

## Bài 1: Dự án

Công ty XYZ nhận  $N$  dự án của thành phố BBQ được đánh số từ 1 đến  $N$  để cải tạo các công trình công cộng của thành phố BBQ. Dự án  $i$  công ty XYZ cần số tiền  $a_i$  để mua vật liệu. Sau khi thực hiện xong dự án thì được thành phố nghiệm thu và trả số tiền công là  $b_i$ .

Sau khi hoàn thành  $n$  dự án thành phố sẽ nghiệm thu và trả tiền hết tất cả những khoản tiền mà công ty đã đầu tư mua vật liệu và tiền công thực hiện các dự án. Nhưng thành phố không phải lúc nào cũng có đầy đủ kinh phí để trả toàn bộ dự án cho công ty XYZ do đó công ty phải huy động số vốn ban đầu khi đầu tư thực hiện khi mà thành phố chưa nghiệm thu hoàn toàn  $N$  dự án. Thành phố chỉ trả tiền công sau mỗi dự án hoàn thành.

*Yêu cầu:* Hãy cho biết số vốn ít nhất mà công ty XYZ cần huy động biết rằng thứ tự thực hiện các dự án có thể tùy ý.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản PROJECT.INP có cấu trúc sau:

- Dòng 1 ghi số  $N$ .
- Dòng tiếp theo ghi  $N$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_N$  ( $a_i \leq 10^9$ ).
- Dòng cuối cùng ghi  $N$  số nguyên dương  $b_1, b_2, \dots, b_N$  ( $b_i \leq 10^9$ ).

Kết quả ghi ra tệp văn bản PROJECT.OUT số tiền ít nhất công ty XYZ cần huy động.

Ví dụ:

PROJECT.INP	PROJECT.OUT	<i>Giải thích</i>
6 6 3 1 2 4 9 2 4 3 1 3 2	11	Với số vốn ban đầu là 11: Bắt đầu làm dự án 3: vật liệu hết 1, tiền công trả 3. Dự án 2: vật liệu hết 3, tiền công trả 4. Dự án 5: vật liệu hết 4, tiền công trả 3. Dự án 6: vật liệu hết 9, tiền công trả 2.

		<p>Dự án 1: vật liệu hết 6, tiền công trả 2.</p> <p>Dự án 4: vật liệu hết 2, tiền công trả 1.</p> <p>Khi thực hiện xong n dự án và dự án cuối cùng chưa nghiệm thu thì tổng tiền vốn công ty huy động là <math>1-3+3-4+4-3+9-2+6-2+2=11</math>.</p>
--	--	---

Ràng buộc:

- Có 50% số test  $N \leq 10$  tương ứng với 50% số điểm.
- Có 50% số test  $N \leq 100000$  tương ứng với 50% số điểm.

Bài 2: Chỉ số cạnh tranh

Cuộc thi Tin học trẻ cấp tỉnh sẽ diễn ra trong thời gian sắp tới. Trong cuộc thi tới đây, sẽ có  $N$  thí sinh tham gia, thí sinh thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq N$ ) sẽ được đánh giá bởi một chỉ số năng lực là  $a_i$  ( $0 < a_i \leq 181101$ ), chỉ số này là một số nguyên dương được tính toán từ thông tin của các cuộc thi trước đó. Hai thí sinh không tính thứ tự được gọi là một cặp cạnh tranh nếu như chỉ số năng lực của hai thí sinh này là nguyên tố cùng nhau. Chỉ số cạnh tranh của cuộc thi được định nghĩa là số cặp cạnh tranh. Giáo sư PTN, người được giao nhiệm vụ tính chỉ số cạnh tranh của cuộc thi tới đây, đang rất đau đầu vì chưa tính được chỉ số này do số lượng thí sinh quá lớn. Liệu rằng bạn có thể giúp Giáo sư PTN?

*Yêu cầu:* với  $N$  thí sinh tham gia cuộc thi tính chỉ số cạnh tranh của  $N$  thí sinh trên.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản INDICES.INP gồm hai dòng:

- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương  $N$ ;
- Dòng thứ hai ghi  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_N$ .

