

Emergencia en Níger

Grupo 14: Bianca Dufour & William Hedén

May 25, 2015

Se trata del problema de determinar el esquema optimo de ayudar la emergencia en Níger.

1 Conjuntos

i, j : Ciudad, $i = 1, \dots, 7$
 k : Tipo de vehiculo, $j = 1, 2$

2 Parámetros

av_i : Ayuda disponible en ciudad i
 d_i : Demanda de ayuda en ciudad j
 $cota_k$: Cota superior de k
 cap_k : Capacidad de ayuda de vehiculo k
 $velv_k$: Velocidad vehículo k
 cf_k : Un coste fijo para la conducción con el coche k por kilometro.
 cv : Un coste fijo para mover una unidad de carga por kilometro.
 $velc_{i,j}$: Velocidad máximo en el camino entre ciudad i y j.
 $vav_{k,i}$: Número de vehiculos k disponibles en ciudad i.
 $dist_{i,j}$: Distancia entre la ciudad i y j en kilometros.
 $budget$: El coste total no puede superar el presupuesto.
 $qglobal$: Este dia solo podemos enviar una carga total de qglobal.

3 Variables

$X_{i,j,k}$: Número de vehículos k que van entre ciudad i y j.

$carga_{i,j,k}$: Cantidad de carga que van entre ciudad i y j con vehículo k.

$$Y_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & \text{si vehículo tipo k va de ciudad i a j.} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$load_i$: Cantidad de carga que se queda en ciudad i.

$Time_i$: Tiempo en llegar a ciudad i.

$Coste$: Coste total del ayuda a Níger.

$Equidad$: La carga que se queda en ciudad i dividido por la demanda de ciudad i.

$Tiempo$: El tiempo total del ayuda a Níger.

4 Modelo

Queremos hacer tres cosas en este modelo:

- Minimizar el coste del ayuda total.
- Maximizar la equidad entre Agadez y Zinder.
- Minimizar el tiempo de hacer el operación.

Vamos a tratarlas una a una, y después resolvemos como un problema multiobjetivo por metas.

$$\begin{aligned}
\min Coste &= \sum_{i,j,k | dist_{i,j} > 0} dist_{i,j} \cdot (2 \cdot X_{i,j,k} \cdot cf_k + cv \cdot carga_{i,j,k}) \\
\max Equidad &\leq \frac{load_i}{d_i}, \quad \forall i \mid d_i > 0 \\
\min Tiempo &\geq Time_i, \quad \forall i \mid d_i > 0
\end{aligned}$$

restricciones:

$$\begin{aligned}
\forall j, \quad \sum_{i,k | dist_{i,j} > 0} carga_{i,j,k} + av_j &= \sum_{i,k | dist_{j,i} > 0} carga_{j,i,k} + load_j \\
\forall j, k, \quad \sum_{i | dist_{i,j} > 0} X_{i,j,k} + vav_{k,j} &\geq \sum_{i | dist_{j,i} > 0} X_{j,i,k} \\
\forall j, \quad load_j &\leq d_j + av_j \\
\forall j \mid d_j > 0, \quad \sum_j load_j &= qglobal \\
\forall i, j, k \mid dist_{i,j} > 0, \quad carga_{i,j,k} &\leq cap_k \cdot X_{i,j,k} \\
Coste &\leq budget \\
\forall i, j, k \mid dist_{i,j} > 0, \quad Time_j &\geq Time_i + \frac{dist_{i,j}}{\min(velv_k, velc_{i,j})} - 10000 \cdot (1 - Y_{i,j,k}) \\
\forall i, j, k \mid dist_{i,j} > 0, \quad X_{i,j,k} &\leq cota_k \cdot Y_{i,j,k}
\end{aligned}$$

5 Solución

En Table 1 hemos resumido los resultados de los tres casos en el matriz de pagos. La letra A es para Agadez, y la letra Z es de Zinder.

