

Janelas Periódicas: Um Cenário Homoclínico

Rene O. Medrano-T., Iberê L. Caldas

IF-USP

Motivação:

Espaço dos parâmetros das equações não lineares com soluções caóticas

Propriedades a serem explicadas:

a - Janelas periódicas (para mapas e equações diferenciais)

b - Distribuição dessas janelas

c - Sequência de janelas com períodos progressivamente crescentes

Sistema de Roessler

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + a y \\ \dot{z} &= b + (x - c) z \end{aligned}$$

Variáveis: $x, y, z \rightarrow$ espaço de fase tridimensional

Parâmetros de controle: a, b, c

Atrator Caótico de Roessler

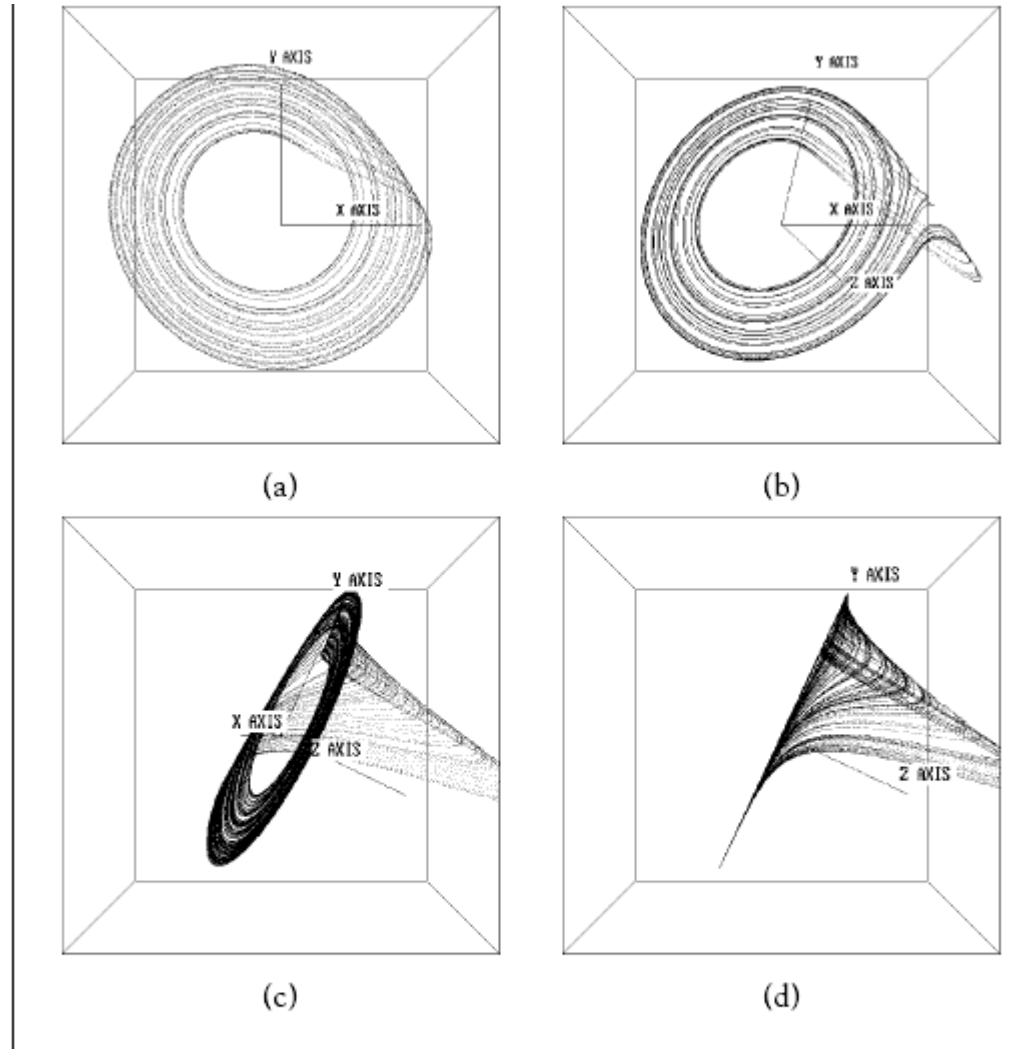


Figure 9.6 The Rössler attractor.

