

# 基于集中参数模型的回焊炉焊接过程的设定

## 摘要

经过近似分析可以得到 $0.15\text{mm}$ 的焊膏的毕渥数 $B_i \leq 0.1$ ，因此理论上可以使用集中参数模型对回焊炉焊接过程焊膏的温度变化曲线进行计算，实际计算中集中参数方程对于附件所给的炉温曲线拟合效果很好，因此具有可行性。

针对问题 1，首先假设温区之间的间隙空气温度达到稳态时是线性变化分布，而温区内部的温度恒为设置值以简化模型。然后根据集中参数模型方程，对温区和间隙采用变时间步长的方法进行迭代求解炉温曲线，可以得到小温区 3 中点处的焊接区域中心的温度为  $136.14^\circ\text{C}$ ，小温区 6 中点处的焊接区域中心的温度为  $171.89^\circ\text{C}$ ，小温区 7 中点处的焊接区域中心的温度为  $190.90^\circ\text{C}$ ，小温区 8 结束处的焊接区域中心的温度为  $221.75^\circ\text{C}$ 。

针对问题 2，在问题 1 求解炉温曲线的基础上，以  $0.1\text{ cm/min}$  的速度步长求取速度变化范围内的炉温曲线，求取每条曲线的制程界限并加以判断，经过循环求解可得允许的最大传送带过炉速度为  $68.9\text{ cm/min}$ 。

针对问题 3 和问题 4，在问题 1 求解炉温曲线的基础上，建立以传送带过炉速度，各个温区温度设置为变量，以制程界限为约束条件，以使超过  $217^\circ\text{C}$  到峰值温度所覆盖的面积最小或者以峰值温度为中心线的两侧超过  $217^\circ\text{C}$  的炉温曲线应尽量对称为目标的多变量整数规划问题，采用网格搜索的方法搜索全局最优解。从而得到对于问题 3，各温区温度的设定值分别为  $163^\circ\text{C}$ （小温区 1~5）、 $188.5^\circ\text{C}$ （小温区 6）、 $216^\circ\text{C}$ （小温区 7）、 $276.5^\circ\text{C}$ （小温区 8~9）， $25^\circ\text{C}$ （小温区 10~11），其传送带的过炉速度为  $86\text{ cm/min}$ ，其相应面积为 371.1208。对于问题 4，各温区温度的设定值分别为  $165.5^\circ\text{C}$ （小温区 1~5）、 $188^\circ\text{C}$ （小温区 6）、 $215.5^\circ\text{C}$ （小温区 7）、 $277^\circ\text{C}$ （小温区 8~9）， $25^\circ\text{C}$ （小温区 10~11），其传送带的过炉速度为  $87\text{ cm/min}$ 。

**关键词：**集中参数法 毕渥数 穷举法 炉温曲线 全局最优解 多变量整数规划问题

## 一、问题重述

### 1.1 背景知识

在集成电路板等电子产品生产中，需要将安装有各种电子元件的印刷电路板放置在回焊炉中，通过加热，将电子元件自动焊接到电路板上。回焊炉内部设置有多温区，但从功能上可分为四个大温区。每个温区的功能都是不一样的，各温区之间还有间隙存在，其温度与相邻温区的温度有关。在生产过程中，让回焊炉的各部分保持工艺要求的温度，对产品质量至关重要。回流焊过程控制在工艺上表现为炉温曲线控制，炉温曲线的定义为通过温度传感器测试某些位置上焊接区域中心的温度，即焊接区域中心温度曲线在实际生产过程中，通过调节各温区的设定温度和传送带的过炉速度来控制产品质量。因此在回焊炉电路板焊接生产中，炉温曲线应满足一定的要求，称为制程界限。

### 1.2 相关数据

- (1) 焊膏的厚度为 0.15mm。
- (2) 回焊炉内的小温区的数目，小温区的长度，相邻小温区的间隙距离，炉前、炉后区域长度。
- (3) 生产车间的温度。
- (4) 某次实验在小温区 1~5 温度为 175°C、小温区 6 温度为 195°C、小温区 7 温度为 235°C、小温区 8~9 温度为 255°C 及小温区 10~11 温度为 25°C 的条件下以及传送带的过炉速度为 70 cm/min 的条件下，炉温曲线的数据。
- (5) 炉温曲线的制程界限相关数据要求。

### 1.3 需解决的问题

现需根据题目所给的背景知识和相关数据，解决下面四个问题：

问题 1：请对焊接区域的温度变化规律建立数学模型，并在假设传送带过炉速度为 78 cm/min，各温区温度的设定值分别为 173°C（小温区 1~5）、198°C（小温区 6）、230°C（小温区 7）和 257°C（小温区 8~9）的情况下，给出焊接区域中心的温度变化情况，列出小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处焊接区域中心的温度，画出相应的炉温曲线，并将每隔 0.5 s 焊接区域中心的温度存放在提供的 result.csv 中。

问题 2：假设在各温区温度的设定值分别为 182°C（小温区 1~5）、203°C

（小温区 6）、 $237^{\circ}\text{C}$ （小温区 7）、 $254^{\circ}\text{C}$ （小温区 8~9）的条件下，确定出允许的最大传送带过炉速度。

问题 3：在焊接过程中，焊接区域中心的温度超过  $217^{\circ}\text{C}$  的时间不宜过长，峰值温度也不宜过高。理想的炉温曲线应使超过  $217^{\circ}\text{C}$  到峰值温度所覆盖的面积（图 1 中阴影部分）最小。请确定在此要求下的最优炉温曲线，以及各温区的设定温度和传送带的过炉速度，并给出相应的面积。

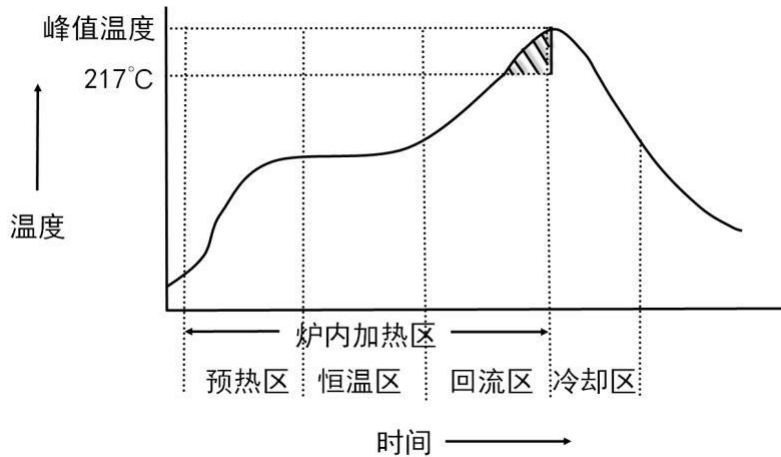


图 1 炉温曲线示意图

问题 4：焊接过程中，除满足制程界限外，还希望以峰值温度为中心线的两侧超过  $217^{\circ}\text{C}$  的炉温曲线应尽量对称（参见图 1）。请结合问题三，进一步给出最优炉温曲线，以及各温区设定的温度及传送带过炉速度，并给出相应的指标值。

