DCT - Progetto 2

Bianca Stan 816045

July 11, 2020

Contents

1	\mathbf{DC}	Γ - introduzione	2
	1.1	DCT monodimensionale	2
	1.2	DCT bidimensionale	2
		1.2.1 Normalizzazione	3
	1.3		3
2	Pro	getto	4
	2.1	Richieste	4
	2.2	Scelte di design	4
	2.3	Caratteristiche del hardware	
3	Prima parte - implementazione DCT		
	3.1	Implementazione DCT non ottimizzata	6
	3.2	Implementazione ottimizzata	
	3.3	Confronto con scipy.fft	8
4	Sec	onda parte - compressione immagini 1	1
	4.1	Richieste	1
	4.2	Struttura del codice	1
	4.3	Risultati su immagini	8
		4.3.1 $F = 10, d = 4 \dots 11$	
		$4.3.2 F = 50, d = 5 \dots \dots$	
		$4.3.3 F = 50, d = 50 \dots 2$	
		•	25

DCT - introduzione

La Discrete Cosine Transform è una funzione che, presa in input una sequenza di dati finiti, ritorna in output una sua rappresentazione come somma di funzioni coseno con frequenze diverse.

È una tecnica che viene spesso applicata nella compressione delle immagini, in quanto il passaggio da un dominio spaziale ad uno di frequenze permette di identificare ridondanze. Per esempio, il formato JPEG utilizza la DCT per comprimere le immagini (in modo lossy).

1.1 DCT monodimensionale

Se la DCT è applicata ad un vettore monodimensionale di lunghezza N, allora la trasformazione del vettore V nel corrispondente vettore F (riscrittura dei coefficienti, da base canonica a base frequenziale) è regolata dalla seguente formula:

$$F(i) = c_i \sum_{x=0}^{N-1} V(x) cos(\frac{\pi i(2x+1)}{2N})$$

con

$$c_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & i = 0\\ \sqrt{\frac{2}{N}} & i \neq 0 \end{cases}$$

1.2 DCT bidimensionale

Quando si tratta invece di vettori bidimensionali (matrici), ci sono due possibilità: ragionare direttamente in due dimensioni, oppure lavorare prima su una dimensione e poi sull'altra.

Nel primo caso, si procede applicando la DCT bidimensionale. Questa funzione trasforma direttamente la matrice $V \in \mathcal{R}^{NxN}$ in una matrice equivalente F nello spazio delle frequenze. Questi nuovi coefficienti si ottengono mediante la formula:

$$F(i,j) = c_i c_j \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} V(x,y) cos(\frac{\pi i(2x+1)}{2N}) cos(\frac{\pi j(2y+1)}{2N})$$

con

$$c_i, c_j = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & i, j = 0\\ \sqrt{\frac{2}{N}} & i, j \neq 0 \end{cases}$$

Alternativamente, si può ottenere la matrice F applicando la DCT monodimensionale prima sulle righe (o colonne) di V per ottenere una matrice intermedia F', e ripetendo l'operazione sulle colonne (o righe) di quest'ultima.

1.2.1 Normalizzazione

Da notare che si è presa in considerazione la DCT con normalizzazione ortogonale, ossia in cui le basi dello spazio vettoriale sono tra loro ortogonali.

1.3 IDCT

L'operazione inversa della DCT (appunto, IDCT) prende in input un array F (mono o bidimensionale) e lo riporta in base canonica. In particolare, attraverso la formula:

 $V(i) = \sum_{x=0}^{N-1} c_x F(x) \cos(\frac{\pi x(2i+1)}{2N})$

con

$$c_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & i = 0\\ \sqrt{\frac{2}{N}} & i \neq 0 \end{cases}$$

applicata prima alle righe, e poi alle colonne (o viceversa), come per la DCT, si può tornare alla matrice originale V a partire dalla matrice trasformata F.