	Coste	Equidad A	Equidad Z	Tiempo A (h)	Tiempo Z (h)
Min Coste	65579.1667	0.2667	1	127.25	116.25
Max Equidad	80000.0	0.4762	0.4762	127.25	116.25
Min Tiempo	78018.75	0.2667	1	94.25	83.25

Table 1: Matriz de pagos

6 Programación por metas

Ahora queremos encontrar una solución multiobjetivo donde el coste debe ser menor o igual a 80 000 euros, el tiempo menor o igual que un tiempo T, y la equidad debe ser mayor o igual que 0. Elegimos el tiempo mas grande de la

matriz de pago para el valor de T. Entonces, tenemos:

$$\begin{cases} Coste + n_1 - p_1 = 80000 \\ Time + n_2 - p_2 = T \\ Equidad + n_3 - p_3 = 0 \end{cases}$$

Donde

p_1 = cantidad arriba de 80 000

p_2 = tiempo arriba de T

n_3 = cantidad debajo de 0

La equidad es definida por ser siempre mayor o igual a 0, entonces solo queremos minimizar $p_1 + p_2$, sin n_3 . El modelo que ahora tenemos es:

$$\begin{aligned} & \min(p_1 + p_2) \\ & \text{s.a.} \\ & Coste + n_1 - p_1 = 80000 \\ & Tiempo + n_2 - p_2 = 127.25 \\ & Equidad + n_3 - p_3 = 0 \end{aligned}$$

con Coste, Tiempo y Equidad definen como está escrito arriba. Resolvemos en GAMS con todas las restricciones, obtenemos los siguientes resultados:

Coste	71169.1667
Equidad Z	1
Equidad A	0.2667
Tiempo Z	116.25
Tiempo A	126.25
n_1	8830.8333
n_2	0
n_3	0
p_1	0
p_2	0
p_3	0.2667

Table 2: Resultados con modelo de metas.

Podemos ver que el el modelo con metas tenemos la misma equidad y tiempo como en el modelo de minimizar el coste, pero el coste es mas! Que pasó? Si

nos fijamos en el archivo .lst en GAMS, podemos ver que en este último modelo de los coches toman otra ruta en comparación con aquella en la que se minimiza el coste.

7 Código GAMS

```

1  SETS

3      i / N,G,D,T,M,A,Z /
4      m / C, E, TM, R /
5      k / Tipo1, Tipo2/
6      h /1,2,3/
7      alias (j,i);

9  PARAMETERS
10     cota(k)
11     /
12         Tipo1      138
13         Tipo2      115
14  *         Tipo3      40
15     /

17     av(i)
18     /
19         N          800
20         G          500
21         D          0
22         T          0
23         M          0
24         A          0
25         Z          0
26     /

28     d(i)
29     /
30         N          0
31         G          0
32         D          0
33         T          0
34         M          0
35         A          750
36         Z          300
37     /

39     cap(k)
40     /
41         Tipo1      1.5
42  *         Tipo2      2
43         Tipo2      3
44     /

46     velv(k)
47     /
48         Tipo1      90
49  *         Tipo2      95

```

```

50          Tipo2      85
51      /

53      alpha(m)
54      /
55          C      1
56          E      1
57          TM     1
58          R      1
59      /
60      t(m)
61      /
62          C      70000
63          E      0.4
64          TM     100
65          R      0.997
66      /

68      qglobal
69      budget
70      logprob(i,j)
71      logrel(i,j)
72      dist(i,j)

74      meta1
75      meta2
76      meta3
77      ;

79  TABLE cf(i,j,k)

81          N.Tipo1      G.Tipo1      D.Tipo1
          T.Tipo1      M.Tipo1      A.Tipo1
          Z.Tipo1
82      N      0      10      10      10
          10      10      10
          10
83      G      10      0      10      10
          10      10      10
          10
84      D      10      10      0      10
          10      10
          10
85      T      10      10      10      10
          0      10      10
          10
86      M      10      10      10      10
          10      0      10
          10
87      A      10      10      10      0
          10      10
          10
88      Z      10      10      10      10
          10      10
          0