Parameters are set at $a = 0.1$, $b = 0.1$, and $c = 14$. Four different views are shown. The dynamics consists of a spiraling out from the inside along the xy -plane followed by a large excursion in the z -direction, followed by re-insertion to the vicinity of the xy -plane. Part (d) shows a side view. The Lyapunov dimension is 2.005—indeed it looks like a surface.

Chaos
Alligood et al.

Resultados obtidos para as equações de Roessler

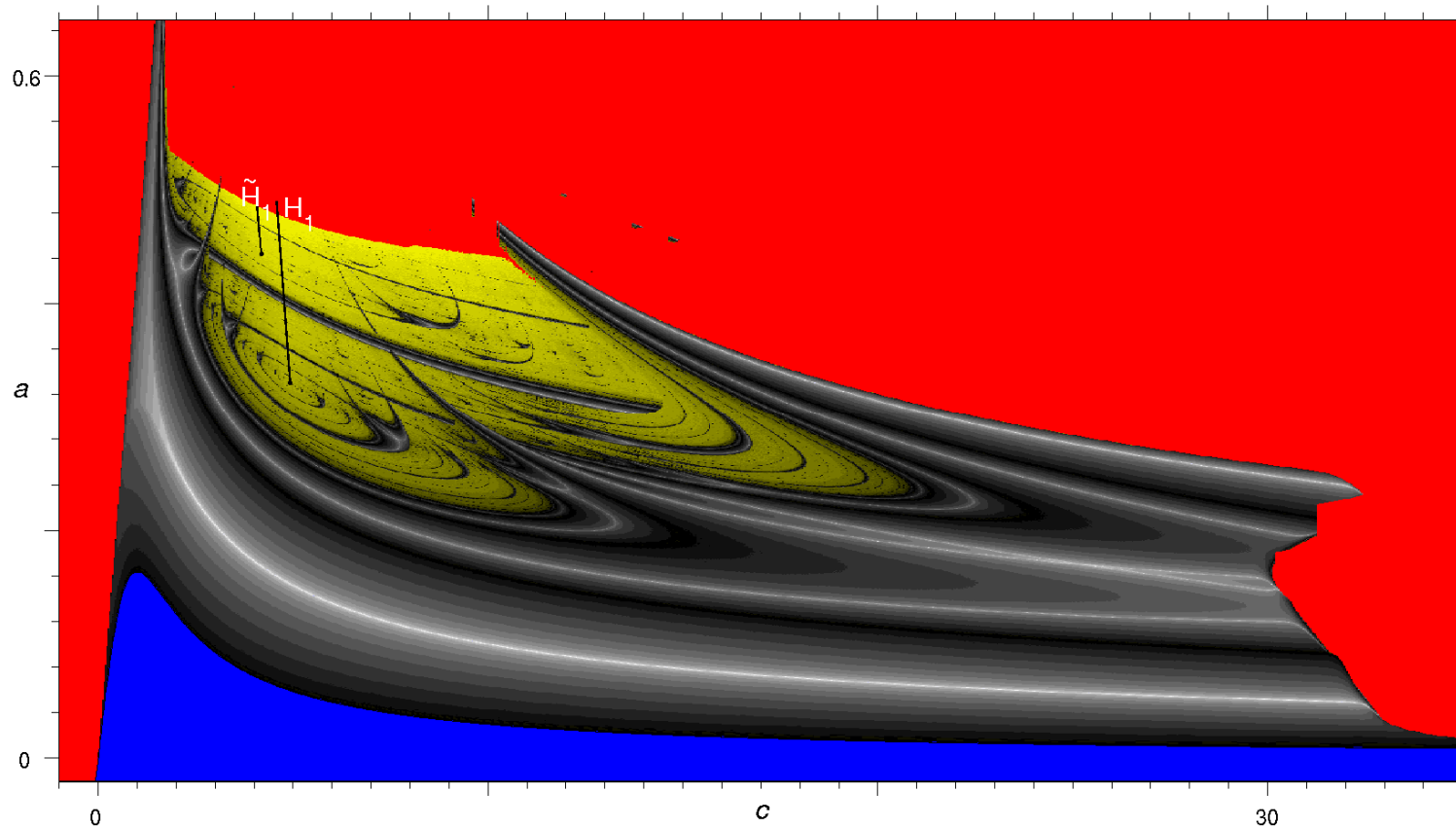
Previsto pelo teorema de Shilnikov \Rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{órbitas homoclínicas} \\ \text{distribuição, no espaço dos parâmetros,} \\ \text{de janelas periódicas em torno} \\ \text{das órbitas homoclínicas} \end{array} \right.$