Progetto

2.1 Richieste

Il progetto si compone di due parti:

- 1. implementazione della DCT bidimensionale
 - (a) creazione di una funzione che, presa in input una matrice, ne restutisca la sua DCT
 - (b) paragone in termini di tempo di esecuzione con un'implementazione ottimizzata di una libreria open source
- 2. sviluppo di una semplice applicazione GUI volta a comprimere immagini BMP a scala di grigio, utilizzando la DCT

2.2 Scelte di design

Per lo sviluppo di entrambe le parti si è scelto di utilizzare il linguaggio di programmazione Python. In particolare, per il punto 1.b, la libreria di controllo scelta è stata scipy.fft. Questa decisione è stata presa sulla base della popolarità della libreria, del suo mantenimento continuo (l'ultimo release stabile risale al 4 Luglio 2020), e dell'alta qualità della documentazione.

Si è considerato anche l'utilizzo di una seconda libreria, ossia **cvxopt**, ma l'istallazione di tale package è risultato impossibile (sia attraverso package manager - pip e Anaconda -, che manualmente a partire dai binari .whl).

Per quanto riguarda invece lo sviluppo della seconda richiesta, la GUI è stata sviluppata mediante **tkinter**. Questa libreria rappresenta lo standard per lo sviluppo di interfacce grafiche, ed è automaticamente inclusa con l'istallazione di Python in ambiente Windows, Unix e Mac OS X.

Non avendo esperienza pregressa di sviluppo di GUI in ambiente Windows/Python, questa è stata una scelta naturale - la libreria è ben documentata ed in rete sono disponibili molteplici tutorial introduttivi al suo utilizzo.

2.3 Caratteristiche del hardware

L'elaboratore utilizzato è un portatile di marca HP, con sistema operativo Windows 10. Il processore è un Intel Core i5 di settima generazione, con frequenza base 2.70GHz (turbo fino a 3.40GHZ). Ha a disposizione 128KB per quanto riguarda la cache di primo livello, 512KB per quella di secondo livello ed infine 3MB di cache di terzo livello. Per quanto riguarda la memoria, invece, il PC è munito di 8GB di RAM (velocità 2133MHz).

Prima parte - implementazione DCT

3.1 Implementazione DCT non ottimizzata

Per svolgere la prima parte del progetto, si è preferito utilizzare il secondo modo di applicare la DCT ad array multidimensionale: ossia, lavorando prima per righe ed in seguito per colonne.

Il codice si articola in una classe che espone all'utente metodi statici - in particolare, **proposed_DCT** e **proposed_IDCT** sono i due metodi generale che ritornano rispettivamente la DCT o IDCT di qualsiasi array dato in input, a prescindere che esso sia mono o bidimensionale.

Sono gli unici resi "pubblici". Dato che non ci sono modificatori di visibilità in Python, i nomi degli altri metodi sono stati preceduti da un doppio underscore per indicare che il loro utilizzo dovrebbe restare interno alla classe.

proposed_DCT1 e proposed_IDCT1, invece, sono i metodi specifici (di convenienza/appoggio) che svolgono la DCT/IDCT su array monodimensionali.

Infine, alpha_factor è il metodo di convenienza utilizzato per calcolare i coefficienti c_i/c_x . Si è preferito calcolarli una volta sola e salvarli in un array per evitare di doverli ricalcolare ad ogni ciclo (specie nella IDCT, dove ogni fattore sarebbe stato calcolato N^2 volte, in quanto viene utilizzato nel ciclo for innestato).

