

Pizzo: Zadanie 2

Piotr Salamon

21 listopada 2024

1 Treść zadania

Dla programu X , który bierze dwie liczby naturalne, wykonuje obliczenia i zwraca 0 lub 1 (nigdy się nie zapętla), przez P_X oznaczamy problem decyzyjny taki, że $P_X(n) = 1$, jeśli istnieje m takie, że $X(n, m) = 1$, oraz $P_X(n) = 0$ w przeciwnym przypadku. Czy istnieje X taki, że P_X jest nierozstrzygalny?

2 Rozwiązanie

Niech $X(n, m)$ będzie programem pobierającym jako argumenty liczbę n — numer innego programu, oraz m — liczbę oznaczającą ograniczenie na liczbę wykonanych operacji na Maszynie Turinga. Następnie uruchamiającym program n wykonując jego kolejnych m operacji.

$$X(n, m) = \begin{cases} 1 & \text{gdy program numer } n \text{ zakończy się po wykonaniu mniej niż } m \text{ operacji,} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Wtedy $P_X(n)$ jest zdefiniowane jako:

$$P_X(n) = \begin{cases} 1 & \text{gdy istnieje } m \text{ takie, że program } n \text{ zatrzymuje się przy } m \text{ operacjach,} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Założmy, że $P_X(n)$ jest rozstrzygalny.

Wtedy dla dowolnych programów n bylibyśmy w stanie sprawdzić czy kiedykolwiek się zatrzymają (Czy $P_X(n) = 1$?) oraz czy zajdzie zdarzenie przeciwne (Czy $P_X(n) = 0$?). Zatem $P_X(n)$ rozstrzygałby problem STOPu, który nie jest rozstrzygalny.

Zatem $P_X(n)$ jest nierozstrzygalny.