```

90	+		N.Tipo2 T.Tipo2 Z.Tipo2		G.Tipo2 M.Tipo2		D.Tipo2 A.Tipo2	
91	N		0		15		15	
			15		15		15	
			15					
92	G		15		0		15	
			15		15		15	
			15					
93	D		15		15		0	
			15		15		15	
			15					
94	T		15		15		15	
			0		15		15	
			15					
95	M		15		15		15	
			15		0		15	
			15					
96	A		15		15		15	
			15		15		0	
			15					
97	Z		15		15		15	
			15		15		15	
			0					
99	*	+		N.Tipo3		G.Tipo3		D.Tipo3
			T.Tipo3		M.Tipo3		A.Tipo3	Z.
		Tipo3						
100	*	N		0		20		20
			20		20		20	
		20						
101	*	G		20		0		20
			20		20		20	
		20						
102	*	D		20		20		0
			20		20		20	
		20						
103	*	T		20		20		20
			0		20		20	
		20						
104	*	M		20		20		20
			20		0		20	
		20						
105	*	A		20		20		20
			20		20		0	
		20						
106	*	Z		20		20		20
			20		20		20	
								0
107	;							
109	TABLE cv(i, j)							
111			N		G		D	
					T		M	
					A		Z	
112	N		0		2.5		2.5	
			2.5		2.5		2.5	

```

113          G          2.5          0          2.5
                    2.5          2.5          2.5
                    2.5
114          D          2.5          2.5          0          2.5
                    2.5          2.5
115          T          2.5          2.5          2.5
                    0          2.5          2.5
                    2.5
116          M          2.5          2.5          2.5
                    2.5          0          2.5
                    2.5
117          A          2.5          2.5          2.5
                    2.5          2.5          0
                    2.5
118          Z          2.5          2.5          2.5
                    2.5          2.5          2.5
                    0

```

```
120 ;
```

```
122 TABLE velc(i,j)
```

```

124          N          G          D
                    T          M
                    A          Z
125          N          0          80          50
                    30          80          20
                    40
126          G          80          0          80
                    50          10          20
                    20
127          D          50          80          0
                    10          10          10
                    20
128          T          30          50          10
                    0          50          90
                    50
129          M          80          10          10
                    50          0          10
                    50
130          A          20          20          10
                    90          10          0
                    50
131          Z          40          20          20
                    50          50          50
                    0

```

```
132 ;
```

```
134 $ontext
```

```
135 TABLE prob(i,j)
```

```

137          N          G          D          T          M          A
                    Z
138          N          1          0.9783          0.9782          0.978          1          1

```

1


```

139      G      0.9783  1      0.9786  1      0.9789  1
140      D      0.9782  0.9786  1      0.9791  0.9788  1
141      T      0.978  1      0.9791  1      0.9785
142      M      1      0.9789  0.9788  0.9789  1      1
143      A      0.9787  1      1      1      0.9791  1      1
144      Z      0.9792  1      1      1      1      0.9787
145      0.9792  1

146 ;

149 *TABLE rel(i,j)
150 *
151      N      G      D      T
152      N      0.000001  0.9983  0.9982  0.998
153      G      0.000001  0.000001  0.000001
154      D      0.9983  0.000001  0.9986
155      T      0.000001  0.9989  0.000001  0.000001
156      M      0.9991  0.9955  0.000001  0.000001
157      A      0.998  0.000001  0.9991  0.000001
158      Z      0.000001  0.9985  0.9991  0.000001
159      M      0.000001  0.9989  0.9955
160      A      0.9989  0.000001  0.000001  0.9987
161      Z      0.000001  0.000001  0.000001  0.9992
162      0.000001  0.9987  0.9992  0.000001
163 ;
164 $offtext
165 TABLE vav(k,i)
166
167      N      G      D
168      N      60      55      10
169      8      5      0
170      0
171 *      Tipo2      30      45      15
172      28      5      0      0
173      Tipo2      20      40      20
174      30      5      0
175      0
176 ;
177 TABLE dist(i,j) distancia de i a j
178      N      G      D      T      M      A
179      N      0      200      100      450      0      0
180      0
181      G      200      0      100      0      600      0
182      0

```

```

172         D           100      100      0      350      400      0
173             0      450      0      350      0      250      400
174         M           0      600      400      250      0      0
175         A           250      0      0      400      0      0
176         Z           550      0      0      0      250      550
177             0;

178 $ontext
179 TABLE dist(i,j) distancia de i a j
180             N           G           D           T           M           A
181         N           0      200      100      450      0      0
182             0      0      100      0      600      0
183         G           0      0      0      350      400      0
184             0      0      0      0      250      400
185         T           0      0      0      0      0      0
186         M           250      0      0      0      0      0
187         A           550      0      0      0      0      0
188         Z           0
189 ;
190 $offtext

191 budget = 80000 ;
192 qglobal = 500 ;
193 cf(i,j,k)=cf(i,j,k)/100;
194 cv(i,j)=cv(i,j)/100;
195 *logprob(i,j) = log(prob(i,j));
196 *logrel(i,j) = log(rel(i,j));
197 metal = 80000;
198 meta2 = 127.25;
199 meta3 = 0;

200
201 VARIABLES
202 X(i,j,k) numero de vehiculos k de ciudad i a j
203 carga(i,j,k) carga de ciudad i a j con vehiculo tipo k
204 Y(i,j,k) uno si vehiculo tipo k viaja de i a j
205 load(i) cantidad de carga que se queda en i
206 Time(i) tiempo en llegar a la ciudad i

207
208 Coste Coste total
209 Equidad
210 Tiempo
211 Metas

212
213 p(h) cantidad sobre el criterio
214 n(h) cantidad bajo el criterio
215 ;

