

Formule

~~40~~

I MECANICA CLASICĂ

- prima parte (seminarul 1)
- a doua parte (seminarul 2)

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

vectorul
de poziție

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

vectorul
deplasare

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

viteza
medie

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}}$$

viteza
momentană (derivata I în raport
cu timpul)

$$a_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

acceleerația
medie

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$$

acceleerația
momentană (derivata a II-a în raport
cu timpul)

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Forța
(Princip. II)

$$\vec{G} = m \cdot \vec{g} \quad \text{Greutatea}$$

$$F = K \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{Forța de atracție gravitațională}$$

$$K = 6,673 \cdot 10^{-11}$$

$$F_f = \mu \cdot N \quad \text{Forța de frecare}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad \text{impulsul}$$

$$\text{presiunea} = \frac{F}{S}$$

Momentul forței

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\leftrightarrow \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Momentul cinetic

$$\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\leftrightarrow \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad \text{Ecuația Galilei}$$

$$\vec{x} + \vec{y} = \vec{R}$$

forțe
(compușe)

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}$$

$$\boxed{L = F \cdot d} \quad ; \quad L = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{Lucru mecanic}$$

$$\boxed{E = E_c + E_p} \quad \text{Energia mecanică (totală)}$$

$$\boxed{E_c = \frac{mv^2}{2}} \quad \text{Energia cinetică}$$

$$\boxed{E_p = mgh} \quad \text{Energia potențială pt. câmpul gravitațional}$$

$$\boxed{E_p = \frac{k \cdot y^2}{2} \quad ; \quad E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}} \quad \text{Energia potențială pt. forțe elastice}$$

$$\boxed{E_p = qV} \quad \text{Energia potențială pt. câmpul electrostatic}$$

$$\boxed{P = \frac{L}{t}} \quad \text{Puterea mecanică}$$

Adăugări:

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle}$$

II Mișcarea oscilatorie

- a treia parte (seminar 3)

- Oscilații armonice libere

$$x(t) = A \sin(\omega t - \varphi)$$

↑ timp
↓
elongație amplitudină pulsate fază

ecuația
mișcării
oscilatorii

$$T = \frac{t}{N}$$

perioada
oscilației în funcție de timp (t) și
numărul oscilațiilor (N)

$$\omega = 2\pi \nu$$

$$\nu = \frac{1}{T}$$

frecvență

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$\Delta p = \omega \cdot t$$

$$v = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Cond. de max

$$\begin{cases} \cos(\omega t + \varphi_0) = 1. \\ \sin(\omega t + \varphi_0) = 1. \end{cases}$$

Oscilator armonic

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Oscilator motematic

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$E = \frac{k \cdot A^2}{2}$$

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$E_p = \frac{k \cdot y^2}{2}$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$F_e = -kx ; F_e = -ky \quad \text{forța elastică}$$

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l_0}{S_0}$$

Legea lui
Hooke

$$\underbrace{\left(\frac{\Delta l}{l_0} \right)}_{\varepsilon} = \frac{1}{E} \cdot \underbrace{\left(\frac{F}{S_0} \right)}_{\sigma}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \sigma = \varepsilon \cdot E \quad \text{Legea lui Hooke.}$$

$$F = k \cdot \Delta l \quad \text{forța de deformare}$$

1) Compunerea oscilațiilor paralele de aceeași pulsație

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(p_2 - p_1)}$$

$$\operatorname{tg} p = \frac{A_1 \sin p_1 + A_2 \sin p_2}{A_1 \cos p_1 + A_2 \cos p_2}$$

2) Compunerea oscilațiilor paralele de pulsație puțin diferite

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(2\Delta\omega t + p_2 - p_1)}$$

$$\text{Deci } A_1 = A_2$$

$$A = 2A_1 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{p_2 - p_1}{2}\right)$$

$$T_b = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Fenomenul
de bătăi

3) Compuarea oscilațiilor perpendiculare de aceeași pulsație

- elipsă generalizată

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{A_x} \frac{y}{A_y} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$x = A_x \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y = A_y \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{dacă } A_x = A_y \\ \text{cerc} \\ A_x > A_y, A_y > A_x \\ \text{elipsă} \end{array} \right)$$