Listing 3.1: Proposed DCT

```
elif(len(matrix.shape) == 2):
        n = matrix.shape[0]
        m = matrix.shape[1]
        dct = np.zeros(matrix.shape)
        for i in range(n):
             dct[i] = DCT.__proposed_DCT1(matrix[i])
        for j in range(m):
             dct[:, j] = DCT.__proposed_DCT1(dct[:, j])
        return dct
    else:
        raise Exception ("Only_1D_and_2D_arrays_accepted")
@static method
def proposed IDCT (matrix):
    if (type (matrix)!=np.ndarray):
        try:
             matrix = np.ndarray(matrix)
        except Exception:
             raise Exception ("Cannot_convert_to_numpy_ndarray")
    if(len(matrix.shape) == 1):
        {\bf return}\ {\rm DCT.} \ \_\_{\rm proposed} \_ {\rm IDCT1} \ (\ {\rm matrix}\ )
    elif(len(matrix.shape) == 2):
        n = matrix.shape[0]
        m = matrix.shape[1]
        idct = np.zeros(matrix.shape)
        for i in range(n):
             idct[i] = DCT.__proposed_IDCT1(matrix[i])
        for j in range(m):
             idct[:, j] = DCT._proposed_IDCT1(idct[:, j])
        return idet
    else:
        raise Exception ("Only_1D_and_2D_arrays_accepted")
@static method
def __proposed_DCT1(array):
    length = array.shape[0]
    dct = np. zeros(length)
    alpha = DCT. \_alpha\_factor(length)
    for i in range(length):
        \mathbf{sum} = 0
        for j in range(length):
            sum += array[j]*np.cos((np.pi*i*(2*j+1))/(2*length))
        dct[i] = alpha[i]*sum
    return dct
@static method
def __proposed_IDCT1(array):
    length = array.shape[0]
    idct = np. zeros (length)
    alpha = DCT. _ alpha_factor(length)
    for i in range (length):
        for j in range(length):
             idct[i] += array[j]*alpha[j]*np.cos((np.pi*j*(2*i+1))/(2*length))
    return idct
```

@static method

```
\begin{array}{ll} \textbf{def} & \_\_alpha\_factor\left(N\right)\colon\\ & alpha = np \cdot z\,eros\left(N\right)\\ & alpha\left[\,0\,\right] = np \cdot s\,qrt\left(1/N\right)\\ & alpha\left[\,1\,:\,\right] = np \cdot s\,qrt\left(\,2/N\right)\\ & \textbf{return} & alpha \end{array}
```

3.2 Implementazione ottimizzata

La libreria utilizzata utilizza la seguente formula di calcolo quando si sceglie la normalizzazione ortogonale:

$$F(i) = 2f_i \sum_{x=0}^{N-1} V(x) cos(\frac{\pi i(2x+1)}{2N})$$

con

$$f_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{4N}} & i = 0\\ \sqrt{\frac{1}{2N}} & i \neq 0 \end{cases}$$

Per quanto riguarda, invece, la IDCT (DCT-III, normalizzazione ortogonale), viene usata la formula:

$$V(i) = \frac{V(0)}{\sqrt{N}} + \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{x=1}^{N-1} F(x) cos(\frac{\pi x(2i+1)}{2N})$$

3.3 Confronto con scipy.fft

Per confrontare i tempi di esecuzione tra il metodo chiamato "proposed" e il metodo ottimizzato della libreria scipy, si è creato un modulo ad hoc. Questo espone un metodo chiamato **compare_execution_times** che prende in input un intero (n). A partire da una dimensione minima 8x8 vengono generate n matrici randomiche, ciascuna di lato un'unità più grande della precedente, fino ad arrivare ad una matrice di lato 8 + x. Utilizzando la libreria **timeit**, vengono misurati i tempi di elaborazione della DCT sia per il metodo proposto che per quello ottimizzato della libreria scipy, sulla stessa matrice.

inaccuratezze nella misurazione dovute all'interferenza di altri processi. Alla fine, i tempi vengono plottati grazie a **pyplot.matplotlib**.

