

1. Cinemática

$$v = \frac{ds}{dt}$$
$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$
$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_t = v \frac{dv}{ds}$$
$$a_x = v_x \frac{dv_x}{dx}$$

2. Cinemática vetorial

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a\,b \cos \theta = a_x\,b_x + a_y\,b_y + a_z\,b_z$$
$$\vec{r} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + z\,\hat{k}$$
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}\,dt$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}\,dt$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$a = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

Movimento relativo:

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{r}'_O$$

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{v}'_O$$

$$\vec{a}' = \vec{a} + \vec{a}'_O$$

3. Movimento curvilíneo

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$
$$\vec{a} \times \vec{b} = a\,b \sin \theta \,\hat{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$
$$\vec{v} = \dot{s}\,\hat{e}_t$$

$$\vec{a} = \dot{v}\,\hat{e}_t + \frac{v^2}{R}\,\hat{e}_n$$
$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

Movimento circular:

$$s = R\,\theta$$
$$v = R\,\omega$$
$$a_t = R\,\alpha$$

$$\vec{\omega} = \omega\,\hat{e}_{\text{axis}}$$
$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$
$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$
$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

4. Mecânica vetorial

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i\,dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$
$$\vec{P} = m\,\vec{g}$$

$$\vec{p} = m\,\vec{v}$$
$$F_c \leq \mu_e\,R_n$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\,\vec{a}$$
$$F_c = \mu_c\,R_n$$

Esfera num fluido:

$$N_R = r\,v\left(\frac{\rho}{\eta}\right)$$

$$F_t = 6\,\pi\,\eta\,r\,v \quad (N_R < 1)$$
$$F_t = \frac{\pi}{4}\,\rho\,r^2\,v^2 \quad (N_R > 10^3)$$

5. Dinâmica dos corpos rígidos

$$M_O = F\,b$$
$$\vec{r}_{\text{cm}} = \frac{1}{m} \int \vec{r}\,dm$$
$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\,\vec{a}_{\text{cm}}$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$\vec{v}_{\text{cm}} = \frac{1}{m} \int \vec{v}\,dm$$
$$\sum_{i=1}^n M_{z,i} = I_z\,\alpha$$

$$M_z = \begin{vmatrix} x & y \\ F_x & F_y \end{vmatrix}$$
$$\vec{a}_{\text{cm}} = \frac{1}{m} \int \vec{a}\,dm$$
$$I_z = \int R^2\,dm$$

6. Trabalho e energia

$$W_{12} = \int_{s_1}^{s_2} F_t\,ds$$
$$U = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$
$$U_e = \frac{1}{2}k\,s^2$$
$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\,\pi\,f$$

$$W_{12} = E_c(2) - E_c(1)$$
$$W_{12} = U(1) - U(2)$$
$$E_m = E_c + U$$
$$s = A \sin(\Omega t + \phi_0)$$

$$E_c = \frac{1}{2}m\,v_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I_{\text{cm}}\,\omega^2$$
$$U_g = m\,g\,z$$
$$\int_{s_1}^{s_2} F_t^{\text{nc}}\,ds = E_m(2) - E_m(1)$$
$$E_m = \frac{1}{2}m\,v^2 + \frac{1}{2}k\,s^2$$

7. Sistemas dinâmicos

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2)$$
$$\dot{x} = f(x, \dot{x})$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)$$
$$y = \dot{x}$$

$$\vec{u} = f_1(x_1, x_2)\,\hat{e}_1 + f_2(x_1, x_2)\,\hat{e}_2$$
$$\vec{u} = y\,\hat{i} + f(x, y)\,\hat{j}$$

Sistemas conservativos:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0$$

$$f_1 = \frac{\partial H}{\partial x_2}$$
$$f_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_1}$$

Ponto de equilíbrio:  $\vec{u} = \vec{0}$  (estável ou instável).

Ciclo: curva fechada no espaço de fase.

Órbita homoclínica: começa e termina no mesmo ponto de equilíbrio instável.

Órbita heteroclínica: liga vários pontos de equilíbrio instável.

8. Mecânica lagrangiana

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = Q_j$$
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} - \lambda \frac{\partial f}{\partial q_j} = Q_j$$

$$Q_j = \sum_i \vec{F}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}$$
$$\lambda \frac{\partial f}{\partial q_j} = \text{força de ligação}_j$$

9. Sistemas lineares

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \mathbf{A}\,\vec{r}$$
$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Valores próprios:  $\lambda^2 - \text{tr}(\mathbf{A})\,\lambda + \det(\mathbf{A}) = 0$

Valores próprios $\lambda$	Tipo de ponto	Estabilidade
2 reais; sinais opostos	ponto de sela	instável
2 reais, positivos	nó repulsivo	instável
2 reais, negativos	nó atrativo	estável
2 complexos; parte real positiva	foco repulsivo	instável
2 complexos; parte real negativa	foco atrativo	estável
2 imaginários	centro	estável
1 real, positivo	nó impróprio repulsivo	instável
1 real, negativo	nó impróprio atrativo	estável

10. Sistemas não lineares

$$\text{Matriz Jacobiana: } J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

(Em cada ponto de equilíbrio é a matriz da aproximação linear do sistema.)