## 二、问题分析

本题基于集中参数模型解决问题的。由于仅记录焊点中心温度，且由资料得知，回焊炉的工作原理为利用对流热风使焊点升温。因此考虑对流影响，应建立一阶非稳态热对流方程模型。又由资料得焊锡的导热系数  $\lambda > 67$ ，又有  $\delta = 0.15\text{mm}$ ，对流空气的对流传热系数  $h \in (20 \sim 100)$ ，则毕渥数  $B_i = \frac{\delta h}{\lambda} \leq 0.1$ ，所以可以采用集中参数法求导。

### 2.1 问题 1 的分析

通过集中参数法，利用题目原先给出的某次实验的炉温曲线可以求解出未知量的值，再通过问题已所给的新的温区温度以及传送带的过炉速度，可以求得在新的条件下的炉温曲线，并且通过传送带的过炉速度的速度，计算出对应点的时

刻，从而根据炉温曲线求出对应点的温度。

## 2.2 问题 2 的分析

对于问题 2，采用穷举法找出在给定的温度条件下，符合制定界限且范围在  $60\text{ cm/min} \sim 100\text{ cm/min}$  的最大传送带过炉速度。以  $0.1\text{ cm/min}$  为步长搜索，将过炉速度与各温区的温度代入 matlab 程序中的 luwen 函数，可以得到一条炉温曲线，再利用 matlab 程序中的 q2diedai 查看该炉温曲线是否满足制程界限，最后筛选出最大传送带过炉速度。

## 2.3 问题 3 的分析

该问题为多变量优化模型，需要确定的变量有小温区 1~5 的温度  $t_{1:5}$ 、小温区 6 的温度  $t_6$ 、小温区 7 的温度  $t_7$ 、小温区 8~9 的温度  $t_{8:9}$ ，还有传送带的过炉温度  $v$ ，共需确定五个变量。题目中要求各小温区设定温度可以在原题目实验数据的基础上进行  $\pm 10^\circ\text{C}$  范围内的调整，并且得到的炉温曲线应该满足制程界限条件。在满足这些条件下，我们需要超过  $217^\circ\text{C}$  到峰值温度所覆盖的面积最小，这里采用穷举法，用  $t_{1:5}$ 、 $t_6$ 、 $t_7$ 、 $t_{8:9}$ 、 $v$  进行五层循环得到结果，而对于求超过  $217^\circ\text{C}$  到峰值温度所覆盖的面积，可以采用“以曲化直”方式，计算超过  $217^\circ\text{C}$  到峰值温度所覆盖的面积。即该问题需满足下面图 2 的条件如下：

$$\begin{aligned} & \min : S \\ & S = \sum_{i=1}^n (t_i - 217) * 0.5 \\ & \quad (t_i > 217) \\ & st. \begin{cases} 157.5 < t_{1-5} < 192.5 \\ 175.5 < t_6 < 214.5 \\ 211.5 < t_7 < 258.5 \\ 229.5 < t_{8-9} < 280.5 \\ 65 < v < 100 \\ t_{\text{炉温曲线}} = f(\tau) \\ f(\tau) \text{ 满足制程界限要求} \end{cases} \end{aligned}$$

图 2 问题 3 的约束优化条件

## 2.4 问题 4 的分析

该问题也为多变量优化模型，需要确定的变量也是小温区 1~5 的温度、小温区 6 的温度、小温区 7 的温度、小温区 8~9 的温度，还有传送带的过炉温度，共

需确定五个变量，除了满足问题 3 的约束条件，该问还要求以峰值温度为中心线的两侧超过 217℃ 的炉温曲线应尽量对称，设其以峰值温度为中心线的左侧超过 217℃ 的部分面积为 s1,相应地，设其右侧那一部分的面积为 s2,保持其尽量对称，即要求是 s1-s2 的绝对值最小，即求下面图 3 的约束优化问题：

$$\begin{aligned} & \min : |S_1 - S_2| \\ & S = \sum_{i=1}^n (t_i - 217) * 0.5 \\ & \quad (t_i > 217) \\ & st. \begin{cases} 157.5 < t_{1-5} < 192.5 \\ 175.5 < t_6 < 214.5 \\ 211.5 < t_7 < 258.5 \\ 229.5 < t_{8-9} < 280.5 \\ 65 < v < 100 \\ t_{\text{炉温曲线}} = f(\tau) \\ f(\tau) \text{满足制程界限要求} \end{cases}, \end{aligned}$$

图 3 问题 4 的约束优化条件

### 三、模型假设

根据题目条件与相关分析，本文作出如下假定：

- 1、焊锡在加热与冷却过程中，密度不发生改变。
- 2、PCB 板在回焊炉中时，回焊炉温度处处稳定不变。
- 3、温区边缘的温度恒定为设定的温度。

### 四、符号说明与名词定义

| 符号               | 意义                |
|------------------|-------------------|
| t                | 焊膏的温度             |
| t <sub>0</sub>   | 焊膏的初始温度           |
| t <sub>∞</sub>   | 流体（本体指回焊炉内空气）的温度  |
| τ                | 时间                |
| δ                | 焊膏的厚度（本题为 0.15mm） |
| t <sub>1~5</sub> | 小温区 1~5 的温度       |

|                 |               |
|-----------------|---------------|
| $t_6$           | 小温区 6 的温度     |
| $t_7$           | 小温区 7 的温度     |
| $t_{8\sim 9}$   | 小温区 8~9 的温度   |
| $t_{10\sim 11}$ | 小温区 10~11 的温度 |
| $\lambda$       | 导热系数          |
| $h$             | 固体与流体的换热系数    |
| $V$             | 固体体积          |
| $A$             | 固体表面积         |
| $c$             | 固体比热容         |
| $B_i$           | 毕渥数           |
| $\rho$          | 固体密度          |

