



# **Equações diferenciais (modelagem de superfície)**

---

**MET-576-4**

**Modelagem Numérica da Atmosfera**

**Dr. Paulo Yoshio Kubota**

**Os métodos numéricos, formulação e parametrizações utilizados nos modelos atmosféricos serão descritos em detalhe.**

**3 Meses  
24 Aulas (2 horas cada)**



## Superfície:

**Métodos numéricos utilizados para resolução de problemas relacionados a parametrização de superfície.**



# Superfície

---

## **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

- ✓ **1 Basic concept of the Surface model .**
- ✓ **2 Urban Canopy model.**
- ✓ **3 Water Body model.**
- ✓ **4 Green area model.**



## Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

### 1 Basic concept of the SiBUC model 5

- 1.1 The **energy budget** at different surface condition
- 1.2 **Heterogeneity of land surface** and "mosaic" approach .
- 1.3 **Surface elements** and fractional area .



# **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

## **Conceito Básico de um modelo LSM**

**A energia radiativa absorvida pelo solo e pela atmosfera é dividida em fluxos de:**

**calor sensível,**

**calor latente,**

**calor no solo.**

**Essa partição (redistribuição da energia absorvida) depende fortemente das características:**

**Cobertura da terra**

**Regime hidrológico.**



## Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

- Quando a superfície está **umida**,:
- **como é comum em áreas agrícolas irrigadas.**
- **eventos de chuva.**

A **radiação** recebida é usada principalmente para:

**Evapotranspiração.**

**Nesse caso:**

O fluxo de **calor sensível** e o fluxo de **calor do solo** são geralmente **muito menores** que o fluxo de **calor latente**.

E a **razão de Bowen é próxima de zero.**



## **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

- **Em uma superfície seca:**

**A absorção da radiação recebida induz a um forte aquecimento da superfície:**

**Geralmente gera um forte fluxo de:**

- **Calor sensível**
- **Turbulento e um**
- **Grande fluxo de calor no solo.**

**Nesse caso,  
não há evaporação e a razão de Bowen é infinita.**



## **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

- **Quando a superfície é coberta por uma vegetação densa:**

**A água é extraída principalmente da zona da raiz da planta por transpiração.**

**Assim, o fluxo de calor latente é dominante, mesmo que a superfície do solo esteja seca.**

**Somente no caso de:**

**Houver água suficiente disponível na zona da raiz e as plantas não estiverem sob condições de estresse.**





## **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

- **No caso da corpos de água:**

Parte significativa da **energia absorvida** não é usada em um **ciclo diurno** de balanço de energia e **entregue** em um **ciclo sazonal**.

**A variação diurna** do balanço de energia e da temperatura da superfície tende a ser **pequena**.

Portanto, os **componentes do balanço de energia** em corpos de água apresentam um **atraso sazonal** em comparação aos de outras superfícies.



## Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

- **No caso da área urbana, a superfície é coberta por pavimentos impermeáveis que não permitem a evaporação da umidade do solo.**

Então, ocorre um forte aquecimento da superfície, como é o caso do solo descoberto. Devido à complexa estrutura geométrica do dossel urbano, as características do processo de transferência turbulenta e do processo de absorção e troca de radiação são muito diferentes de outras superfícies.

Além disso, o calor artificial é liberado como energia adicional como resultado da atividade humana.

O ambiente térmico urbano depende não apenas da diferença de propriedades físicas, como refletância e capacidade de calor, mas também da estrutura geométrica.

Devido aos múltiplos efeitos de dispersão no desfiladeiro (entre rua e muro, entre paredes), o albedo da área urbana se torna menor que a superfície plana (Aida, 1978). À medida que o desfiladeiro da rua se torna mais profundo, o fator de visão do céu da parede e da estrada se torna pequeno e a promoção da energia radiativa de ondas longas preso dentro do canyon se torna maior.



## **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

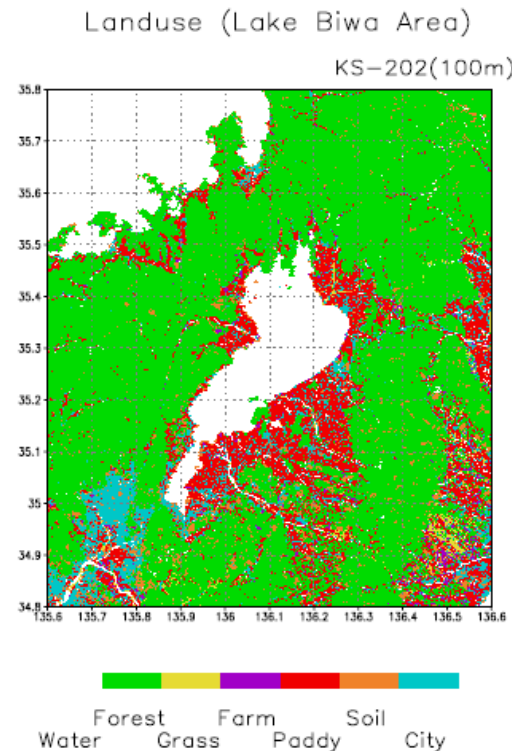
---

### **1.2 Heterogeneidade da superfície da continental e abordagem de "mosaico"**

**Na resolução da grade dos modelos atmosféricos: as superfícies terrestres são muito heterogêneas.**

**Isso pode ser facilmente entendido olhando mapas de solo, vegetação, topografia, padrões de uso da terra etc.**

## 1.2 Heterogeneidade da superfície da continental e abordagem de "mosaico"



A Figura 1.1 mostra um mapa de uso da terra da Bacia do Lago Biwa, Japão. O domínio desta área é 1 grau × 1 grau.

A superfície da água e a área urbanizada são mostradas nas cores branca e azul, respectivamente.



## Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

### 1.2 Heterogeneidade da superfície da continental e abordagem de "mosaico"

No modelo de **PNT**, o numero de elemento da grade é geralmente decidido a partir da **necessidade** de **alta precisão** e **alta eficiência computacional**.

Se o **tamanho** da grade que for selecionado para tratar a heterogeneidade da superfície, **for pequeno**, ou o **dominio** se **tornará extremamente pequeno** ou o **número de elementos de grade** vai se tornar enorme.

Portanto, **o problema da heterogeneidade, é claro**, deve ser tratado no LSS (Land-Surface Scheme).



## 1.2 Heterogeneidade da superfície da continental e abordagem de "mosaico"

Uma solução é encontrar parâmetros eficazes para gerar valores representativos de todo o quadrado da grade.

Uma grande quantidade de trabalho já foi realizada na pesquisa de agregação (Michaud e Shuttleworth, 1997). Às vezes, essa agregação de parâmetro **não é possível** devido à **alta não linearidade entre o parâmetro e os fluxos resultantes**.

**Outra maneira é aplicar uma parametrização do tipo "mosaico" (Avisar e Pielke, 1989; Kimura, 1989).**

Essa abordagem acopla independentemente cada trecho de uso da terra do elemento da grade à atmosfera.

**Os fluxos de superfície médios** da grade são obtidos pela média dos fluxos de superfície sobre cada uso do solo ponderado por sua área fracionária.



## **1.3 Elementos de superfície e área fracionária**

**O modelo LSM apresentado aqui usa a abordagem "mosaico" para incorporar todo tipo de uso da terra no LSS. No modelo SiBUC, a superfície de cada área da grade é dividida em três categorias de uso da terra e cinco componentes.**

- 1. área verde (cobertura da vegetação (c), solo (g))**
- 2. área urbana (cobertura urbana (uc), solo urbano (ug))**
- 3. massa de água (wb)**

## 1.3 Elementos de superfície e área fracionária

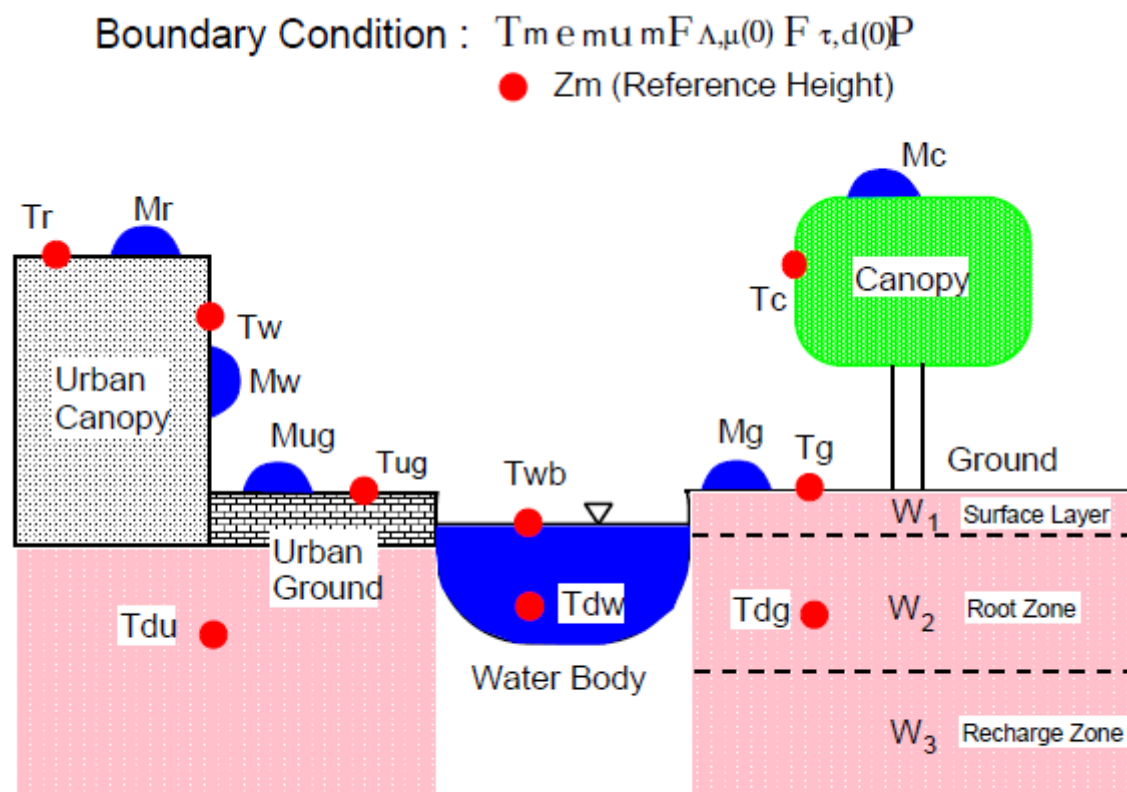


Figure 1.2: Schematic image of surface elements in SiBUC.





