Capítulo 9 — Introdução à Análise de Variância

Modelo com um fator de efeitos fixos

$$X_{ij} = M_i + E_{ij} = \underbrace{\mu}_{\substack{\text{parâmetro}\\ \text{global}}} + \underbrace{\alpha_i}_{\substack{\text{efeito}\\ \text{do grupo}}} + \underbrace{E_{ij}}_{\text{erro}}$$

Hipóteses subjacentes relativas aos erros E_{ij} para a aplicação dos testes ANOVA:

- valor esperado nulo e variância constante, σ^2;
- mutuamente exclusivos;
- normalmente distribuídos.

Teste ao efeito do fator (ver Tabela ANOVA para o modelo com um fator de efeitos fixos)

Hipóteses	Estatística de teste
$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_I = \mu$ (ou $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_I = 0$) $H_1:$ Nem todos os μ_i são iguais (ou algum $\alpha_i \neq 0$)	$ET = \dfrac{DQMEG}{DQMDG}$ Quando H_0 é verdadeira, ET segue uma distribuição $F_{GL1,GL2}$

Tabela ANOVA para o modelo com um fator de efeitos fixos

Fontes de Variação	Variações *(Somas de desvios quadráticos)*	Graus de Liberdade *(Nº de termos independentes)*	Desvios Quadráticos Médios (DQMs)	Valores Esperados
Entre Grupos (EG)	*(Variação "explicada" pelas diferenças de médias)* $VEG = \sum_i J_i \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	$GL_1 = I - 1$	$DQMEG = \dfrac{VEG}{GL_1}$	$E[DQMEG] = \sigma^2 + \dfrac{1}{I-1} \cdot \sum_i J_i \cdot (\alpha_i - \bar{\alpha})^2$
Dentro dos Grupos (DG)	*(Variação residual "não explicada")* $VDG = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	$GL_2 = \left(\sum_i J_i\right) - I$	$DQMDG = \dfrac{VDG}{GL_2}$	$E[DQMDG] = \sigma^2$
Total (T)	*(Variação total)* $VT = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X})^2$	$GL = GL_1 + GL_2 = \left(\sum_i J_i\right) - 1$		

Intervalos de Confiança para a diferença entre valores esperados

		Intervalo
Amostras Equilibradas (Tukey)	$J_1 = J_2 = \cdots = J_I = J$	$(\bar{X}_{i_1} - \bar{X}_{i_2}) \pm q_{I,GL_2}(\alpha) \cdot \sqrt{DQMDG/J}$
Amostras Pouco Desequilibradas (Tukey) $\left(\max_i(J_i) \leq 2 \cdot \min_i(J_i)\right)$	$J = \dfrac{I}{\dfrac{1}{J_1} + \dfrac{1}{J_2} + \cdots + \dfrac{1}{J_I}}$	$(\bar{X}_{i_1} - \bar{X}_{i_2}) \pm q_{I,GL_2}(\alpha) \cdot \sqrt{DQMDG/J}$
Amostras Desequilibradas (Scheffé) $\left(\max_i(J_i) > 2 \cdot \min_i(J_i)\right)$		$(\bar{X}_{i_1} - \bar{X}_{i_2}) \pm \sqrt{(I-1) \cdot F_{GL_1,GL_2}(\alpha) \cdot DQMDG \cdot \left(\dfrac{1}{J_{i_1} + J_{i_2}}\right)}$

Modelo com um fator de efeitos variáveis

$$X_{ij} = \mu_i + E_{ij} = \underbrace{\mu}_{\substack{\text{parâmetro}\\ \text{global}}} + \underbrace{A_i}_{\substack{\text{efeito variável}\\ \text{do grupo}}} + \underbrace{E_{ij}}_{\text{erro}}$$

Hipóteses subjacentes relativas aos erros E_{ij} para a aplicação dos testes ANOVA:

- valor esperado nulo e variância constante, σ^2;
- mutuamente exclusivos;
- normalmente distribuídos.

