร

เศษส่วน
คือการเขียนจำนวนในรูป “ส่วนหนึ่งของทั้งหมด” หรือ “การหาร” เช่น 3/4 หมายถึง 3 ส่วนจากทั้งหมด 4 ส่วน

อัตราส่วน
คือการเปรียบเทียบปริมาณสองสิ่ง เช่น นักเรียนชาย:หญิง = 3:5 ไม่ได้บอกจำนวนจริงทันที แต่บอกความสัมพันธ์

ร้อยละ
คืออัตราส่วนที่มีฐานเป็น 100 เช่น 25% หมายถึง 25 จาก 100 หรือ 1/4

แก่นของบทนี้: โจทย์ส่วนใหญ่ไม่ได้ยากเพราะสูตร แต่ยากเพราะอ่านผิดว่า “คิดจากฐานใด” เช่น ลด 20% จากราคาเดิม หรือจากราคาที่ลดแล้ว ฐานไม่เหมือนกัน ผลลัพธ์จึงไม่เหมือนกัน

VOCABULARY

2. คำศัพท์สำคัญ ไทย-อังกฤษ

English	ไทย	ความหมายที่ควรจำ
Fraction	เศษส่วน	จำนวนในรูป a/b โดย b ≠ 0
Equivalent fraction	เศษส่วนที่เท่ากัน	เศษส่วนคนละรูปแต่ค่าเท่ากัน เช่น 2/4 = 1/2
Ratio	อัตราส่วน	การเปรียบเทียบปริมาณสองจำนวน เช่น 3:5
Proportion	สัดส่วน	สมการที่บอกว่าอัตราส่วนสองชุดเท่ากัน
Percent	ร้อยละ	จำนวนต่อ 100 เช่น 35% = 35 ต่อ 100

English	ไทย	ความหมายที่ควรจำ
Unit rate	อัตราต่อหนึ่งหน่วย	เช่น 120 km / 2 h = 60 km/h

RULES

3. สูตรและกฎที่ต้องแม่น

เศษส่วนเท่ากัน

$$a/b = (a \times k)/(b \times k),\ b \neq 0,\ k \neq 0$$

คูณหรือหารเศษและส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน ค่าไม่เปลี่ยน

การบวก/ลบเศษส่วน

$$a/b \pm c/d = (ad \pm bc)/bd$$

ใช้ได้เมื่อ b,d ≠ 0 แต่ในงานจริงควรทำส่วนให้เท่ากันก่อน

การคูณเศษส่วน

$$(a/b) \times (c/d) = ac/bd$$

ตัดทอนก่อนคูณช่วยลดความผิดพลาด

การหารเศษส่วน

$$(a/b) \div (c/d) = (a/b) \times (d/c)$$

ตัวหารต้องไม่เป็นศูนย์ และ c ต้องไม่เท่ากับ 0

อัตราส่วนและสัดส่วน

$$a:b = c:d \Leftrightarrow ad = bc$$

คูณไขว้ได้เมื่อทุกตัวที่เป็นตัวส่วนไม่เป็นศูนย์

ร้อยละ

$$p\% = p/100$$

เช่น 12.5% = 12.5/100 = 1/8

เพิ่ม/ลดร้อยละ

$$\text{ใหม่} = \text{เดิม} \times (1 \pm p/100)$$

เพิ่มใช้ + ลดใช้ - และต้องคูณทีละรอบ

ข้อควรจำ: การเพิ่ม 20% แล้วลด 20% ไม่ได้กลับมาเท่าเดิม เพราะร้อยละรอบที่สองคิดจากฐานใหม่ ไม่ใช่ฐานเดิม

WORKED EXAMPLES

4. ตัวอย่างพร้อมวิธีคิด

ตัวอย่าง 1: เศษส่วน

คำนวณ 5/6 - 1/4

1. หาส่วนร่วม: 6 และ 4 มี ค.ร.น. = 12
2. เปลี่ยน 5/6 = 10/12 และ 1/4 = 3/12
3. ลบเศษได้ 10/12 - 3/12 = 7/12

ตอบ: 7/12

ตัวอย่าง 2: อัตราส่วน

ชาย:หญิง = 4:5 ถ้าทั้งหมด 72 คน มีผู้หญิงกี่คน

1. ทั้งหมดมี 4+5 = 9 ส่วน
2. 9 ส่วน = 72 คน ดังนั้น 1 ส่วน = 8 คน
3. ผู้หญิง = 5 ส่วน = 5×8 = 40 คน