# **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

## **1.3 Elementos de superfície e área fracionária**

**A imagem esquemática na Figura 1.2. 1.**

- 1. a área verde é uma superfície natural da terra (floresta, pastagem, solo descoberto etc.), e geralmente é tratada na maioria dos LSS.**
- 2. área urbana é uma superfície artificial impermeável (edifícios, casas, calçadas, etc.).**
- 3. O corpo de água é uma superfície da água interior (lagoas, rios, lagos) ou superfície do oceano.**



# **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

## **1.3 Elementos de superfície e área fracionária**

**Embora a superfície da bacia real seja uma mistura de muito mais constituintes, todos os elementos da superfície devem ser classificados em qualquer um deles.**

**Todos os elementos de superfície incluídos na mesma categoria são agrupados e tratados como “quadriculas unitárias”.**



## 1.3 Elementos de superfície e área fracionária

**Cada caixa de grade especifica-se frações fixas desses três tipo de uso do solo**

**( $V_{ga}$ ,  $V_{ua}$ ,  $V_{wb}$ , respectivamente).**

**Também são especificadas frações de cobertura dentro da área verde e da área urbana ( $V_c$ ,  $V_{uc}$ , respectivamente).**

$$V_{ga} + V_{ua} + V_{wb} = 1 \quad , \quad V_{ga} \geq 0, \quad V_{ua} \geq 0, \quad V_{wb} \geq 0 \quad (1.1)$$

$$0 \leq V_c \leq 1 \quad , \quad 0 \leq V_{uc} \leq 1 \quad (1.2)$$



## 1.3 Elementos de superfície e área fracionária

O calor sensível, o calor latente e os fluxos de momento são calculados separadamente por cada submodelo (área verde  $[F]_{ga}$ , cobertura urbana  $[F]_{ua}$ , massa de água  $[F]_{wb}$ ).

E os fluxos médios de superfície da grade são obtidos pela média dos fluxos de superfície sobre cada tipo de uso do solo ponderado por sua área fracionária.

$$[F]_{total} = \sum_i [F]_i V_i = [F]_{ga} V_{ga} + [F]_{ua} V_{ua} + [F]_{wb} V_{wb} \quad (1.3)$$



## **1.3 Elementos de superfície e área fracionária**

- **área verde**

**Para o esquema de vegetação, é adotado o SiB (Sellers et al., 1986).**

**Alguma modificação (simplificação) do SiB original foi feita.**

**O SiB2 (Sellers et al., 1994) também pode ser usado como modelo de área verde (de acordo com a opção do usuário).**



## **1.3 Elementos de superfície e área fracionária**

- **área urbana**

**Um novo esquema de dossel urbano que pode explicar a estrutura complexa da geometria de cânion urbano será desenvolvido no Capítulo 2.**

**Na área urbana, cada elemento de rugosidade é expresso por um prisma quadrado. Presume-se que todos os prismas tenham a mesma largura e sejam espaçados de maneira uniforme, enquanto eles têm suas próprias alturas de teto.**

**Esta descrição do dossel urbano é usada nos modelos para transferência turbulenta. O processo de radiação é descrito precisamente com base no "fator de visualização do céu".**



# **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

## **1.3 Elementos de superfície e área fracionária**

- corpo de água

O esquema da massa de água é desenvolvido com base no modelo de força-restauração. Os ciclos de temperatura diurnos e sazonais são reproduzidos por este modelo.

Table 1.1: Prognostic variables and boundary conditions for SiBUC

Prognostic Variables		
green area		
$T_c$	temperature for vegetation canopy	K
$T_g$	temperature for soil surface	K
$T_d$	temperature for deep soil in green area (daily mean of $T_g$ )	K
$M_c$	interception water stored on canopy	m
$M_g$	interception water puddled on the ground	m
$W_1$	soil moisture wetness for surface layer	—
$W_2$	soil moisture wetness for root zone	—
$W_3$	soil moisture wetness for recharge layer	—
urban area		
$T_r$	temperature for building roof	K
$T_w$	temperature for building wall	K
$T_{ug}$	temperature for road	K
$T_{du}$	temperature for deep soil in urban area (daily mean of $T_{ug}$ )	K
$M_r$	interception water stored on building roof	m
$M_w$	interception water stored on building wall	m
$M_{ug}$	interception water puddled on the road	m
water body		
$T_{wb}$	temperature for water surface	K
$T_{dw}$	temperature for deep water (daily mean of $T_{wb}$ )	K
Boundary Conditions		
$z_m$	reference height	m
$T_m$	air temperature at $z_m$	K
$e_m$	vapor pressure at $z_m$	mb
$u_m$	wind speed at $z_m$	$\text{m s}^{-1}$
$S \downarrow$	downward short-wave radiation	$\text{W m}^{-2}$
$L \downarrow$	downward long-wave radiation	$\text{W m}^{-2}$
$P$	precipitation rate	$\text{m s}^{-1}$





# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

**Devido à complexidade** e diversidade da área urbana, **o modelo é formulado para ser o mais geral possível** para representar qualquer tipo de cidade.

Masson (2000) também apresentou um esquema de dossel urbano baseado na **geometria do cânion**. O modelo apresentado aqui é diferente no tratamento da estrutura do canyon.

O modelo permite a **existência de elementos de construção de diferentes alturas**.

O processo de **radiação e transferência turbulenta** na área urbana, onde **várias profundidades de desfiladeiros** são misturados, e numericamente formulado e modelados .

Em seguida, são discutidos os **efeitos da estrutura geométrica** dos elementos da cidade no ambiente de energia e radiação na área urbana.

## Modelo Canopy Urbano

### 2.1 Geometria do desfiladeiro da rua (edifício da k-história)

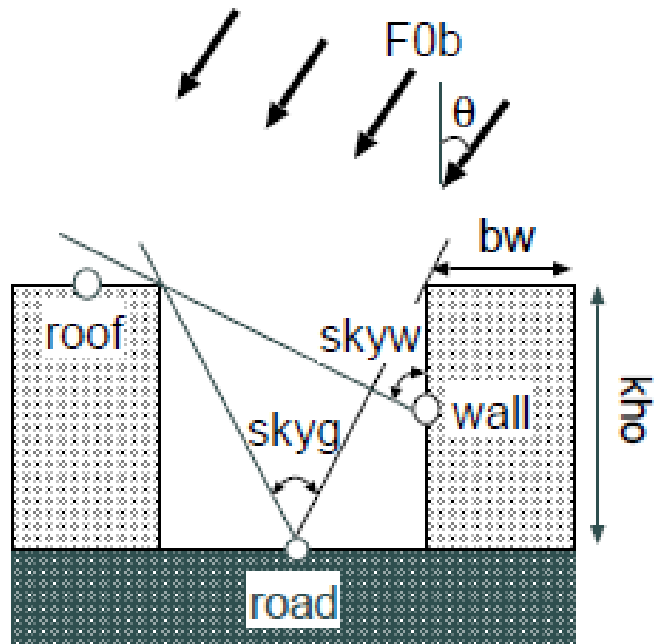


Figure 2.1: schematic image of street canyon, direct beam radiation, and sky-view factor

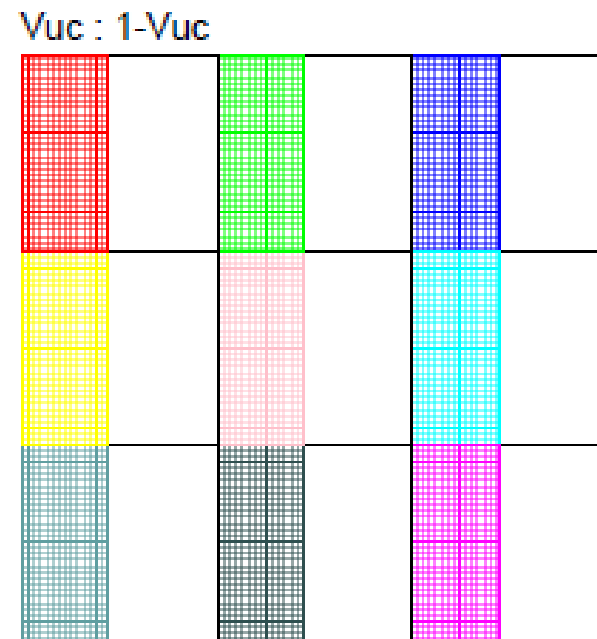


Figure 2.2: arrangement of street canyon (overlook from the sky)



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.1 Geometria do desfiladeiro da rua (edifício da k-história)

**O conceito de canyon**, desenvolvido por climatologistas urbanos (por exemplo, Oke (1987)), usa essa estrutura:

considera **uma estrada única, cercada por prédios**.