Listing 3.2: Time Comparison

L'operazione viene fatta 10 volte, per poi mediare il tempo totale onde ovviare a possibili

```
xfrom DCT import DCT
from scipy import fftpack as fft
import timeit
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

def generate_matrix(N):

"""

Creates a random square matrix of pixels, size NxN.
```

```
Parameters
    N: int
    Returns
    matrix: ndarray
    matrix = np.random.random integers (0, 255, (N, N))
    return matrix
def compare execution times (executions):
    Runs both proposed DCT and library DCT ten times. Then averages out the
    times and plots the results.
    Parameters
    executions: int
            units by which to increment matrix size
    11 11 11
    \#setup\ array\ for\ graphing\ execution\ times . Toggle\ comments\ in\ order\ to
    #test either home made or library fft
    fftDCTTime = np.zeros(executions+8)
    ourDCTTime = np. zeros (executions + 8)
    \#declare as global in order for time it to be able to use it
    global matrix
    n3 = np.zeros_like (ourDCTTime)
    for i in np. arange (8, 8+ executions):
        n3[i] = np.power(i, 3)
        matrix = generate_matrix(i)
        print(i)
        setupHomeMade = '', 'from DCT import DCT
        setupFFT = ''', 'from scipy import fftpack as fft
        \# homeMadeDCT = np.zeros((i, i))
        fftDCT = np.zeros((i, i))
        ourCode = '', 'homeMadeDCT = DCT. proposed DCT(matrix)
        fftCode = ''' fftDCT = fft.dctn(matrix, norm='ortho')
        ourDCTTime[i] = timeit.timeit(ourCode, setupHomeMade,
        globals = globals(), number=10)/10
        fftDCTTime[i] = timeit.timeit(fftCode, setupFFT,
        globals = globals(), number=10)/10
```

```
library = plt.semilogy(fftDCTTime, label="Library_DCT")
proposed = plt.semilogy(ourDCTTime, label="Proposed_DCT")
n3_plot = plt.semilogy(n3, label="N^3")
plt.legend()
plt.xlim(xmin=8, xmax = executions+8)
plt.xlabel("Matrix_dimension")
plt.ylabel("Execution_Time")
```

Gli ordini di grandezza della complessità dei due metodi è $O(N^3)$ per quanto riguarda il metodo proposto, non ottimizzato. Invece, **fftpack** ha una complessità $O(N^2 \log(N))$ - come atteso, l'andamento è molto irregolare.

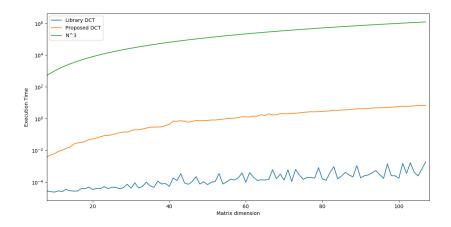


Figure 3.1: Grafico semilogaritmico dei tempi di esecuzione

Seconda parte - compressione immagini

4.1 Richieste

La seconda parte del progetto prevedeva lo sviluppo di un'applicazione che permettesse il caricamento di un'immagine BMP da comprimere.

L'utente può allora scegliere il lato F dei blocchi in cui suddividere l'immagine, e una soglia d per le frequenze da eliminare. Una volta inserito un input valido (lato minore o uguale alla dimensione minima dell'immagine, soglia minore uguale a 2F-1), l'immagine viene suddivisa in blocchi della dimensione desiderata a cui viene applicata la DCT bidimensionale.

Dalla matrice così ottenuta vengono scartate le frequenze desiderate (ossia, qualsiasi frequenza in posizione (i, j) tale che $d \le i+j$). Finalmente, si applica la DCT inversa per tornare in base canonica e si ricompongono i blocchi nell'ordine originale per ottenere l'immagine compressa.

4.2 Struttura del codice

Il codice è suddiviso in due file: il primo si occupa della creazione della finestra e della gestione dell'elaborazione. Nel secondo, invece, sono inserite varie classi, ciascuna rappresentante di una pagina dell'applicazione: la prima che gestisce l'input dell'immagine, la seconda che gestisce l'input dei parametri d ed F e la validazione dell'input, ed infine la terza che mostra a schermo l'originale e l'immagine compressa una di fianco all'altra.

