**LAB-TS-4. ANALIZA COMPORTARII SISTEMLOR DE REGLARE AUTOMATĂ (SRA) ÎN REGIM STATIONAR CONSTANT (RSC). CALCULUL VALORILOR DE REGIM STAŢIONAR CONSTANT (VRSC) ALE MĂRIMILOR UNUI SRA**

**A. OBIECTIVELE LUCRĂRII.** 1. Studiul proprietăţilor sistemelor de reglare automată (SRA) în regim staţionar constant (RSC). 2. Calculul valorilor de regim staţionar constant (VRSC) ale SRA. 3. Calculul statismului artificial al unui SRA.

**B. CONSIDERAŢII TEORETICE.**

***1. Regimul staţionar constant.*** Într-un sistem - în particular SRA - *regimul staţionar constant* (RSC) se poate stabili:

- dacă sistemul este stabil,
- dacă intrările sistemului iau valoare constantă în timp, adică:
  $w_\infty$=const şi $v_\infty$=const. (1)

Indicele $\infty$ marchează valorile de regim staţionar constant (VRSC) stabilite în sistem. Stabilirea RSC presupune deci *anularea efectelor de derivare şi de integrare din sistem*.

***2. Condiţiile de stabilire a VRSC ale unui sistem şi relaţii specifice.*** VRSC aferente unui sistem pot fi determinate:

- *pe cale analitică*: în acest scop sunt apelate diversele MM aferente sistemului, explicitate în RSC;
- *pe cale experimentală*, din măsurări de RSC efectuate asupra mărimilor sistemului.

Condiţia analitică de atingere a RSC poate fi exprimată în forme diferite.

***(a) În cazul sistemelor în timp continuu (SC).***

❑ În cazul sistemelor caracterizate prin MM-ISI:

$$\underline{x}' = \underline{x}'_\infty = \underline{0}. \qquad (2\text{-a})$$

❑ În cazul sistemelor caracterizate prin MM-II, anularea efectelor de derivare presupune:

$$y^{(\nu)} = 0 \quad \text{şi} \quad u^{(\mu)} = 0 \quad \text{pentru } \nu, \mu > 0, \qquad (2\text{-b})$$

Pentru o funcţie de transfer (f.d.t.) raţională:

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + \ldots + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_0} \text{ cu } m \le n,\ b_0 \ne 0 \text{ şi } a_0 \ne 0. \qquad (3)$$

Atunci pentru $t \to \infty$, în baza **teoremei valorii finale** (TVF) rezultă:

$$y_\infty = \lim_{s \to 0} s \cdot H(s) \frac{1}{s} u_\infty = H(0)\, u_\infty \quad \text{şi corespunzător} \quad k = \frac{b_0}{a_0}. \qquad (4\text{-a})$$

Pentru orice valoare $u_\infty$=const $\ne 0$ există o valoare $y_\infty$= const $\ne 0$. *k* este cunoscut, de asemenea, sub numele de **coeficient de transfer în RSC** sau **factor de amplificare în RSC**.

Reprezentarea grafică a dependenţei:

$$y_\infty = f(u_\infty) \qquad (4\text{-b})$$

poartă denumirea de *caracteristică statică (CS)* a sistemului.

Expresia transformatei Laplace a ieşirii sistemului de reglare automată convenţională (SRA-c, buclei de reglare) din fig. B-2 este

$$z(s) = H_{zw}(s) w(s) + H_{zv}(s) v(s)\,; \qquad (5)$$

după aplicarea TVF, relaţia (5) devine:

$$z_\infty = H_{zw}(0) w_\infty + H_{zv}(0) v_\infty, \qquad (6)$$

în care $H_{zw}(0) = k_1$ şi $H_{zv}(0) = k_2$, iar $k_1$ şi $k_2$ sunt coeficienţii de transfer în RSC ai SRA-c.