## 五、模型的建立与分析

### 5.1 模型建立:

#### 5.1.1 集中参数法说明

当固体内部的导热热阻远小于其表面的换热热阻时,任何时刻固体内部的温度都趋于一致,以致可以认为整个固体在同一瞬间均处于同一温度下。对于这种情况,求解固体的温度仅仅是关于时间  $t$  的一元函数,而无空间坐标无关,即认为固体本身连续分布的质量与热容量汇总到一点上,这种方法称为集中参数法。集中参数法的适用范围为

$$B_i = \frac{hV}{\lambda A} \leq 0.1 \quad (1)$$

其中  $V$  为任意固体的体积,  $A$  为其表面积,  $h$  为固体与流体的换热系数,  $\lambda$  为导热系数。通过资料可得,焊膏的导热系数  $\lambda$  大于 67, 其换热系数  $h$  位于 20 至 100 之间, 则  $\frac{h}{\lambda}$  为同等数量级, 而  $\frac{V}{A}$  为厚度 0.15mm, 显然其  $B_i = \frac{hV}{\lambda A}$  小于等于 0.1, 所以可使用集中参数法。

### 5.1.2 集中参数法的推导

设有一个任意形状的固体，其体积为  $V$ ，表面积为  $A$ ，并有均匀的初始温度  $t_0$ 。在初始时刻，将其放置在温度恒为  $t_\infty$  的流体中，固体与流体间的表面传热系数  $h$  及固体的物性参数(比热容  $c$ 、密度  $\rho$  等)恒为保持常数。首先问题近似地认为是各点温度均匀一致而只随时间变化的非稳态导热问题。首先可利用在任一时刻物体表面的换热量等于本身的热力学能变化量，得到等式

$$hA(t-t_\infty) = -\rho cV \frac{dt}{d\tau} \quad (2)$$

为方便求解可以引入过余温度  $\theta = t - t_\infty$ ，则得到

$$hA\theta = -\rho cV \frac{d\theta}{d\tau} \quad (3)$$

初始条件为  $\tau = 0, \theta = \theta_0 = t_0 - t_\infty$ ，再对式子进行积分可得

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = \int_0^{\tau} -\frac{hA}{\rho cV} d\tau \quad (4)$$

可得

$$\ln \frac{\theta}{\theta_0} = -\frac{hA}{\rho cV} \tau \quad (5)$$

再取对数，可得

$$\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-\frac{hA}{\rho cV} \tau} \quad (6)$$

即

$$\frac{t-t_\infty}{t_0-t_\infty} = e^{-\frac{hA}{\rho cV} \tau} \quad (7)$$

本文中问题求解都是基于该模型得以完成的。

## 5.2 问题 1 的分析与求解

### 5.2.1 解题思路

问题 1 为建立合适得数学模型，求解在给定的各温区的设定温度和传送带的过炉速度的条件下，求解焊接区域中心的温度变化情况，即求出炉温曲线，并在曲线找到题目要求位置点的温度。在上述式子中，已知初始温度，流体温度，以

及时间，要求焊膏温度  $t$ ，必须知道  $\frac{hA}{\rho cV}$  这一项的值，所以问题的关键在于求解  $\frac{hA}{\rho cV}$  这一项的值。

### 5.2.2 模型建立

在集中参数法中，有

$$\frac{t - t_{\infty}}{t_0 - t_{\infty}} = e^{-\frac{hA}{\rho cV}\tau} \quad (8)$$

根据传热学方程，有

$$q = h(t - t_{\infty}) \quad (9)$$

$$q = \frac{Q}{A^* \tau} \quad (10)$$

$$Q = (t - t_{\infty}) \rho cV (1 - e^{-\frac{hA\tau}{\rho cV}}) \quad (11)$$

其中  $Q$  为  $\tau$  时间内的总换热量， $q$  为热流密度。

联立上述方程，可得

$$1 - e^{-\frac{hA\tau}{\rho cV}} = \frac{hA\tau}{\rho cV} \quad (12)$$

显然，若以  $\tau$  为变量，则当且仅当  $\frac{hA}{\rho cV}$  为定值时，此方程有解。设  $\tau_c = \frac{hA}{\rho cV}$ ，则

$\tau_c$  为一定值。假设温区边缘的温度恒定为设定的温度，则根据传热学相关稳态热传导知识易得两个温度不同的小温区之间间隙的温度分布为线性变化关系。根据集中参数模型，有

$$\frac{t - t_{\infty}}{t_0 - t_{\infty}} = e^{-\frac{hA}{\rho cV}\tau} \quad (13)$$

即

$$\ln \frac{t - t_{\infty}}{t_0 - t_{\infty}} = -\frac{hA}{\rho cV} \tau \quad (14)$$

取附件中温区 1~5 的温度数据进行计算，即  $\tau = 0.5s$  时， $-\frac{hA}{\rho cV} \tau = \ln \frac{t - 175}{t_0 - 175}$ ，其



中  $-\frac{hA}{\rho c V} \tau$  即  $\tau_c * \tau$  的数值如图 4 所示。

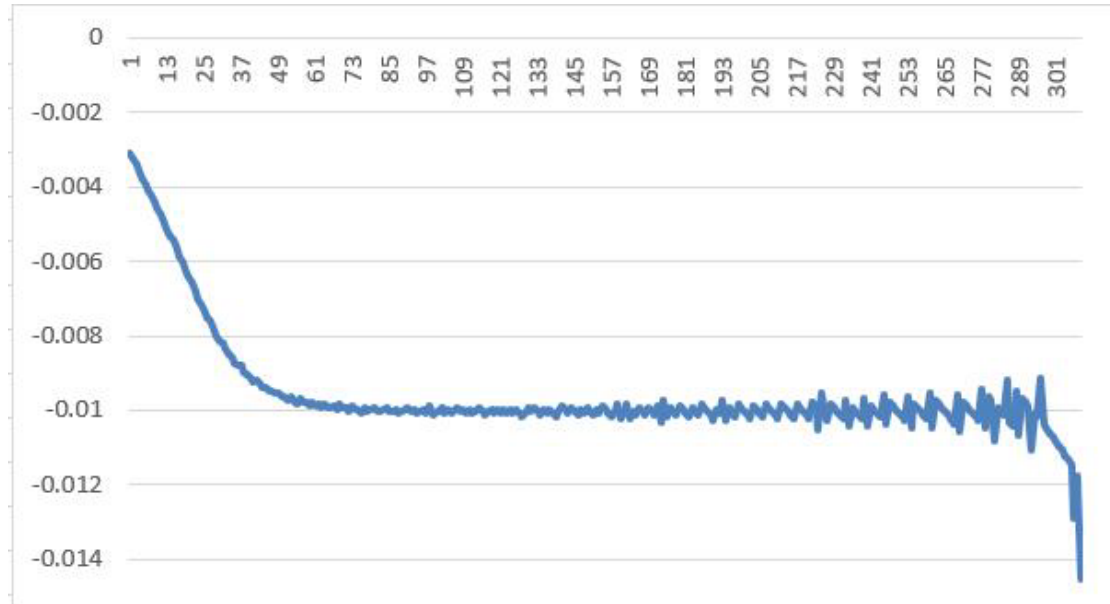


图 4  $-\frac{hA}{\rho c V} \tau$  随时间变化的曲线

可知， $\tau_c * \tau \approx 0.010032$ ，而曲线头尾处产生偏差的原因是小温区的边缘的温度并不是  $175^\circ\text{C}$ 。