Aplicação do teorema de Shilnikov:

Descoberta da distribuição de órbitas homoclínicas no espaço dos parâmetros \Rightarrow distribuição das janelas periódicas

Sistema de Roessler

Atratores no Espaço dos Parâmetros

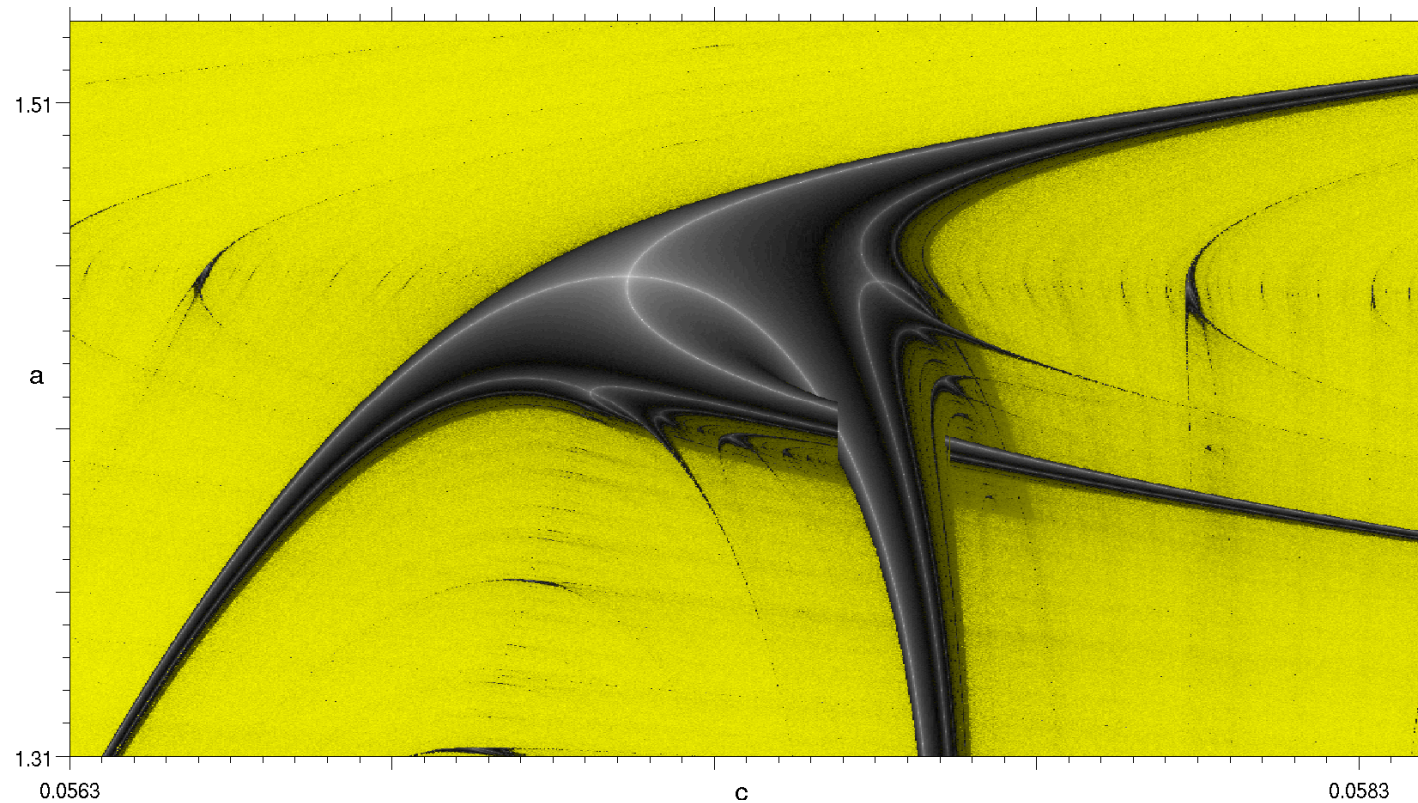


Azul: ponto fixo
Vermelho: infinito
Amarelo: atrator caótico
Preto a branco: atrator periódico

Expoente de Lypunov do atrator periódico
(graduação crescente de branco para preto)

Janela Periódica no Espaço dos Parâmetros

($b = 0.3$)