În particular, pentru blocurile de tip P, I şi D:

- blocurile de tip proporţional (P) (şi PT1, PDT1,…) cu $a_0 \ne 0$ şi $b_0 \ne 0$

  $$y_\infty = k \cdot u_\infty\,; \qquad (7)$$

  aceste blocuri *prezintă caracteristici statice.*
- blocurile de tip integrator (I) (sau cu componentă I distinctă), fig. B-1 (a), recunoscute prin $a_0$=0:

  $$u_\infty = 0 \to y_\infty = \text{const}\,, \quad \text{este posibilă orice valoare constantă.} \qquad (8)$$

  Aceste tipuri de blocuri *nu prezintă caracteristică statică* (CS);

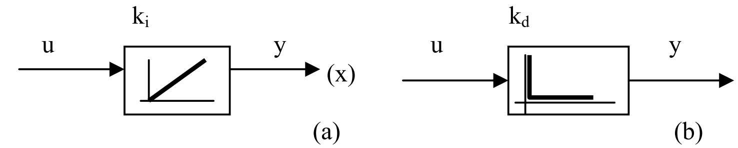


Fig. B-1. Blocurile de tip I şi D.

- blocurile de tip derivativ (D) (sau cu componentă D distinctă), fig. B-1 (b), recunoscute prin $b_0$=0:

  $$u_\infty = \text{const} \to y_\infty = 0\,, \ u_\infty \text{ poate lua orice valoare constantă posibilă.} \qquad (9)$$

  Aceste tipuri de blocuri *nu prezintă caracteristică statică.*

***(b) În cazul sistemelor în timp discret (SD).*** În RSC sunt valabile următoarele condiţionări de caracterizare matematică a funcţionării sistemului:

❑ Pentru sistemele caracterizate de MM-ISI, referitor la mărimile de stare:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k = \underline{x}_\infty. \qquad (10)$$

❑ Dacă sistemul este stabil şi este cunoscut prin MM-II caracterizat de o f.d.t. raţională:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_m z^m + \ldots + b_0}{a_n z^n + \ldots + a_0}, \qquad (11)$$

cu $m \le n$, $\Sigma b_\mu \ne 0$ şi $\Sigma a_\nu \ne 0$, atunci în baza **TVF** rezultă:

$$y_\infty = \lim_{z \to 1} \frac{z-1}{z} H(z) \frac{z}{z-1} u_\infty \qquad \text{și corespunzător} \qquad k = H(1) = \frac{\Sigma b_\mu}{\Sigma a_\nu} \tag{12}$$

În particular, pentru:

- blocurile de tip P: $y_\mu = y_\infty = \text{const}$ $u_\mu = u_\infty = \text{const.}$ (13)

$y_\infty = k\, u_\infty$ cu $k = H(1)$ ; (14)

aceste tipuri de blocuri *prezintă caracteristici statice*;

- blocurile de tip integrator (I) (cu componentă I distinctă):

$u_\infty = 0 \rightarrow y_\infty = y_k = y_{k+1} = \text{const}$, orice valoare posibilă; (15)

- blocurile (D) de tip derivativ (D) (cu componentă D distinctă):

$u_\infty = u_k = u_{k+1} = \text{const} \rightarrow y_\infty = 0$. (16)

**3. Situații de calcul al VRSC ale SRA.**

***3.1. Calculul VRSC ale sistemelor caracterizate prin MM-ISI.***

***Sisteme în timp continuu:*** ***Sisteme în timp discret:***

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = \underline{C}\underline{x}(t) + \underline{D}\underline{u}(t) \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{x}(t+1) = \underline{A}\,\underline{x}(t) + \underline{B}\,\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = \underline{C}\,\underline{x}(t) + \underline{D}\,\underline{u}(t) \end{cases}. \tag{17}$$

cu r – numărul intrărilor, n – numărul stărilor și q – numărul ieșirilor. În condițiile de RSC (2-a) și (10), se obține:

$$\begin{cases} \underline{0} = \underline{A}\underline{x}_\infty + \underline{B}\underline{u}_\infty \\ \underline{y}_\infty = \underline{C}\underline{x}_\infty + \underline{D}\underline{u}_\infty \end{cases} \qquad \begin{cases} \underline{x}_\infty = \underline{A}\underline{x}_\infty + \underline{B}\underline{u}_\infty \\ \underline{y}_\infty = \underline{C}\underline{x}_\infty + \underline{D}\underline{u}_\infty \end{cases}. \tag{18}$$

(18) este un sistem algebric cu (n+q) ecuații în (n+r+q) VRSC. Dacă sunt cunoscute *r* VRSC și sistemul algebric este compatibil, atunci pot fi determinate celelalte *n + q* VRSC.

