

Enunciados de Problemas de Exames de Estatística 2 (MIEGI) sobre Teste de Hipóteses

2009/2010 – Mini-teste I – P1

Alega-se que a resistência média de um certo tipo de condutores, A , é superior à resistência média de condutores de outro tipo, B . Na tabela seguinte apresentam-se os resultados de testes realizados sobre duas amostras independentes de seis condutores de cada tipo.

Resistência de condutores A (Ω)	Resistência de condutores B (Ω)
0.140	0.135
0.138	0.140
0.143	0.136
0.142	0.142
0.144	0.138
0.137	0.140

Que conclusão pode retirar a um nível de significância de 10%?

2009/2010 – Mini-teste I – P2

Num processo, que no passado, era adoptado no fabrico de determinado componente de uma máquina, a proporção de componentes defeituosos era de 5%. Um novo processo – mais barato e mais rápido do que o anterior – acabou de ser desenvolvido e admite-se que a proporção de defeituosos pode aumentar. Nos primeiros 14 componentes fabricados, 2 revelaram-se defeituosos. Que conclusões pode retirar deste resultado, ao nível de significância de 10%?

2009/2010 – Mini-teste I – P3

Um grupo de acção social procura influenciar eleitores urbanos no sentido de que, nas próximas eleições, votem favoravelmente certas propostas relativas ao reforço de políticas de habitação social. Diferentes cidades foram cuidadosamente emparelhadas tendo em conta um conjunto de variáveis tidas como relevantes e duas técnicas distintas, A e B, destinadas a influenciar os eleitores, foram aplicadas a cada uma das cidades de cada par. A técnica A envolve uma abordagem indirecta dos eleitores, tentando-se, através dela, influenciar líderes de opinião das cidades a que se destina. Ao contrário, na técnica B, o grupo de acção envolve-se na distribuição de meios de divulgação dirigidos às massas de eleitores urbanos.

na tabela seguinte apresenta-se, para cada uma de treze par de cidades seleccionadas, a percentagem de eleitores favorecendo as propostas relativas ao reforço de políticas de habitação social, tanto na cidade que foi objecto da técnica A como na outra, onde foi aplicada a técnica B.

Percentagem de eleitores favoráveis às propostas de reforço de políticas de habitação social		
Pareilha	Cidades onde foi aplicada a técnica A	Cidades onde foi aplicada a técnica B
1	63	68
2	41	49
3	54	53
4	71	75
5	39	49
6	44	41
7	67	75
8	56	58
9	46	52
10	37	49
11	61	55
12	68	69
13	51	57

Pretende-se saber, ao nível de significância de 5%, se alguma das técnicas, A ou B, é superior à outra.

2010/2011 – Época Normal – P1

Pretende comparar-se os tempos de vida (em dias) de dois tipos de pilhas (A e B) quando utilizados num determinado modelo de relógio digital. Os resultados obtidos com duas amostras daqueles tipos de pilha foram os que se apresentam na tabela seguinte.

Tipo de Pilha	Dimensão da amostra	Média amostral	Desvio Padrão amostral
A	51	480.5	33.2
B	51	495.5	40.3

- Assumindo que os tempos de vida das pilhas seguem distribuições aproximadamente normais, verifique se é plausível a hipótese de que, em média, os dois tipos de pilha têm durações idênticas. Utilize o nível de significância de 5%.
- Admita que, de facto, a pilha B dura, em média, mais 9 dias do que a pilha A. Nestas circunstâncias qual a probabilidade de, no teste efectuado na alínea anterior, não se rejeitar a hipótese nula, cometendo assim um erro do Tipo II.

2010/2011 – Época de recurso – P1

Uma empresa vende cargas de gás para isqueiros em embalagens de 40 cargas. Ocasionalmente, podem existir cargas defeituosas que impedem os isqueiros onde forem aplicadas de funcionar convenientemente.