由此，我们利用集中参数法建立了如下热学模型（已算得炉前区域在  $15.87\text{cm}$  处开始升温）。根据集中参数公式，设  $t_i$  为当前时刻温度， $t_{i-1}$  为前一时刻（时间跨度为  $\tau$ ）， $t_0$  为当前所处温区的温度，则对式子变形得到

$$t_i = e^{-\tau_c * \tau} * (t_{i-1} - t_0) + t_0 \quad (15)$$

考虑到累计误差，在炉前区域，取  $\tau = 0.5\text{s}$  运算；在小温区 1~9 中，取  $\tau = 0.5\text{s}$  运算；在小温区 1~5 间隙中，小温区 8~9 间隙中，都取  $\tau = 0.5\text{s}$  运算；在小温区 6 与小温区 7 的间隙，小温区 7 与小温区 8 的间隙，小温区 9 与小温区 10 的间隙，都取  $\tau = 0.1\text{s}$  运算；小温区 10~11，包括其中间隙以及炉后区域，都取  $\tau = 0.1\text{s}$  运算。

### 5.2.3 问题求解

由题目条件得，小温区 1~5 温度为  $173^\circ\text{C}$ 、小温区 6 温度为  $198^\circ\text{C}$ 、小温区 7 温度为  $230^\circ\text{C}$  和小温区 8~9 温度为  $257^\circ\text{C}$ ，而小温区 10~11 温度为  $25^\circ\text{C}$ 。其中相邻

两温区中间隙的温度分布呈线性。为了计算、取样简单，本题采用 excel 表格计算。

由模型及所给条件所获得的炉温曲线如图 5 如下：

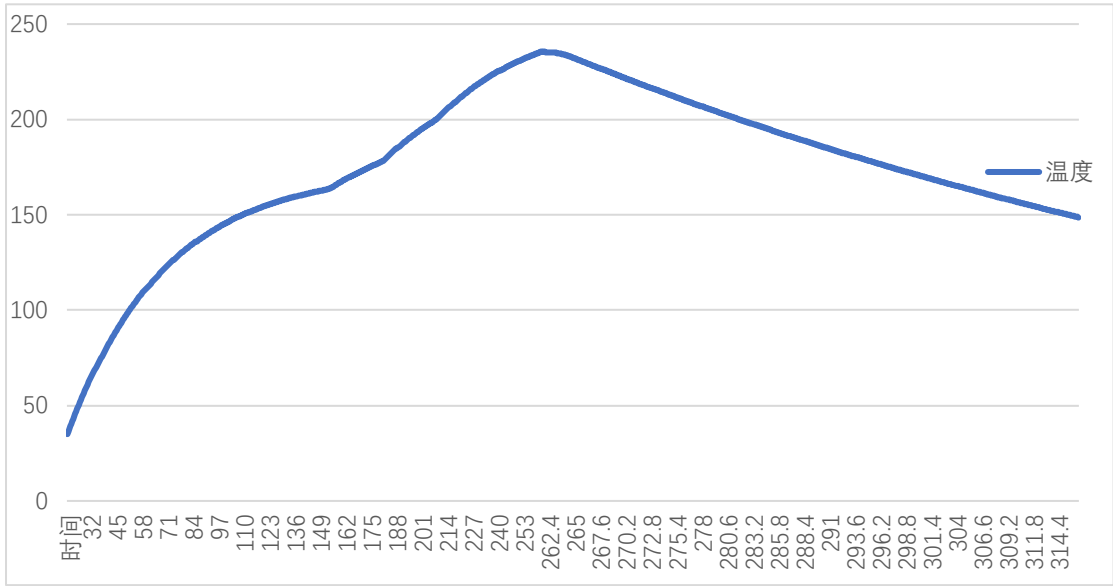


图 5 问题 1 在给定温区温度与过炉速度的条件下的炉温曲线图

根据图像所得，可以观察得到焊点中心的温度变化情况：在小温区 1~5，温度快速上升且温度上升速率逐渐减小，在小温区 6~9，温度大致呈匀速上升，在小温区 10~11 及炉后区域，温度逐渐下降且下降速率逐渐减小。

小温区 3 中点的温度：当焊点处于小温区 3 中点时，时间大约经过了 85.5s，此时温度约为 136.14 °C。小温区 6 中点的温度：此时时间经过了 167.5s，温度为 171.89 °C。小温区 7 中点的温度：此时时间经过约 195s，温度为 190.90 °C。小温区 8 结束处的温度：此时时间经过了约 234s，温度为 221.75 °C。

每隔 0.5s 的温度已输入 result.csv 中。

### 5.3 问题 2 的求解与分析

#### 5.3.1 解题思路

问题 2 为求解出符合条件的最大过炉速度，约束条件如下：

- (1) 各温区温度的设定值分别为 182°C（小温区 1~5）、203°C（小温区 6）、237°C（小温区 7）、254°C（小温区 8~9）、25°C（小温区 10~11）。
- (2) 传送带的过炉速度范围在 65~100 cm/min。
- (3) 对应炉温曲线的斜率的绝对值不大于 3。

- (4) 炉温曲线中温度上升过程中在  $159^{\circ}\text{C}\sim 190^{\circ}\text{C}$  的时间应在  $60\text{s}\sim 120\text{s}$  之间。
- (5) 炉温曲线中温度大于  $217^{\circ}\text{C}$  的时间应在  $40\text{s}\sim 90\text{s}$  之间。
- (6) 炉温曲线的峰值温度应在  $240^{\circ}\text{C}\sim 250^{\circ}\text{C}$  之间。

根据这些约束条件，使用穷举法，在过炉速度范围在  $65\sim 100\text{ cm/min}$  内，取步长为  $0.1\text{ cm/min}$ ，进行计算，查看是否满足约束条件，找出满足约束条件的最大值。