A Figura 2.1 mostra a imagem esquemática do desfiladeiro da rua, que é um componente básico no modelo do dossel urbano.

Nesta figura, o canyon da rua consiste em construção ( $b_w$  **é largura**,  $kh_0$  **é altura (k-story)**) e a **estrada**. Se considerarmos a situação real da cidade, a orientação da estrada (e também a orientação da parede do edifício) são misturada.



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.1 Geometria do desfiladeiro da rua (edifício da k-história)

**Se tivermos informações detalhadas sobre a orientação individual e a localização de cada edifício e estrada, pode ser possível calcular o balanço de energia e radiação para todos os elementos individuais.**

**Mas, no caso usual, essas informações são difíceis de obter. Embora o padrão das ruas seja relativamente regular, as direções da radiação solar e do vento estão mudando com o tempo.**

**Portanto, abandona-se a descrição das orientações individuais de cada desfiladeiro.**

## Modelo Canopy Urbano

### 2.1 Geometria do desfiladeiro da rua (edifício da k-história)

No cálculo do **balanço de radiação**, supõe-se que a rua seja sempre **perpendicular à radiação do feixe solar** (veja a Figura 2.1)

e os **edifícios estejam localizados ao longo de estradas idênticas**, cujo comprimento é considerado muito maior que a sua largura (veja a Figura 2.2 )

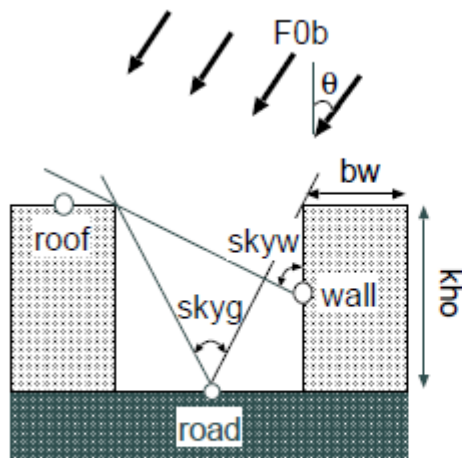


Figure 2.1: schematic image of street canyon, direct beam radiation, and sky-view factor

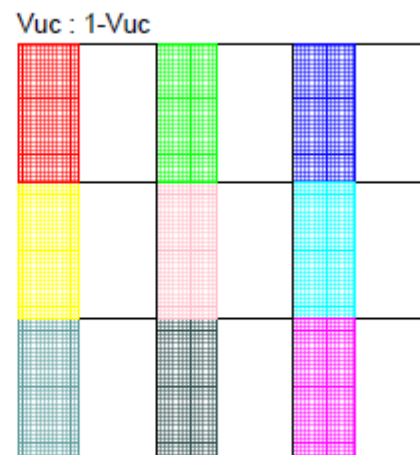


Figure 2.2: arrangement of street canyon (overlook from the sky)



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.1 Geometria do desfiladeiro da rua (edifício da k-história)

Basicamente, **supõe-se que a energia de radiação seja emitida a partir do ponto central de cada componente** (teto, parede, estrada). E também "**fator de visão do céu**" é definido como o ângulo de visão desses pontos centrais.

Usando a cobertura do edifício (ou **densidade da área planejada**) ( $V_{uc}$ ), a largura do espaço aéreo do canyon é expressa como  $\frac{bw(1 - V_{uc})}{V_{uc}}$ .

Portanto, o **fator de visualização do céu para parede** ( $skyw$ ) e estrada ( $skyg$ ) em um desfiladeiro de  $k$  **andar** (k-story) é expresso da seguinte maneira.

## Modelo Canopy Urbano

### 2.1 Geometria do desfiladeiro da rua (edifício da k-história)

Portanto, o fator de visualização do céu para parede ( $skyw$ ) e estrada ( $skyg$ ) em um desfiladeiro do andar  $k$  (k-story) é expresso da seguinte maneira.

$$skyw = \arccos \frac{kh_0}{2\sqrt{\left(\frac{kh_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_w(1 - V_{uc})}{V_{uc}}\right)^2}} \quad (2.1)$$

$$skyg = 2 \arccos \frac{kh_0}{\sqrt{(kh_0)^2 + \left(\frac{b_w(1 - V_{uc})}{2V_{uc}}\right)^2}} \quad (2.2)$$

Componente de feixe direto de radiação incidentes de ondas curtas ( $F_{0b}$ ) no desfiladeiro com ângulo de zênite  $\theta$ .

Componente difuso de radiação incidente hemisfericamente de ondas curtas e ondas longas.



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2 Processo de transferência de radiação

Neste modelo, **três componentes (teto, parede, estrada)** são considerados no cálculo da **radiação líquida**.

Embora **existam várias alturas** de desfiladeiro na área urbana, **todos os desfiladeiros com a mesma altura** (k-story) são tratados juntos.

Assumindo a situação do **canyon de k-story**, o balanço de radiação é calculado.

Em seguida, a **energia radiativa total líquida para telhado, parede e estrada** é calculada integrando-se à função de distribuição da altura do telhado ( $r(k)$ ).

Este é um conceito básico do processo de radiação no modelo de copa urbana.



## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.1 partition of incident radiation

**Primeiramente, é descrita a partição do incidente de radiação de ondas longas e ondas curtas para cada elemento.**

#### 2.2.1 partition of incident radiation

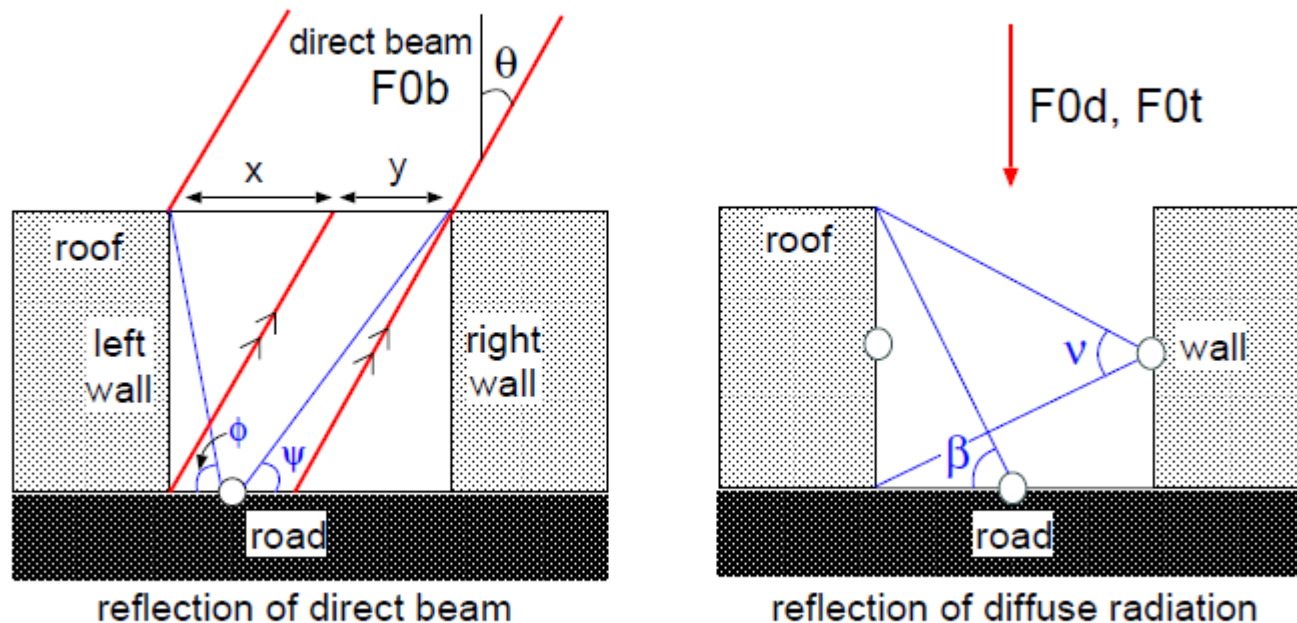


Figure 2.3: reflection to wall surface

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.1 partition of incident radiation

#### 2.2.1 partition of incident radiation

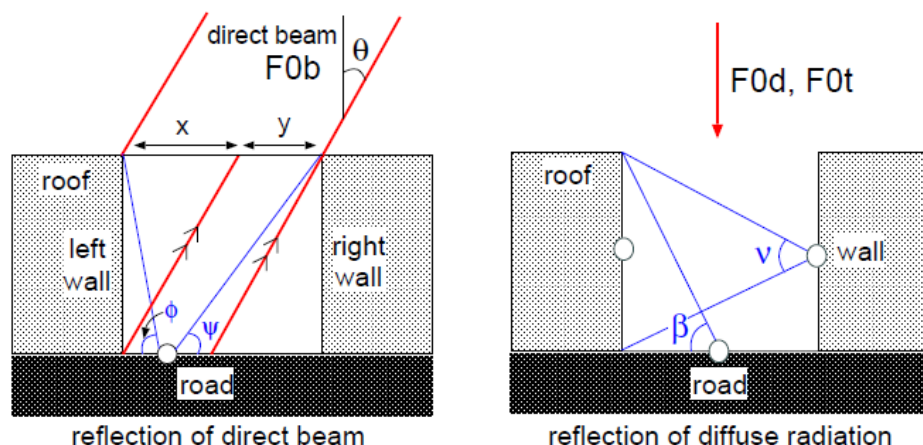


Figure 2.3: reflection to wall surface

**A fração da radiação direta do feixe incidente no telhado é igual à cobertura do edifício ( $V_{uc}$ ).**

**Quanto à parede e à estrada, a radiação é particionada de acordo com o ângulo de zênite incidente ( $\theta$ ).**

**Esta partição é x:y na **Figura 2.3 acima** . Onde,**

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.1 partition of incident radiation

$$x = kh_0 \tan(\theta)$$

$$y = \frac{b_w(1 - V_{uc})}{V_{uc}} - kh_0 \tan(\theta)$$

2.2.1 partition of incident radiation

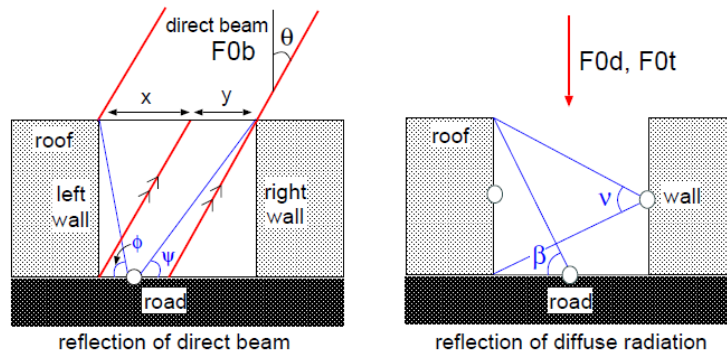


Figure 2.3: reflection to wall surface

$$x : y = kh_0 \tan \theta : \frac{b_w(1 - V_{uc})}{V_{uc}} - kh_0 \tan \theta \quad (2.3)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.1 partition of incident radiation

