مسئول تمرین: امیرحسین ثمودی a.samoudi82@gmail.com

بخش دوم: سیستم نمایش اعداد مبتنی بر باقی‌مانده (RNS)

مقدمه:

در این تمرین با سیستم عددی باقی‌مانده (RNS) آشنا می‌شوید و مراحل تبدیل، بازتبدیل و انجام عملیات حسابی را پیاده‌سازی می‌کنید. در RNS هر عدد به‌صورت یک بردار از باقی‌مانده‌ها نسبت به مجموعه‌ای از مدول‌های اول نسبت به یکدیگر نمایش داده می‌شود. همچنین در درس با مفاهیمی مانند دامنه پویای این سیستم، نحوه تبدیل اعداد به حوزه RNS (و بالعکس)، نمایش اعداد به صورت علامت‌دار و بدون علامت، و نحوه انجام عملیات‌های جمع و ضرب و ... آشنا شده‌اید که در بخش‌های مختلف باید از آن‌ها استفاده نمایید.

بخش 1: تبدیل رو به جلو (Forward Conversion)

در این بخش باید توابع لازم برای تبدیل اعداد صحیح با علامت‌دار و بدون علامت به نمایش RNS را بنویسید. این توابع به عنوان ورودی عدد در حوزه حقیقی و همچنین مجموعه مدول‌ها را گرفته و نمایش RNS را به عنوان خروجی میدهد.

سپس برای مجموعه مدول {2,3,5} لازم است همه اعداد در بازه پوشش داده شده توسط این مجموعه را به نمایش RNS متناظرش تبدیل کرده و یکتایی نمایش‌ها در این حوزه را تحقیق کنید. (به این معنی که هیچ دو عددی در حوزه حقیقی، نمایش RNS یکسانی ندارند). لازم است که برای هر دوی اعداد علامت‌دار و بدون علامت قابل نمایش توسط این مجموعه مدول‌ها، تبدیل را انجام دهید و نتایج را گزارش کنید.

بخش 2: تبدیل معکوس به روش Chinese Remainder Theorem (CRT)

در این بخش هدف بازگرداندن اعداد از حوزه RNS به حوزه اعداد حقیقی با قضیه باقی‌مانده‌های چینی است. لازم است توابع لازم CRT برای تبدیل به هر دو نمایش علامت‌دار و بدون علامت را بنویسید. این توابع به عنوان ورودی نمایش RNS و مقادیر مدول‌ها را میگیرند و عدد متناظر در حوزه حقیقی را برمی‌گردانند.

سپس برای همان مجموعه مدول بخش قبل، نمایش حوزه RNS مجموعه اعداد بخش قبل را به حوزه حقیقی تبدیل کنید و درستی این توابع را نشان دهید. (لازم است برای همه اعداد در حوزه حقیقی برای هردو نمایش علامت‌دار و بدون علامت، نمایش RNS و مقدار حاصل شده از تبدیل معکوس را گزارش کنید)

بخش 3: تبدیل معکوس به روش *Mixed Radix Conversion (MRC)*

در این بخش باید مشابه بخش 2 عمل کنید، با این تفاوت که باید توابع لازم برای بازگرداندن از حوزه *RNS* به حوزه اعداد حقیقی به روش *MRC* را پیاده‌سازی کنید. همچنین باید همان نتایج بخش قبل را این بار با استفاده از این توابع گزارش کنید.

(از الگوریتم *Garner* برای پیاده‌سازی *MRC* استفاده کنید. می‌توانید از توضیحات این صفحه کمک بگیرید.)

بخش 4: عملیات‌های حسابی در حوزه *RNS*

در این بخش باید توابع لازم برای پیاده‌سازی عملیات‌های جمع، تفریق و ضرب در حوزه *RNS* را پیاده‌سازی کرده و درستی‌سنجی کنید. این توابع به عنوان ورودی دو عدد (با نمایش *RNS*) و مجموعه مدول‌ها را گرفته و حاصل خروجی را در همان حوزه *RNS* برمی‌گردانند.

برای درستی سنجی هر یک از 3 تابع، لازم است 5 جفت عدد تصادفی تولید کرده (به گونه‌ای که حاصل عملیات دچار سرریز نشود) و اعداد در حوزه حقیقی، تبدیل یافته آن‌ها به حوزه *RNS*، حاصل عملیات در این حوزه و تبدیل یافته معکوس آن را گزارش کرده و درستی آن‌ها را نشان دهید. از مجموعه مدول *{3,4,5}* استفاده کنید.

بخش 5: کاربرد *RNS* در مدل شبکه عصبی *CNN*

در این بخش میخواهیم محاسبات یک شبکه *CNN* کوچک را در سیستم نمایش اعداد *RNS* انجام دهیم. مجموعه مدول را *{7,8,9}* انتخاب کرده و بازه وزن‌ها و ورودی‌ها را *[-256,255]* انتخاب کنید (مقادیر تصادفی برای ورودی و وزن‌ها در نظر بگیرید).

مشخصات مدل به صورت زیر می‌باشد:

- ورودی: ابعاد *8*8*3*
- وزن با ابعاد *(5*5*3)*، اعمال *ReLU* به لایه خروجی (ابعاد خروجی *4*4*1*)

محاسبات را در هر دو حوزه حقیقی و *RNS* انجام داده و خروجی‌ها را مقایسه کنید. (برای مقایسه صحیح نتایج حوزه حقیقی و *RNS*،لازم است که خروجی محاسبات حوزه حقیقی را به باقی مانده‌شان با پیمانه *M=504* تبدیل کنید، زیرا در محاسبات حوزه *RNS*، اعداد همواره در بازه تعیین شده توسط *M* باقی می‌مانند و اعداد بزرگتر قابل نمایش نیستند.)

مواردی که باید تحویل دهید:

- کدها در قالب یک نوت‌بوک با پسوند *ipynb*. تهیه شوند، در پایان کار تمامی کد اجرا شده و خروجی هر سلول حتما در این فایل ارسالی ذخیره شده باشد. (برای مثال اگر خروجی سلولی یک نمودار است که در گزارش آورده‌اید، این نمودار باید در کدهای نوت‌بوک نیز وجود داشته باشد)
- خروجی‌های تست کیس‌ها مطابق روش هایی که ذکر شده‌اند.
- گزارش‌کار (در قالب *pdf*)، شامل یافته ها و نتایج و تحلیل آن‌ها (لطفا تمامی نکات و فرض‌هایی را که در پیاده‌سازی‌ها و محاسبات خود در نظر می‌گیرید در گزارش ذکر کنید)
- هدف از این تمرین، یادگیری شماست! در صورت کشف تقلب، مطابق با قوانین درس برخورد خواهد شد.
- در صورت داشتن هرگونه سوال یا ابهام از طریق ایمیل زیر با دستیاران آموزشی در ارتباط باشید.

a.samoudi82@gmail.com

موفق باشید!