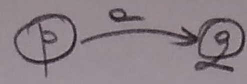
Automate Finite

$$AF = (Q, \Sigma, \underset{\underset{Q}{\cap}}{q_0}, \delta, F)$$

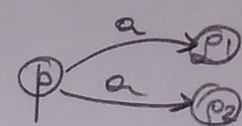
A AFD $\quad \delta : Q \times \Sigma \to Q$



$$L(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid \tilde{\delta}(q_0, w) \in F \}$$

$$\lambda \in L(A) \Leftrightarrow q_0 \in F$$

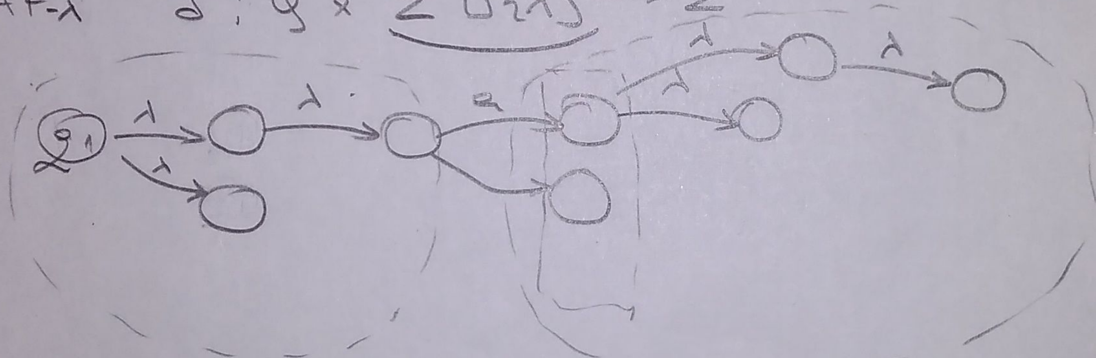
A AFN $\quad \delta : Q \times \Sigma \to \underset{\mathcal{P}(Q)}{\overset{\shortparallel}{2^Q}}$ = mulțimi de stări



$$L(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid \underbrace{\tilde{\delta}(q_0, w)}_{P} \cap F \neq \emptyset \}$$

$$\lambda \in L(A) \Leftrightarrow q_0 \in F$$

A AF-λ $\quad \delta : Q \times \underbrace{\Sigma \cup \{\lambda\}} \to 2^Q$



- $\langle q \rangle$ = { stările în care se ajunge doar prin λ-drumuri }

$$\hat{\delta}(q, \lambda) = \langle q \rangle$$

$$\hat{\delta}(q, a) = \hat{\delta}(q, \lambda^i \cdot a \cdot \lambda^j) = \langle \hat{\delta}(\langle q \rangle, a) \rangle$$

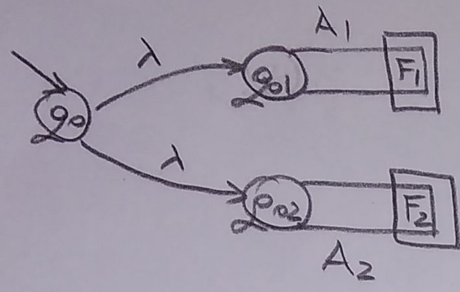
$$L(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid \underbrace{\hat{\delta}(q_0, w)}_{P} \cap F \neq \emptyset \}$$

$$\lambda \in L(A) \Leftrightarrow \underset{\hat{\delta}(q_0, \lambda)}{\underset{\shortparallel}{\langle q_0 \rangle}} \cap F \neq \emptyset$$

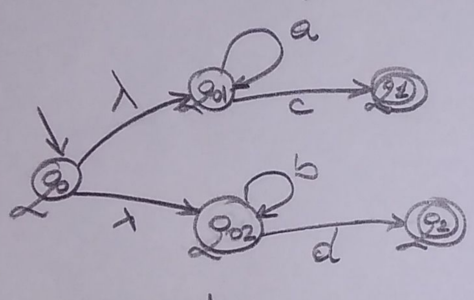
Operații cu limbaje recunoscute de automate finite, cu ajutorul λ-mișcărilor

1. $L(A_1) \cup L(A_2) = L(A)$

(există automat finit A ce recunoaște $L(A_1) \cup L(A_2)$)