A energia da **radiação é particionada de acordo com a situação em que a radiação do feixe incide ou não na estrada.**

$$\text{when } \cos \theta \geq \frac{kh_0}{\sqrt{(kh_0)^2 + \left(\frac{b_w(1 - V_{uc})}{V_{uc}}\right)^2}}$$

$$F_{0br} = F_{0b} \times V_{uc} \quad F_{0bw} = F_{0b} V_{uc} \left(\frac{h_0}{b_w}\right) k \tan \theta \quad F_{0bg} = F_{0b}(1 - V_{uc}) - F_{0bw} \quad (2.4)$$

$$\text{when } \cos \theta \leq \frac{kh_0}{\sqrt{(kh_0)^2 + \left(\frac{b_w(1 - V_{uc})}{V_{uc}}\right)^2}}$$

$$F_{0br} = F_{0b} \times V_{uc} \quad F_{0bw} = F_{0b} \times (1 - V_{uc}) \quad F_{0bg} = 0 \quad (2.5)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.1 partition of incident radiation

Embora **componente difusa da radiação de ondas curtas e radiação de ondas longas incida hemisféricamente** no desfiladeiro da rua.

As radiações são **particionadas de acordo** com a **fração vista do alto do céu** (veja Figura 2.2).

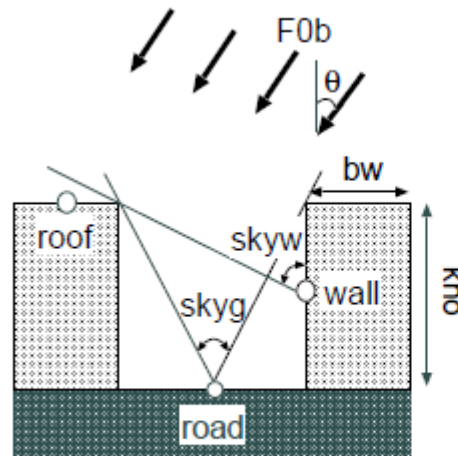


Figure 2.1: schematic image of street canyon, direct beam radiation, and sky-view factor

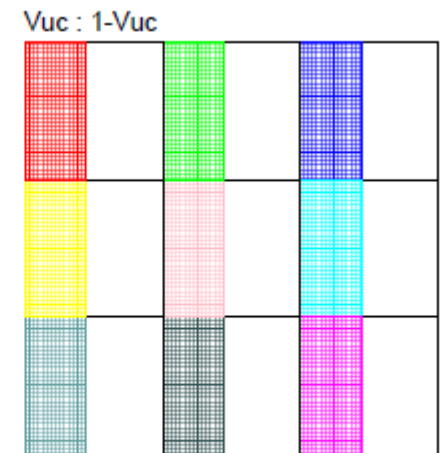


Figure 2.2: arrangement of street canyon (overlook from the sky)

**Portanto, nenhum componente de radiação difusa é atribuído à parede.**



## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.1 partition of incident radiation

**Portanto, nenhum componente de radiação difusa é atribuído à parede.**

$$F_{0dr} = F_{0d} \times V_{uc} \quad F_{0dw} = 0 \quad F_{0dg} = F_{0d}(1 - V_{uc}) \quad (2.6)$$

$$F_{0tr} = F_{0t} \times V_{uc} \quad F_{0tw} = 0 \quad F_{0tg} = F_{0t}(1 - V_{uc}) \quad (2.7)$$



# **Desenvolvimento de um esquema de superfície continental**

---

## **Modelo Canopy Urbano**

### **2.2.2 Balanço de Radiação na superfície do telhado**

De fato, o **telhado pode obter um pouco de radiação** de edifícios vizinhos.

Mas **não se usa as informações detalhadas** sobre o arranjo de ruas e edifícios individuais.

Em seguida, **a interação direta da radiação entre cada desfiladeiro** é omitida no modelo.

Para a **superfície do telhado**, a formulação do balanço de radiação se torna muito simples, porque **não é necessário considerar** a radiação que é **refletida ou emitida** por **outro elemento**.



## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.2 Balanço de Radiação na superfície do telhado

$$dS_r = F_{0br} + F_{0dr} \quad uS_r = \alpha_r (F_{0br} + F_{0dr}) \quad (2.8)$$

$$dL_r = F_{0tr} \quad uL_r = \sigma \epsilon_r T_r^4 V_{uc} \quad (2.9)$$

$$Rn_r = dS_r + dL_r - uS_r - uL_r \quad (2.10)$$





# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.3 Balanço de radiação na superfície da parede

No caso de **superfície da parede**, a **radiação dispersa na parede** e **na estrada** é considerada (**apenas dispersão única**).

Nesse modelo, **a direção do desfiladeiro não é considerada** e é **descrita bidimensionalmente** (consulte a Figura 2.1, 2.2).

E **a parede que recebe o feixe direto** é **tratada como parede "esquerda"** (**parede direita é sombra**). De fato, a parede e a rua estão voltadas para todas as direções.

Quando o **sol se move**, **parte da parede voltada para o sol recebe o raio direto e outras não**. Essa parede receptora de feixe direto é chamada de parede "esquerda".



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.3 Balanço de radiação na superfície da parede

A radiação incidente na parede esquerda ( $dS_{lw}$ ) consiste em feixe direto do sol e radiação refletida na estrada (a reflexão da parede direita é omitida (dispersão dupla)).

No cálculo da reflexão da estrada: são usados (veja a Figura 2.3).

- ângulo de visão do ponto central da zona de recepção de feixe direto
- ângulo de visão do ponto central da zona de recepção de radiação difusa

Esses ângulos ( $\phi$  e  $\beta$  na Figura 2.3) são expressos da seguinte maneira.

$$\phi = \arctan \frac{2kh_0}{\frac{b_w(1 - V_{uc})}{V_{uc}} - kh_0 \tan \theta}, \quad \beta = \frac{\pi - \text{skyg}}{2} \quad (2.11)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.3 Balanço de radiação na superfície da parede

A radiação incidente na parede direita ( $dS_{rw}$ ) consiste na radiação refletida da parede esquerda e da estrada.

No cálculo da reflexão da estrada e da parede, é utilizado o ângulo de visão do ponto central da zona de recepção de feixe direto  $\psi$  e da parede esquerda  $\nu$  (veja a Figura 2.3). Esses ângulos ( $\psi$  e  $\nu$  na Figura 2.3) são expressos da seguinte maneira.

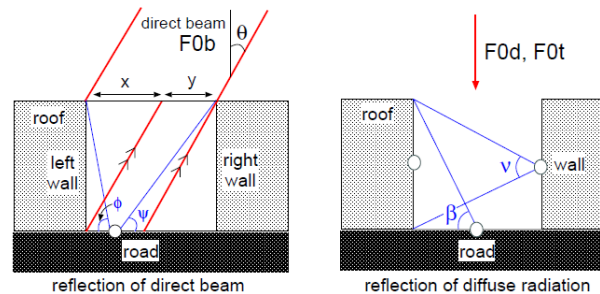


Figure 2.3: reflection to wall surface

$$\psi = \arctan \frac{2kh_0}{\frac{b_w(1 - V_{uc})}{V_{uc}} + kh_0 \tan \theta}, \quad \nu = \pi - 2\text{skyw} \quad (2.12)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.3 Balanço de radiação na superfície da parede

A reflexão na parede e na estrada é expressa por refletância ( $\alpha_w$ ,  $\alpha_g$ ), e apenas a dispersão única é tratada.

$$dS_{lw} = F_{0bw} + F_{0dw} + \alpha_w F_{0dw} \frac{\pi - 2\text{skyw}}{\pi} + \alpha_g F_{0bg} \left(\frac{\phi}{\pi}\right) + \alpha_g F_{0dg} \frac{\pi - \text{skyg}}{2\pi} \quad (2.13)$$

$$uS_{lw} = \alpha_w (F_{0bw} + F_{0dw}) \quad (2.14)$$

$$dS_{rw} = F_{0dw} + \alpha_w (F_{0bw} + F_{0dw}) \frac{\pi - 2\text{skyw}}{\pi} + \alpha_g F_{0bg} \left(\frac{\psi}{\pi}\right) + \alpha_g F_{0dg} \frac{\pi - \text{skyg}}{2\pi} \quad (2.15)$$

$$uS_{rw} = \alpha_w F_{0dw} \quad (2.16)$$



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.3 Balanço de radiação na superfície da parede

Observe que  $F_{0dw}$  nas equações acima é assumido como zero.

