Nume și prenume	*Anul de studii*	*N = Nr. matricol,* *α = ultima cifră a lui N,* *β = prima cifră nenulă a lui N,* *γ = Nmod3*	*Data completării formularului*
XYZ Abc	*I, II, III, sau IV*	*N = ..., α = 2,* *β = 7, γ = 2.*	*16.12.2021*

Lucrarea de control nr. 2 _ P1_Setul de întrebări nr. 3 (probleme) - Răspunsuri

(Formularul completat se depune în format pdf până la ora 19:15)

a → **RN** → c

7. Regulatorul numeric din figură are f.d.t. $H_{RG}(z) = \dfrac{0.8z - 0.4}{z^2 - 1.2z + 0.2}$. Până la momentul t = 0 regulatorul s-a găsit în stare de repaos (condiții inițiale nule). La momentul t = 0 i se aplică la intrare semnalul $\{a[t]\}_{t \in N} = \{\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \cdots\}$. Calculați valoarea $c[3]$. (0.5 pt.)

Problema se bazează pe rezultatul exemplului de la pag. 97

Situației din enunț îi corespunde în domeniul timp discret relația

$$c[t] = 0.8\,a[t-1] - 0.4\,a[t-2] + 1.2\,c[t-1] - 0.2\,c[t-2] \quad (1)$$

$$\{a[t]\}_{t \in N} = \{2, 7, 2, \ldots\}$$

$$a[-1] = a[-2] = 0, \quad c[-1] = c[-2] = 0$$

$(1) \to c[0] = 0 \quad (2)$

$(1),(2) \to c[1] = 0.8\,a[0] + 1.2\,c[0] = 0.8 \cdot 2 = 1.6 \quad (3)$

$(1),(2),(3) \to c[2] = 0.8\,a[1] - 0.4\,a[0] + 1.2\,c[1] - 0.2\,c[0] =$

$= 0.8 \cdot 7 - 0.4 \cdot 2 + 1.2 \cdot 1.6 - 0 = 6.72 \quad (4)$

$(1) \div (4) \to c[3] = 0.8\,a[2] - 0.4\,a[1] + 1.2\,c[2] - 0.2\,c[1] =$

$= 0.8 \cdot 2 - 0.4 \cdot 7 + 1.2 \cdot 6.72 - 0.2 \cdot 1.6 = 6.544$

Soluție alternativă

$(1) \to c[0] = 0$

$(1),(2) \to c[1] = 0.8\,a[0] \quad (3')$

$(1),(2),(3') \to c[2] = 0.8\,a[1] - 0.4\,a[0] + 1.2\,c[1] =$

$= 0.8\,a[1] - 0.4\,a[0] + 0.96\,a[0] = 0.8\,a[1] + 0.56\,a[0] \quad (4')$

$(1),(2),(3'),(4') \to c[3] = 0.8\,a[2] - 0.4\,a[1] + 1.2\,c[2] - 0.2\,c[1] =$

$= 0.8\,a[2] - 0.4\,a[1] + 1.2(0.8\,a[1] + 0.56\,a[0])$

$- 0.2 \cdot 0.8\,a[0]$

$\to c[3] = 0.8\,a[2] + 0.56\,a[1] + 0.512\,a[0]$

$c[3] = 0.8 \cdot 2 + 0.56 \cdot 7 + 0.512 \cdot 2 = 6.544$

8. Pentru a demonstra că ați înțeles, în contextul cursului, „Exemplul 3” din cursul 7, secțiunea „Modele matematice intrare-stare-ieșire” în timp continuu, punctul „C) Abordarea în domeniul timp”, răspundeți la următoarele întrebări și explicați cum ați gândit. (0.2 pt. + 0.3 pt. + 0.3 pt.)

i) Care este răspunsul x(t) dacă sistemul se găsește în condiții inițiale nule, iar semnalul de intrare este cel din exemplu? (0.2 pt.)

ii) Care este răspunsul x(t) al sistemului din exemplu dacă, față de exemplu, se păstrează condițiile inițiale, iar u(t) = ($\alpha+\beta$)·t ? (0.3 pt.)

iii) Cu câte procente cresc valorile variabilelor de stare din exemplu în cursul intervalului de timp [1, γ +2] ? (0.3 pt.)