ตอบ: 40 คน

ตัวอย่าง 3: ร้อยละแบบย้อนกลับ

เสื้อหลังลด 30% เหลือ 560 บาท ราคาเดิมคือเท่าใด

1. ลด 30% หมายถึงเหลือ 70% ของราคาเดิม
2. ให้ราคาเดิมเป็น x จะได้ 0.70x = 560
3. x = 560/0.70 = 800

ตอบ: 800 บาท

EXAM TRAPS

5. จุดหลอกข้อสอบที่พลาดบ่อย

จุดหลอก	ตัวอย่าง	วิธีป้องกัน
ฐานของร้อยละเปลี่ยน	เพิ่ม 20% แล้วลด 20%	ใช้ตัวคูณ 1.20×0.80 ไม่ใช่ 20-20
อัตราส่วนไม่ใช่จำนวนจริง	ชาย:หญิง = 2:3	ต้องรู้จำนวนรวม หรือจำนวนหนึ่งฝั่งก่อนจึงหาอีกฝั่งได้
หารเศษส่วนผิดทิศ	3/5 ÷ 2/7	กลับเฉพาะตัวหารเป็น 7/2 แล้วคูณ
คูณไขว้โดยไม่ดูเครื่องหมาย	เปรียบเทียบเศษส่วนติดลบ	ถ้ามีลบ ให้จัดรูปให้ส่วนเป็นบวกก่อน

PROGRAMMER THINKING

6. มุมคิดแบบโปรแกรมเมอร์

เศษส่วนและร้อยละช่วยให้เข้าใจการคำนวณในโปรแกรม เช่น การหารเอาเศษ การทำงานกับจำนวนเต็ม และการคำนวณสัดส่วนข้อมูล

integer division
ถ้า 17 ÷ 5 จะได้ quotient = 3 และ remainder = 2 เพราะ 17 = 5×3 + 2

percent in data
ถ้าข้อมูลผิด 12% จาก 500 รายการ จำนวนที่ผิดคือ 500×0.12 = 60 รายการ

เชื่อมกับ สอวน. คอม: การใช้ % ในโปรแกรมเป็นการหาเศษเหลือ ไม่ใช่เปอร์เซ็นต์ ส่วนเครื่องหมายเปอร์เซ็นต์ในคณิตศาสตร์หมายถึง “หารด้วย 100” ต้องแยกความหมายให้ชัด

PRACTICE

แบบฝึกหัดระดับง่าย

E1 ง่าย Fractions

จงทำเศษส่วน 18/24 ให้อยู่ในรูปอย่างต่ำ

คำตอบ: _____

E2 ง่าย Compare

เปรียบเทียบ 5/8 และ 3/5 โดยเติมเครื่องหมาย >, < หรือ =

คำตอบ: _____

E3 ง่าย Operations

คำนวณ 2/3 + 1/6

คำตอบ: _____

E4 ง่าย Operations

คำนวณ 7/10 - 2/5

คำตอบ: _____

E5 ง่าย Operations

คำนวณ 3/4 × 8/9

คำตอบ: _____

E6 ง่าย Operations

คำนวณ 5/6 ÷ 10/3

คำตอบ: _____

E7 ง่าย Percent

เขียน 35% เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

คำตอบ: _____

E8 ง่าย Percent

15% ของ 240 เท่ากับเท่าใด

คำตอบ: _____

E9 ง่าย Ratio

ทำอัตราส่วน 12:18 ให้อยู่ในรูปอย่างต่ำ

คำตอบ: _____

E10 ง่าย Ratio

ถ้า a:b = 4:7 และ b = 28 แล้ว a เท่ากับเท่าใด

คำตอบ: _____

แบบฝึกหัดระดับปานกลาง

M1 ปานกลาง Operations

คำนวณ 2/5 + 3/4 - 1/10

คำตอบ: _____

M2 ปานกลาง Operations

คำนวณ (3/7) ÷ (9/14)

คำตอบ: _____

M3 ปานกลาง Proportion

ถ้า x/12 = 5/8 แล้ว x เท่ากับเท่าใด

คำตอบ: _____

M4 ปานกลาง Percent

สินค้าราคา 750 บาท ลดราคา 20% เหลือราคากี่บาท

คำตอบ: _____

M5 ปานกลาง Percent

ราคาสินค้าเพิ่มขึ้น 25% แล้วลดลง 20% จากราคาที่เพิ่มแล้ว ราคาสุดท้ายเปลี่ยนจากเดิมกี่เปอร์เซ็นต์