Kết quả ghi ra tệp văn bản INDICES.OUT chỉ số cạnh tranh của cuộc thi.

Ví dụ:

INDICES.INP	INDICES.OUT	Giải thích
5 1 2 3 4 5	9	Có 9 cặp cạnh tranh: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2,

		3), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5).
--	--	-------------------------------------

Ràng buộc:

- Có 40% số test  $N \leq 1000$  tương ứng với 40% số điểm.
- Có 30% số test  $N \leq 100000$  và  $a_i$  ( $1 \leq i \leq N$ ) không có ước nguyên tố nào lớn hơn 30 tương ứng với 30% số điểm.
- Có 30% số test  $N \leq 100000$  tương ứng với 30% số điểm.

### Bài 3. Dãy ngoặc bậc $k$

Dãy ngoặc và bậc của dãy ngoặc được định nghĩa như sau:

- Xâu rỗng là dãy ngoặc bậc 0;
- Nếu  $S$  là dãy ngoặc bậc  $a$  thì  $(S)$  dãy ngoặc bậc  $a + 1$ ;
- Nếu  $S$  là dãy ngoặc bậc  $a$ ,  $T$  là dãy ngoặc bậc  $b$  thì bậc của  $ST$  là giá trị lớn nhất của hai số  $a$  và  $b$ .

*Yêu cầu:* Cho hai số nguyên dương  $n$  và  $k$ , tính số lượng dãy ngoặc độ dài  $n$  bậc  $k$  chia lấy dư cho  $10^9 + 7$ .

*Dữ liệu vào:* Đọc từ tệp văn bản NGOACBK.INP hai số nguyên dương  $n$  và  $k$  cách nhau một dấu cách.

*Kết quả:* Ghi ra tệp văn bản NGOACBK.OUT số lượng dãy ngoặc tìm được.

*Ví dụ:*

NGOACBK.INP	NGOACBK.OUT
8 3	5

*Giải thích:* Có 5 dãy ngoặc thỏa mãn yêu cầu:  $((()()))$ ,  $((())())$ ,  $((()))()$ ,  $((())())$ ,  $(())((()))$ .

Ràng buộc:

- Có 40% test có  $2k \leq n \leq 20$  tương ứng 40% số điểm;
- Có 30% test có  $2k \leq n \leq 200$  tương ứng 30% số điểm;
- Có 30% test có  $2k \leq n \leq 2.000$  tương ứng 30% số điểm.

#### Bài 4. Du lịch trên râu

Cho một râu  $s = s_1 s_2 \dots s_n$  có độ dài  $n$ , chỉ gồm các ký tự ' $<$ ' và ' $>$ ' được đánh chỉ số từ 1 tới  $n$ .

Xâu trên biểu diễn cho hướng mà bạn có thể đi từ một địa điểm này đến một địa điểm khác trong  $n$  địa điểm được đánh chỉ số từ 1 đến  $n$  tương ứng. Cụ thể, nếu bạn đang đứng tại địa điểm  $i$ , bạn chỉ có thể đi đến địa điểm  $j$  mà  $j < i$  nếu và chỉ nếu  $s_i$  là ' $<$ '. Ngược lại, bạn chỉ có thể đi đến địa điểm  $j$  mà  $j > i$  nếu và chỉ nếu  $s_i$  là ' $>$ '.

Yêu cầu: Với mỗi địa điểm  $x$ , hãy đếm số đường đi bắt đầu từ bất kỳ địa điểm nào khác, đi đến tất cả  $n$  địa điểm, mỗi địa điểm đúng một lần và kết thúc tại địa điểm  $x$ .

Dữ liệu vào từ file văn bản STRAVEL.INP bao gồm

- Dòng thứ nhất là số nguyên dương  $n$  ( $n \geq 2$ );
- Dòng thứ hai là râu  $s$  có độ dài  $n$  chỉ gồm các ký tự ' $<$ ' và ' $>$ '.

Kết quả: Ghi ra file văn bản STRAVEL.OUT trên một dòng  $n$  số, số thứ  $x$  là số đường đi thỏa mãn yêu cầu bài toán với địa điểm kết thúc là  $x$  chia lấy dư cho  $10^9 + 7$ .