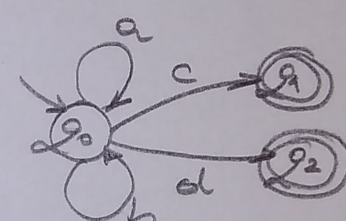


ex: construiți A A.F. ai $L(A) = \{a^n c \mid n \geq 0\} \cup \{b^m d \mid m \geq 0\}$



corect

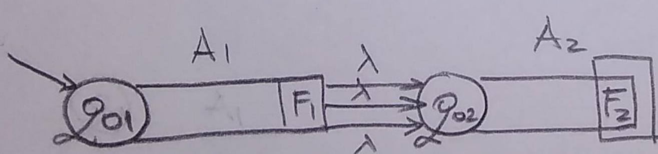
nu e corect



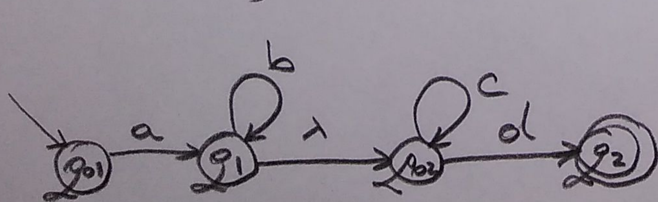
pt că $abc \notin L(A_1) \cup L(A_2)$

2. $L(A_1) \cdot L(A_2) = L(A)$

(există automat finit A ce recunoaște $L(A_1) \cdot L(A_2)$)

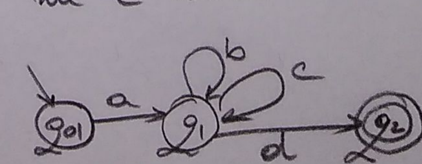


ex: construiți A A.F. ai $L(A) = \{a \cdot b^n \mid n \geq 0\} \cdot \{c^m \cdot d \mid m \geq 0\}$



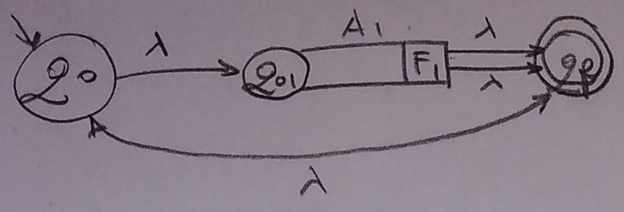
corect

nu e corect

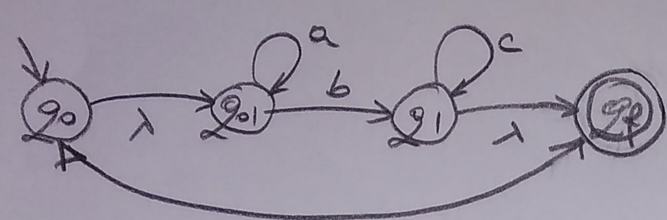


pt că $abcbd \notin L(A_1) \cdot L(A_2)$

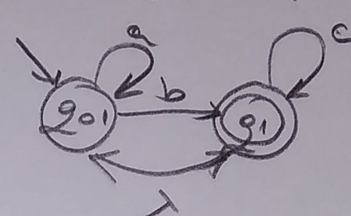
3. $(L(A_1))^* = L(A)$ (există un automat finit ce recunoaște $(L(A_1))^*$)



ex: construiți A A.F. ai $L(A) = (\{a^k b c^p \mid k, p \geq 0\})^*$



nu e corect

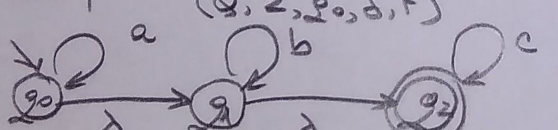


$\{a, c, ac\} \cap L(A) = \emptyset$

$\mathcal{L}(AFD) = \mathcal{L}(AFN) = \mathcal{L}(AF\lambda)$

(automatele finite deterministe, nedeterministe și cu λ-mișcări au aceeași putere de recunoaștere)

1) ex: pt AFλ $A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$ $\xrightarrow{\text{construiți}}$ AFN $A' = (Q', \Sigma', q_0', \delta', F')$ echivalent adică $L(A) = L(A')$



se observă că

$\delta(q_0, a) = q_0 \qquad \tilde{\delta}(q_0, a) = \{q_0, q_1, q_2\}$

$\delta(q_0, b) = \emptyset \qquad \tilde{\delta}(q_0, b) = \{q_1, q_2\}$

$\delta(q_1, c) = \emptyset \qquad \tilde{\delta}(q_1, c) = \{q_2\}$

- adică λ-mișcările sunt incluse în $\tilde{\delta}$

$\Downarrow$

$\boxed{\delta' = \tilde{\delta}}$

observăm că $\lambda \in L(A) \Leftrightarrow \lambda \in L(A')$ AFN

$\Updownarrow$ AFλ $\qquad \Updownarrow$

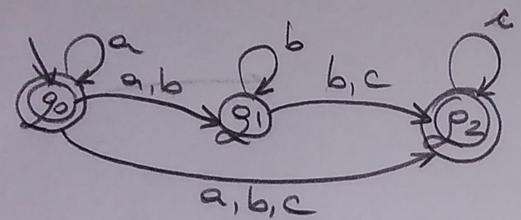
$\tilde{\delta}(\underset{\langle q_0 \rangle}{\underbrace{q_0, \lambda}}) \cap F \neq \emptyset \qquad \delta'(\underset{\{q_0\}}{\underbrace{q_0, \lambda}}) \cap F' \neq \emptyset$