***3.2. Calculul VRSC în cazul sistemelor care sunt cunoscute prin schema bloc informațională cu blocurile caracterizate prin MM-II sau MM-ISI.*** Pentru blocurile tipizate menționate, relațiile de calcul al VRSC sunt sintetizate în tabelul 1.

Procedura de calcul:

- Se explicitează pentru fiecare din blocurile tipizate (I, D, P, …) condițiile de funcționare în RSC și se scriu relațiile de calcul ale VRSC:
  - pentru blocuri I: $u_\infty = 0 \rightarrow y_\infty = \text{const}$,
  - pentru blocuri D: $u_\infty = \text{ct.} \rightarrow y_\infty = 0$,
  - pentru blocuri P: $u_\infty = \text{const} \rightarrow y_\infty = k \cdot u_\infty$.
- Se obține un sistem algebric cu dimensiunea dependentă de complexitatea sistemului; în principiu rezultă un sistem de (n+q) ecuații cu (n+q+r) VRSC.
- Dacă este cunoscut un număr suficient de VRSC în raport cu care sistemul este compatibil (r VRSC, dar nu oricare), pot fi calculate celelalte VRSC din sistem.

Tabelul 1.

| Tip bloc | Timp continuu | Timp discret |
|---|---|---|
| **P** | $y_\infty = \frac{b_0}{a_0} u_\infty$ | $y_\infty = \frac{\sum b_i}{\sum a_j} u_\infty$ |
| **I** | $u_\infty = 0$<br>$y_\infty = \text{const}$ | $u_k = 0$<br>$y_k = const$ pentru $k > k_0$ |
| **D** | $u_\infty = \text{const}$<br>$y_\infty = 0$ | $u_{k+1} = u_k$<br>$y_k = 0$ pentru $k > k_0$ |

**4. Studiul SRA în RSC.**

Sistemele de reglare automată (fig. B-2) (cu RG – regulator, EE – element de execuție, PC – proces condus și EM – element de măsură) trebuie să asigure de regulă:

- eroare de reglare staționară de valoare nulă:

$e_\infty = w_\infty - y_\infty = 0$ $\Leftrightarrow$ $y_\infty = 1 \cdot w_\infty$; (19)

- rejecția efectelor unor perturbații constante $v_\infty = \text{const}$:

$y_\infty = y_0 + 0 \cdot v_\infty$ cu $y_0 = 1 \cdot w_\infty$; (20)

- funcționarea în jurul diverselor puncte de funcționare și tranziția între acestea;
- regimuri tranzitorii convenabile.

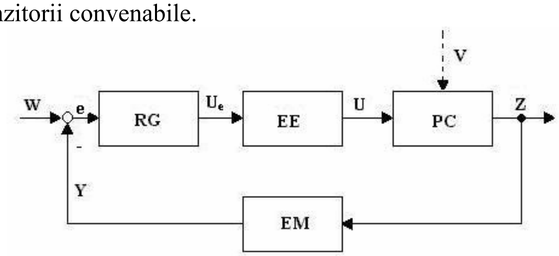


Fig. B-2. Schema bloc aferentă unui SRA-c.

