ÎNTREBĂRI CU RĂSPUNSURI MULTIPLE

1. Amplitudinea oscilaţiei rezultante prin compunerea a două oscilaţii armonice paralele de aceeaşi pulsaţie şi aceeaşi amplitudine ($A_1 = A_2$), în fază este:

a) zero; *b)* $A^2 = 2A_1^2(1 + \cos 2n\pi)$; ***c)*** $A^2 = 4A_1^2 \cos^2 n\pi$;

d) $A = 2A_1$; *e)* $A = A_1$; *f)* $A = A_1/0{,}707$.

2. Traiectoria oscilaţiei rezultante prin compunerea a două oscilaţii perpendiculare pentru situaţia în care oscilaţiile sunt în cuadratură $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ este:

a) cerc, dacă $A_1 = A_2$; *b)* elipsă , dacă $A_1 > A_2$; *c)* elipsă, dacă $A_2 > A_1$;

d) dreaptă; *e)* parabolă; *f)* hiperbolă.

3. Amplitudinea unei oscilaţii amortizate scade de e^3 ori în timpul $t = 9T_a$. Decrementul logaritmic al oscilaţiei este:

a) 0,25; *b)* 1/3; *c)* 1,00; *d)* – 0,33; *e)* 0,47; *f)* $\ln(e)^{1/3}$.

R:$A(t)=Ae^{-\beta t}$; $A(t)/A(t+9T)=e^{9\beta T}=e^3$; $\beta T=\Delta=1/3$

4. Fenomenul de bătăi este caracterizat de:

a) diferenţa $|\omega_2 - \omega_1|$ este foarte mică;

b) raportul ω_2/ω_1 este mare;

c) modulaţie lentă atât în amplitudine cât şi în fază;

d) succesiune, în timp, de valori maxime şi minime ale amplitudinii procesului oscilator rezultant;

e) raportul ω_2/ω_1 este un număr iraţional;

f) amplitudinea oscilaţiei rezultante este constantă.

PROBLEME REZOLVATE

1.Un punct material de masă $m = 20$ g execute o mişcare oscilatorie armonică descrisă de ecuaţia: y=5sin $(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3})$ (cm).

a) Determinaţi energia totală a sistemului oscilant.

b) După cât timp acceleraţia devine $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}a_{max}$?

c) Care este forţa maximă ce acţionează asupra punctului material?

Rezolvare

a) $E = \frac{kA^2}{2}$; $k = m\omega^2$;E=(20x10^{-3}x10/36)x25x10^{-4}/2=0.69X10^{-5}J=6.9μJ

b) v=dy/dt=$5\frac{\pi}{6}\cos(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3})$ (cm/s)

a(t)=dv/dt=$-5\frac{\pi 2}{36}\sin(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3})$ (cm/s^2)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}a_{max} = a_{max}\sin(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3})$

$$\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3} = (-1)^k\frac{\pi}{3}; t = 2[(-1)^k - 1]$$

c) $F_{max} = ma_{max} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5(\pi/6)^2$=1.3mN

2. Un pendul elastic, m = 2 kg, k = 200 N/m, oscilează liniar amortizat cu perioada,

T_a = 2π/6s. Condiţiile iniţiale ale mişcării sunt: $t_0 = 0$, y_0 = 1 dm, v_0 = 14,4 km/h.

Să se afle:

1) Coeficientul de amortizare şi constanta de proporţionalitate a forţei de frecare cu viteza;

2) Decrementul logaritmic al amortizării.

3) Legea mişcării;

4) Legea vitezei de oscilaţie

Rezolvare

1) $\omega_0 = 10\ s^{-1}$; T_0 = 0,628 s; $\beta = 8\ s^{-1}$; b = 32 kg/s.

