

Diagnostic médical

A = a visité l'Asie

F = fumeur

T = tuberculose

C = cancer

B = bronchite

S = stéthoscope

R = radiographie

1.

$$P(A) = 0,1$$

$$P(F) = 0,3$$

$$P(T | A) = 0,1$$

$$P(T | \bar{A}) = 0,01$$

$$P(C | F) = 0,2$$

$$P(C | \bar{F}) = 0,02$$

$$P(B | F) = 0,6$$

$$P(B | \bar{F}) = 0,8$$

$$P(S | C \cup B) = 0,6$$

$$P(S | \bar{C} \cap \bar{B}) = 0,01$$

$$P(R | T \cup C) = 0,7$$

$$P(R | \bar{T} \cap \bar{C}) = 0,02$$

3. Le médecin décide d'ausculter les poumons avec un stéthoscope parce que le stéthoscope détecte bronchite ou cancer dans 60% des cas.

2. $P(\bar{A}) = 0,9$

$$P(\bar{F}) = 0,7$$

$$P(T | \bar{A}) = 0,01$$

$$P(C | \bar{F}) = 0,02$$

$$P(B | \bar{F}) = 0,8$$

\Rightarrow le patient pourrait avoir une bronchite

4. Avant le stéthoscope:

$$P(B) = 80\% = 0,8 \quad P(C) = 2\% = 0,02 \quad P(T) = 1\% = 0,01$$

G = sans aucune maladie

$$P(G) = 1 - P(B) - P(C) - P(T) = 0,17$$

Après stéthoscope négatif: \bar{S}

$$P(\bar{S} | B \cup C) = 0,4$$

$$P(\bar{S} | \bar{C} \cap \bar{B}) = 0,99$$

$$P(\bar{S}) = P(B) \cdot 0,4 + P(C) \cdot 0,4 + P(G) \cdot 0,99 =$$

$$= 0,8 \cdot 0,4 + 0,02 \cdot 0,4 + 0,17 = 0,99 =$$

$$= 0,32 + 0,008 + 0,1782 = 0,5062$$

$$P(B | \bar{S}) = \frac{P(B) \cdot P(\bar{S} | B)}{P(\bar{S})} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,5062} = 0,632 = 63,2\%$$

$$P(C | \bar{S}) = \frac{P(C) \cdot P(\bar{S} | C)}{P(\bar{S})} = \frac{0,02 \cdot 0,4}{0,5062} = 0,0158 = 1,5\%$$

$$P(G | \bar{S}) = \frac{P(G) \cdot P(\bar{S} | G)}{P(\bar{S})} = \frac{0,17 \cdot 0,99}{0,5062} = 0,332 = 33,2\%$$

$$P(\bar{S} | G) = P(\bar{S} | \bar{C} \cap \bar{B})$$

\Rightarrow le nouveau diagnostic est la même bronchite, mais avec une probabilité plus petite

5. Avant la radio. et après le stéthoscope:

$$P(T) = 0,01$$

$$P(C) = 0,0158$$

$$1 - P(T) - P(C) = 0,9742 \text{ (ni cancer, ni tuberculose)}$$

"P(N)

$$P(R|T \cup C) = 0,7$$

$$P(R|\bar{T} \cap \bar{C}) = 0,02 = P(R|N)$$

$$\begin{aligned} P(R) &= P(T) \cdot P(R|T \cup C) + P(C) \cdot P(R|T \cup C) + 0,9742 \cdot P(R|\bar{T} \cap \bar{C}) = \\ &= 0,01 \cdot 0,7 + 0,0158 \cdot 0,7 + 0,9742 \cdot 0,02 = 0,0376 \end{aligned}$$

Après la radio.:

$$P(T|R) = \frac{P(T) \cdot P(R|T)}{P(R)} = \frac{0,01 \cdot 0,7}{0,0376} = 0,186 = 18,6\%$$

$$P(C|R) = \frac{P(C) \cdot P(R|C)}{P(R)} = \frac{0,0158 \cdot 0,7}{0,0376} = 0,294 = 29,4\%$$