Potrivit exemplului 3 avem $x_l(t) = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(0)$, $x_f(t) = \begin{bmatrix} \frac{t^3}{6} \\ \frac{t^2}{2} \end{bmatrix}$.

i) Întrucât $x(0)=0$ rezultă $x(t) = x_f(t) = \begin{bmatrix} \frac{t^3}{6} \\ \frac{t^2}{2} \end{bmatrix}$

ii) Deoarece $x_f(t)$ este răspunsul forțat pentru $u(t)=t$, atunci pentru $u(t)=(\alpha+\beta)t = 9t$ răspunsul forțat este $9x_f(t)$. Deci

$$x(t) = x_l(t) + 9x_f(t) = \begin{bmatrix} 2+t \\ 1 \end{bmatrix} + 9 \begin{bmatrix} \frac{t^3}{6} \\ \frac{t^2}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+t+1{,}5t^3 \\ 1+4{,}5t^2 \end{bmatrix}.$$

iii) Intervalul de comparație este $[1, \gamma+2] = [1,4]$

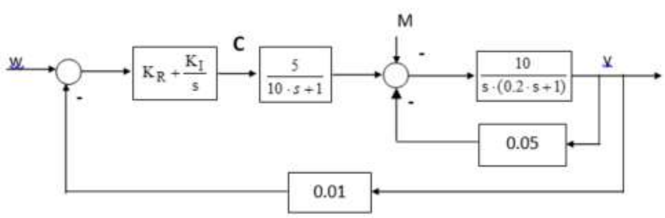
$$x(t) = \begin{bmatrix} 2+t+\frac{t^3}{6} \\ 1+\frac{t^2}{2} \end{bmatrix} \to x(1) = \begin{bmatrix} \frac{19}{6} \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix},\ x(4) = \begin{bmatrix} \frac{50}{3} \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$x(4) - x(1) = \begin{bmatrix} \frac{50}{3} - \frac{19}{6} \\ 9 - \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.5 \\ 7.5 \end{bmatrix}$$

x_1 crește cu $\frac{13.5}{19/6} \cdot 100 \approx 426\%$

x_2 crește cu $\frac{7.5}{3/2} \cdot 100 = 500\%$

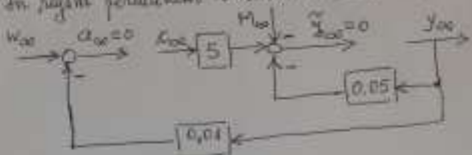
9. Se consideră sistemul de reglare din figură.



i) Să se determine dependențele de regim permanent constant $y_\infty(w_\infty, M_\infty)$ și $c_\infty(w_\infty, M_\infty)$ (0.2 pt + 0.2 pt).

ii) Să se analizeze dacă sistemul deschis este stabil, marginal stabil (la limita de stabilitate) sau instabil. (0.4 pt).

i) În regim permanent constant schema bloc devine



$$\left.\begin{aligned} a_\infty &= w_\infty - 0{,}01\, y_\infty \\ a_\infty &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{y_\infty = 100\, w_\infty}$$

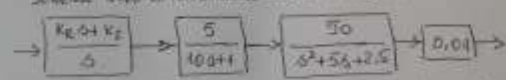
$$\left.\begin{aligned} \tilde{y}_\infty &= -M_\infty + 5c_\infty - 0.05\, y_\infty \\ \tilde{y}_\infty &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow c_\infty = 0.2 M_\infty + 0{,}01\, y_\infty$$

$$\rightarrow \boxed{c_\infty = 0.2 M_\infty + w_\infty}$$

ii) Conexiunea cu reacție care apare în sistemul deschis are f.d.t.

$$H_*(s) = \frac{\frac{10}{s(0.2s+1)}}{1 + 0{,}05\frac{10}{s(0{,}2s+1)}} = \frac{10}{0{,}2s^2 + s + 0{,}5}$$

Schema bloc a sistemului deschis devine:



Polinomul caracteristic al sistemului deschis este

$$\tilde{\mu}(s) = s(10s+1)(s^2+5s+2.5).$$

Rădăcinile sale sunt: $s_1 = 0$, $s_2 = -0{,}1 < 0$, $s_{3,4} = -2{,}5 \pm 0{,}5\sqrt{15}$

Conform criteriului rădăcinilor sistemul deschis este <u>marginal stabil</u>.