#### left wall

1. direct beam  $\Rightarrow$  left wall
2. direct beam  $\Rightarrow$  road ( $\phi$ )  $\Rightarrow$  left wall
3. diffuse  $\Rightarrow$  road ( $\beta$ )  $\Rightarrow$  left wall

#### right wall

1. direct beam  $\Rightarrow$  left wall ( $\nu$ )  $\Rightarrow$  right wall
2. direct beam  $\Rightarrow$  road ( $\psi$ )  $\Rightarrow$  right wall
3. diffuse  $\Rightarrow$  road ( $\beta$ )  $\Rightarrow$  right wall



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.3 Balanço de radiação na superfície da parede

No **caso de parede**, nenhuma **radiação de ondas longas** é recebida diretamente do céu.

A **radiação de ondas longas** emitida da **estrada** e da **parede** da frente é recebida de **acordo com o ângulo de visão** ( $\beta$  e  $\nu$ ).

Nesse caso, as **paredes esquerda e direita** são tratadas da mesma maneira.

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.3 Balanço de radiação na superfície da parede

Quanto à **emissão da parede**, a relação da área da parede com a área da estrada é multiplicada.

$$dL_w = \sigma \epsilon_{ug} T_{ug}^4 \frac{\pi - \text{skyg}}{2\pi} (1 - V_{uc}) + \sigma \epsilon_w T_w^4 \frac{\pi - 2\text{skyw}}{\pi} (1 - V_{uc}) \frac{kh_0}{b_w \frac{(1-V_{uc})}{V_{uc}}} \quad (2.17)$$

$$uL_w = \sigma \epsilon_w T_w^4 (1 - V_{uc}) \frac{kh_0}{b_w \frac{(1-V_{uc})}{V_{uc}}} \quad (2.18)$$

$$Rn_w = dS_{lw} + dS_{rw} + 2dL_w - uS_{lw} - uS_{rw} - 2uL_w \quad (2.19)$$



## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.4 Balanço de radiação na superfície da estrada

Existem dois casos em que a radiação direta do feixe incide na estrada ou não, dependendo do ângulo solar.

$$dS_{ug} = F_{0bg} + F_{0dg} + \alpha_w(F_{0bw} + 2F_{0dw})\frac{\text{skyw}}{\pi} \quad (2.20)$$

$$uS_{ug} = \alpha_{ug}(F_{0bg} + F_{0dg}) \quad (2.21)$$

Quando não há raio direto na estrada,  $F_{0bg} = 0$  nas eq. (2.20), (2.21) se torna zero.

$$dS_{ug} = F_{0dg} + \alpha_w(F_{0bw} + 2F_{0dw})\frac{\text{skyw}}{\pi}$$

$$uS_{ug} = \alpha_{ug}(F_{0dg})$$





# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.4 Balanço de radiação na superfície da estrada

Quanto à fração da radiação refletida na parede, o ângulo de visão é do ponto central da parede.

Observe que o feixe direto não incide na parede esquerda,  $F_{0bw}$  na eq. (2.20) é apenas para a parede esquerda.

A radiação de onda curta refletida e a radiação de onda longa emitida são descritas da mesma maneira mencionada acima.

$$dS_{ug} = F_{0bg} + F_{0dg} + \alpha_w(F_{0bw} + 2F_{0dw}) \frac{\text{skyw}}{\pi} \quad (2.20)$$

$$uS_{ug} = \alpha_{ug}(F_{0bg} + F_{0dg}) \quad (2.21)$$

$$dL_{ug} = F_{0tg} + 2\sigma\epsilon_w T_w^4 \frac{\text{skyw}}{\pi} (1 - V_{uc}) \frac{kh_0}{b_w \frac{(1-V_{uc})}{V_{uc}}} \quad (2.22)$$

$$uL_{ug} = \sigma\epsilon_{ug} T_{ug}^4 (1 - V_{uc}) \quad (2.23)$$

$$Rn_{ug} = dS_{ug} + dL_{ug} - uS_{ug} - uL_{ug} \quad (2.24)$$



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.5 Radiação ascendente do desfiladeiro da rua

Parte da radiação incidente é refletida pela refletância ( $\alpha$ ).

E, como mencionado acima, parte da radiação refletida da parede e da estrada será recebida novamente por outro elemento, e o restante da radiação refletida retornará ao céu.

A partição dessas radiações é descrita em 2.2.3 e 2.2.4.

O total dessas radiações retornadas é radiação de ondas curtas para cima, do **desfiladeiro** da rua para o céu ( $uS_m$ ).



## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.5 Radiação ascendente do desfiladeiro da rua

A taxa de ( $uS_m$ ). em relação à radiação incidente (acima do nível do telhado) é o albedo global do sistema **desfiladeiro – rua** (união telhado-parede-estrada).

$$uS_m = uS_r + (uS_{lw} + uS_{rw}) \frac{\text{skyw}}{\pi} + \alpha_{ug} F_{0dg} \frac{\text{skyg}}{\pi} + \alpha_{ug} F_{0bg} \left( 1 - \frac{\phi + \psi}{\pi} \right) \quad (2.25)$$

Toda a radiação emitida por ondas longas do telhado retornará ao céu.

A radiação de ondas longas emitida pela parede e pela estrada retornará ao céu de acordo com o fator de visualização do céu ( $\text{skyw}$ ,  $\text{skyg}$ ).

O total dessas radiações retornadas é radiação de ondas longas ascendentes do canyon da rua para o céu ( $uL_m$ ).

$$uL_m = uL_r + 2uL_w \frac{\text{skyw}}{\pi} + uL_{ug} \frac{\text{skyg}}{\pi} \quad (2.26)$$



## Modelo Canopy Urbano

### 2.2.6 Total net radiation and upward radiation

Os componentes de radiação apresentados acima são os do canyon da rua do k-andares (K-story).

Se considerarmos as várias alturas do canyon, a **radiação total absorvida pelo telhado, parede e estrada** e a **radiação total ascendente do sistema do canyon devem ser integradas usando a distribuição da altura do telhado** (área fracionária de cada canyon).

$$Rn_{r,total} = \sum_{k=1}^n Rn_{r,k}r(k) \quad Rn_{w,total} = \sum_{k=1}^n Rn_{w,k}r(k) \quad Rn_{ug,total} = \sum_{k=1}^n Rn_{ug,k}r(k) \quad (2.27)$$

$$uS_{m,total} = \sum_{k=1}^n uS_{m,k}r(k) \quad uL_{m,total} = \sum_{k=1}^n uL_{m,k}r(k) \quad (2.28)$$

where

$$\sum_{k=1}^n r(k) = 1 \quad (2.29)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3 Processo de transferência turbulenta

Nesta seção, as resistências aerodinâmicas são formuladas considerando o arranjo, assumido do elemento de rugosidade (edifícios) e a teoria de transferência turbulenta.

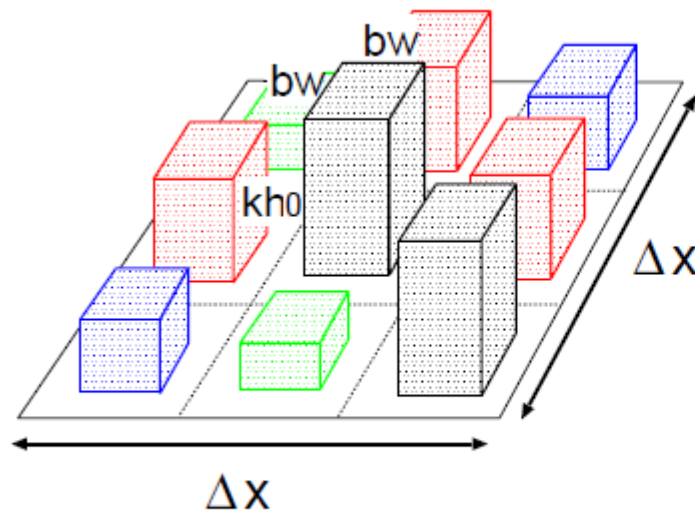


Figure 2.4: Arrangement of roughness element

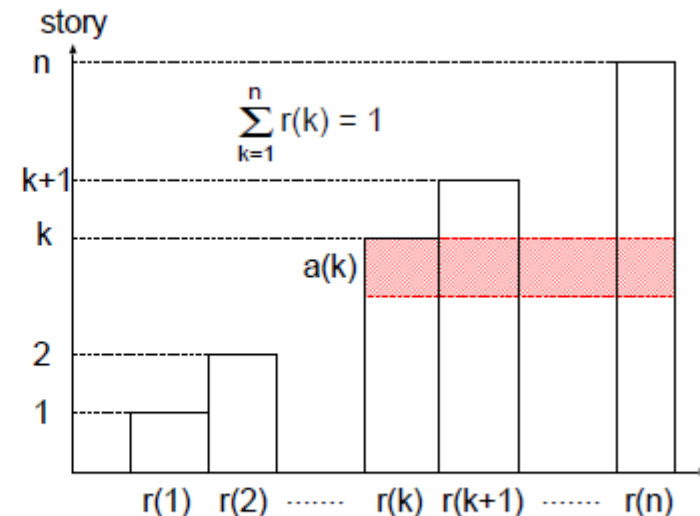


Figure 2.5: Roof height distribution



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3 Processo de transferência turbulenta

No cálculo do processo de transferência turbulenta, cada elemento de rugosidade é expresso por um prisma quadrado (ver Figura 2.4).