- ❑ Relațiile (19) și (20) sunt valabile doar în cazul SRA cu RG cu componentă integratoare adusă de regulator (SRA de tip 1 sau 2).
- ❑ În cazul SRA de tip 0 cu RG fără componentă integratoare, valoarea erorii de reglare staționare $e_\infty$ va fi nenulă:

$$y_\infty = \frac{k_0}{1+k_0} \cdot w_\infty + \gamma_n\, v_\infty \text{, în care} \tag{21-a}$$

$$\gamma_n = \left.\frac{y_\infty}{v_\infty}\right|_{w_\infty=0}$$ reprezintă *statismul natural* al sistemului. (21-b)

şi este o măsură a sensibilităţii ieşirii în raport cu perturbaţia.
În acest caz, în RSC eroarea de reglare este nenulă ($e_\infty \neq 0$) cu:

$$e_\infty = w_\infty - y_\infty = \frac{1}{1+k_0} \cdot w_\infty + \gamma_n \; v_\infty . \tag{22}$$

Pentru EM de tip P ($PT_1$, ...), relaţia de RSC este:

$$y_\infty = k_M \, z_\infty \tag{23}$$

şi se poate scrie:

$$z_\infty = \frac{1}{k_M} \cdot \frac{k_0}{1+k_0} \cdot w_\infty + \frac{1}{k_M} \gamma_n \cdot v_\infty . \tag{24}$$

$\gamma_{n(z)} = 1/k_M \cdot \gamma_n$ reprezintă statismul natural al sistemului în mărimea de ieșire de apreciere *z*. În general, pentru un SRA sunt exprimate:

$$\gamma_n = \left.\frac{y_\infty}{v_\infty}\right|_{w\infty=0} = \frac{k_{N(y)}}{1+k_0} \quad [\text{<y>/<v>}], \tag{25-a}$$

$$\gamma_{n(z)} = \left.\frac{z_\infty}{v_\infty}\right|_{w\infty=0} = \frac{k_{N(z)}}{1+k_0} \quad [\text{<z>/<v>}], \quad \text{cu} \quad k_0 = k_C \, k_{PC}, \tag{25-b}$$

în care $k_{N(y)}$ şi $k_{N(z)}$ sunt coeficienţi de transfer care depind de proces şi de regulator.
Statismul natural poate fi modificat prin modificarea lui $k_R$; această modificare poate afecta însă stabilitatea sistemului. Pentru o valoare dorită a statismului $\gamma_{nd}$, poate fi calculată valoarea necesară a lui $k_R$ pentru $k_N$ şi $k_{PC}$ cunoscute:

$$k_{Rnec} = \frac{k_N - \gamma_{nd}}{\gamma_{nd} \, k_{PC}}. \tag{26}$$

**În sinteză:**

- În cazul SRA cu RG de tip I, PI, PID: $e_\infty = 0$ și $\gamma_n = 0$.
- În cazul SRA cu RG de tip P, $PT_1$: $e_\infty \neq 0$ și $\gamma_n \neq 0$.

Reprezentările grafice ale dependenţelor de RSC ale SRA sunt numite:
$y_\infty = f(w_\infty)$ pentru $v_\infty$= const caracteristică de prescriere, (27-a)
$y_\infty = f(v_\infty)$ pentru $w_\infty$= const caracteristică de sarcină. (27-b)
Statismul natural poate fi explicitat şi în unităţi raportate (normate) şi în procente:

$$\gamma_{n(z)}{}^{*} = \frac{\Delta z_\infty / z_n}{\Delta v_\infty / v_n} = \frac{\Delta z_\infty}{\Delta v_\infty} \cdot \frac{v_n}{z_n} = \gamma_{n(z)} \frac{v_n}{z_n} \quad \text{şi în [\%]:} \quad \gamma_{n(z)}{}^{\%} = \gamma_{n(z)} \cdot \frac{v_n}{z_n} \cdot 100\% . \tag{28}$$

## C. STUDII DE CAZ PENTRU A ÎNȚELEGE CONCEPTELE DE BAZĂ PREZENTATE ÎN ACEST LABORATOR.

**SC-1.** Se consideră structura de SRA din fig.C-1. Ea corespunde schemei bloc simplificate pentru o acționare cu un motor de curent continuu (m.c.c.). Regulatorul este de tip PI cu funcția de transfer $H_{PI}(s)=k_C(1+sT_r)/(sT_r)$, în care valorile parametrilor sunt $k_R=5$ și $T_r=1$. Pentru celelalte blocuri valorile parametrilor sunt:
- pentru elementele de execuție în paralel $k_{E1}=10$ (20), $k_{E2}=15$ (20);
- pentru procesul propriu-zis (m.c.c.) $k_1=0.08$, $T_1=0.05$, $1/T_i= 1/0.1$, $k_{em}=0.8$;
- pentru elementul de măsură (senzorul) $k_{EM}= 0.02$.