- Oscilații amortizate

$$y = A e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 constanta lui Euler timp pulsație fază
 amplitudine coeficient amortizare

ecuația
unei oscilații
amortizate.

pulsația osc. amortizate

$$\beta = \frac{b}{2m}$$

coeficient
de amortizare

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Δ = decrementul
logaritmic

$$\Delta = \beta \cdot T$$

$$\Delta = \frac{\ln A_1}{\ln A_2}$$

- oscilații forțate (cîntinute)

$$y = A_p \sin(\omega_p t + \varphi_p)$$

ecuația
ose. cîntinute

$$A_p = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2 \omega_p^2}}$$

$$\varphi_p = \arctg \left| -\frac{2\beta \omega_p}{\omega_0^2 - \omega_p^2} \right|$$

$$\omega_p = \omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

Rezonanță

$$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$A_{rez} = \frac{F_0}{2\beta m \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

• Puterea instantanee absorbită

$$P_{abs} = F_0 \omega_p A_p \sin \omega_p t \cdot \cos(\omega_p t + \varphi_p)$$

• Puterea absorbită medie

$$\langle P_{abs} \rangle = \beta \cdot \frac{F_0^2}{m} \cdot \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2 \omega_p^2}$$

• Puterea instantanee disipată

$$P_{dis} = 2m\beta \left| \frac{dy_p}{dt} \right|^2$$

• Puterea disipată medie

$$\langle P_{dis} \rangle = m\beta \omega_p^2 A_p^2$$

$$\langle P_{abs} \rangle = \langle P_{dis} \rangle = P(\omega_p) = \beta \cdot \frac{F_0^2}{m} \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2 \omega_p^2}$$

• Puterea maximă

$$\frac{dP}{d\omega_p} = 0 \text{ condiția}$$

$$P_{max} = \frac{1}{4} \cdot \frac{F_0^2}{m\beta}$$

• Puterea efectivă

$$P = \frac{P_{max}}{2}$$

• Factorul de calitate

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$$

$$\Leftrightarrow Q = \omega_0 \tau$$

τ = timpul de relaxare.

$$\tau = \frac{1}{2\beta}$$

III Unde plane

$$y = A \sin \omega(t - t_1)$$

$$\lambda = u \cdot T$$

lungimea de undă
 $u = \text{viteza}$.

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$y = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$y = A \sin(\omega t - \underbrace{\vec{k} \cdot \vec{r}}_{\text{faza undei}})$$

faza undei

ec. undei
armonice
monocromatice
plane.

-11-
pt. propagarea de-a lungul
unei direcții oarecare

$$V_g = \frac{\omega}{k} \vec{n} \quad , \quad \boxed{V_f = u}$$

viteză de fază

$$\boxed{V_g = u - \lambda \frac{du}{d\lambda}}$$

viteză de
grup.

Unități de măsură

~~11~~

I MECANICA CLASICĂ

- prima parte (seminoul 1)
- a doua parte (seminoul 2)

$$t = m, \Delta t = m, \Delta x = m, x = m$$

$$V_m = \frac{m}{s}, V = \frac{m}{s}$$

$$a_m = \frac{m}{s^2}, a = \frac{m}{s^2}$$

$$F = N$$

$$1N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

$$G = N$$

$$m = kg$$

$$p = kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$S = m^2$$

$$L = J$$

$$k = \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

constanta
atractivă
gravitațională

(1)

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2, E_p = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{Joule}$$

$$P = W \quad \text{Watt}$$

II Mișcarea oscilatorie
- a treia parte (seminar 3)

$$x = m \quad \rightarrow x - \text{elongație}$$

$$A = m$$

$$\omega = \frac{\text{rad}}{s}$$

$$T = s$$

$$t = s$$

$$l = m, \Delta l = m$$