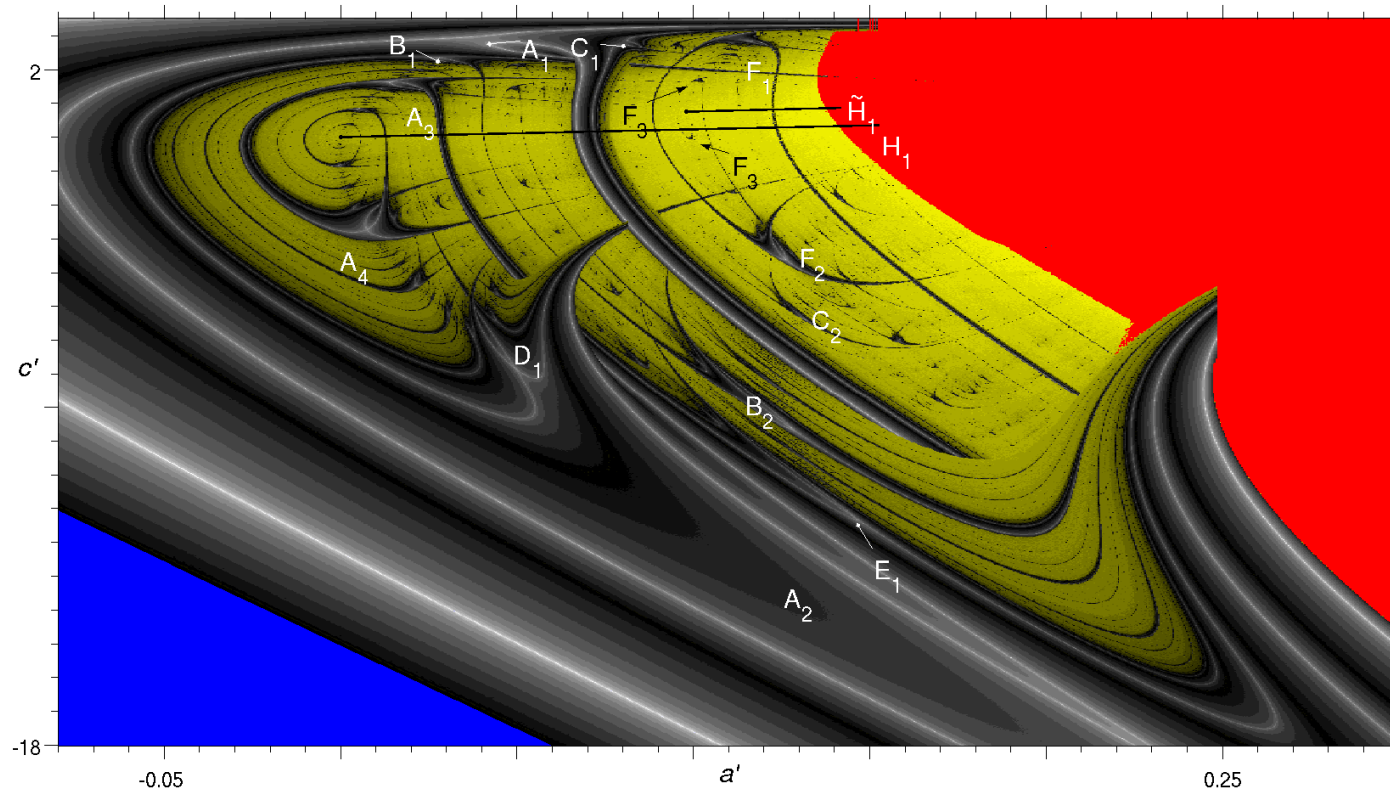


Amarelo: atrator caótico

Graduação crescente de branco para
preto: expoente de Lypunov do atrator
periódico