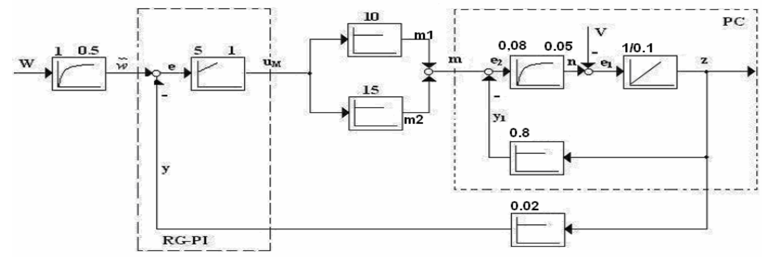


Fig. C-1.

Se cere:
(a) Să se determine $H_{z\text{-}w}(s)$ și $H_{z\text{-}v}(s)$; să se analizeze dacă pentru valorile date ale parametrilor RG, SRA este stabil și să se aprecieze valoarea rezervei de fază a sistemului (buclei de reglare). Dacă $T_r$ are valoarea indicată, să se determine valoarea minimă a lui $k_R$ la care sistemul devine instabil.
(b) Să se calculeze VRSC din sistem {$e_\infty$, $u_{M\infty}$, $y_\infty$, $y_{1\infty}$, $e_{2\infty}$, $y_{2\infty}$, $n_\infty$, $e_{1\infty}$} pentru combinația de valori ale intrărilor indicate în tabelul SC-1 (s-a omis indicele ∞):

Tabelul SC-1.

| w | v | e | u | y | $y_1$ | $e_2$ | $y_2$ | n | $e_1$ | m | $m_1$ | $m_2$ | z | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | (1) |
| 3 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | (2) |
| 6 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | (3) |
| 6 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | (4) |
| 6 | 10 | | | | | | | | | | | | | | | (5) |

(c) Să se determine valoarea lui $w_{\infty nec}$, care asigură $z_\infty = 250$ şi $z_\infty = 350$ în condițiile $v_\infty = 10$ respectiv $v_\infty = 15$; calculați VRSC ale celelorlalte mărimi ale SRA (se întocmeşte un tabel similar tabelului SC-1).
(d) O defecțiune în elementul de execuție E1 cu $k_{E1} = 10$ (20), este echivalentă cu $m_{1\infty} = 0$. Se acceptă că valoarea maximă a mărimii de execuție $m_2$ este egală cu $m_{2max} = 1.5\ m_{2n}$, în care $m_{2n} = m_{2\infty}$ ($m_{2\infty}$ preluată din linia (5) a tabelului SC-1); să se analizeze dacă sistemul poate funcționa în aceste condiții în regimurile (4) şi (5) date în tabelul SC-1. Calculați celelalte VRSC din sistem şi interepretați rezultatele obținute.
(e) Să se proiecteze o structură care să realizeze un statism artificial de –5% în ieşirea de măsură *y*. Valorile nominale ale mărimilor sunt cele corespunzătoare liniei (5) a tabelului SC-1.
(f) Să se reia întregul studiu de caz considerând regulatorul de tip PDTI cu funcția de transfer:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{a_1 s + a_0} \qquad b_0 = 5\ , \quad b_1 = 12.5\ . \qquad a_1 = 0.1\ , \quad a_0 = 1$$

În prealabil să se expliciteze parametrii $k_R$, $T_f$ şi $T_d$ ai regulatorului.