$\omega=(\omega_0^2-\beta^2)^{1/2}$; $\omega=2\pi/T_a=6s^{-1}$;$36=100-\beta^2$; $\beta=b/2m$

2) $\delta = 8\pi/3$

3) $y(t)=Ae^{-\beta t}\sin(\omega t+\varphi)$

$y_0=A\sin\varphi=0.1$;$v_0=4m/s=-8A\sin\varphi+6A\cos\varphi$;

$A\cos\varphi=0.8$;$A^2=0.01+0.64=0.65$; $tg\ \varphi=0.125$

4) $v(t)=A(-8)\ e^{-8t}\sin(6t+\varphi)+6Ae^{-8t}\cos(6t+\varphi)$

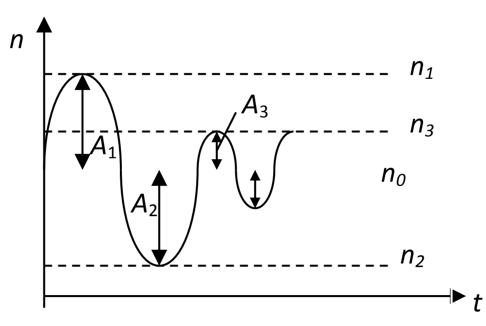
$y = 0,8\ e^{-8t}\cdot\sin(6t-0,56\pi)$; 4) $v = dy/dt$;

3. Acul unui galvanometru oscilează în jurul diviziunii n_0. Pentru trei deviaţii extreme succesive indicaţiile indicelui sunt: $n_1 = 20$, $n_2 = 15$, $n_3 = 18$. Considerând decrementul logaritmic al amortizării constant, să se determine:

1) Valoarea diviziunii n_0 pe care acul o va indica când se opreşte;
2) Perioada mişcării amortizate ştiind că, pornind de la indicaţia n_0, acul trece de $N = 20$ ori prin punctele extreme în decursul a $\Delta t = 8$ s.
3) Coeficientul de amortizare β.

***Rezolvare**:*

Dependenţa de timp a indicaţiilor galvanometrului este arătată în figura:



1) Amplitudinile succesive ale oscilaţiei indicelui sunt:

$$\begin{cases} A_1 = n_1 - n_0 \\ A_2 = n_0 - n_2 \\ A_3 = n_3 - n_0 \end{cases}$$

Relaţia între amplitudinile indicelui este:

$$\delta = \ln\frac{A_1}{A_2} = \ln\frac{A_2}{A_3} \text{ adică } \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3}.$$

Înlocuind indicaţiile obţinem:

$$\frac{n_1 - n_0}{n_0 - n_2} = \frac{n_0 - n_2}{n_3 - n_0}.$$

Soluţia ecuaţiei este:

$$n_o = \frac{n_1 n_3 - n_2^2}{n_1 + n_3 - 2n_2} = 16{,}4.$$

2) Din poziţia n_0 până la o poziţie extremă acul ajunge în timpul $T_a/5$. Relaţia dintre Δt şi N este:

$$\Delta t = (2N - 1)T_a / 4.$$

Perioada oscilaţiei amortizate este:

$$T_a = \frac{4\Delta t}{2N - 1}; \quad T_a = 0{,}82 \text{ s}.$$

$$\delta = \ln\frac{n_1 - n_0}{n_0 - n_2} = 0{,}41; \ \delta = \beta \cdot T_a/2, \ \beta = \frac{2\delta}{T_a} = 0{,}989\, s^{-1}.$$

4. Un corp de masă m = 0,25 kg agăţat de un resort, k = 1,50 N/m, efectuează o mişcare oscilatorie amortizată, b = 0,3 kgs^{-1}. Apoi, asupra corpului începe să acţioneze o forţă exterioară periodică de amplitudine F_0 = 0,12 N.

Ştiind că oscilatorul intră în rezonanţă cu forţa exterioară calculaţi pulsaţia de rezonanţă şi amplitudinea de oscilaţie a pendulului.

Rezolvare:

$$\omega_p = \omega_{rez} = \sqrt{\omega_o^2 - 2\beta^2}; \omega_o^2 = k/m = 6$$

B=b/2m=0.6s^{-1}

ω_{rez} = 2,13 s^{-1}

$$A_{p,rez} = \frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

A_{rez} = 0,17 m.

5. Să se găsească traiectoria unui punct material supus acţiunii a două oscilaţii armonice perpendiculare de ecuaţii $x = 4 \sin\pi t$ şi $y = 3 \cos 2\pi t$.