Listing 4.1: GUI application

```
import tkinter as tk
import pages
from tkinter.filedialog import askopenfilename
from matplotlib.pyplot import imshow
from matplotlib import pyplot as plt
import cv2
from scipy import fftpack as fft
import numpy as np
class Application():
```

```
root window = None
    main view = None
    image = None
####SETUP METHODS FOR FIRST VIEW OF APP####
    def __init__(self):
        self.root window = tk.Tk()
        self.setup()
        self.layout()
    def setup (self):
        self.main view = pages.FileSelection(self.root window, self.open file)
    def layout (self):
        self.root\_window.title("JPEG\_compression")
        self.root window.minsize(width = 500, height = 500)
        for i in range (3):
            self.root window.rowconfigure(i, weight = 1)
            self.root window.columnconfigure(i, weight = 1)
        self.main view.place(column = 1, row = 1, sticky = "ew")
####BUTTON COMMAND FUNCTIONS AND NAVIGATION####
    def open_file(self):
        """Open a file for editing, and navigate to next page"""
        file_path = askopenfilename(filetypes=[("BMP_Images", "*.bmp")])
        if not file_path:
            return
        self.image = cv2.imread(file path, cv2.IMREAD GRAYSCALE)
        self.navigate to input view()
    def navigate_to_input_view(self):
        self.main view.destroy();
        self.main view = pages.ParameterInput(self.root window,
                         self.submit, self.image.shape)
        self.layout()
    def submit (self):
        parameters = self.main_view.get_parameters()
        compressed image = self.compress(parameters)
        self.show comparison(compressed image)
    def compress(self, parameters):
        block_size = parameters["block_size"]
        cutoff = parameters["frequence_cutoff"]
        row blocks = self.image.shape[0] // block size
        column blocks = self.image.shape[1] // block size
        compressed image = np.zeros((row blocks*block size, column blocks*block size))
        \#create\ index\ arrays
        x, y = np.mgrid[0:block size, 0:block size]
```

```
\# keep only the frequences where the indices sum to less than cutoff
        eliminated \quad frequencies \ = \ x \ + \ y \ >= \ cutoff
        for i in np.arange(start = 0, stop = row_blocks):
            row\_start = i*block\_size
            row end = row start + block size
            for j in np.arange(start = 0, stop = column blocks):
                column start = j*block size
                column end = column start + block size
                \#extract block
                f = self.image[row_start:row_end, column_start:column_end]
                c = fft.dctn(f, 2, norm='ortho')
                c[eliminated frequencies] = 0
                ff = fft.idctn(c, 2, norm = 'ortho')
                rounded_ff = np.rint(ff).astype(np.int)
                #replace invalid values with valid ones
                rounded ff.clip (min=0, max=255)
                compressed image[row start:row end, column start:column end] = rounded
        return compressed image
    def show_comparison(self, compressed):
        self.main_view.destroy()
        self.main_view = pages.Comparison(self.root window,
                         self.image, compressed)
        self.layout()
        cv2.im write ("compressed.bmp", compressed)
    def run(self):
        self.root window.mainloop()
if __name__ == "__main__":
    app = Application()
    app.run()
```

Listing 4.2: Various views of the application

```
from abc import ABC, abstractmethod
from PIL ImageTk import PhotoImage
from PIL import Image

class View(ABC):
    """General class for application pages"""
    container = None
    frm_self = None

def __init__(self, container):
        self.container = container

@abstractmethod
    def setup(self):
```