**SC-2.** Se consideră structura de SRA din fig. C-2. Schema corespunde schemei bloc simplificate a SRA a tensiunii la bornele unui generator sincron. Regulatorul este de tip PI, cu valorile parametrilor indicate în fig. C-2.

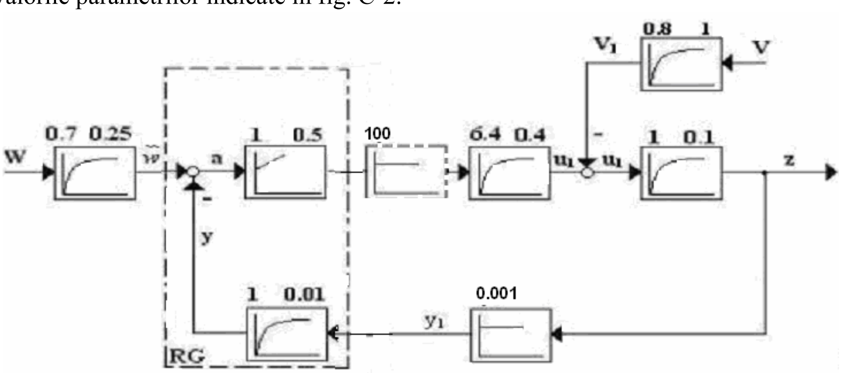

Fig. C-2.

Se cere:
(a) Pentru pentru $w_\infty = 10$ şi $v_\infty = 1250$ să se determine VRSC ale celorlalte mărimi ale sistemului.
(b) Să se determine VRSC $w_\infty$ care asigură la ieşire valoarea $z_\infty = 6000$ pentru $v_\infty = 1000$; de asemenea să se calculeze VRSC ale celorlalte mărimi ale sistemului.
(c) Să se determine funcțiile de transfer (caracteristicile de transfer) $H_{z\text{-}w}(s)$ şi $H_{z\text{-}v}(s)$ şi să se analizeze stabilitatea sistemului. Afectează creşterea de 10 ori a valorii lui $k_R$ statismul sistemului?

**SC-3.** Se consideră SRA-c în timp discret, cu structura din fig. C-3, în care ER – element de reținere (extrapolator de ordinul zero) şi PC – procesul condus. Dispozitivul de conducere numerică (DC-N) este descris de f.d.t. următoare, obţinută prin discretizarea unor legi de reglare continue prin metoda trapezelor ($T_e$ – perioada de eşantionare):

$$H_R(z) = H_R(s)\Big|_{s=\frac{2}{T_e}\frac{z-1}{z+1}},$$

F-w (filtrul de referință): $H_{F-w}(z^{-1}) = \dfrac{0.2 + 0.2z^{-1}}{1 - 0.6z^{-1}}$,

F-y (filtrul de ieşire reglată): $H_{F-y}(z^{-1}) = \dfrac{0.8 - 0.8z^{-1}}{1 - 0.6z^{-1}}$,,

AR (algoritmul de reglare): $H_R(z^{-1}) = \dfrac{2.05 - 1.95z^{-1}}{1 - z^{-1}}$, cu $T_e$=0.5 sec.

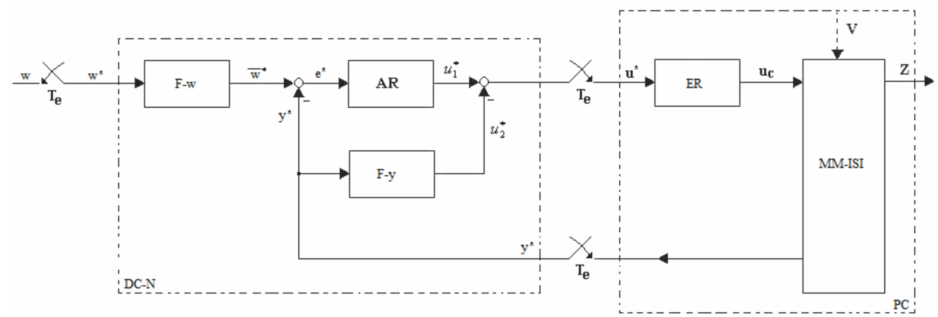

Fig. C-3.

