Emergencia en Níger

Grupo 14: Bianca Dufour & William Hedén

May 24, 2015

Se trata del problema de determinar el esquema optimo de ayudar la emergencia en Níger.

1 Conjuntos

$$
\begin{aligned}
i, j &: \text{Ciudad}, \quad i = 1, \ldots, 7 \\
k &: \text{Tipo de vehiculo}, \quad j = 1, 2
\end{aligned}
$$

2 Parámetros

$$
\begin{aligned}
av_i &: \text{Ayuda disponible en ciudad i} \\
d_i &: \text{Demanda de ayuda en ciudad j} \\
cota_k &: \text{Cota superior de k} \\
cap_k &: \text{Capacidad de ayuda de vehiculo k} \\
velv_k &: \text{Velocidad vehículo k} \\
cf_k &: \text{Un coste fijo para la conducción con el coche k por kilometro.} \\
cv &: \text{Un coste fijo para mover una unidad de carga por kilometro.} \\
velc_{i,j} &: \text{Velocidad máximo en el camino entre ciudad i y j.} \\
vav_{k,i} &: \text{Número de vehiculos k disponibles en ciudad i.} \\
dist_{i,j} &: \text{Distancia entre la ciudad i y j en kilometros.} \\
budget &: \text{El coste total no puede superar el presupuesto.} \\
qglobal &: \text{Este dia solo podemos enviar una carga total de qglobal.}
\end{aligned}
$$

3 Variables

$$
\begin{aligned}
X_{i,j,k} &: \text{Número de vehículos k que van entre ciudad i y j.}\\
carga_{i,j,k} &: \text{Cantidad de carga que van entre ciudad i y j con vehículo k.}\\
Y_{i,j,k} &= \begin{cases} 1 & \text{si vehículo tipo k va de ciudad i a j.} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}\\
load_i &: \text{Cantidad de carga que se queda en ciudad i.}\\
Time_i &: \text{Tiempo en llegar a ciudad i.}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Coste &: \text{Coste total del ayuda a Níger.}\\
Equidad &: \text{La carga que se queda en ciudad i dividido por la demanda de ciudad i.}\\
Tiempo &: \text{El tiempo total del ayuda a Níger.}
\end{aligned}
$$

4 Modelo

Queremos hacer tres cosas en este modelo:

- Minimizar el coste del ayuda total.
- Maximizar la equidad entre Agadez y Zinder.
- Minimizar el tiempo de hacer el operación.

Vamos a tratarlas una a una, y después resolvemos como un problema multiobjectivo por metas.

$$
\begin{aligned}
&\min Coste = \sum_{i,j,k|dist_{i,j}>0} dist_{i,j} \cdot (2 \cdot X_{i,j,k} \cdot cf_k + cv \cdot carga_{i,j,k}) \\
&\max Equidad \leq \frac{load_i}{d_i}, \quad \forall i \mid d_i > 0 \\
&\min Tiempo \geq Time_i, \quad \forall i \mid d_i > 0
\end{aligned}
$$

restricciónes:

$$
\begin{aligned}
\forall j, \quad & \sum_{i,k|dist_{i,j}>0} carga_{i,j,k} + av_j = \sum_{i,k|dist_{j,i}>0} carga_{j,i,k} + load_j \\
\forall j,k, \quad & \sum_{i|dist_{i,j}>0} X_{i,j,k} + vav_{k,j} \geq \sum_{i|dist_{j,i}>0} X_{j,i,k} \\
\forall j, \quad & load_j \leq d_j + av_j \\
\forall j \mid d_j > 0, \quad & \sum_j load_j = qglobal \\
\forall i,j,k \mid dist_{i,j} > 0, \quad & carga_{i,j,k} \leq cap_k \cdot X_{i,j,k} \\
& Coste \leq budget \\
\forall i,j,k \mid dist_{i,j} > 0, \quad & Time_j \geq Time_i + \frac{dist_{i,j}}{\min(velv_k, velc_{i,j})} - 10000 \cdot (1 - Y_{i,j,k}) \\
\forall i,j,k \mid dist_{i,j} > 0, \quad & X_{i,j,k} \leq cota_k \cdot Y_{i,j,k}
\end{aligned}
$$

5 Solución

En Table 1 hemos resumido los resultados de los tres casos en el matriz de pagos. La letra A es para Agadez, y la letra Z es de Zinder.

	Coste	Equidad A	Equidad Z	Tiempo A (h)	Tiempo Z (h)
Min Coste	65579.1667	0.2667	1	127.25	116.25
Max Equidad	80000.0	0.4762	0.4762	127.25	116.25
Min Tiempo	78018.75	0.2667	1	94.25	83.25

Table 1: Matriz de pagos

6 Programación por metas

Ahora queremos encontrar una solución multiobjetivo donde el coste debe ser menor o igual a 80 000 euros, el tiempo menor o igual que un tiempo T, y la equidad debe ser major o igual que 0. Elegimos el tiempo mas grande de la matriz de pago para el valor de T. Entonces, tenemos:

$$\begin{cases} Coste + n_1 - p_1 = 80000 \\ Time + n_2 - p_2 = T \\ Equidad + n_3 - p_3 = 0 \end{cases}$$

Donde

$$\begin{aligned} p_1 &= \text{cantidad arriba de 80 000} \\ p_2 &= \text{tiempo arriba de T} \\ n_3 &= \text{cantidad debajo de 0} \end{aligned}$$

La equidad es definida por ser siempre major o igual a 0, entonces solo queremos minimizar $p_1 + p_2$, sin n_3. El modelo que ahora tenemos es:

$$\begin{aligned} &\quad \min(p_1 + p_2) \\ &\text{s.a.} \\ &\quad Coste + n_1 - p_1 = 80000 \\ &\quad Tiempo + n_2 - p_2 = 127.25 \\ &\quad Equidad + n_3 - p_3 = 0 \end{aligned}$$

con Coste, Tiempo y Equidad definen como está escrito arriba. Resolvemos en GAMS con todas las restricciones, obtenemos los siguientes resultados:

Coste	71169.1667
Equidad Z	1
Equidad A	0.2667
Tiempo Z	116.25
Tiempo A	126.25
n_1	8830.8333
n_2	0
n_3	0
p_1	0
p_2	0
p_3	0.2667

Table 2: Resultados con modelo de metas.

Podemos ver que el el modelo con metas tenemos la misma equidad y tiempo como en el modelo de minimizar el coste, pero el coste es mas! Que pasó? Si nos fijamos en el archivo .lst en GAMS, podemos ver que en este último modelo de los coches toman otra ruta en comparación con aquella en la que se minimiza el coste.

7 Codigo GAMS