### 5.3.2 模型方法

问题 2 利用的是穷举法，穷举法的基本思想是：列举出所有可能的情况，逐个判断有哪些是符合问题所要求的条件，从而得到问题的全部解答。该题是对传送带的过炉速度进行穷举，以步长为  $0.1\text{ cm/min}$  列出所有情况。这里用到 matlab 程序中的 `luwen` 函数以及 `q2diedai` 函数。`luwen` 函数是给定各温区的温度条件以及给出过炉温度的条件下，求出一条炉温曲线，但是该条炉温曲线是否符合条件还需代入程序 `q2diedai` 中，`q2diedai` 判断是否满足约束条件 (3)~(6)，而约束条件 (1)~(2) 在代入 `luwen` 函数中是已经判断。

### 5.3.3 问题求解

在已知传送带的过炉速度在  $65\sim 100\text{ cm/min}$  内，以  $0.1\text{ cm/min}$  的步长代入，将其得到的炉温曲线在代入到程序 `q2diedai`，判断是否符合约束条件，最后计算符合条件的最大传送带的过炉速度为  $68.9\text{ cm/min}$ ，得到的炉温曲线如图 6 所示。

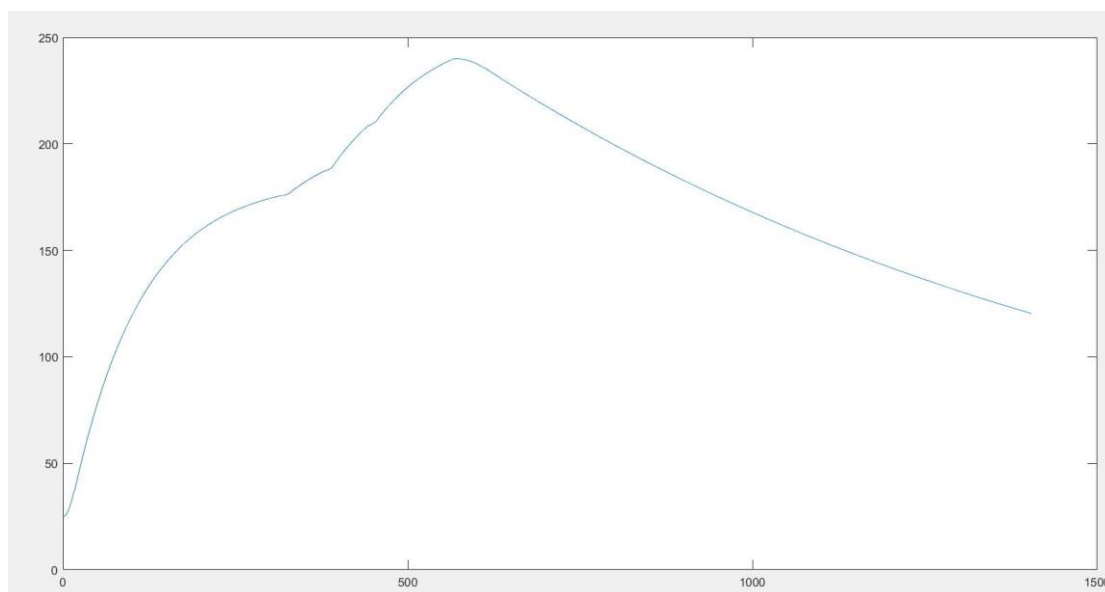


图 6 问题 2 在速度为  $68.9\text{ cm/min}$  时的炉温曲线

## 5.4 问题 3 的求解与分析

### 5.4.1 解题思路

该题就是求解下面图 7 的优化问题，可以利用穷举法，利用五层循环语句，从  $t_{1\sim5}$  开始进行迭代。

$$\begin{aligned} & \min : S \\ & S = \sum_{i=1}^n (t_i - 217) * 0.5 \\ & (t_i > 217) \\ & st. \begin{cases} 157.5 < t_{1\sim5} < 192.5 \\ 175.5 < t_6 < 214.5 \\ 211.5 < t_7 < 258.5 \\ 229.5 < t_{8\sim9} < 280.5 \\ 65 < v < 100 \\ t_{\text{炉温曲线}} = f(\tau) \\ f(\tau) \text{ 满足制程界限要求} \end{cases} \end{aligned}$$

图 7 问题 3 的约束优化

### 5.4.2 问题求解

利用 matlab 程序，首先利用程序 q3qiongju 得到一组关于五个变量的值，通过调用 luwen 函数产生炉温曲线，通过调用 q3 函数，判断是否满足其问题 3 的约束条件，并计算相应的覆盖面积，若满足约束条件，而且其面积小于前一个满足条件的面积，则存储它对应的系数指标，当循环结束时，即可通过对应系数指标即可找到对应的五个变量的值，通过执行程序，最后得到的结果为过炉速度为 86cm/min，小温区 1~5 温度为 163°C，小温区 6 温度为 188.5°C，小温区 7 温度为 216°C，小温区 8~9 温度为 276.5°C，小温区 10~11 温度为 25°C，其面积为 371.1208。对应的炉温曲线如图 8 所示。