Se cere:
(a) Să se descrie algoritmul de reglare (AR) numerică ce caracterizează DC-N ($u^*_1(k)$, $u^*_2(k)$, $u(k) = u^*_1(k) - u^*_2(k)$ ca funcții de intrările $w^*(k)$ şi $y^*(k)$ ) şi să se scrie programul de implementare în pseudocod.
(b) Procesul condus este caracterizat de MM-ISI în timp continuu:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.2x_1 + 200u_c \\ \dot{x}_2 = 0.6x_1 - x_2 + 2.5u_c - 50v \\ y = 0.005x_2 \\ z = 5x_2 \end{cases}.$$

Să se determine VRSC aferente mărimilor PC pentru $u_{c\infty} = 10$ şi $v_\infty = 50$:

$\{u_{c\infty}, x_{1\infty}, x_{2\infty}, z_\infty, y_\infty\}$.

Să se expliciteze f.d.t. aferentă PC şi valoarea coeficientului de transfer aferent elementului de măsură, $k_M = y_\infty / z_\infty$.

(c) Să se determine VRSC aferente mărimilor SRA pentru $w_\infty = 10$ şi $v_\infty = 50$:

$\{e^*, \overline{w}^*, u_1^*, u_2^*, u^*, u_{c\infty}, x_{1\infty}, x_{2\infty}, z_\infty, y_\infty\}$.

(d) Precizaţi o modalitate de creştere de 5 ori a coeficientului de transfer al AR, fără modificarea comportării dinamice a acestuia. Explicitaţi ecuaţia de recurenţă modificată.

**SC-4.** Se consideră structura de SRA-c din fig. C-4. Sunt cunoscute regulatoarele:

PDT1: $H_{RG}(s) = \dfrac{2(1+2s)}{1+0.1s}$, PI: $H_{RG}(s) = \dfrac{2(1+2s)}{s}$.

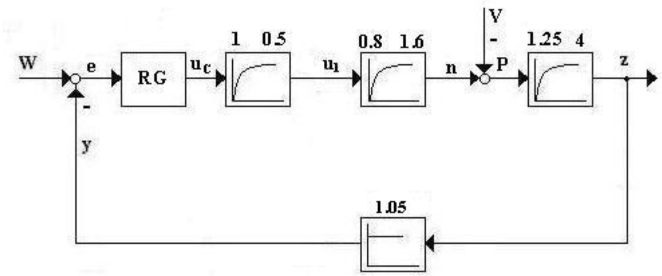


Fig. C-4.

Se cere:

(a) În cazul RG de tip PDT1, pentru $w_\infty$= 7 şi $v_\infty$= 1.25 să se determine toate valorile de RSC ale mărimilor din sistem.

(b) Să se calculeze statismul natural ($\gamma_n$) în ieşirea de măsură *y*.

(c) Să se rezolve din nou cerinţele de la punctele (a) şi (b) în cazul RG de tip PI şi să se calculeze expresia parametrului $k_{bcv}$ în cadrul unei structuri de tip feedforward în raport cu perturbaţia *v* care asigură un statism artificial de 5%. Valorile nominale ale mărimilor sunt cele corespunzătoare punctului (a) calculate în cazul RG de tip PDT1.

**Bibliografie**

[1] S. Preitl, R.-E. Precup, Z. Preitl, *Structuri şi algoritmi pentru conducerea automată a proceselor, vol. 1 şi 2*, Editura Orizonturi Universitare, Timişoara, 2009.

[2] S. Preitl, *Tehnica reglării automate*, Note de curs, Universitatea "Politehnica" din Timişoara, 2006-2008.

[3] S. Preitl, *Elemente de reglare automată*, Note de curs, Universitatea "Politehnica" din Timişoara, 2006-2008.

[4] S. Preitl, *Introducere în automatică*, Note de curs, Universitatea "Politehnica" din Timişoara, 2006-2008.