$\cos 2\pi t = 2 \cos^2\pi t - 1$;

$\cos^2\pi t = (y + 3)/6$;

$\sin^2\pi t = x^2/16$;

$y = 3(1 - x^2/8)$

6. Un oscilator cu masa m = 0,25 kg, efectuează o mişcare oscilatorie liberă amortizată. Coeficientul de amortizare este β = 0,78 s^{-1}. Perioada proprie de oscilaţie este $T_0 = 2/\sqrt{3}$ s. Apoi, o forţă exterioară perturbatoare $F = 0,1 \sin 6,28\, t$ îşi începe acţiunea asupra oscilatorului.

Să se stabilească legea de mişcare pentru oscilaţiile forţate.

$\omega = 2\pi \cdot s^{-1}$; $\omega_0 = \pi\sqrt{3}s^{-1}$, F_0 = 0,1N ;

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}};$$

A = 0,028 m; $\varphi_1 = \text{arc tg}\,\dfrac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$; $\varphi_1 = -3\pi/5$;

7. Într-un circuit *RLC* serie au loc oscilaţii amortizate ale câmpului electric şi ale câmpului magnetic. Sarcina electrică iniţială pe condensator este Q_0. Inductanta bobinei este L = 18 mH iar rezistenţa sa este R = 18 MΩ, C=1/18pF.

Utilizând analogiile electromecanice din tabelul 5.1 stabiliţi legea de variaţie a sarcinii electrice pe condensator şi calculaţi după cât timp sarcina maximă devine $Q_{max} = Q_0/5$.

Calculaţi diferenţa între pulsaţia circuitului *LC* şi pulsaţia circuitului *RLC*.

Indicaţii: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$; $R/L = 2\beta$, $1/LC = \omega_0^2$

$\omega_a^2 = 1/LC - R^2/4L^2$

$Q = Q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_a t + \varphi)$

$t = 2L(\ln 5/R)$, t = 2,77ms

$\omega_0^2 - \omega_a^2 = \beta^2 = 5 \cdot 10^8 s^{-2}$.

PROBLEME PROPUSE

1. Oscilatorul cu pulsaţia proprie ω_0 = 12 s^{-1} şi masa m = 0,01 kg este supus forţei variabile $\vec{F} = -B \cdot t \cdot \vec{i},\ B = 3N/s$. Condiţiile iniţiale ale mişcării sunt: t_0 = 0, y_0 = 0, v_0 = 0. Stabiliţi legea de mişcare dacă forţele de frecare sunt neglijabile.

2. Să se găsească ecuaţia traiectoriei unui punct material supus la două oscilaţii perpendiculare de ecuaţii: $x = 7\sin(3\pi t + \pi/2)$ cm şi $y = 7\sin 3\pi t$ cm.

3. Un pendul elastic, ω_0 = 20 s^{-1}, efectuează oscilaţii liniare amortizate. În decursul a n = 20 oscilaţii, amplitudinea scade de e^5 ori. Aflaţi:

1) decrementul logaritmic al amortizării;
2) perioada oscilaţiilor amortizate;
3) coeficientul de amortizare;

4. Un pendul elastic pentru care se cunosc k = 0,90 N/m şi m = 0,1 kg, oscilează într-un fluid pentru care constanta de proporţionalitate între forţa de frecare şi viteză este r = 2 kg/s. Condiţiile iniţiale ale mişcării pendulului elastic sunt: t_0 = 0, v_0 = 10 m/s, y_0 = 0.

Să se stabilească:

a) Legea mişcării, $y = f(t)$;
b) Legea vitezei, $v = f(t)$;

5. Un condensator plan cu capacitatea electrică C = 200 pF este încărcat printr-un rezistor de rezistenţă R = 0,2 MΩ, de către o sursă care are tensiunea la borne U = 11 V. Să se calculeze în cât timp tensiunea pe condensator creşte de la u_{C_1} = 5 V la u_{C_2} = 9V.

Referinţe bibliografice:

- I. LUMINOSU, NICOLINA POP, V. CHIRITOIU, M. COSTACHE , *Fizica - Teorie, Probleme, Teste,* Editura Politehnica, Timişoara, 2010