คำตอบ: _____

M6 ปานกลาง Ratio

นักเรียนชาย:หญิง = 3:5 ถ้ามีนักเรียนทั้งหมด 64 คน มีนักเรียนชายกี่คน

คำตอบ: _____

M7 ปานกลาง Proportion

หาค่า n ถ้า 4/n = 10/25

คำตอบ: _____

M8 ปานกลาง Compare

เปรียบเทียบ 11/17 และ 13/20 โดยเติมเครื่องหมาย >, < หรือ =

คำตอบ: _____

M9 ปานกลาง Percent

ถ้า 40% ของ x เท่ากับ 18 แล้ว x เท่ากับเท่าใด

คำตอบ: _____

M10 ปานกลาง Operations

คำนวณ (15/22) × (33/25)

คำตอบ: _____

PRACTICE

แบบฝึกหัดระดับยาก

H1 ยาก Applied

ถังน้ำมีน้ำอยู่ 2/3 ของถัง ใช้น้ำไป 1/4 ของปริมาณน้ำที่มีอยู่เดิม ตอนนี้เหลือน้ำกี่ส่วนของถัง

คำตอบ: _____

H2 ยาก Percent

ลดราคา 10% แล้วลดซ้ำอีก 20% เทียบเท่ากับลดครั้งเดียวกี่เปอร์เซ็นต์

คำตอบ: _____

H3 ยาก Ratio

ถ้า A:B = 2:3 และ B:C = 4:5 จงหา A:C

คำตอบ: _____

H4 ยาก Number Theory

มีจำนวนเต็มบวก n ตั้งแต่ 1 ถึง 84 กี่จำนวนที่ทำให้ n/84 เมื่อลดรูปแล้วมีตัวส่วนเป็น 7

คำตอบ: _____

H5 ยาก Diophantine

จำนวนคู่บวก (a,b) ที่ a≤b และ 1/a + 1/b = 1/6 มีทั้งหมดกี่คู่

คำตอบ: _____

H6 ยาก Percent

จำนวนหนึ่งเพิ่มขึ้น p% แล้วลดลง p% ได้ผลลัพธ์เป็น 96% ของจำนวนเดิม จงหา p

คำตอบ: _____

H7 ยาก Compare

หาเศษส่วนรูป k/20 ที่มีค่าน้อยที่สุดและอยู่ระหว่าง 2/5 กับ 3/5

คำตอบ: _____

H8 ยาก Percent

เขียน 37.5% เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

คำตอบ: _____

PRACTICE

แบบฝึกหัดระดับแนว สอวน. คอม

O1 แนว สอวน. คอม | Integer Division

ถ้า 173 = 12q + r โดย 0≤r<12 จงหา q และ r

คำตอบ: _____

O2 แนว สอวน. คอม | Loop

โปรแกรมเริ่มจาก x = 256 แล้วทำซ้ำ 4 รอบ โดยแต่ละรอบ x = x × 3/4 หลังจบรอบที่ 4 ค่า x เท่ากับเท่าใด

คำตอบ: _____

O3 แนว สอวน. คอม | Data Filter

มีข้อมูล 120 รายการ เป็นข้อมูลผิด 15% จากข้อมูลที่ถูกต้อง มี 2/3 รายการที่ผ่านเกณฑ์ จงหาจำนวนรายการที่ผ่านเกณฑ์

คำตอบ: _____

O4 แนว สอวน. คอม LCM

โปรแกรมตรวจเงื่อนไข n % 6 == 0 และ n % 10 == 0 จงหาค่า n บวกที่น้อยที่สุดที่ผ่านทั้งสองเงื่อนไข

คำตอบ: _____

O5 แนว สอวน. คอม Reverse Calculation

ตัวแปรจำนวนหนึ่งถูกหารด้วย 2 แล้วเพิ่มขึ้น 25% ได้ผลลัพธ์เป็น 50 จงหาจำนวนเดิม

คำตอบ: _____

O6 แนว สอวน. คอม Number Theory

สำหรับ n = 1 ถึง 100 มี n กี่ค่าที่ทำให้ n/100 เมื่อลดรูปแล้วมีตัวส่วนเป็น 25

คำตอบ: _____

PRACTICE

แบบฝึกหัดระดับแนวสอบเข้า ม.4

T1 แนวสอบเข้า ม.4 Ratio

ถ้า x:y = 5:8 และ y:z = 12:7 จงหา x:z

คำตอบ: _____

T2 แนวสอบเข้า ม.4 Reverse Percent

ราคาสินค้าหลังลด 20% แล้วบวกภาษี 7% เป็น 856 บาท ราคาเดิมก่อนลดคือกี่บาท

คำตอบ: _____

T3 แนวสอบเข้า ม.4 Percent

ในห้องหนึ่งมีนักเรียนชาย 40% ของทั้งหมด นักเรียนชาย 25% ใส่แว่น และนักเรียนหญิง 1/3 ใส่แว่น ถ้ามีนักเรียนใส่แว่น 18 คน ห้องนี้มีนักเรียนทั้งหมดกี่คน