Hipóteses subjacentes relativas ao efeito variável A_i para a aplicação dos testes ANOVA:

- valor esperado nulo e variância constante, σ_A^2;
- mutuamente exclusivos;
- normalmente distribuídos.

Teste ao efeito variável do fator (ver Tabela ANOVA para o modelo com um fator de efeitos variáveis)

Hipóteses	Estatística de teste
$H_0: \sigma_A^2 = 0$ $H_1: \sigma_A^2 > 0$	$ET = \dfrac{DQMEG}{DQMDG}$ Quando H_0 é verdadeira, ET segue uma distribuição $F_{GL1,GL2}$

Tabela ANOVA para o modelo com um fator de efeitos variáveis

Fontes de Variação	Variações *(Somas de desvios quadráticos)*	Graus de Liberdade *(Nº de termos independentes)*	Desvios Quadráticos Médios (DQMs)	Valores Esperados
Entre Grupos (EG)	*(Variação "explicada" pelas diferenças de médias)* $VEG = \sum_i J_i \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	$GL_1 = I - 1$	$DQMEG = \frac{VEG}{GL_1}$	$E[DQMEG] = \sigma^2 + h \cdot \sigma_A^2$ **com** $h = \frac{(\sum_i J_i)^2 - \sum_i J_i^2}{(\sum_i J_i) \cdot (I-1)}$
Dentro dos Grupos (DG)	*(Variação residual "não explicada")* $VDG = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	$GL_2 = \left(\sum_i J_i\right) - I$	$DQMDG = \frac{VDG}{GL_2}$	$E[DQMDG] = \sigma^2$
Total (T)	*(Variação total)* $VT = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X})^2$	$GL = GL_1 + GL_2 = \left(\sum_i J_i\right) - 1$		

Formulário adaptado de:
Estatística
Rui Campos Guimarães, José A. Sarsfield Cabral
Verlag Dashöfer

Tabela ANOVA (fórmulas alternativas para cálculo manual)

	Fontes de Variação	Variações (Somas de desvios quadráticos)	Graus de liberdade (Número de termos independentes)	Desvios Quadráticos Médios	Valores Esperados
(modelo com 1 factor de efeitos fixos)	Entre Grupos (EG)	$VEG = \sum_i \frac{\left(\sum_j X_{ij}\right)^2}{J_i} - f.c.$	$GL_1 = I - 1$	$DQMEG = VEG/GL_1$	$E(DQMEG) =$ $= \sigma^2 + \frac{1}{I-1} \cdot \sum\left[J_i \cdot (\alpha_i - \bar{\alpha})^2\right]$
	Dentro dos Grupos (DG)	$VDG = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	$GL_2 = \left(\sum_i J_i\right) - I$	$DQMDG = VDG/GL_2$	$E(DQMDG) = \sigma^2$
	Total (T)	$VT = \left(\sum \sum X_{ij}^2\right) - f.c.$	$GL = GL_1 + GL_2$ $= \left(\sum_i J_i\right) - 1$		$f.c. = \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij}\right)^2}{\sum_i J_i}$
(modelo com 1 factor de efeitos variáveis)	Entre Grupos (EG)	$VEG = \sum_i \frac{\left(\sum_j X_{ij}\right)^2}{J_i} - f.c.$	$GL_1 = I - 1$	$DQMEG = VEG/GL_1$	$E(DQMEG) = \sigma^2 + h \cdot \sigma_A^2$
	Dentro dos Grupos (DG)	$VDG = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	$GL_2 = \left(\sum_i J_i\right) - I$	$DQMDG = VDG/GL_2$	$E(DQMDG) = \sigma^2$
	Total (T)	$VT = \left(\sum \sum X_{ij}^2\right) - f.c.$	$GL = GL_1 + GL_2$ $= \left(\sum_i J_i\right) - 1$	$f.c. = \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij}\right)^2}{\sum_i J_i}$	$h = \frac{\left(\sum_i J_i\right)^2 - \sum_i J_i^2}{\left(\sum_i J_i\right) \cdot (I-1)}$