Ví dụ:

STRAVEL.INP	STRAVEL.OUT
4 ><<<	1 4 2 1

Giải thích:

- Địa điểm kết thúc là 1 có 1 đường đi là (4, 3, 2, 1);
- Địa điểm kết thúc là 2 có 4 đường đi là (1, 4, 3, 2), (3, 1, 4, 2), (4, 1, 3, 2) và (4, 3, 1, 2);
- Địa điểm kết thúc là 3 có 2 đường đi là (2, 1, 4, 3) và (4, 2, 1, 3);
- Địa điểm kết thúc là 4 có 1 đường đi là (3, 2, 1, 4).

Ràng buộc:

- 20% số điểm ứng với 20% số test có  $n \leq 10$ ;
- 20% số điểm ứng với 20% số test khác có  $n \leq 20$ ;
- 60% số điểm ứng với 60% số test còn lại có  $n \leq 3000$ .

#### Bài 5. Hoàn thành bài tập

Do dịch COVID-19, những ngày giữa mùa hè này đáng ra là những ngày nghỉ tưng tưng thì Đảng đang phải bận rộn với việc ôn tập để thi cuối kỳ. Để chuẩn bị tốt cho kỳ thi tới đây, Đảng phải hoàn thành  $n$  bài tập được thầy cô giao cho.

Vấn đề đặt ra ở đây là cậu ta phải sắp xếp thứ tự hoàn thành những bài tập này một cách hợp lý.

Các bài tập này rất kỳ quặc, thầy cô của Đăng đã đánh nhãn  $a_i$  là một số nguyên dương cho bài tập thứ  $i$ . Và họ đã nói với Đăng rằng, nếu cậu ta hoàn thành hai bài tập liên tiếp là  $x$  và  $y$  mà  $a_x \times a_y$  là một số chính phương thì cậu ta sẽ quên nhanh kiến thức thu được từ hai bài tập đó và cậu ta sẽ không thể hoàn thành tốt kỳ thi này được.

Nhắc lại, số chính phương là một số nguyên dương  $s$  mà căn bậc hai số học của nó,  $\sqrt{s}$  là một số nguyên dương.

Yêu cầu: Vì Đăng đang rất bận rộn nên bạn hãy giúp Đăng đếm số cách sắp xếp  $n$  bài tập này thỏa mãn yêu cầu đặt ra là không tồn tại hai bài tập liên tiếp  $x$  và  $y$  mà  $a_x \times a_y$  là một số chính phương.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản EXERCISE.INP bao gồm

- Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương  $n$  là số lượng bài tập;
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  tương ứng là nhãn của các bài tập ( $a_i \leq 10^9$ ).

Kết quả: Ghi ra file văn bản EXERCISE.OUT một số nguyên duy nhất là số cách sắp xếp  $n$  bài tập thỏa mãn yêu cầu chia lấy dư cho  $10^9 + 7$ .

Ví dụ:

EXERCISE.INP	EXERCISE.OUT	Giải thích
5 12 3 1 5 3	12	Có các cách sắp xếp dưới đây: <ul style="list-style-type: none"><li>• (1, 3, 2, 4, 5);</li><li>• (1, 3, 5, 4, 2);</li><li>• (1, 4, 2, 3, 5);</li><li>• (1, 4, 5, 3, 2);</li><li>• (2, 3, 1, 4, 5);</li><li>• (2, 3, 5, 4, 1);</li><li>• (2, 4, 1, 3, 5);</li><li>• (2, 4, 5, 3, 1);</li><li>• (5, 3, 1, 4, 2);</li><li>• (5, 3, 2, 4, 1);</li><li>• (5, 4, 1, 3, 2);</li><li>• (5, 4, 2, 3, 1).</li></ul>

Ràng buộc:

- 30% số điểm ứng với 30% số test có  $n \leq 10$ ;
- 30% số điểm ứng với 30% số test khác có  $n \leq 40$  và  $a_i \leq 6$ ;
- 40% số điểm ứng với 40% số test còn lại có  $n \leq 300$ .