课后实验之一

有限长序列的离散傅里叶变换(DFT)

预习

阅读《数字信号处理教程》教材有关序列离散傅里叶变换的知识点。

实验目的

掌握有限长序列$x(n)$的离散傅里叶正变换和反变换算法；验证$x(n)$经离散傅里叶正变换，再经离散傅里叶反变换所得到的$y(n)$与原来的$x(n)$相同。

原理与说明

长度为N的序列$x(n)$是一个复数序列，包含实部和虚部。根据有限长序列的离散傅里叶正反变换公式：

正变换：$X(k)=DFT[x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

$$=\sum_{n=0}^{N-1}[x\_r(n)+jx\_i(n)][\cos(-\frac{2\pi}{N}kn)+j\sin(-\frac{2\pi}{N}kn)]$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1}[x\_r(n)\cos(-\frac{2\pi}{N}kn)-x\_i(n)\sin(-\frac{2\pi}{N}kn)]$$

$$+j\sum_{n=0}^{N-1}[x\_r(n)\sin(-\frac{2\pi}{N}kn)+x\_i(n)\cos(-\frac{2\pi}{N}kn)]$$

$$=X\_r(k)+jX\_i(k) \qquad 0\le k\le N-1 \qquad (2-1)$$

反变换：$y(n)=IDFT[X(k)]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

$$=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}[X\_r(k)+jX\_i(k)][\cos(\frac{2\pi}{N}kn)+j\sin(\frac{2\pi}{N}kn)]$$

$$=\frac{1}{N}\left\{\sum_{k=0}^{N-1}\left[X\_r(k)\cos(\frac{2\pi}{N}kn)-X\_i(k)\sin(\frac{2\pi}{N}kn)\right]\right\}$$

$$+j\frac{1}{N}\left\{\sum_{k=0}^{N-1}\left[X\_r(k)\sin(\frac{2\pi}{N}kn)+X\_i(k)\cos(\frac{2\pi}{N}kn)\right]\right\}$$

$$=y\_r(n)+jy\_i(n) \qquad 0\le n\le N-1 \qquad （2－2）$$

验证$x(n)$经过 DFT 运算，再经过 IDFT 运算，所得到的$y(n)$与$x(n)$相同。

任务和步骤

（一）启动 PC 机，进入 Windows 操作系统后，运行 Visual C++ 6.0 软件。

（二）在 VC6.0 下，打开 lab21 下工程，参照 dsp21.c 进行理解 。

1．$x(n)$是复数序列，其实部和虚部表达式分别是什么

2．作出$x(n)$的序列图；（实部和虚部分别作出）。

3．利用式（2－1），对$x(n)$进行离散傅里叶正变换得到$X(k)$；

4．利用式（2－2），将$X(k)$进行离散傅里叶变反变换，得到序列$y(n)$；

5．作出$y(n)$的序列图；（实部和虚部分别作出）

（三）编译并运行分析

1．分析哪个信号是 x(n),哪个信号是 y(n);经 DFT,IDFT 后得到的 y(n)与原始信号 x(n)是否相同。

2．将 Pi 改成 3.1,再次编译运行,分析 y(n)与 x(n)相同性,改变 Pi 的小数位数,分析当小数位取到多少位时你可以接受 y(n)与 x(n)相同;小数位数增加时,相应的计算量是变大还是变小?

3．x(n)与 y(n)能不能达到 100%相同?若不能达到 100%相同,DFT 是否有使用价值?

（四）将 Pi 改回 3.1415926,按以下要求修改 DSP3.c

1. x(n)的实部为梯形序列,虚部为矩形序列,分析经过正反变换后 y(n)与 x(n)的是否相同;

2. x(n)的实部为圆形序列(上半圆),虚部为圆形序列(下半部分),分析经过正反变换后 y(n)与 x(n)是否相同;

（五）算法分析

1．当 N=1000 时，DFT 共需进行多少次乘法运算，多少次加法运算。

2．分析 DFT（）和 IDFT（）的相似性，将这两个函数合并成一个函数来实现。