คำตอบ: _____

T4 แนวสอบเข้า ม.4 Ratio

ถ้า 1/3 ของ A เท่ากับ 2/5 ของ B จงหา A:B

คำตอบ: _____

T5 แนวสอบเข้า ม.4 Telescoping

คำนวณ (1-1/2)(1-1/3)(1-1/4)…(1-1/10)

คำตอบ: _____

T6 แนวสอบเข้า ม.4 Work Rate

ท่อ A เติมน้ำเต็มถังใน 6 ชั่วโมง ท่อ B เติมเต็มถังใน 8 ชั่วโมง ถ้าเปิดพร้อมกัน 3 ชั่วโมง จะเติมน้ำได้กี่ส่วนของถัง

คำตอบ: _____

T7 แนวสอบเข้า ม.4 Ratio

จำนวน A เพิ่มขึ้น 20% แล้วเท่ากับจำนวน B ที่ลดลง 20% จงหา A:B

คำตอบ: _____

INTERACTIVE

7. Mini Quiz Generator

กดสุ่มโจทย์เพื่อฝึกคิดเร็ว ระบบจะสร้างโจทย์เศษส่วน/ร้อยละแบบสั้นให้ทันที

กดปุ่ม “สุ่มโจทย์” เพื่อเริ่ม

ANSWER KEY

8. เฉลยท้ายบท

เฉลยต่อไปนี้เน้นวิธีคิด ไม่ใช่เพียงคำตอบ เพื่อให้นักเรียนย้อนกลับไปตรวจว่าตนเองพลาดที่ขั้นใด

ข้อ	คำตอบ	แนวเฉลย
E1	3/4	ห.ร.ม. ของ 18 และ 24 คือ 6 ดังนั้น 18/24 = (18÷6)/(24÷6) = 3/4
E2	>	5/8 เทียบกับ 3/5: 5×5 = 25 และ 3×8 = 24 ดังนั้น 5/8 > 3/5
E3	5/6	2/3 = 4/6 ดังนั้น 4/6 + 1/6 = 5/6
E4	3/10	2/5 = 4/10 ดังนั้น 7/10 - 4/10 = 3/10
E5	2/3	3/4 × 8/9 = (3×8)/(4×9). ตัด 8 กับ 4 เหลือ 2 และ 1; ตัด 3 กับ 9 เหลือ 1 และ 3 จึงได้ 2/3
E6	1/4	5/6 ÷ 10/3 = 5/6 × 3/10 = 15/60 = 1/4
E7	7/20	35% = 35/100 = 7/20
E8	36	240 × 15/100 = 36
E9	2:3	ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 คือ 6 ดังนั้น 12:18 = 2:3
E10	16	b = 7 ส่วน = 28 จึงได้ 1 ส่วน = 4 และ a = 4 ส่วน = 16
M1	21/20	2/5 = 8/20, 3/4 = 15/20, 1/10 = 2/20 จึงได้ (8+15-2)/20 = 21/20
M2	2/3	(3/7) ÷ (9/14) = (3/7)×(14/9). ตัด 14 กับ 7 เหลือ 2 และ 1 จึงได้ 6/9 = 2/3
M3	15/2	x = 12×5/8 = 60/8 = 15/2 = 7.5
M4	600	ราคาหลังลด = 750×0.80 = 600 บาท
M5	0%	ตัวคูณรวม = 1.25×0.80 = 1.00 ดังนั้นราคาสุดท้ายเท่าเดิม หรือเปลี่ยน 0%
M6	24	8 ส่วน = 64 คน จึงได้ 1 ส่วน = 8 คน นักเรียนชาย = 3 ส่วน = 24 คน
M7	10	10/25 = 2/5 ดังนั้น 4/n = 2/5 คูณไขว้ได้ 2n = 20 จึงได้ n = 10
M8	<	11×20 = 220 และ 13×17 = 221 ดังนั้น 11/17 < 13/20
M9	45	40% ของ x คือ 0.40x ดังนั้น 0.40x = 18 จึงได้ x = 18/0.40 = 45
M10	9/10	15/25 = 3/5 และ 33/22 = 3/2 ดังนั้นผลคูณ = (3/5)×(3/2)=9/10
H1	1/2	น้ำที่ใช้ไป = (1/4)×(2/3)=1/6 ของถัง น้ำที่เหลือ = 2/3 - 1/6 = 4/6 - 1/6 = 3/6 = 1/2 ของถัง
H2	28%	ตัวคูณคงเหลือ = 0.90×0.80 = 0.72 จึงเหลือ 72% ของราคาเดิม เท่ากับลด 28%
H3	8:15	A:B = 2:3 คูณด้วย 4 ได้ A:B = 8:12 และ B:C = 4:5 คูณด้วย 3 ได้ B:C = 12:15 ดังนั้น A:C = 8:15
H4	6	ต้องการ 84/ห.ร.ม.(n,84)=7 ดังนั้น ห.ร.ม.(n,84)=12 ให้ n=12k โดย 1≤k≤7 และต้องมี ห.ร.ม.(k,7)=1 ดังนั้น k = 1,2,3,4,5,6 รวม 6 ค่า

