序列的线性卷积和序列的圆周卷积的关系

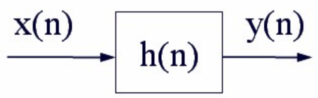
预习

阅读《数字信号处理教程》教材有关线性卷积和圆周卷积的知识点。

一、实验目的

掌握求线性卷积和的两种编程运算方法；

二、原理与说明



1．线性卷积和

设输入序列 $x(n)$ 的度为 N_1，线性移不变系统的单位抽样响应序列 $h(n)$ 的长度为 N_2，

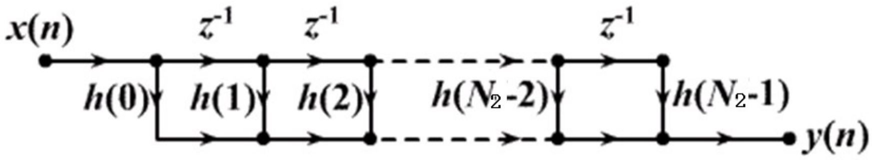
则输出序列 $y(n)$ 长度为 N_1+N_2-1：

$$y(n)=\sum_{m=0}^{N_1-1}x(m)h(n-m)=\sum_{m=0}^{N_2-1}h(m)x(n-m)$$

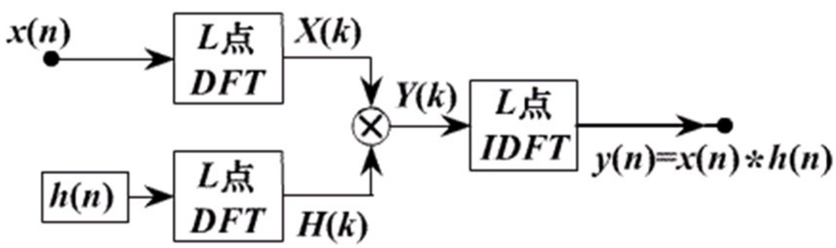
$$=h(0)x(n)+h(1)x(n-1)+...+h(N_2-1)x(n-(N_2-1)) \qquad 0\le n\le N_1+N_2-2$$

（3－1）

采样横截型结构实现此系统，如下图所示。



2．利用离散傅里叶变换（DFT）实现快速卷积



将此 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的长度延长后，长度均为 L，（延长部分补 0），分别对 $x(n)$ 和 $h(n)$ 作离散傅里叶变换：

$$X(k)=DFT[x(n)]=\sum_{n=0}^{L-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{L}kn}$$

$$= Xr[k] + jXm[k] \qquad\qquad 0 \le k \le L-1$$

$$H(k) = DFT[h(n)] = \sum_{n=0}^{L-1} h(n) e^{-j\frac{2\pi}{L}kn}$$

$$= Hr[k] + jHm[k] \qquad\qquad 0 \le k \le L-1$$

令：$Y(k) = X(k) \bullet H(k)$

$$\begin{aligned} &= \{Xr[k] + jXm[k]\} \bullet \{Hr[k] + jHm[k]\} \\ &= \{Xr[k]Hr[k] - Xm[k]Hm[k]\} + j\{Xr[k]Hm[k] + Xm[k]Hr[k]\} \qquad 0 \le k \le L-1 \\ &= Yr[k] + jYm[k] \end{aligned}$$

$$y(n) = IDFT[Y(k)] \qquad 0 \le n \le L-1 \qquad\qquad (3-2)$$

3．验证：当$L \ge N_1 + N_2 - 1$时，用式（3－1）计算得到的结果与式（3－2）计算得到的结果相同。

三、任务和步骤

（一）启动 PC 机，进入 Windows 操作系统后，运行 Visaual C++软件。

（二）在 Visual C++下，按以下进行理解源程序 dsp34.c：

1.哪些代码是完成两序列 x(n)和 h(n)的线性卷积和

2.如何利用 DFT 完成两序列的 x(n)和 h(n)的快速卷积和

（三）编译并运行

1．输入 L 为 160，分析线性卷积与圆周卷积结果是否相同（波形是否一样）

2．输入 L 为 140，分析线性卷积与圆周卷积结果是否相同（波形是否一样）

3．输入 L 为 149，分析线性卷积与圆周卷积结果是否相同（波形是否一样）

4．改变 x(n)和 h(n)的波形及点数，重复 1-4。

5. 有限长序列的线性卷积在什么条件下可以用快速卷积和来代替。