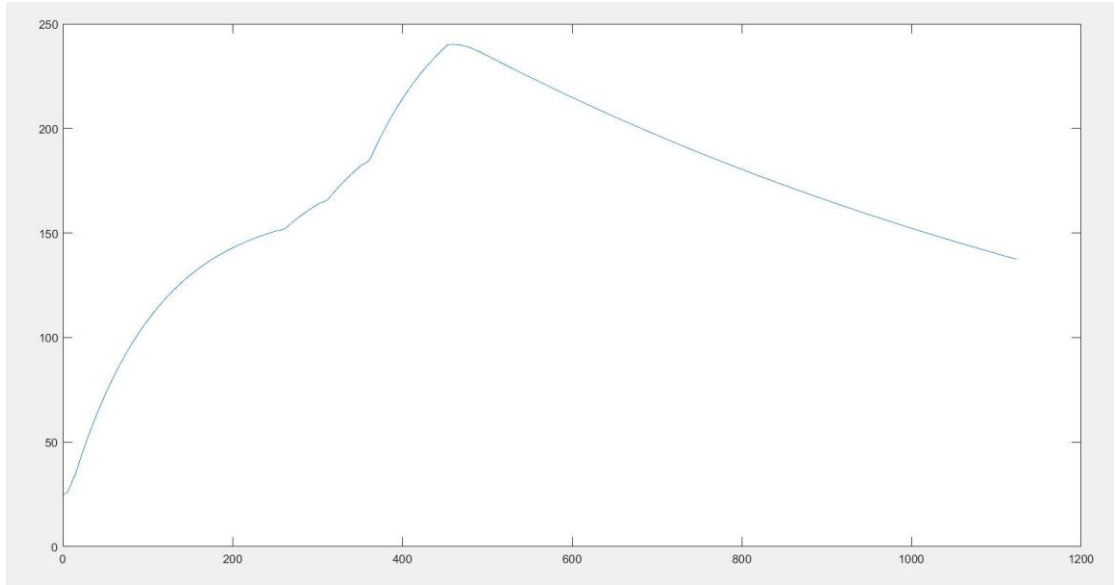


图 8 问题 3 对应最优解对应的炉温曲线

## 5.5 问题 4 的求解与分析

### 5.5.1 解题思路

该题就是求解下面图 9 这个优化问题，可以利用穷举法，利用五层循环语句，从  $t_{1-5}$  开始进行迭代：

$$\begin{aligned}
 & \min : |S_1 - S_2| \\
 & S = \sum_{i=1}^n (t_i - 217) * 0.5 \\
 & \quad (t_i > 217) \\
 & \text{st.} \begin{cases} 157.5 < t_{1-5} < 192.5 \\ 175.5 < t_6 < 214.5 \\ 211.5 < t_7 < 258.5 \\ 229.5 < t_{8-9} < 280.5 \\ 65 < v < 100 \\ t_{\text{炉温曲线}} = f(\tau) \\ f(\tau) \text{ 满足制程界限要求} \end{cases}
 \end{aligned}$$

图 9 问题 4 的约束优化

### 5.5.2 问题求解

利用 matlab 程序，首先利用程序 q4qiongju 得到一组关于五个变量的值，通过调用 luwen 函数产生炉温曲线，通过调用 q4 函数，判断是否满足其问题 4 的约束条件，并计算相应的覆盖面积，若满足约束条件，而且其面积小于前一个满足条件的面积，则存储它对应的系数指标，当循环结束时，即可通过对应系数指标即可找到对应的五个变量的值，通过执行程序，最后得到的结果为过炉速度为

87cm/min，小温区 1~5 温度为 165.5° C，小温区 6 温度为 188° C，小温区 7 温度为 215.5° C，小温区 8~9 温度为 277° C，小温区 10~11 温度为 25° C。对应的炉温曲线如图 10 所示。

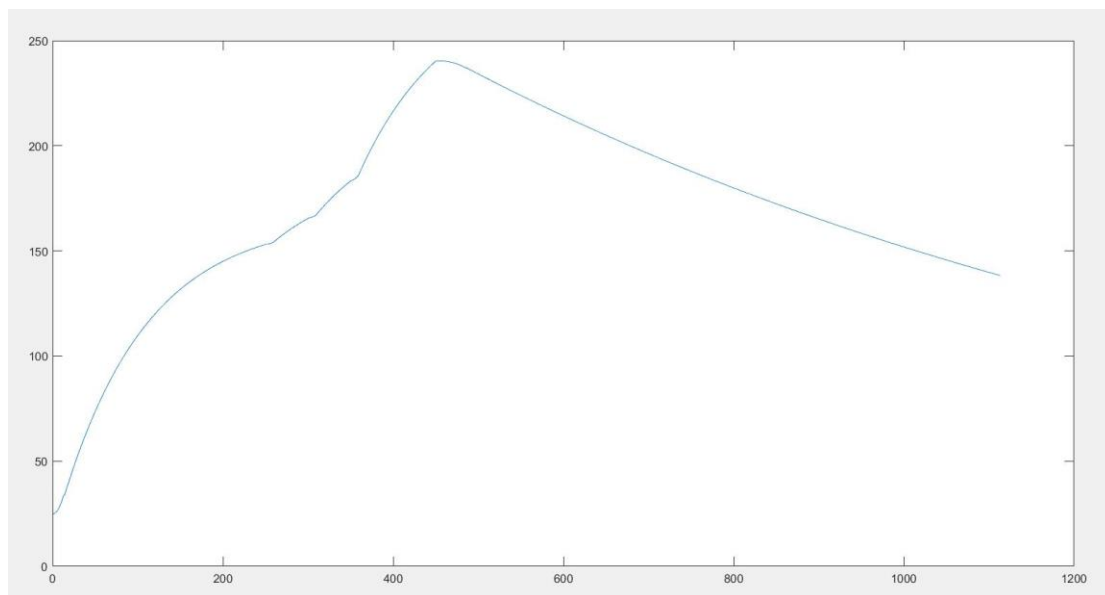


图 10 问题 4 对应最优解对应的炉温曲线

## 六、模型的可行性分析

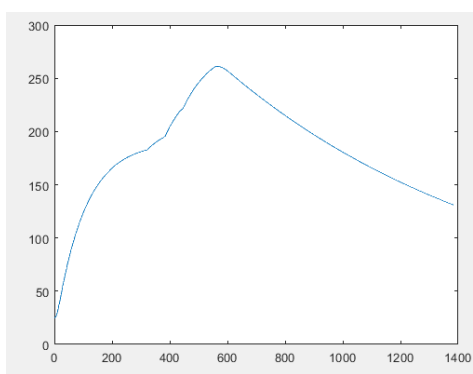
我们从①鲁棒性与可信度、②拟合度两方面对模型的可行性进行分析：

模型要具有良好的鲁棒性，需要在题目所设的所有条件下均能表现出本模型的特征以及趋势。而本题所给的约束条件中，最大的不稳定因素在于两个温区之间的温差并不是唯一确定的。因此我们认为，若本模型能在不同温差下均能正常表达出其特征，则认为其鲁棒性与可信度良好。

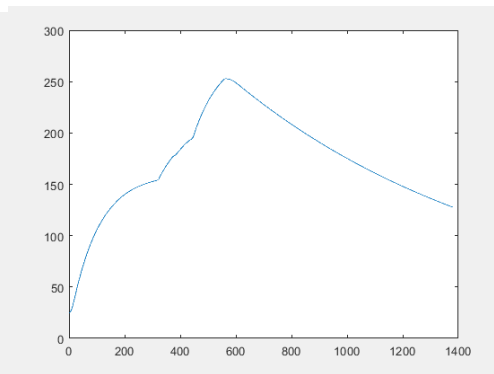
为此，我们分别取以下三组数据（从左到右依次为小温区 1~5 温度，小温区 6 温度，小温区 7 温度，小温区 8~9 温度，小温区 10~11 温度，单位均为° C，速度均设为 70cm/min）：

- ① 160, 210, 215, 280, 25（模拟不同间隙的温差剧烈变化的情况）
- ② 190, 210, 255, 280, 25（模拟总体温度偏高的情况）
- ③ 175, 205, 235, 265, 25（模拟各间隙温差一致时的情况）