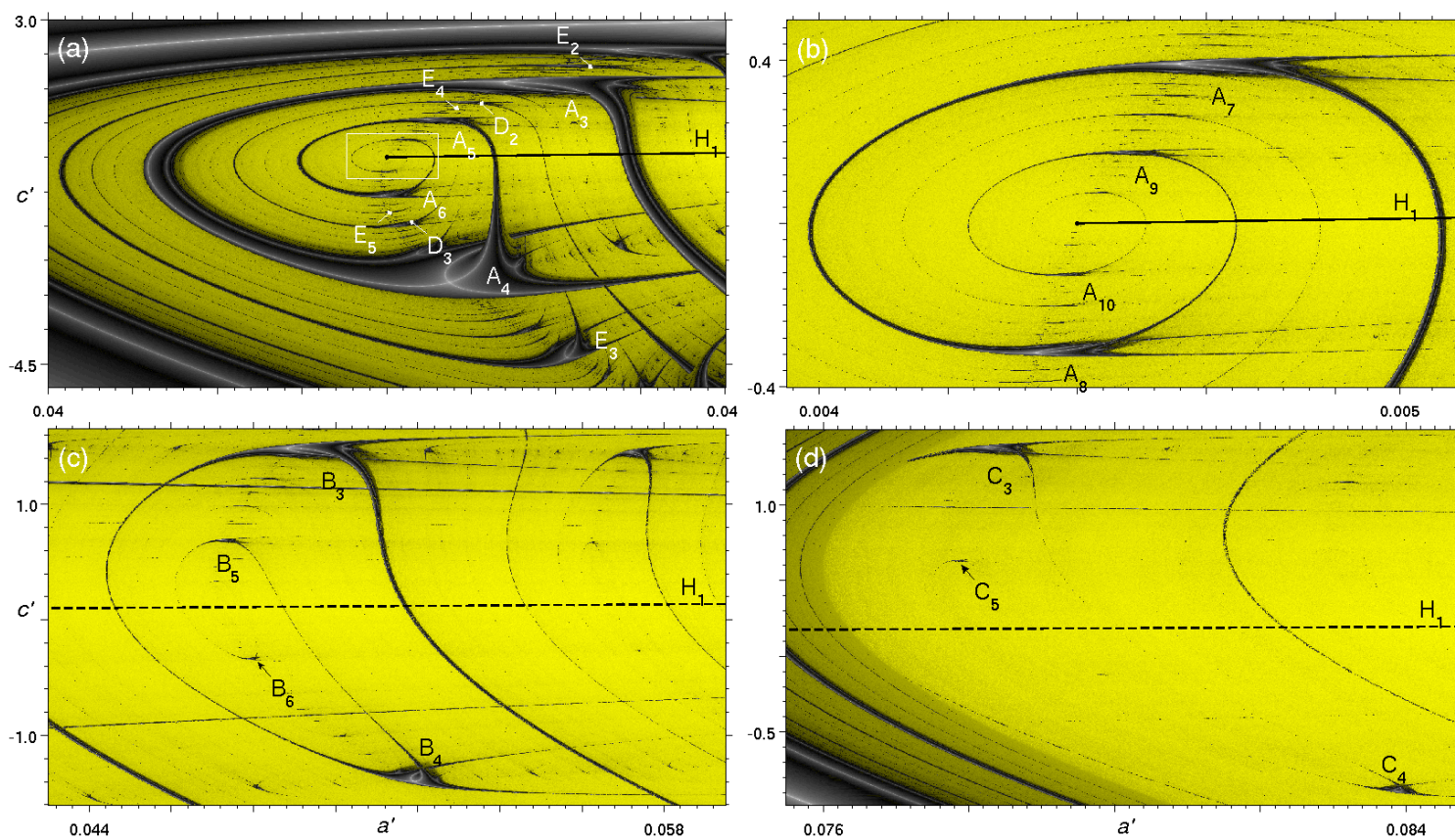
Sistema de Roessler

Órbitas Homoclínicas e Atratores no Espaço dos Parâmetros



Linhas H_1 e \tilde{H}_1 : parâmetros com órbitas homoclínicas

Sequências de Janelas Periódicas Órbitas Homoclínicas H1