O responsável pelo Controlo de Qualidade da empresa garante que, em média, o número de cargas defeituosas por embalagem é menor ou igual a 0.78, mas a administração pensa o contrário. Teste, ao nível de significância de 5%, se a suspeita da administração tem fundamento, sabendo que em 100 embalagens recolhidas aleatoriamente no comércio retalhista se obtiveram os resultados apresentados na tabela seguinte.

No. de cargas defeituosas por embalagem	0	1	2	3	4	5	6 ou +
No. de embalagens inspeccionadas	44	32	19	2	2	1	0

2010/2011 – Época de recurso – P2

Técnicos de uma empresa aeronáutica afirmam que quando um determinado tipo de pintura exterior é aplicado a um certo modelo de aviões, a velocidade de cruzeiro destes é afectada. Para verificar esta afirmação, mediram-se as velocidades de cruzeiro de 15 aviões do tipo em causa antes e depois de serem pintados. Os resultados obtidos, expressos em quilómetros por hora, são apresentados na tabela seguinte.

	Sem pintura	Com pintura		Sem pintura	Com pintura		Sem pintura	Com pintura
1	687.4	670.6	6	689.7	682.2	11	691.6	666.6
2	707.4	693.6	7	665.1	664.3	12	711.6	689.5
3	710.8	712.3	8	679.2	675.6	13	715.0	708.0
4	675.2	681.7	9	701.3	682.5	14	679.3	677.6
5	711.7	720.2	10	664.6	672.7	15	716.0	715.9

Teste, ao nível de significância de 5%, se a afirmação dos técnicos da empresa tem fundamento.

2011/2012 – Época Normal – P1

O centro aquático de Londres, projetado pela arquiteta iraquiana Zaha Hadid, foi especialmente construído para os Jogos Olímpicos de 2012. Durante a construção do centro aquático existiriam diversas preocupações de modo a garantir níveis aceitáveis de qualidade do ar. Durante a realização dos jogos, a organização tem de manter as condições ambientais do centro bem como garantir as condições ideais da piscina olímpica para a prática das modalidades aquáticas.

A Federação Internacional de Natação (FINA) adverte que a temperatura ideal para a piscina olímpica é 27°C e que temperaturas acima dos 27°C são particularmente prejudiciais à prática das modalidades aquáticas. A organização, que segue os critérios da FINA, estipulou que quando são registados desvios significativos, acima

dos 27°C , (a um nível de significância de 5%) o equipamento de aquecimento da piscina deve ser desligado. A organização decidiu efetuar testes para verificar as condições da piscina, e recolheu 10 observações relativas à temperatura da piscina olímpica num determinado dia. Os dados obtidos estão apresentados na tabela seguinte. Admita que a temperatura da piscina segue uma distribuição Normal.

Observação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	27	30	26	25	28	28	26	25	29	29

- Com base na amostra recolhida, diga se há necessidade de desligar o equipamento de aquecimento da piscina. Recorra a um teste de hipótese para justificar a sua resposta.
- Determine o valor médio da temperatura da piscina a partir do qual se deveria tomar uma decisão diferente da tomada na alínea i).
- Calcule a probabilidade de a organização conseguir detetar um desvio de temperatura da piscina de $+0.5^{\circ}\text{C}$.

2011/2012 – Época de Recurso – P1

O atletismo é uma modalidade praticada desde a primeira edição dos Jogos Olímpicos da era moderna, em Atenas, em 1896. No entanto, as provas femininas de atletismo apenas começaram a ser disputadas nos Jogos Olímpicos de Amesterdão, em 1928. Nos Jogos Olímpicos de Londres estima-se que participem 2000 atletas (800 atletas femininas e 1200 atletas masculinos) nas 47 provas de atletismo disputadas. A Associação Internacional das Federações de Atletismo (IAAF) tem como missão avaliar os seus atletas fisicamente e psicologicamente por forma a prepará-los devidamente para as competições olímpicas. A IAAF estima que 450 atletas femininas e 550 atletas masculinos encontram-se preparados para conquistar medalhas olímpicas.