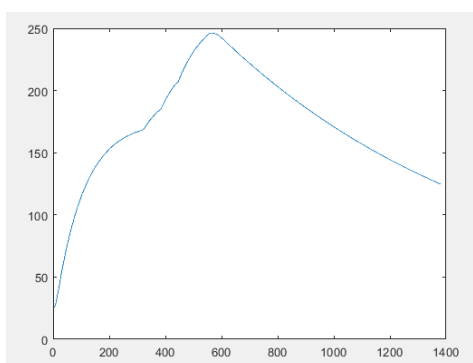
以下是各情况下的炉温曲线图：



情况①炉温曲线图



情况②炉温曲线图



情况③炉温曲线图

可以发现，在不同情况下，本模型均能准确有效地表达出特征与趋势，并且三种情况下模型的特征和趋势基本一致，可以认为本模型具有良好的鲁棒性与可信度。

要检验模型对现实的拟合度是否良好，一种有效的方式就是在与测得原始数据时一致的初始条件与外部条件下，根据模型对数据进行推演，并将其与原始数据进行对比，若两者高度吻合，则可以认为本模型拟合度良好。

我们采用方差计算的方式求得建模数据与原始数据的吻合程度。同时，由于原始数据仅从  $30^{\circ}\text{C}$  开始，我们基于建模推演所得的数据也将于  $30^{\circ}\text{C}$  开始。

经过计算，方差约为 191，拟合程度并不是非常好。我们认为原因有以下几点：

(1) 现实的回流焊中，PCB 板的热传导作用往往是不可忽略的，而此处为了简化模型，方便计算，我们忽略了 PCB 板以及热辐射的影响，对魔性的拟合度造成一定影响。

(2) 在构建模型及运算时，我们假定回焊炉内气流速度恒定，而这在现实中是不可能的。

总体而言，本模型虽然与实际数据有少许偏差，但仍然在实际环境与器具误差允许范围内，且能准确地描述出炉温曲线的特征与趋势，具有良好的可行性。

## 七、参考文献

[1]杨世铭.陶文铨. 传热学[M].高等教育出版社,1998.

[2]高金刚. 表面贴装工艺生产线上回流焊曲线的优化与控制[D].上海交通大学,2007.

## 附录

附录 1：luwen 函数

```
function [luwenquxian] =  
luwen(v,temperaArea1to5,temperaArea6,temperaArea7,temperaArea8to9,temperaArea10to  
11)  
%UNTITLED 此处显示有关此函数的摘要  
% 返回值就是炉温曲线的数组  
% v=78/60; % 单位是 cm/s, 范围是 65-100cm/min  
% temperaArea1to5=173;  
% temperaArea6=198;  
% temperaArea7=230;  
% temperaArea8to9=257;  
% temperaArea10to11=25;  
aerfaTao1=-0.01;  
aerfaTao2=-0.001;  
  
%炉前区域温度迭代  
num=floor(9.1/v*2);  
air_tempera=25:(temperaArea1to5-25)/num:temperaArea1to5;  
hangao=zeros(1,num+1);  
hangao(1)=25;  
for i=2:num+1  
    hangao(i)=(hangao(i-1)-air_tempera(i))*exp(aerfaTao1)+air_tempera(i);  
end  
  
%小温区 1-5  
num1to5=floor(172.5/v*2);  
air_tempera1to5=temperaArea1to5;  
hangao1to5=zeros(1,num1to5+1);  
hangao1to5(1)=hangao(end);  
for i=2:num1to5+1  
    hangao1to5(i)=(hangao1to5(i-1)-air_tempera1to5)*exp(aerfaTao1)+air_tempera1to5;
```



end

%间隙 5-6

```
num5to6=floor(5/v*10);
air_tempera5to6=temperaArea1to5:(temperaArea6-
temperaArea1to5)/num5to6:temperaArea6;
hangao5to6=zeros(1,num5to6+1);
hangao5to6(1)=hangao1to5(end);
for i=2:num5to6+1
    hangao5to6(i)=(hangao5to6(i-1)-
air_tempera5to6(i))*exp(aerfaTao2)+air_tempera5to6(i);
end
```

%小温区 6

```
num6=floor(30.5/v*2);
air_tempera6=temperaArea6;
hangao6=zeros(1,num6+1);
hangao6(1)=hangao5to6(end);
for i=2:num6+1
    hangao6(i)=(hangao6(i-1)-air_tempera6)*exp(aerfaTao1)+air_tempera6;
end
```

%间隙 6-7

```
num6to7=floor(5/v*10);
air_tempera6to7=temperaArea6:(temperaArea7-temperaArea6)/num6to7:temperaArea7;
hangao6to7=zeros(1,num6to7+1);
hangao6to7(1)=hangao6(end);
for i=2:num6to7+1
    hangao6to7(i)=(hangao6to7(i-1)-
air_tempera6to7(i))*exp(aerfaTao2)+air_tempera6to7(i);
end
```

%小温区 7

```
num7=floor(30.5/v*2);
air_tempera7=temperaArea7;
hangao7=zeros(1,num7+1);
hangao7(1)=hangao6to7(end);
for i=2:num7+1
    hangao7(i)=(hangao7(i-1)-air_tempera7)*exp(aerfaTao1)+air_tempera7;
end
```

%间隙 7-8

```

num7to8=floor(5/v*10);
air_tempera7to8=temperaArea7:(temperaArea8to9-
temperaArea7)/num7to8:temperaArea8to9;
hangao7to8=zeros(1,num7to8+1);
hangao7to8(1)=hangao7(end);
for i=2:num7to8+1
    hangao7to8(i)=(hangao7to8(i-1)-
air_tempera7to8(i))*exp(aerfaTao2)+air_tempera7to8(i);
end

%小温区 8-9
num8to9=floor(66/v*2);
air_tempera8to9=temperaArea8to9;
hangao8to9=zeros(1,num8to9+1);
hangao8to9(1)=hangao7to8(end);
for i=2:num8to9+1
    hangao8to9(i)=(hangao8to9(i-1)-air_tempera8to9)*exp(aerfaTao1)+air_tempera8to9;
end

%间隙 9-10
num9to10=floor(5/v*10);
air_tempera9to10=temperaArea8to9:(temperaArea10to11-
temperaArea8to9)/num9to10:temperaArea10to11;
hangao9to10=zeros(1,num9to10+1);
hangao9to10(1)=hangao8to9(end);
for i=2:num9to10+1
    hangao9to10(i)=(hangao9to10(i-1)-
air_tempera9to10(i))*exp(aerfaTao2)+air_tempera9to10(i);
end

%小温区 10-11 以及炉后区域
num10to11=floor(91/v*10);
air_tempera10to11=temperaArea10to11;
hangao10to11=zeros(1,num10to11+1);
hangao10to11(1)=hangao9to10(end);
for i=2:num10to11+1
    hangao10to11(i)=(hangao10to11(i-1)-air_tempera10to11)*exp(-
0.001)+air_tempera10to11;
end
luwenquxian=[hangao      hangao1to5      hangao5to6(1:5:num5to6)      hangao6
hangao6to7(1:5:num6to7) hangao7 hangao7to8(1:5:num7to8) hangao8to9 hangao9to10
hangao10to11];
end