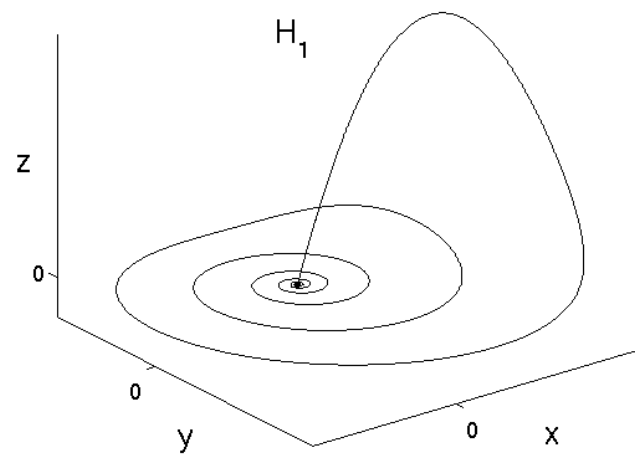
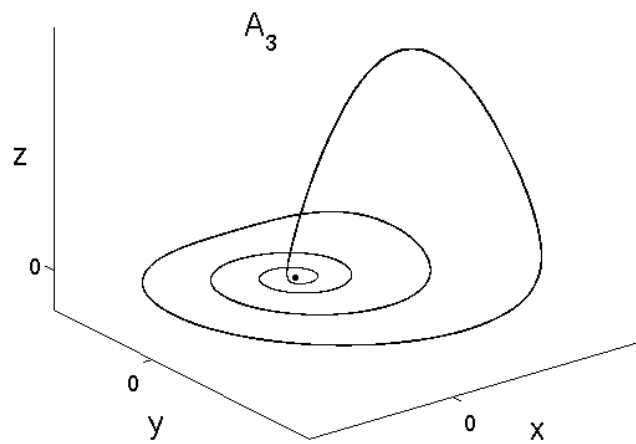
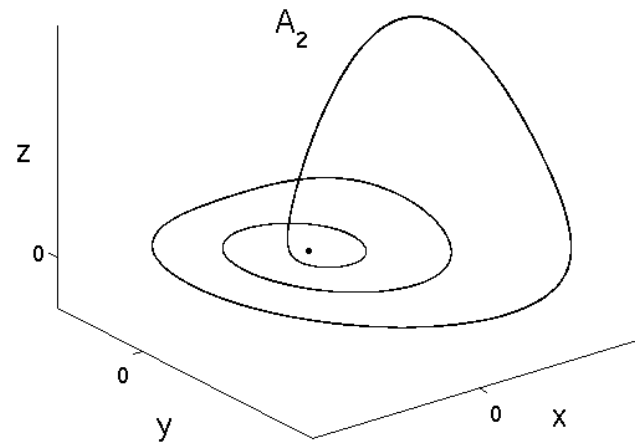
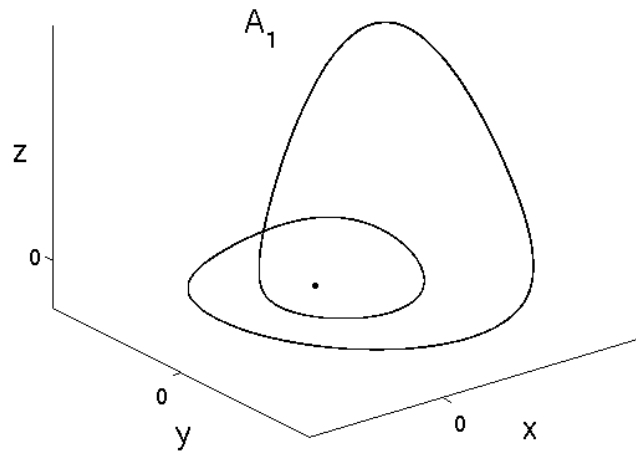
(a) Janelas periódicas A_3, A_4, A_5, A_6