Presume-se que todos os prismas tenham a mesma largura ( $b_w$ ) e estejam espaçados de maneira uniforme, enquanto cada elemento possui suas próprias alturas de teto ( $kh_0$  para construção de andares  $k$ ).



## Modelo Canopy Urbano

### 2.3 Processo de transferência turbulenta

Por uma questão de simplicidade,  $a(k)$  é definido como o total da distribuição da altura do telhado ( $r(k)$ ) da k-andares para a parte superior (n andares). E também  $A_b$  é definido como um total da distribuição da altura do teto ( $r(k)$ ) multiplicada pela altura ( $k$ ).

$$a(k) = \sum_{i=k}^n r(i) \quad (2.30)$$

$$A_b = \sum_{k=1}^n r(k) k \quad (2.31)$$

Onde,  $r(k)$  é uma fração do edifício da k-andares.

$$\sum_{k=1}^n r(k) = 1 \quad (2.32)$$



## Modelo Canopy Urbano

### 2.3 Processo de transferência turbulenta

Se a escala horizontal de uma área de grade é  $\Delta x$ , a área total do telhado dos edifícios de k-andar é  $V_{uc} r(k) \Delta x^2$ . Enquanto a área do telhado de um edifício é  $b_w^2$ .

Então, o número de construções de andares k é  $V_{uc} r(k) \left(\frac{\Delta x^2}{b_w^2}\right)$ . Portanto, a área frontal total do edifício por área de unidade ( $S_s$ ) e a área total da superfície do edifício por área de unidade ( $S_r$ ) são expressas da seguinte forma.

$$S_s = \sum_{k=1}^n b_w k h_0 V_{uc} r(k) \left(\frac{\Delta x}{b_w}\right)^2 / (\Delta x)^2 = \left(\frac{h_0}{b_w}\right) V_{uc} A_b \quad (2.33)$$

$$S_r = V_{uc} + 4 S_s \quad (2.34)$$





## Modelo Canopy Urbano

### 2.3 Processo de transferência turbulenta

$$S_s = \sum_{k=1}^n b_w k h_0 V_{uc} r(k) \left( \frac{\Delta x}{b_w} \right)^2 / (\Delta x)^2 = \left( \frac{h_0}{b_w} \right) V_{uc} A_b \quad (2.33)$$

$$S_r = V_{uc} + 4 S_s \quad (2.34)$$

**A densidade da área frontal do edifício na camada do andar k por unidade de área ( $A_s(k)$ ) é**

$$A_s(k) = \sum_{i=k}^n b_w h_0 V_{uc} r(k) \left( \frac{\Delta x}{b_w} \right)^2 / (\Delta x)^2 = \left( \frac{h_0}{b_w} \right) V_{uc} a(k) \quad (2.35)$$



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.1 Wind profile and momentum flux

**À medida que a densidade dos elementos de rugosidade aumenta, o mesmo ocorre com a rugosidade ( $z_0$ ) da superfície.**

**Mas chega um momento em que a adição de novos elementos serve apenas para reduzir o atrito efetivo daqueles que já estão presentes devido ao agrupamento mútuo.**

**Como observam Shaw e Pereira (1982), neste momento o aumento no arrasto é compensado por um aumento no deslocamento no plano zero ( $d_0$ ) (Grimmond et al. (1999)).**



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.1 Wind profile and momentum flux

**A dependência de  $z_0$  e  $d_0$  no tamanho, forma, densidade e distribuição dos elementos de superfície foi estudada usando túneis de vento, investigações analíticas e campo.**



## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.1 Wind profile and momentum flux

Neste modelo, usamos uma formulação de  $z_0$  e  $d_0$  seguindo Macdonald et al. (1998).

Em sua fórmula, são consideradas a fração horizontal do elemento de rugosidade (densidade da área planejada) e a seção vertical (densidade da área frontal).

Em nosso modelo, substituímos a densidade da área frontal pela área frontal total do edifício por unidade de área ( $S_s$ ) e a altura da rugosidade pela altura média do edifício ( $z_{ave}$ ).

$$z_{ave} = A_b h_0 \quad (2.36)$$

$$d_0 = z_{ave} \left[ 1 + 4.43^{-V_{uc}} (V_{uc} - 1) \right] \quad (2.37)$$

$$z_0 = (z_{ave} - d_0) \exp \left( - \left[ 0.5 \frac{C_d}{\kappa^2} \left( 1 - \frac{d_0}{z_{ave}} \right) S_s \right]^{-0.5} \right) \quad (2.38)$$



## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.1 Wind profile and momentum flux

Supondo que o **perfil de velocidade do vento** no espaço aéreo do dossel siga a **função exponencial com um coeficiente de atenuação**  $a_w$ , a velocidade do vento na camada do andar  $k$  ( $u(k)$ ) é expressa da seguinte maneira.

$$u(k) = u_2 \exp \left[ -a_w \left( 1 - \frac{k}{n} \right) \right] \quad (2.39)$$

Onde  $u_2$  é a **velocidade do vento no topo do dossel** ( $z = z_2 = nh_0$ ). Segundo Macdonald (2000), o  **$a_w$  pode ser aproximado por uma relação linear com a densidade da área frontal** ( $a_w = 9.6S_s$ ).



## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.1 Wind profile and momentum flux

Como primeira hipótese, **assumimos uma condição neutra para descrever o perfil log-linear da velocidade do vento acima do dossel urbano**. Então, uma velocidade de atrito ( $u^*$ ) e  $u_2$  são obtidas de  $u_m$ .

$$u_* = \frac{\kappa u_m}{\ln \left( \frac{z_m - d_0}{z_0} \right)} \quad (2.40)$$

$$u_2 = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{z_2 - d_0}{z_0} \right) \quad (2.41)$$



## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.1 Wind profile and momentum flux

Quanto ao perfil de **difusividade vertical de eddy ( $K_m$ )**, é proporcional à altura na região log-linear (acima do dossel).

E o  $K_m$  é proporcional à velocidade do vento local dentro do dossel.

$$K_m(k) = \kappa u_* (kh_0 - d_0) \quad (k \geq n) \quad (2.42)$$

$$K_m(k) = \eta u(k) \quad (k \leq n) \quad (2.43)$$

$\eta$  é obtido a partir da continuidade de  $K_m$  na altura superior do dossel ( $k = n$ ).

$$\eta = \frac{\kappa u_* (nh_0 - d_0)}{u_2} \quad (2.44)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

Agora as **resistências aerodinâmicas** ( $r_r$ ,  $r_w$ ,  $r_{du}$  e  $r_{au}$ ) podem ser calculadas usando os perfis de  $u$  e  $K_m$ .

As direções de transferência de calor sensível e latente no modelo de cobertura urbana são mostradas na Figura 2.6 e Figura 2.7.

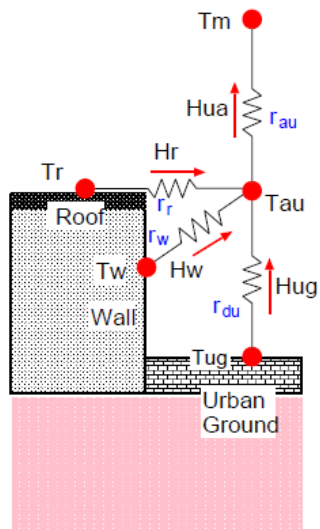


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

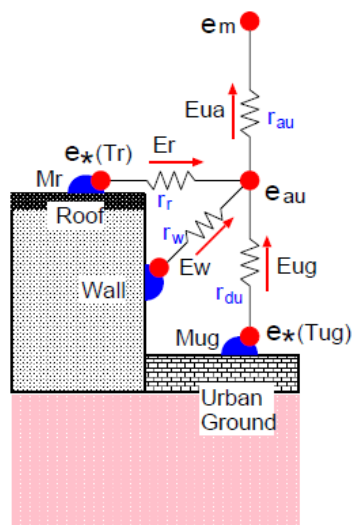


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances



## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

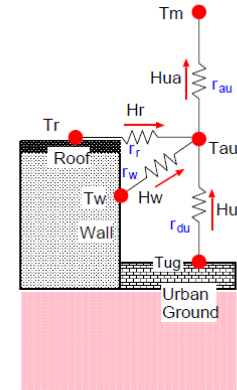


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

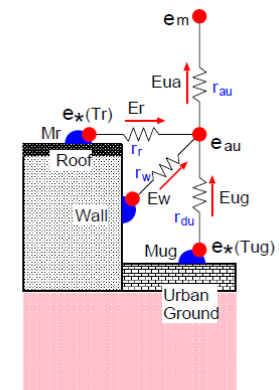


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

1. do telhado ao espaço aéreo do canyon ( $r_r$ )

2. da parede ao espaço aéreo do canyon ( $r_w$ )

3. da estrada para o espaço aéreo do canyon ( $r_{du}$ )

4. do espaço aéreo do canyon ao nível de referência ( $r_{au}$ )

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

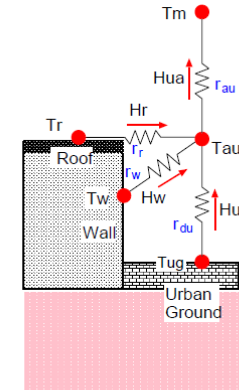


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

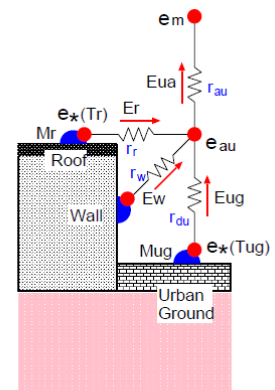


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

No caso do dossel urbano, **a parede (área frontal)** é *importante para a absorção do momento*

No caso do **teto (área da superfície)** é **importante para a transferência escalar** (calor e vapor de água).