```

附录 2: q2diedai 函数

```

result=[];
for i=65:0.1:100
    luwenquxian=luwen(i/60,182,203,237,254,25);
    flag1=1;
% 判断峰值温度
    if max(luwenquxian)>250 || max(luwenquxian)<240
        flag1=0;
    end
    if flag1==0
        break
    end
end
result=[result i];
for i=65:0.1:100
    luwenquxian=luwen(i/60,182,203,237,254,25);
    flag2=1;
% 判断大于 217
    temp=find(luwenquxian>217);
    zuidazhi=max(luwenquxian);
    xuhao=find(luwenquxian==zuidazhi);
    time=(xuhao-temp(1))*0.5+(temp(end)-xuhao)*0.1;
    if time<40 || time>90
        flag2=0;
    end
    if flag2==0
        break
    end
end
result=[result i];
for i=100:-0.1:60
    luwenquxian=luwen(i/60,182,203,237,254,25);
    flag3=1;
% 判断 150-190
    temp1=find(luwenquxian>150);
    temp2=find(luwenquxian>190);
    if (temp2(1)-temp1(1))/2<60 || (temp2(1)-temp1(1))/2>120
        flag3=0;
    end
    if flag3==0
        break
    end
end
result=[result i];
for i=65:0.1:100

```

```

luwenquxian=luwen(i/60,182,203,237,254,25);
flag4=1;

%    判断斜率
for j=2:length(luwenquxian)
    if abs(luwenquxian(j)-luwenquxian(j-1))>1.5
        flag4=0;
        break
    end
end
if flag4==0
    break
end
end
result=[result i];
附录 3: q3 函数
function [area] = q3(luwenquxian)
%UNTITLED5 此处显示有关此函数的摘要
%    此处显示详细说明

%
% %    判断峰值温度

flag1=1;
if max(luwenquxian)>250 || max(luwenquxian)<240
    flag1=0;
end
flag2=1;
%    判断大于 217
temp=find(luwenquxian>217);
zuidazhi=max(luwenquxian);
xuhao=find(luwenquxian==zuidazhi);
time=0;
if isempty(temp)
    flag2=0;

end

time=(xuhao-temp(1))*0.5+(temp(end)-xuhao)*0.1;

if time<40
    flag2=0;
end

```

```

        if time>90
            flag2=0;
        end

%    判断 150-190
flag3=1;
temp1=find(luwenquxian>150);
temp2=find(luwenquxian>190);
if isempty(temp1) || isempty(temp2)
    flag3=0;

else
    if (temp2(1)-temp1(1))/2<60 || (temp2(1)-temp1(1))/2>120
        flag3=0;
    end
end

flag4=1;

%    判断斜率
for j=2:length(luwenquxian)
    if abs(luwenquxian(j)-luwenquxian(j-1))>1.5
        flag4=0;
        break
    end
end

% 判断四个旗是否全倒
if (flag1+flag2+flag3+flag4)==4
    area=sum(luwenquxian(temp(1):xuhao)-217);

else
    area=0;
end
end

附录 4: q3qiongju 函数
result=[];
luwenquxian=zeros(1,2000);
area=5000;
a=0;
for i=160:0.5:164
    for j=186:0.5:190

```

```

for k=215:0.5:217
    for m=274:0.5:278
        for n=83:0.5:87
            if (i==j) || (j==k) || (k==m)
                continue
            end
            luwenquxian=luwen(n/60,i,j,k,m,25);
            if max(luwenquxian)<240
                continue
            end
            temp=q3(luwenquxian);
            if temp==0
                continue
            end

            if temp<area
                area=temp;
                result=[i,j,k,m,n];
                a=a+1;
            end
        end
    end
end
end
end
end
S=0.5*area;

```

附录 5: q4 函数

```

function [duichen] = q4(luwenquxian)
%UNTITLED5 此处显示有关此函数的摘要
% 此处显示详细说明

```

```

%
% % 判断峰值温度
flag1=1;
    if max(luwenquxian)>250 || max(luwenquxian)<240
        flag1=0;
    end
    flag2=1;
% 判断大于 217
temp=find(luwenquxian>217);
zuidazhi=max(luwenquxian);
xuhao=find(luwenquxian==zuidazhi);
time=0;

```

```

if isempty(temp)
    flag2=0;

end

time=(xuhao-temp(1))*0.5+(temp(end)-xuhao)*0.1;

if time<40
    flag2=0;
end
if time>90
    flag2=0;
end

% 判断 150-190
flag3=1;
temp1=find(luwenquxian>150);
temp2=find(luwenquxian>190);
if isempty(temp1) || isempty(temp2)
    flag3=0;

else
    if (temp2(1)-temp1(1))/2<60 || (temp2(1)-temp1(1))/2>120
        flag3=0;
    end
end
flag4=1;

% 判断斜率
for j=2:length(luwenquxian)
    if abs(luwenquxian(j)-luwenquxian(j-1))>1.5
        flag4=0;
        break
    end
end

% 判断四个旗是否全倒
if (flag1+flag2+flag3+flag4)==4
    duichen=abs(sum(luwenquxian(temp(1):xuhao)-217)-
sum(luwenquxian(xuhao:5:temp(end))-217));

```

```

else
    duichen=10000000;
end
end

```

附录 6: q4qiongju 函数

```

result=[];
duichen=10000000;
a=0;
luwenquxian=zeros(1,2000);
for i=164:0.5:168
    for j=186:0.5:190
        for k=213:0.5:217
            for m=275:0.5:279
                for n=85:0.5:89
                    if (i==j) || (j==k) || (k==m)
                        continue
                    end
                    luwenquxian=luwen(n/60,i,j,k,m,25);
                    if max(luwenquxian)<240
                        continue
                    end
                    temp=q4(luwenquxian);
                    if temp>=10000000
                        continue
                    end

                    if temp<duichen
                        duichen=temp;
                        result=[i,j,k,m,n];
                        a=a+1;
                    end
                end
            end
        end
    end
end
end
S=0.5*duichen;

```