(c) Janelas B_3, B_4, B_5, B_6

(b) Janelas A_7, A_8, A_9, A_{10}

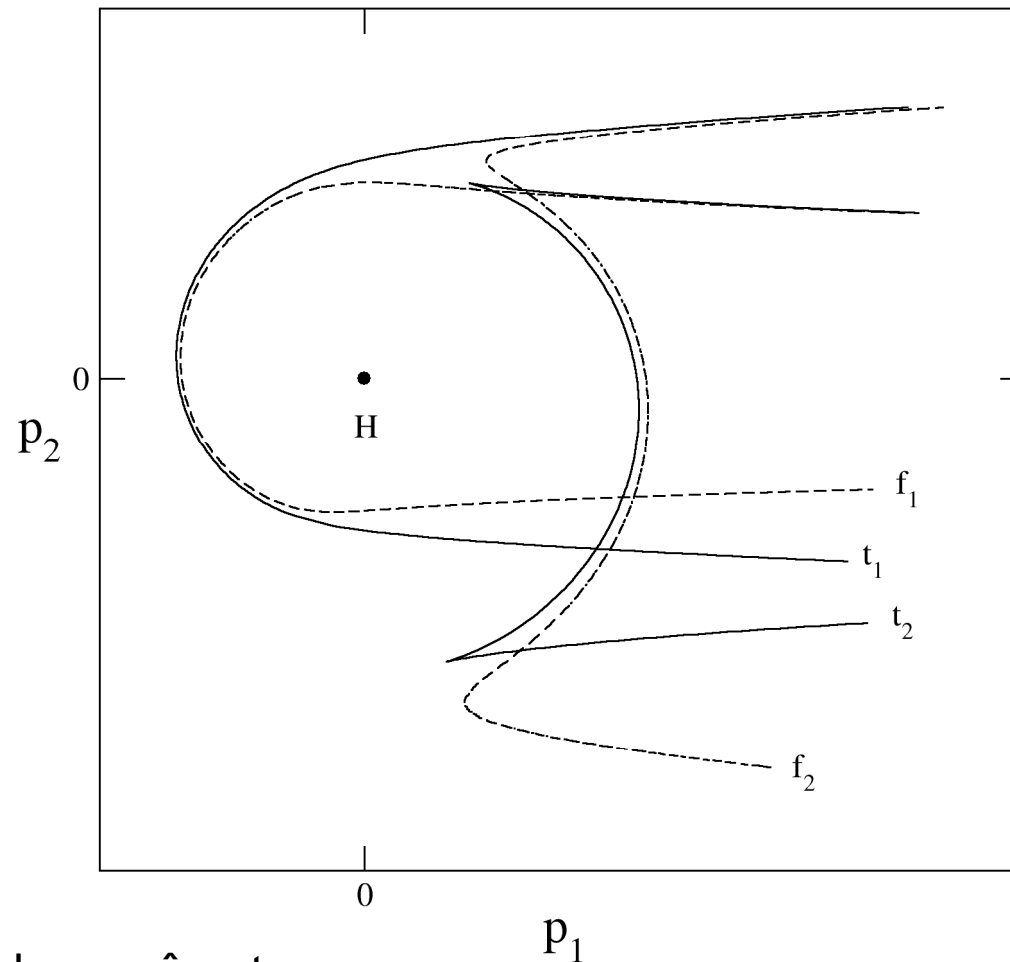
(d) Janelas C_3, C_4, C_5

Órbita Homoclínica e Órbitas Periódicas Associadas



Órbita
homoclínica

Estrutura da Janela Periódica Obtida Aplicando Teorema de Shilnikov