No caso do **dossel da vegetação**, a **folha** é importante tanto para o momento quanto para a **transferência escalar**.

**Essa é uma diferença fundamental entre o dossel urbano e o dossel da vegetação.**

# Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

Assim, no cálculo das resistências aerodinâmicas global do telhado e da parede, são utilizadas densidades da área superficial ( $A_{rr}(k)$ ,  $A_{rw}(k)$ ) em vez da densidade da área frontal ( $A_s(k)$ ).

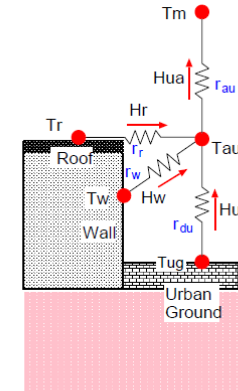


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

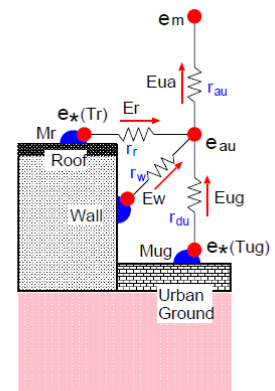


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

$$\frac{1}{r_r} = \sum_{k=1}^n \frac{A_{rr}(k) \sqrt{U(k)}}{p_s C_s} h_0 = \frac{V_{uc}}{p_s C_s} \sum_{k=1}^n \left( r(k) \sqrt{U(k)} \right) \quad (2.45)$$

$$\frac{1}{r_w} = \sum_{k=1}^n \frac{A_{rw}(k) \sqrt{U(k)}}{p_s C_s} h_0 = \frac{4V_{uc}}{p_s C_s} \left( \frac{h_0}{b_w} \right) \sum_{k=1}^n \left( a(k) \sqrt{U(k)} \right) \quad (2.46)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

A extensão em que o arrasto nos elementos de rugosidade individuais é reduzido pela presença de vizinhos foi expresso por Thom (1971) em termos de um fator de abrigo.

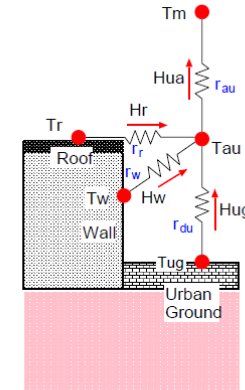


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

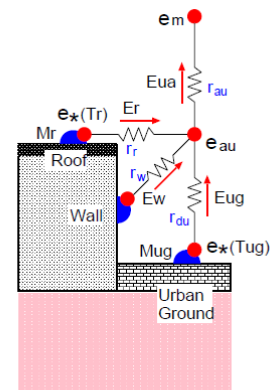


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

Mas o fator de abrigo( $p_s$ ) ainda não está bem entendido.

Isso explica a observação de que o coeficiente de arrasto de um conjunto de elementos de rugosidade é menor que a soma de seus coeficientes de arrasto individuais, presumivelmente devido a efeitos de proteção mútua.

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

Usando o mesmo relacionamento que o dossel da vegetação, o fator de abrigo  $p_s$  é expresso pela função de potência, exceto que a **densidade da área foliar é substituída pela densidade da área frontal**.

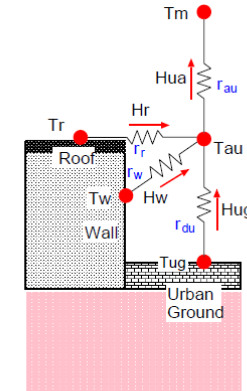


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

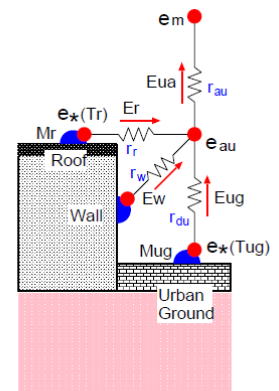


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

$$p_s = 1 + \left( \frac{S_s}{nh_0} \right)^{0.6} = 1 + \left( \frac{V_{uc} A_b}{nb_w} \right)^{0.6} \quad (2.47)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

Essa relação deve ser investigada para a matriz de diferentes alturas de elementos de rugosidade.

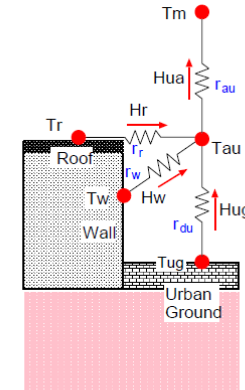


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

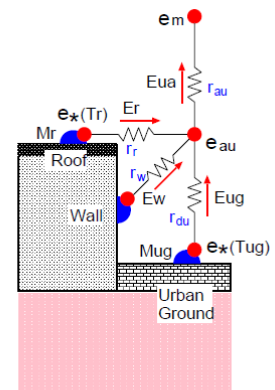


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

O caminho para a resistência do espaço aéreo no dossel ( $r_{du}$ ) é definido da seguinte maneira.

$$r_{du} = \int_0^{h_a} \frac{1}{K_m} dz = \sum_{k=1}^{k_{ha}} \frac{h_0}{K_m(k)} \quad (2.48)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

A altura da fonte do dossel ( $h_a = k_{ha} h_0$ ) é assumida como sendo igual ao centro de ação de  $r_r$  e  $r_w$  dentro do dossel,

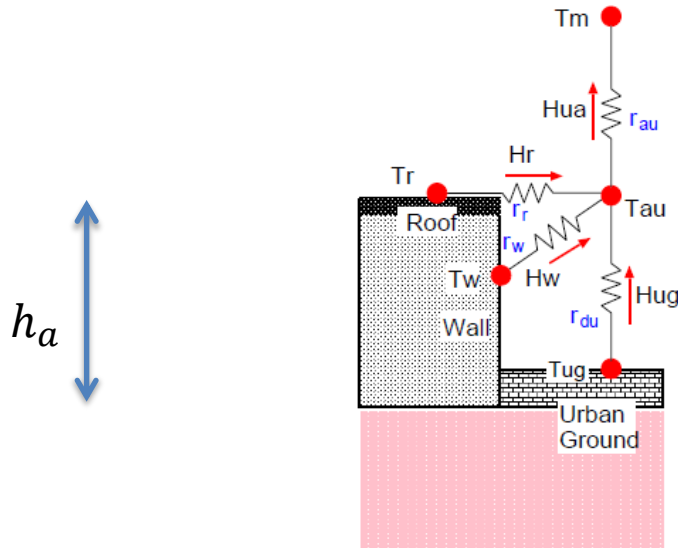


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

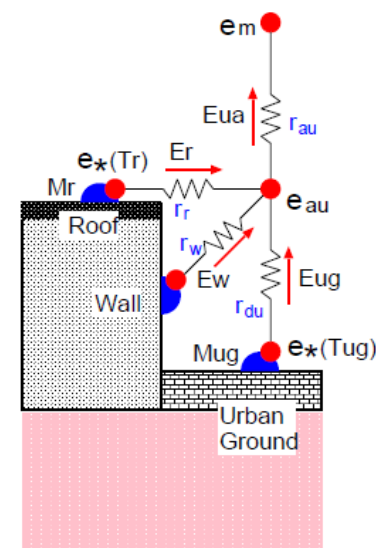


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

Obten-se a solução

$$\sum_{k=1}^{k_{ha}} \left( r(k) + 4 \left( \frac{h_0}{b_w} \right) a(k) \right) \sqrt{U(k)} \simeq \sum_{k=k_{ha}}^n \left( r(k) + 4 \left( \frac{h_0}{b_w} \right) a(k) \right) \sqrt{U(k)} \quad (2.49)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.3.2 Aerodynamic resistance

A resistência entre o espaço aéreo do dossel e a altura de referência ( $r_{au}$ ) pode ser descrita pela integração de  $K_m$  pela distância de  $h_a$  a  $z_m$ .

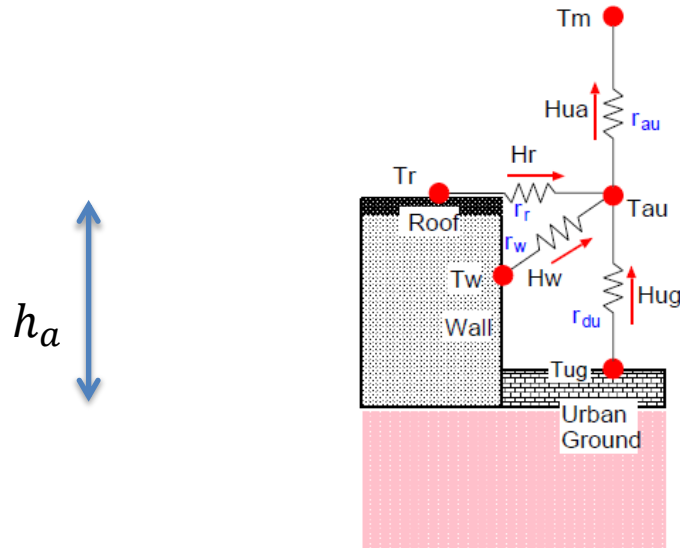


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

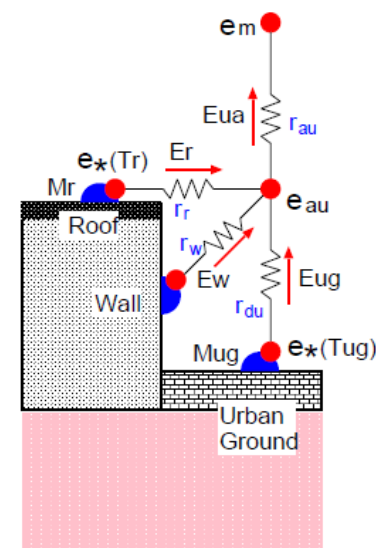


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

A formulação é baseada na condição neutra

$$r_{au} = \int_{h_a}^{nh_0} \frac{1}{K_m} dz + \int_{nh_0}^{z_m} \frac{1}{K_m} dz = \sum_{k=k_{\text{cr}}}^n \frac{h_0}{K_m(k)} + \frac{1}{\kappa u_*} \ln \left( \frac{z_m - d_0}{nh_0 - d_0} \right) \quad (2.50)$$



## Modelo Canopy Urbano

### 2.4 Sensible heat flux

Se **não assumirmos armazenamento de calor em nenhuma das junções da rede de resistência** mostrada na Figura 2.6.