```

```

217 positive variable X
218 positive variable carga
219 positive variable load
220 positive variable Time
221 binary variable Y
222 positive variable p
223 positive variable n

225 *-----*
226 *-----*
227 EQUATIONS
228 *-----*
229 *-----*

231 FOBJETIVO1 restriccion de la funcion objetivo cost
232 FOBJETIVO2 equidad
233 FOBJETIVO3 tiempo
234 FOBJETIVO4 metas

236 flujoAyuda lo que sale tiene que ser igual a lo que llega
237 flujoCoche lo que sale tiene que ser igual o menor a lo que llega
238 flow lo que queda tiene que ser menor que la demanda mas la oferta
239 demandatot lo que llega de A y Z es igual a quinientos
240 cargacapa la carga tiene que ser menor que lo que podemos transportar
241 maxbudget budget maximo
242 resTiempo
243 res8

245 resmeta1
246 resmeta2
247 resmeta3
248 ;

250 FOBJETIVO1.. Coste =E= SUM((i,j,k)$ (dist(i,j)>0), dist(i,j)*(2*X(i,j,k)
    *cf(i,j,k)+cv(i,j)*carga(i,j,k)));
251 FOBJETIVO2(i)$ (d(i)>0).. Equidad =L= load(i)/d(i);
252 FOBJETIVO3(i)$ (d(i)>0).. Tiempo =G= Time(i);
253 FOBJETIVO4.. Metas =E= p('1') + p('2');

255 flujoAyuda(j).. SUM((i,k)$ (dist(i,j) > 0), carga(i,j,k)) + av(j) =E=
    SUM((i,k)$ (dist(j,i) > 0), carga(j,i,k)) + load(j);
256 flujoCoche(j,k).. SUM(i$ (dist(i,j) > 0), X(i,j,k)) + vav(k,j) =G= SUM(
    i$ (dist(j,i) > 0), X(j,i,k));
257 flow(j).. load(j) =L= d(j)+av(j);
258 demandatot.. load('A')+load('Z') =E= qglobal;
259 cargacapa(i,j,k)$ (dist(i,j) > 0).. carga(i,j,k) =L= cap(k)*X(i,j,k);
260 maxbudget.. Coste =L= budget;
261 resTiempo(i,j,k)$ (dist(i,j)>0).. Time(j) =G= Time(i) + (dist(i,j)/(min(
    velv(k), velc(i,j)))) - 10000*(1-Y(i,j,k));
262 res8(i,j,k)$ (dist(i,j)>0).. X(i,j,k) =L= cota(k)*Y(i,j,k);

264 resmeta1.. Coste + n('1') - p('1') =E= meta1;
265 resmeta2.. Tiempo + n('2') - p('2') =E= meta2;
266 resmeta3.. Equidad + n('3') - p('3') =E= meta3;

268 options optcr=0;

```

```

270 *Coste
271 model thecost /FOBJETIVO1,FOBJETIVO2,FOBJETIVO3,flujoAyuda,flujoCoche,
      flow,demandatot,cargacapa,maxbudget,resTiempo,res8/;
272 solve thecost minimize Coste using MIP;

274 *Equidad
275 model theequality /FOBJETIVO1,FOBJETIVO2,FOBJETIVO3,flujoAyuda,
      flujoCoche,flow,demandatot,cargacapa,maxbudget,resTiempo,res8/;
276 solve theequality maximize Equidad using MIP;

278 *Tiempo
279 model thetime /FOBJETIVO1,FOBJETIVO2,FOBJETIVO3,flujoAyuda,flujoCoche,
      flow,demandatot,cargacapa,maxbudget,resTiempo,res8/;
280 solve thetime minimize Tiempo using MIP;

282 *Metas
283 model themeta /all/;
284 solve themeta minimize Metas using MIP;

```