$\langle q_0 \rangle$ adică λ mișcările din q_0 nu sunt prinse în $\tilde{\delta}$

deci $\boxed{F' = \begin{cases} F \cup \{q_0\} & \text{dacă} \quad \langle q_0 \rangle \cap F \neq \emptyset \\ F & \text{dacă} \quad \langle q_0 \rangle \cap F = \emptyset \end{cases}}$

$$\boxed{Q' = Q \qquad q_0' = q_0 \qquad \delta' = \tilde{\delta}}$$

obținem AFN A'



2) pentru AFN A' (de mai sus) $\xrightarrow[\text{construim}]{}$ AFD A'' echivalent $(L(A') = L(A''))$

$= (Q'', q_0'', \Sigma, \delta'', F'')$

observăm că $\delta'(q_0, a) = \{q_0, q_1, q_2\}$

pt a fi determinist $\Rightarrow \{q_0, q_1, q_2\}$ este <u>o stare</u>

$\Downarrow$

$\boxed{Q'' = 2^{Q'}}$ adică o stare din A'' $=$ o mulțime de stări din A'

$q_0'' = \{q_0'\}$

$$\boxed{\delta''(\underset{\substack{\text{stare în } A'' \\ = \\ \text{mulțime de stări în } A'}}{P}, a) = \tilde{\delta}'(P, a) = \bigcup_{q \in P} \delta'(q, a)}$$

$w \in L(A'') \Leftrightarrow w \in L(A') \qquad \forall w \in \Sigma^*$

$\Updownarrow \qquad\qquad \Updownarrow$

$\tilde{\delta}''(q_0, w) \in F'' \qquad \underbrace{\tilde{\delta}'(q_0, w)}_{\substack{P = \text{mult stări în } A' \\ = \\ \text{stare în } A''}} \cap F' \neq \emptyset$

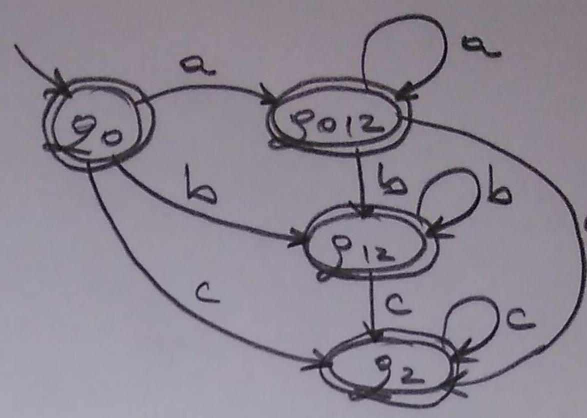
$\Downarrow$

$$\boxed{F'' = \{P \subseteq 2^Q \mid P \cap F' \neq \emptyset\}}$$

- observăm că nu e nevoie să studiem toate mulțimile de stări ci doar cele accesibile

δ''	a	b	c
$\{q_0\}$	q_{012}	q_{12}	q_2
q_{012}	q_{012}	q_{12}	q_2
q_{12}	$\emptyset$	q_{12}	q_2
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	q_2

se obține automatul :



Reciproc :

Evident $\mathcal{L}(AFD) \subset \mathcal{L}(AFN) \subset \mathcal{L}(AF\lambda)$

Expresiile regulate REG

Definiție 1) $\emptyset$ e exp reg pt mulțimea $\emptyset$

λ ——"—— $\{\lambda\}$

a ——"—— $\{a\}$

2) dacă r e exp reg pt mulțimea de cuvinte R | atunci

s ——"—— ——"—— S

$r+s$ exp reg pt mulțimea $R \cup S$

$r \cdot s$ ——"—— $R \cdot S$

r^* ——"—— R^*

3) orice exp reg se obține aplicând pașii 1 și 2 de un nr finit de ori

---

exemple: $a+b$ exp reg pt $\{a,b\} = \{a\} \cup \{b\}$

ab exp reg pt $\{ab\} = \{a\} \cdot \{b\}$

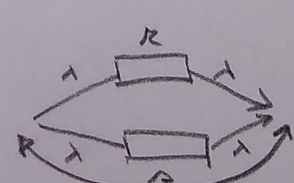
a^* exp reg pt $\{a^n \mid n \geq 0\} = (\{a\})^* = \{\lambda\} \cup \{a\} \cup \{a\}^2 \cup \ldots$

$a \cdot a^*$ exp reg pt $\{a^n \mid n \geq 1\} = \{a\} \cdot \{a^n \mid n \geq 0\}$

$a^* \cdot b^*$ exp reg pt $\{a^n b^m \mid m, n \geq 0\} = \{a^n \mid n \geq 0\} \cdot \{b^m \mid m \geq 0\}$

$a^* + b^*$ exp reg pt $\{a^n \mid n \geq 0\} \cup \{b^m \mid m \geq 0\}$

obs $(r+s)^* = (r^* s^*)^*$



Obs Închiderea la operațiile $\cup, \cdot, *$ arată că $Reg \subseteq \mathcal{L}(AF)$. ($\forall E \in Reg \Rightarrow \exists A$ AF a.î. E exp reg pt $L(A)$)