- Teste, ao nível de significância de 5%, se a diferença entre a percentagem de atletas femininas e a percentagem de atletas masculinos preparados para triunfar nos Jogos Olímpicos é superior a 5%.
- Admita que a diferença entre a percentagem de atletas femininas e a percentagem de atletas masculinos preparados para triunfar nos Jogos Olímpicos é de 10%. Determine o nível de significância a utilizar no teste anterior por forma a obter uma potência do teste de 85%?

2012/2013 – Época de Recurso – P1

A administração de um grande hospital suspeita que a percentagem de doentes que recorrem à urgência com sintomas de gripe tem vindo a aumentar. Dados históricos mostram que nesta época do ano esta percentagem se situa nos 12%.

Nota: Use um nível de significância de 5%.

- Admita que numa amostra de 160 pessoas que deram entrada na urgência 30 apresentavam sintomas de gripe. Poder-se-á concluir que as suspeitas da administração são fundamentadas.
- Repita a alínea anterior admitindo agora que a amostra de pessoas que deram entrada na urgência é de 16, das quais 3 apresentavam sintomas de gripe. Compare e comente o resultado obtido com o da alínea anterior.
- Calcule a potência dos dois testes efetuados nas duas alíneas anteriores admitindo que o verdadeiro valor para a percentagem de incidência de gripe, nesta altura do ano, é de 17%.

2013/2014 – Época Normal – P1

Um dos factores cruciais na construção de grandes edifícios é o tempo que o betão vertido leva a solidificar, chamado de tempo de *setup*. Uma *startup* tecnológica está a desenvolver um novo aditivo que reduz o tempo de solidificação, sem comprometer nenhuma das propriedades de resistência do betão. Para avaliar a eficácia do novo aditivo a *startup* promoveu dois estudos, um onde foram registados 12 tempos de solidificação de betão vertido sem aditivo e outro onde se registaram 11 tempos com aditivo. Os resultados obtidos apresentam-se na tabela seguinte.

Tempo de solidificação do betão vertido (horas)												
sem aditivo	9.3	8.2	6.1	4.7	6.7	8.0	8.7	7.5	6.7	5.4	7.8	5.9
com aditivo	7.5	5.5	7.7	6.3	4.8	8.7	6.8	5.9	5.4	4.6	4.5	

- i) Teste ao nível de significância de 5% se o aditivo é eficaz na redução do tempo de solidificação do betão vertido.
- ii) A *startup* está convencida que o verdadeiro valor da redução do tempo de solidificação propiciado pelo aditivo é superior a 45 minutos e pretende lançar uma campanha publicitária onde o anuncia. De forma a maximizar o seu impacto, a campanha publicitária irá referir que a diminuição de 45 minutos está certificada por um reputado instituto científico. Para tal o referido instituto irá recolher e testar duas amostras independentes e de igual dimensão, uma com aditivo e outra sem aditivo, sendo que a startup apenas pode definir o tamanho das amostras.

Determine o tamanho mínimo das amostras a serem analisadas pelo instituto científico de forma a que, para um nível de significância de 5%, a potência do teste paramétrico seja pelo menos igual a 80%. Admita que, a partir de experiências realizadas, o desvio padrão do tempo de solidificação do betão vertido com e sem aditivo é de 1.38 horas.

2013/2014 – Época Normal – P2

Com base em dados históricos os responsáveis de uma empresa de transportes acreditam que 50% das encomendas despachadas têm peso igual ou inferior a 50 *kg*. Numa amostra recolhida recentemente registaram-se os pesos de 20 encomendas seleccionadas aleatoriamente. Os valores obtidos apresentam-se na tabela seguinte (ao lado, apresenta-se também o respectivo diagrama do tipo caixa).

