INF1608 – Análise Numérica

Lab 3: Newton-Raphson e Interpolação Inversa Quadrática

Prof. Waldemar Celes

Departamento de Informática, PUC-Rio

1. Implemente o método Newton-Raphson (NR) para determinação de raízes. Conhecendo-se a função e sua derivada, cada iteração do método NR avalia:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

   Sua função deve seguir o seguinte protótipo:

```
int NR (double x0, int p, double (*f) (double x),
        double (*fl) (double x), double* r);
```

   onde `x0` representa uma estimativa inicial da raiz, `f` a função, `fl` a derivada e `p` a precisão em número de dígitos. A função deve preencher o valor da raiz encontrada no endereço `r` passado e deve ter como valor de retorno o número de iterações usadas para alcançar o resultado. Se não houver convergência, a função deve retornar zero. A precisão do resultado deve ser verificada pelo erro avaliado na entrada (*backward error*): $|f(x_i)| < 0.5 \times 10^{-p}$.

2. O método da Interpolação Quadrática Inversa (IQI) para determinação de raízes de funções $f(x)$ considera três estimativas iniciais x_0, x_1 e x_2 da raiz. A partir dessas três estimativas, o método ajusta uma parábola inversa $x(y) = ay^2 + by + c$, onde $y_i = f(x_i)$, adotando como próxima estimativa a interseção desta parábola com o eixo x, isto é, o valor do coeficiente c: $x_{i+1} = c$.

   Implemente uma função que calcule a raiz de uma função segundo o método IQI com o seguinte protótipo:

```
int IQI (double x0, double x1, double x2, int p,
         double (*f) (double x), double* r);
```

   onde $\mathtt{x}_i$ representam as estimativas iniciais da raiz, `f` a função e `p` a precisão em número de dígitos. A função deve preencher o valor da raiz encontrada no endereço `r` passado e deve ter como valor de retorno o número de iterações usadas para alcançar o resultado. Se não houver convergência, a função deve retornar zero. A precisão do resultado deve ser verificada pelo erro avaliado na entrada (*backward error*): $|f(x_i)| < 0.5 \times 10^{-p}$.

   Para calcular o coeficiente c da parábola, será necessário resolver um sistema 3×3. Sugere-se usar a Regra de Crammer:

$$c = \frac{\det A}{\det A_c}$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} f(x_0)^2 & f(x_0) & 1 \\ f(x_1)^2 & f(x_1) & 1 \\ f(x_2)^2 & f(x_2) & 1 \end{bmatrix} \qquad A_c = \begin{bmatrix} f(x_0)^2 & f(x_0) & x_0 \\ f(x_1)^2 & f(x_1) & x_1 \\ f(x_2)^2 & f(x_2) & x_2 \end{bmatrix}$$

3. Teste sua implementação das funções encontrando a raiz positiva da função $f(x) = \cos x - x^3 + x$, com 6 dígitos de precisão. Analise a convergência dos métodos para diferentes estimativas iniciais. Escreva uma função *main* que exiba na tela os valores encontrados (número de iterações e valor da raiz) de cada método.

Organize seu código da seguinte forma. O arquivo "raiz.c" deve conter as implementações das função `NR` e `IQI`, com seus respectivos protótipos no arquivo "raiz.h". O arquivo "main.c" deve conter os testes realizados.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos "raiz.h", "raiz.c" e "main.c") devem ser enviados via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **quinta-feira, dia 29 de março**.