ข้อ	คำตอบ	แนวเฉลย
H5	5	1/a+1/b=1/6 ⇒ 6a+6b=ab ⇒ ab-6a-6b=0 ⇒ (a-6)(b-6)=36. คู่ตัวประกอบเมื่อ a≤b คือ (1,36),(2,18),(3,12),(4,9),(6,6) รวม 5 คู่
H6	20	(1+p/100)(1-p/100)=0.96 ⇒ 1-(p/100)^2=0.96 ⇒ (p/100)^2=0.04 ⇒ p=20
H7	9/20	2/5 = 8/20 และ 3/5 = 12/20 ต้องการ k/20 ที่อยู่ระหว่าง จึงมี k = 9,10,11 ค่าน้อยที่สุดคือ 9/20
H8	3/8	37.5% = 37.5/100 = 375/1000 = 3/8
O1	q=14,r=5	173 ÷ 12 ได้ 14 เศษ 5 เพราะ 12×14 = 168 และ 173-168 = 5 ดังนั้น q=14, r=5
O2	81	x = 256×(3/4)^4 = 256×81/256 = 81
O3	68	ข้อมูลถูกต้อง = 120×0.85 = 102 รายการ ผ่านเกณฑ์ = (2/3)×102 = 68 รายการ
O4	30	ต้องหา ค.ร.น. ของ 6 และ 10 ซึ่งเท่ากับ 30 ดังนั้น n บวกที่น้อยที่สุดคือ 30
O5	80	(x/2)×1.25 = 50 ⇒ x×0.625 = 50 ⇒ x = 80
O6	20	ต้องการ 100/ห.ร.ม.(n,100)=25 ดังนั้น ห.ร.ม.(n,100)=4 ให้ n=4k โดย 1≤k≤25 และต้องมี ห.ร.ม.(k,25)=1 มี k ที่ไม่หารด้วย 5 ลงตัวจำนวน 20 ค่า
T1	15:14	x:y = 5:8 คูณด้วย 3 ได้ 15:24 และ y:z = 12:7 คูณด้วย 2 ได้ 24:14 ดังนั้น x:z = 15:14
T2	1000	ราคาสุดท้าย = ราคาเดิม×0.80×1.07 = ราคาเดิม×0.856 ดังนั้น ราคาเดิม = 856/0.856 = 1000 บาท
T3	60	ชาย = 0.4N หญิง = 0.6N คนใส่แว่น = 0.25(0.4N)+(1/3)(0.6N)=0.1N+0.2N=0.3N. เมื่อ 0.3N=18 จึงได้ N=60
T4	6:5	A/3 = 2B/5 ⇒ 5A = 6B ⇒ A/B = 6/5 ดังนั้น A:B = 6:5
T5	1/10	(1/2)(2/3)(3/4)…(9/10) ตัดกันต่อเนื่อง เหลือ 1/10
T6	7/8	อัตรารวม = 1/6+1/8 = 4/24+3/24=7/24 ถังต่อชั่วโมง ใน 3 ชั่วโมงได้ 3×7/24 = 21/24 = 7/8 ถัง
T7	2:3	1.2A = 0.8B ⇒ A/B = 0.8/1.2 = 2/3 ดังนั้น A:B = 2:3