import tkinter as tk

```
pass
    @abstractmethod
    def layout (self):
        pass
    def place(self , **kwargs):
        self.frm self.grid(kwargs)
    def destroy (self):
        self.frm self.destroy()
class FileSelection (View):
    """Class for the image input view"""
    btn\_open\_file = None
    lbl\_instruction = None
    open_file = None
    def __init__(self , container , open_file):
        \mathbf{super}().__init__(container)
        self.open file = open file
        self.setup()
        self.layout()
    def setup (self):
        self.frm self = tk.Frame(self.container)
        self.lbl_instruction = tk.Label(self.frm self)
        self.btn_open_file = tk.Button(self.frm_self, command = self.open_file)
    def layout (self):
        self.frm self.columnconfigure(0, minsize = 100, weight = 1)
        self.frm_self.rowconfigure(1, minsize = 60, weight = 1)
        self.lbl_instruction["text"] = """
        Please load a grayscale .bmp image (color images will be converted)"""
        self.btn\_open\_file["text"] = "Open..."
        self.lbl\_instruction.grid(row = 0, column = 0, sticky = "ew")
        self.btn open file.grid(row = 1, column = 0, sticky = "ew")
class ParameterInput(View):
    lbl block dimension = None
    ent\_block\_dimension = None
```

```
lbl_block_dimension = None
ent_block_dimension = None
lbl_frequence_cutoff = None
ent_frequence_cutoff = None
image_dimensions = None
btn_submit = None
submit = None
lbl_error = None
```

```
def __init__(self , container , submit , image_dimensions):
             super(). __init__(container)
             self.submit = submit
             self.image dimensions = image dimensions
             self.setup()
             self.layout()
def setup (self):
             self.frm self = tk.Frame(self.container)
             self.lbl block dimension = tk.Label(self.frm self)
             self.ent_block_dimension = tk.Entry(self.frm_self)
             self.lbl_frequence_cutoff = tk.Label(self.frm_self)
             self.ent frequence cutoff = tk.Entry(self.frm self)
             self.lbl error = tk.Label(self.frm self)
             self.btn submit = tk.Button(self.frm self, command = self.submit)
             self.ent_block_dimension.bind("<KeyRelease>", self.on_block_dimension_entry_char
             self.ent\_frequence\_cutoff.bind ("< KeyRelease>", self.on\_frequence\_cutoff\_entry\_charger ("> keyRelease> ", self.on\_frequence\_cutoff\_entry\_charger (") keyRelease> ", self.on\_frequence\_cutof
def layout (self):
             self.frm_self.columnconfigure(0, minsize = 100, weight = 1)
             self.frm self.columnconfigure(1, minsize = 100, weight = 1)
             self.frm\_self.rowconfigure([0, 1, 2], minsize = 50, weight = 1)
             self.lbl block dimension["text"] = """Choose a block dimension greater
             than \ \theta, \ lesser \ than \ """
             self.lbl.block.dimension["text"] = self.lbl.block.dimension["text"] + str(min(self.lbl.block.dimension["text"] + str(min(self.lbl.block.dimension["text"
             self.ent block dimension.insert(0, "0")
             self.lbl frequence cutoff["text"] = """Choose a frequency cutoff point"""
             self.ent frequence cutoff.insert(0, "0")
             self.btn submit["text"] = "Submit"
            \#disable submit button until valid input is provided
             self.btn submit.config(state = tk.DISABLED)
            \#disable \ frequency \ cutoff \ input \ until \ valid \ block \ dimension \ is \ provided
             self.ent_frequence_cutoff.config(state = tk.DISABLED)
             self.lbl block dimension.grid(row = 0, column = 0, sticky = "ew")
             self.ent block dimension.grid(row = 0, column = 1, sticky = "ew")
             self.lbl frequence cutoff.grid(row = 1, column = 0, sticky = "ew")
             self.ent frequence cutoff.grid(row = 1, column = 1, sticky = "ew")
             self.btn submit.grid(row = 2, column = 1, sticky = "e")
```

```
self.lbl error.grid(row=2, column=0, sticky = "w")
    self.lbl error.grid remove()
    self.lbl error["fg"] = "red"
def get parameters (self):
    block_dimension_string = self.ent_block_dimension.get()