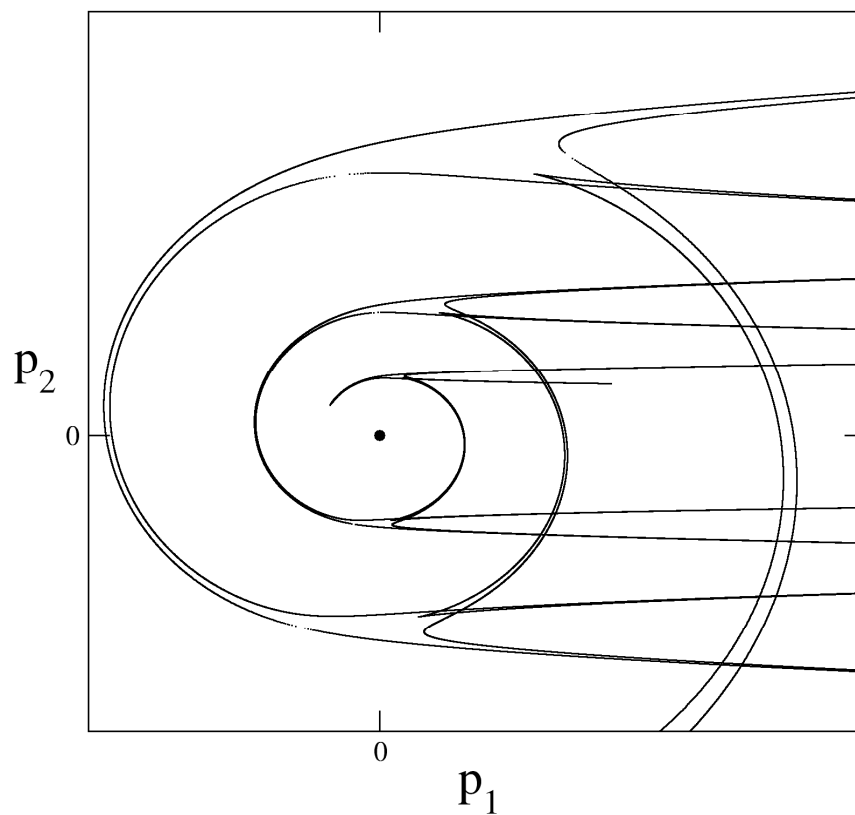


Espaço dos parâmetros

H – ponto com órbita homoclínicas

Rotas para o caos (bifurcações tangente e de duplicação de período)

Janela Periódica



Fronteiras obtidas
da linearização em
torno da órbita
homoclínica