50	205	75	40	165	100	45	30	90	25
165	95	115	245	70	60	45	45	60	75



Teste ao nível de significância de 5% se a crença dos responsáveis da empresa continua válida.

2013/2014 – Época de Recurso – P1

Nos últimos anos o valor médio da produção diária de uma fábrica de um importante grupo industrial foi de 880 toneladas. Os responsáveis da fábrica gostariam de saber se essa média se alterou nos últimos meses. Para tal seleccionaram aleatoriamente 50 dias a partir dos dados históricos dos últimos meses e obtiveram as seguintes estatísticas:

$$N = 50 \qquad \bar{x} = 874 \text{ ton} \qquad s = 21 \text{ ton}$$

- i) Teste a hipótese apropriada ao nível de significância de 5%.
- ii) Calcule o erro do tipo II cometido no teste da alínea anterior, admitindo que o verdadeiro valor para o valor esperado da produção diária actual é de 874.5 toneladas.

2014/2015 – Época Normal – P1

Um dos principais produtos da empresa de fabrico de rolhas de cortiça, *Curtes*, são as rolhas para garrafas de vinho de Porto. Registos históricos mostram que o peso de uma rolha de vinho de Porto é de 5.7 *g*. Os responsáveis da *Curtes* pretendem verificar se o peso das rolhas produzidas sofreu alterações recentemente. Para tal foi recolhida uma amostra aleatória de 20 rolhas, cujos pesos se apresentam na tabela seguinte.

6.3	6.9	6.2	6.0	4.8	3.9	4.1	4.5	6.7	6.0
6.7	4.6	5.9	4.3	4.3	6.3	4.2	4.8	4.8	5.7

- i) Teste ao nível de significância de 5% se o peso das rolhas de vinho de Porto sofreu alterações.
- ii) Admita que, de facto, o valor esperado do peso das rolhas de vinho de porto se alterou, passando a ser 5.5 *g*. Nestas condições qual o valor do nível de significância a usar para garantir uma potência do teste de 70% num teste unilateral à esquerda.

2014/2015 – Época de Recurso – P1

Num jogo de basquetebol, “um lance livre é uma oportunidade concedida a um jogador para marcar um ponto, sem oposição, de uma posição por detrás da linha de lance livre e dentro do semicírculo” (retirado das regras oficiais da FIBA – Fédération Internationale de Basket-ball Amateur). Dada a ausência de oposição, trata-se de uma das situações onde é mais fácil lançar com sucesso e pontuar. Os maiores especialistas da NBA (National Basket Association – liga profissional americana onde jogam os melhores jogadores do mundo) em lances livres conseguem ter percentagens de acerto, ao longo de toda a carreira, superiores a 90%.

- i) São atribuídos dois lances livres quando é assinalada uma falta em ato de lançamento (e o lançamento não tem sucesso) ou quando uma equipa excede o limite de faltas. Em duas épocas consecutivas na NBA, Larry Bird teve oportunidade de tentar dois lances livres em 336 ocasiões, tendo obtido sucesso no primeiro lance livre em 285 ocasiões e no segundo lance livre em 299 ocasiões.

Teste, ao nível de significância de 5%, se a probabilidade de sucesso no primeiro lance livre é inferior à do segundo lance livre (admita que há independência entre a primeira e a segunda tentativa de lance livre).

- ii) Pretende-se agora analisar se a probabilidade de sucesso no segundo lance livre é a mesma em caso de sucesso ou de insucesso no primeiro lance livre. Sabe-se que, das 336 vezes que Larry Bird tentou dois lances livres, teve sucesso nos dois lances livres em 251 ocasiões, teve sucesso no primeiro e falhou o segundo em 34 ocasiões, falhou o primeiro e teve sucesso no segundo em 48 ocasiões e, finalmente, falhou as duas tentativas em 3 ocasiões.

Teste, ao nível de significância de 5%, se a probabilidade de sucesso no segundo lance livre é a mesma em caso de sucesso ou de insucesso no primeiro lance livre.