

## Matemática 3

### PRÁCTICA 8: Test de Hipótesis.

Para cada uno de los ejercicios, modelice la situación y responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la hipótesis nula y cuál es la alternativa?
  - b) ¿Cuál es el estadístico que utiliza y qué distribución tiene bajo  $H_0$ ?
  - c) ¿Cuál es la zona de rechazo? Dibújela.
  - d) ¿Cuál es su conclusión para los datos observados? Recuerde responder en relación al enunciado.
  - e) ¿Puede dar una idea del p-valor? ¿Es exacto o aproximado?
1. Para cada una de las siguientes aseveraciones, indique si es una hipótesis estadística legítima y por qué:
    - a)  $H : \sigma > 0$
    - b)  $H : s \leq 0,20$
    - c)  $H : X - Y = 5$
    - d)  $H : \sigma_1/\sigma_2 < 1$
    - e)  $H : \mu \leq 0,1$
  2. Sea el estadístico de prueba  $Z$  con una distribución normal estándar cuando  $H_0$  es verdadera. Dé el nivel de significancia en cada una de las siguientes situaciones:
    - a)  $H_1 : \mu > \mu_0$ , región de rechazo  $z \geq 1,88$
    - b)  $H_1 : \mu < \mu_0$ , región de rechazo  $z \leq -2,75$
    - c)  $H_1 : \mu \neq \mu_0$ , región de rechazo  $z \leq -2,88$  o  $z \geq 2,88$
  3. Se supone que una máquina que llena cajas de cereal está calibrada, por lo que la media del peso de llenado es de 340 gr. Sea  $\mu$  la media verdadera del peso de llenado. Suponga que en una prueba de hipótesis  $H_0 : \mu = 340$  contra  $H_1 : \mu \neq 340$ , el p-valor es 0,30.
    - a) ¿Se debe rechazar  $H_0$  con base en esta prueba? Explique.
    - b) ¿Puede concluir que la máquina está calibrada y decir que la media del peso de llenado es de 340 gr? Explique.
  4. Un proceso de fabricación produce cojinetes de bola con diámetros que tienen una distribución normal y una desviación estándar  $\sigma = 0,04$ . Los cojinetes de bola que tienen diámetros muy pequeños o muy grandes son indeseables. Para poner a prueba la hipótesis nula de que  $\mu = 0,5$ , se selecciona al azar una muestra de 25 cojinetes y se encuentra que la media muestral es 0,51.

- a) Establezca las hipótesis nula y alternativa tales que el rechazo de la hipótesis nula implique que los cojinetes de bola son indeseables.
  - b) Con  $\alpha = 0,02$ , ¿cuál es el valor crítico para el estadístico de prueba? Realice el test.
5. Cuando está operando adecuadamente, una planta química tiene una media de producción diaria de por lo menos 740 toneladas. La producción se mide en una muestra aleatoria simple de 60 días. La muestra tenía una media de 715 toneladas por día y desviación estándar de 24 toneladas por día. Sea  $\mu$  la media de la producción diaria de la planta. Un ingeniero prueba que  $H_0 : \mu \geq 740$  contra  $H_1 : \mu < 740$ .
  - a) Determine el p-valor.
  - b) ¿Piensa que es factible que la planta esté operando adecuadamente o está convencido de que la planta no funciona en forma adecuada? Explique su razonamiento.
6. Pruebe la hipótesis de que el contenido medio de los envases de un lubricante específico es de 10 litros, si los contenidos de una muestra aleatoria de 10 envases son:

10,2   9,7   10,1   10,3   10,1   9,8   9,9   10,4   10,3   9,8

Utilice un nivel de significancia de 0,01 y suponga que la distribución del contenido es normal.

7. Para determinar el efecto del grado de combustible en la eficiencia del combustible, 80 nuevos automóviles de la misma marca, con motores idénticos, fueron conducidos cada uno durante 1000 millas. Cuarenta de los automóviles funcionaron con combustible regular y otros 40 con combustible de grado Premium; los primeros tenían una media de 27,2 milla/galón, con desviación estándar de 1,2 milla/galón. Los segundos tenían una media de 28,1 milla/galón y una desviación estándar de 2,0 milla/galón. ¿Puede concluir que este tipo de automóvil tiene mejor millaje con combustible Premium? Utilice el p-valor.
8. Se probó la velocidad en cierta aplicación de 50 chips nuevos de computadora, con otra cantidad igual de diseño viejo. La velocidad promedio, en MHz, de los nuevos chips fue de 495,6, y la desviación estándar de 19,4. La velocidad promedio de los chips viejos fue de 481,2, y la desviación estándar fue de 14,3.
  - a) ¿Se puede concluir que la media de la velocidad de los nuevos es mayor que la de los chips viejos? Establezca las hipótesis nula y alternativa adecuadas y después encuentre el p-valor.
  - b) Una muestra de 60 chips aún más viejos tenía velocidad promedio de 391,2 MHz, con desviación estándar de 17,2 MHz. Alguien afirma que los nuevos chips tienen una velocidad promedio mayor a 100 MHz que los más viejos. ¿Los datos proporcionan evidencias convincentes para esta afirmación? Establezca las hipótesis nula y alternativa y después determine el p-valor.
9. Se considera usar dos marcas diferentes de pintura látex. El tiempo de secado en horas se mide en especímenes de muestras del uso de las dos pinturas. Se seleccionan 15 especímenes de cada una y los tiempos de secado son los siguientes:

**Pintura A:**

3,5 2,7 3,9 4,2 3,6 2,7 3,3 5,2 4,2 2,9 4,4 5,2 4,0 4,1 3,4

**Pintura B:**

4,7 3,9 4,5 5,5 4,0 5,3 4,3 6,0 5,2 3,7 5,5 6,2 5,1 5,4 4,8

Suponga que el tiempo de secado se distribuye normalmente con  $\sigma_A = \sigma_B$ , y que ambos tiempos de secado son independientes.

- a) Encuentre un intervalo de confianza para la diferencia de las medias  $\mu_B - \mu_A$  de nivel 95 %.
- b) Utilice el intervalo usado en (a) para hacer un test para decidir si las medias difieren.
10. Se estudia el flujo de tráfico en dos intersecciones transitadas entre las 4 P.M. y las 6 P.M. para determinar la posible necesidad de señales de vuelta. Se descubrió que en 21 días laborales hubo en promedio 247.3 automóviles que se aproximaron a la primera intersección desde el sur y dieron vuelta a la izquierda, mientras que en 11 días laborales hubo en promedio 254.1 automóviles que se aproximaron a la segunda intersección desde el sur y dieron vuelta a la izquierda. Las desviaciones estándar muestrales correspondientes son  $s_1 = 15,2$  y  $s_2 = 18,7$ .

Suponga que las distribuciones son normales y que hay independencia entre ambas muestras. Pruebe la hipótesis nula  $\mu_1 - \mu_2 = 0$  contra la alternativa  $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$  con nivel de significancia  $\alpha = 0,01$ .

11. La directiva de una compañía de taxis está tratando de decidir si debe cambiar de neumáticos normales a neumáticos radiales para mejorar el ahorro de combustible. Se equiparon cada uno de los diez taxis con uno de los dos tipos de neumáticos y se condujeron en una trayectoria de prueba. Sin cambiar de conductores, se seleccionó el tipo de neumáticos y se repitió la trayectoria de prueba. El ahorro de combustible (en millas/galón) para los diez automóviles fue:

|        | Automóvil |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|        | 1         | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| radial | 32,1      | 36,1 | 32,3 | 29,5 | 34,3 | 31,9 | 33,4 | 34,6 | 35,2 | 32,7 |
| normal | 27,1      | 31,5 | 30,4 | 26,9 | 29,9 | 28,7 | 30,2 | 31,8 | 33,6 | 29,9 |

Asuma que la diferencia en ahorro de combustible entre ambos neumáticos es aproximadamente normal.

- a) Debido a que el cambio de neumáticos en la flota de taxis es caro, la directiva no quiere cambiar a menos que una prueba de hipótesis proporcione evidencias de que mejorará el millaje. Establezca la hipótesis nula y alternativa adecuadas, y encuentre el p-valor.

- b) Un análisis costo-beneficio muestra que será provechoso cambiar a neumáticos radiales si la media de la mejora del millaje es mayor a dos millas/galón. Establezca la hipótesis nula y alternativa adecuadas, y encuentre el p-valor, para una prueba de hipótesis diseñada como base de la decisión de cambiar.
12. El departamento de seguridad de un gran edificio de oficinas quiere probar la hipótesis nula de que  $\sigma = 2,0$  minutos para el tiempo que tarda un guardia en realizar su rondín contra la hipótesis alternativa de que  $\sigma \neq 2,0$  minutos. ¿Qué se puede concluir con un nivel de significancia de 0,01, si una muestra aleatoria de tamaño  $n = 31$  da como resultado  $s = 1,8$  minutos? Asuma que la muestra proviene de una distribución normal.
13. Con referencia al Ejercicio 10, use el nivel de significancia de 0,05 para probar la afirmación de que existe una mayor variabilidad en el número de automóviles que dan vuelta a la izquierda aproximándose desde el sur entre 4 P.M. y 6 P.M. en la segunda intersección.
14. Un taller acaba de recibir una máquina nueva y busca ajustarla correctamente. Según el técnico vendedor de la máquina, la máquina está ajustada para que no produzca más de un 4 % de piezas defectuosas. Al tomar una muestra de 350 piezas producidas, encuentra 10 defectuosas. La empresa no puede permitirse un nivel de defectuosos mayor de 5 %. Razonar qué tipo de test se debe realizar con el fin de determinar si la máquina se encuentra mal ajustada y realizar dicho contraste con  $\alpha = 0,05$ .
15. En una muestra de 100 lotes de un producto químico comprado al distribuidor A, 70 satisfacen una especificación de pureza. En una muestra de 70 lotes comprada al distribuidor B, 61 satisfacen la especificación. ¿Puede concluir que una proporción mayor de los lotes del distribuidor B satisface la especificación? Utilice el p-valor.