    frequence_cutoff_string = self.ent_frequence_cutoff.get()
    parameters = \{\}
    parameters ["block_size"] = int (block_dimension_string)
    parameters ["frequence cutoff"] = int (frequence cutoff string)
    return parameters
def on block dimension entry change (self, event):
    """Input validation"""
    block dimension string = self.ent block dimension.get()
    \mathbf{try}:
        block dimension = int(block dimension string)
        \#Remove\ previous\ limits\ to\ frequence\ cutoff
        self.lbl_frequence_cutoff["text"] = """Choose a frequency cutoff point"""
        \#Remove any eventual previous error messages
        self.lbl error.grid remove()
        self.ent frequence cutoff.config(state = tk.NORMAL)
        if block dimension < 1 or block dimension > min(self.image dimensions):
            raise Exception()
        self.max cutoff = 2*block dimension - 2
        self.lbl frequence cutoff["text"] = self.lbl frequence cutoff["text"] + "\n_2
        self.check frequence cutoff validity()
        \#show error message , disable frequency cutoff and submit button
        self.lbl_error.grid()
        self.ent_frequence_cutoff.config(state = tk.DISABLED)
        self.btn\_submit.config(state = tk.DISABLED)
        self.lbl error["text"] = "Please_enter_a_valid_block_dimension"
        self.lbl frequence cutoff["text"] = "Choose_a_frequency_cutoff_point"
def on_frequence_cutoff_entry_change(self, event):
    """Input validation"""
    self.check_frequence_cutoff_validity()
def check frequence cutoff validity (self):
    """Input validation"""
    frequence cutoff string = self.ent frequence cutoff.get()
    try:
        if len(frequence cutoff string) == 0:
```

```
raise Exception()
            frequence cutoff = int(frequence cutoff string)
            if \ \ frequence\_cutoff \ < \ 0 \ \ or \ \ frequence\_cutoff \ > \ self.max\_cutoff \colon
                 raise Exception()
            \#Remove\ any\ residual\ messages
            self.lbl error.grid remove()
            self.btn submit.config(state = tk.NORMAL)
        except:
            \#show\ error\ message, disable frequency cutoff and submit\ button
            self.lbl error.grid()
            self.lbl error["text"] = "Please_enter_a_valid_frequency_cutoff"
            self.btn_submit.config(state = tk.DISABLED)
class Comparison (View):
    """Class for viewing side by side comparison of original and compressed"""
    resized original = None
    resized compressed = None
    original = None
    compressed = None
    lbl original = None
    lbl\_compressed = None
    \mathbf{def} __init__(self, container, original, compressed):
        super().__init__(container)
        self.original = Image.fromarray(original)
        self.compressed = Image.fromarray(compressed)
        self.setup()
        self.layout()
    def setup (self):
        self.frm\_self = tk.Frame(self.container)
        self.lbl original = tk.Label(self.frm self)
        self.lbl compressed = tk.Label(self.frm self)
    def layout (self):
        width, height = self.original.size
        \#figure\ out\ initial\ scale\ of\ images
        scale = 500/max((height, width))
        \#resize image to fit scaled down aspect
        resized compressed = self.compressed.resize(size =(int(width*scale), int(height*
        resized original = self.original.resize(size =(int(width*scale), int(height*scal
        \#keep reference to resized picture in order to be able to display it
        self.resized\_compressed\ =\ PhotoImage(image\ =\ resized\_compressed)
        self.resized original = PhotoImage(image = resized original)
```

```
#set minsize so it fits images scaled down to 500px along max dimension
self.frm_self.columnconfigure([0,1], minsize = (width*scale), weight = 1)
self.frm_self.rowconfigure(0, minsize = (height*scale), weight = 1)

self.lbl_original["image"] = self.resized_original

self.lbl_original.grid(row = 0, column = 0, sticky = "nsew")
self.lbl_original.config(width = (width*scale), height = (height*scale))

self.lbl_compressed["image"] = self.resized_compressed
self.lbl_compressed.grid(row = 0, column = 1, sticky = "ew")
self.lbl_compressed.config(width = (width*scale), height = (height*scale))
```