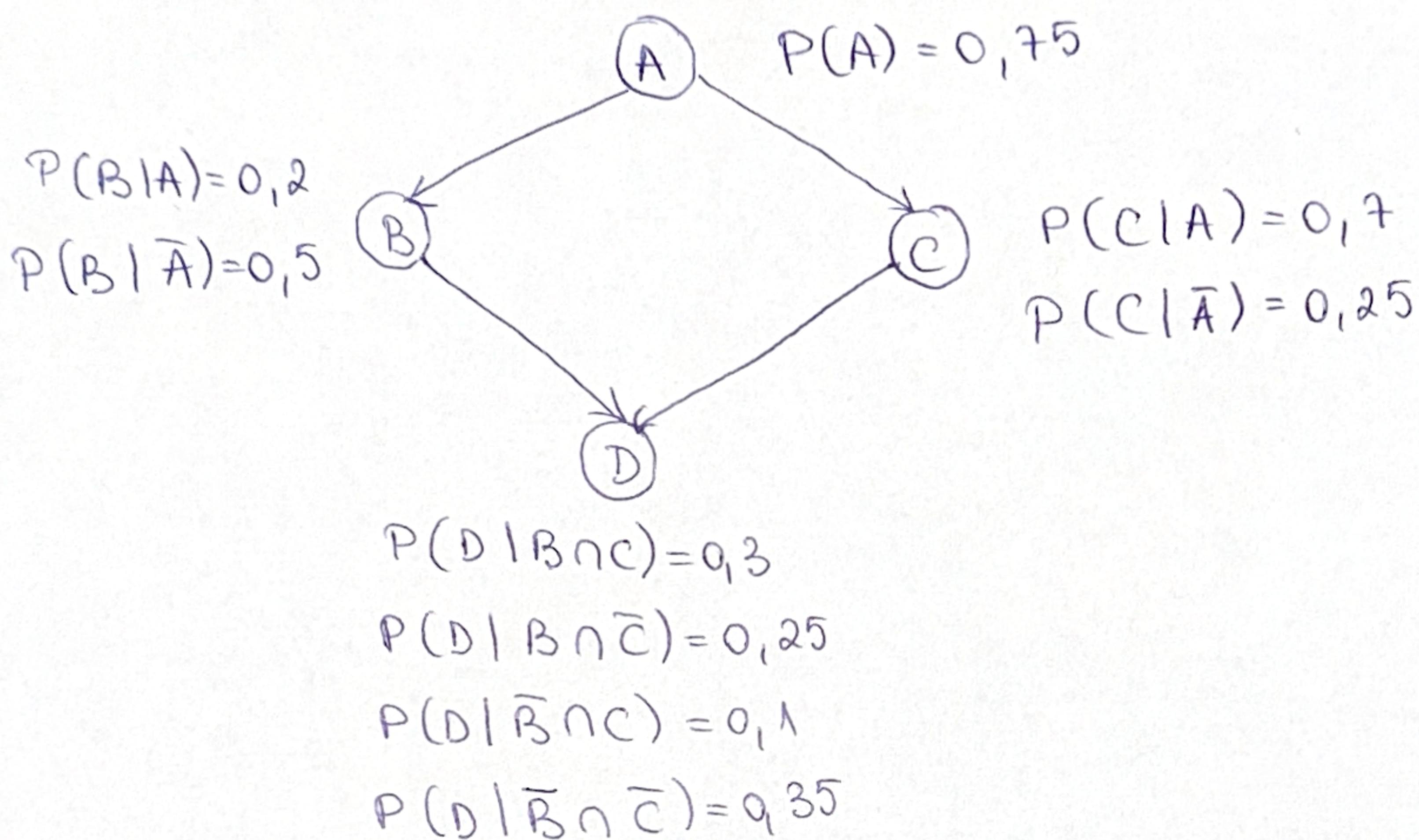
$$P(N|R) = \frac{P(N) \cdot P(R|N)}{P(R)} = \frac{0,9742 \cdot 0,02}{0,0376} = 0,518 = 51,8\%$$

⇒ le cancer devient plus probable que la bronchite

6. Oui, parce que le test stéthoscopique n'était pas concluant et la radiographie permet de réduire l'incertitude sur le cancer ou la tuberculose.

Elle a changé le diagnostic de bronchite vers un doute possible sur cancer.

IHM | Considérez le réseau bayésien suivant: A, B, C et D sont des variables booléennes aléatoires. Quelle est la probabilité d'avoir D vrai si nous savons que A est vrai?



Notations:

- A, B, C, D - variables booléennes aléatoires (cad. F ou V)
- $P(X|Y)$ - la prob. conditionnelle que X soit vrai sachant que Y est vrai
ex. $P(B|A) = 0,2$ - il y a 20% chances que B soit vrai si A vrai
 $P(B|\bar{A}) = 0,5$ - il y a 50% chances que B soit vrai si A faux
- $X \cap Y$ - intersection cad. le cas où les deux sont vrais en même temps.
- $X \cup Y$ - union cad. le cas où au moins un des deux est vrai
- $P(B \cap C|A)$ - les probabilités des diff. combinaisons possibles de B et C sachant que A est vrai

Solution:

$$\begin{aligned} P(D|A) &= \sum_{B,C} P(D|B,C) \cdot P(B,C|A) \\ &= P(D|B \cap C) \cdot P(B \cap C|A) + P(D|B \cap \bar{C}) \cdot P(B \cap \bar{C}|A) + \\ &\quad + P(D|\bar{B} \cap C) \cdot P(\bar{B} \cap C|A) + P(D|\bar{B} \cap \bar{C}) \cdot P(\bar{B} \cap \bar{C}|A) \end{aligned}$$

$$P(B \cap C|A) = P(B|A) \cdot P(C|A) = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$$

$$P(B \cap \bar{C}|A) = P(B|A) \cdot P(\bar{C}|A) = P(B|A) \cdot (1 - P(C|A)) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$$

$$P(\bar{B} \cap C|A) = (1 - P(B|A)) \cdot P(C|A) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$$

$$P(\bar{B} \cap \bar{C}|A) = (1 - P(B|A)) \cdot (1 - P(C|A)) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$$

$$\Rightarrow P(D|A) = 0,3 \cdot 0,14 + 0,25 \cdot 0,06 + 0,1 \cdot 0,56 + 0,35 \cdot 0,24 = 0,197 = 19,7\%$$