4.3 Risultati su immagini

Si sono prese in esame tre immagini:

• **deer.bmp**: 1011px x 661px

• **bridge.bmp**: 2749px x 4049px

• cathedral.bmp: 2000px x 30008px

Si sono scelti valori di F e d secondo questa strategia: finestra piccola, ma soglia molto bassa (alta compressione); finestra grande, e soglia molto bassa; finestra grande, soglia uguale al lato della finestra; finestra grande, soglia alta.

In particolare, per tutte e tre le immagini si sono utilizzate le seguenti combinazioni:

- F = 10, d = 4. Compressione molto alta con finestre piccole
- F = 50, d = 5. Compressione molto alta con finestre più grandi
- F = 50, d = 50

Vista la differenza di dimensione tra le immagini, per le ultime due si sono inoltre fatte le seguenti prove:

- F = 200, d = 100
- F = 200, d = 200
- F = 200, d = 300

4.3.1 F = 10, d = 4

Per quanto riguarda l'immagine del cervo, gli artefatti dovuti alla compressione sono subito visibili quando si osserva l'immagine intera. Tuttavia, nelle altre due - dove il rapporto tra lato della finestra e dimensioni dell'immagine è molto più basso -, a prima vista non si vedono grossi disturbi.

Ingrandendo l'immagine, tuttavia, in tutti e tre i casi si notano i singoli blocchetti che compongono l'immagine, particolarmente in casi di parti dell'immagine che presentano molta variazione. Invece, in zone dove il valore dei pixel è più o meno costante (come sul

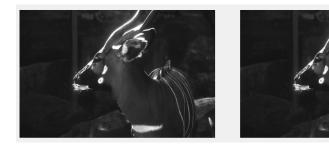


Figure 4.1: Deer con F = 10, d = 4





Figure 4.2: Bridge con F = 10, d = 4





Figure 4.3: Cathedral con F = 10, d = 4 $\,$

muso del cervo, come si vede in figura) questo delineamento delle finestre è molto meno marcato.

Un tale risultato è in linea con le aspettative, vista la soglia molto bassa per le frequenze.



Figure 4.4: Dettaglio dell'immagine "deer" compressa



Figure 4.5: Dettaglio dell'immagine "bridge" compressa



Figure 4.6: Dettaglio dell'immagine "cathedral" compressa

4.3.2 F = 50, d = 5

Il fenomeno evidenziato con i precedenti parametri è accentuato ulteriormente aumentando le dimensioni della finestra. In questo caso, infatti, la suddivisione in blocchi altamente compressi risulta immediatamente visibile all'occhio nudo in tutte e tre le immagini. Per l'immagine "deer", dato il rapporto tra le dimensioni della finestra e quelle dell'immagine, questo è marcato al punto da dare all'immagine compressa un aspetto cubista. Per le rimanenti due, invece, non si capisce in modo così immediato la causa degli artefatti, ma è apparente che la qualità dell'immagine abbia subito un abbassamento.



Figure 4.7: Deer con F = 50, d = 5





Figure 4.8: Bridge con F = 50, d = 5





Figure 4.9: Cathedral con F = 50, d = 5

4.3.3 F = 50, d = 50

In questo caso, nelle due immagini più grandi la compressione non causa una perdita significativa della qualità. Anche ingrandendo il più possibile le immagini, non si riescono a distinguere blocchi o blur evidenti.

Invece, per quanto riguarda l'immagine del cervo, nella zona del muso (dove c'è un passaggio repentino da chiaro a scuro) si nota il fenomeno di Gibbs - risultato aspettato, vista la discontinuità che un tale salto di valori produce.



Figure 4.10: Deer con F = 50, d = 50

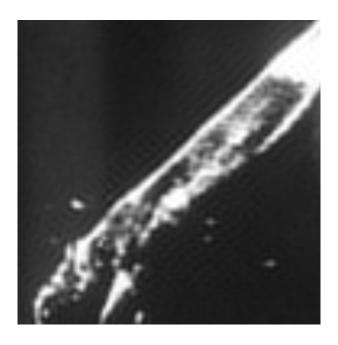


Figure 4.11: Deer con F = 50, d = 50





Figure 4.12: Bridge con F = 50, d = 50





Figure 4.13: Cathedral con F = 50, d = 50

4.3.4 F = 200, d = 100, 200, 300

Anche in questo caso, per le immagini più grandi a colpo d'occhio non si nota nessuna perdita di qualità dell'immagine.

Ingrandendo il più possibile, nel caso della soglia posta a 100, si notano piccoli artefatti. In particolare, nell'immagine del ponte si possono osservare i bordi delle finestre e un tasso di sgranatura più alto rispetto all'originale: Questo tipo di artefatti non si riescono

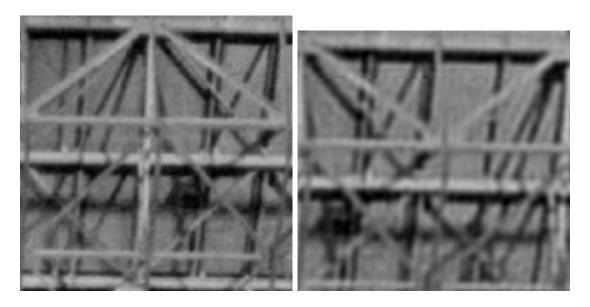


Figure 4.14: Bridge con F = 200, d = 100 vs originale

a trovare nella foto "Cathedral".

A maggior ragione, con soglie maggiori, la qualità dell'immagine compressa aumenta ulteriormente. Già con d posto a 200, infatti, gli artefatti spariscono anche dall'immagine del ponte.