Pode-se escrever os **fluxos de calor sensíveis** da área média **do telhado**, **parede** e **estrada** da seguinte maneira.

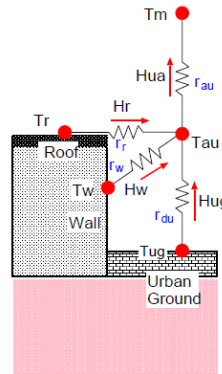


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

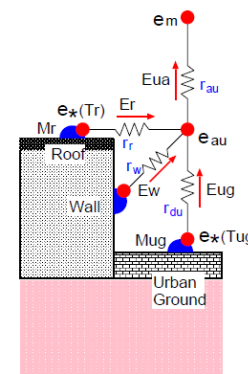


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

$$H_r = A(T_r - T_{au}),$$

$$H_w = B(T_w - T_{au}),$$

$$H_{ug} = C(T_{ug} - T_{au}),$$

$$H_r + H_w + H_{ug} = D(T_{au} - T_m),$$

$$A = \rho_a C_p / r_r \quad (2.51)$$

$$B = \rho_a C_p / r_w \quad (2.52)$$

$$C = \rho_a C_p / r_{du} \quad (2.53)$$

$$D = \rho_a C_p / r_{au} \quad (2.54)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.4 Sensible heat flux

A **temperatura do espaço aéreo do Canyon ( $T_{au}$ )** pode ser eliminada assumindo que os fluxos de energia do telhado, parede e estrada são transferidos para a camada limite atmosférica, ou seja, nenhuma energia é armazenada no espaço aéreo do dossel.

$$T_{au} = \frac{A \cdot T_r + B \cdot T_w + C \cdot T_{ug} + D \cdot T_m}{A + B + C + D} \quad (2.55)$$

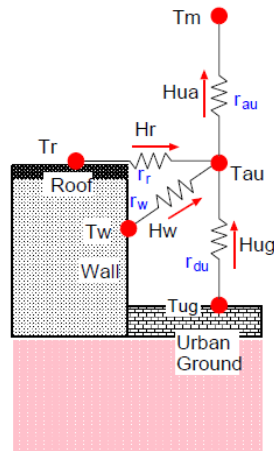


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

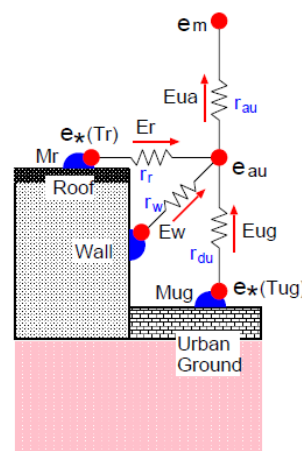


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

## Modelo Canopy Urbano

### 2.4 Sensible heat flux

Agora a estabilidade atmosférica pode ser calculada a partir da diferença de temperatura entre o espaço aéreo do canyon e a altura de referência ( $T_{au} - T_m$ ).

$$H = \rho_a C_p (T_{au} - T_m) \kappa u_* / \Psi_H \quad (2.56)$$

$$L = -\rho_a C_p T_m u_*^3 / \kappa g H \quad (2.57)$$

$$\zeta = z_m / L \quad (2.58)$$

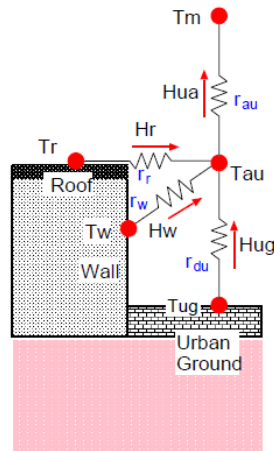


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

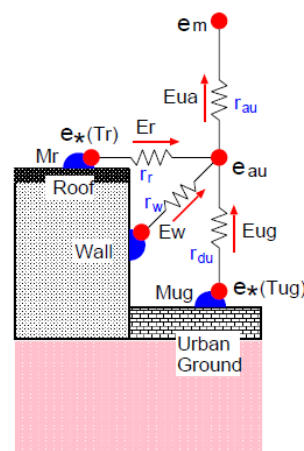


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances

## Modelo Canopy Urbano

### 2.4 Sensible heat flux

Na área urbana, o **fluxo de calor sensível é geralmente dominante sobre o fluxo de calor latente**. Portanto, apenas o fluxo de calor sensível é considerado na eq. (2.57).

$$L = -\rho_a C_p T_m u_*^3 / \kappa g H \quad (2.57)$$

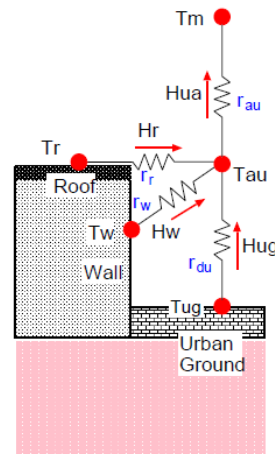


Figure 2.6: Transfer pathways of sensible heat flux and aerodynamic resistances

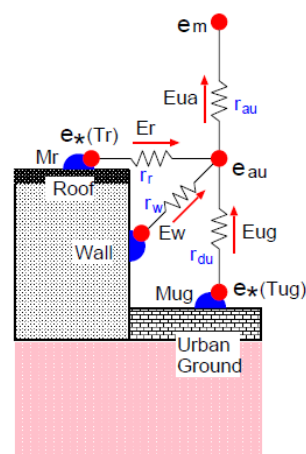


Figure 2.7: Transfer pathways of latent heat flux and aerodynamic resistances



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.4 Sensible heat flux

$$L = -\rho_a C_p T_m u_*^3 / \kappa g H \quad (2.57)$$

Se  $\zeta$  não estiver próximo de zero, o perfil de vento usado na seção anterior deve ser modificado pela função universal integrada.

**quando  $\zeta < 0$  (instável)**

$$\Psi_M = \ln \left( \frac{z_m - d_0}{z_0} \right) + \ln \frac{(x_0^2 + 1)(x_0 + 1)^2}{(x^2 + 1)(x + 1)^2} + 2(\tan^{-1} x - \tan^{-1} x_0) \quad (2.59)$$

$$\Psi_H = \ln \left( \frac{z_m - d_0}{z_0} \right) + 2 \ln \left( \frac{y_0 + 1}{y + 1} \right) \quad (2.60)$$

$$x = (1 - 16\zeta)^{1/4}, \quad x_0 = (1 - 16\zeta_0)^{1/4}, \quad y = (1 - 16\zeta)^{1/2}, \quad y_0 = (1 - 16\zeta_0)^{1/2} \quad (2.61)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.4 Sensible heat flux

$$L = -\rho_a C_p T_m u_*^3 / \kappa g H \quad (2.57)$$

Se  $\zeta$  não estiver próximo de zero, o perfil de vento usado na seção anterior deve ser modificado pela função universal integrada.

**quando  $\zeta \geq 0$  (estável)**

$$\Psi_M = \ln \left( \frac{z_m - d_0}{z_0} \right) + \frac{7}{3} \ln \frac{1 + 3\zeta + 10\zeta^3}{1 + 3\zeta_0 + 10\zeta_0^3} \quad (2.62)$$

$$\Psi_H = \ln \left( \frac{z_m - d_0}{z_0} \right) + 400 \ln \frac{1 + 7/400\zeta + 0.005\zeta^2}{1 + 7/400\zeta_0 + 0.005\zeta_0^2} \quad (2.63)$$

$$u_* = \kappa u_m / \Psi_M \quad (2.64)$$



## Modelo Canopy Urbano

### 2.4 Sensible heat flux

Agora  $u_*$  da eq. (2.40) (valor neutro) é substituído por  $u_*$  da eq. (2.64) (valor não neutro) e volta à eq. (2.41).

$$u_* = \frac{\kappa u_m}{\ln\left(\frac{z_m - d_0}{z_0}\right)} \quad (2.40)$$

$$u_* = \kappa u_m / \Psi_M \quad (2.64)$$

$$u_2 = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z_2 - d_0}{z_0}\right) \quad (2.41)$$

O procedimento acima é repetido até que a condição de convergência (em  $\zeta$ ) seja obtida. Observe que  $\Psi_H$  na eq. (2.56) é igual  $\ln\left(\frac{z_m - d_0}{z_0}\right)$  para a primeira etapa da iteração.

$$\Psi_H = \ln\left(\frac{z_m - d_0}{z_0}\right) + 2 \ln\left(\frac{y_0 + 1}{y + 1}\right) \quad (2.60)$$

$$\Psi_H = \ln\left(\frac{z_m - d_0}{z_0}\right) + 400 \ln \frac{1 + 7/400\zeta + 0.005\zeta^2}{1 + 7/400\zeta_0 + 0.005\zeta_0^2} \quad (2.63)$$

$$H = \rho_a C_p (T_{au} - T_m) \kappa u_* / \Psi_H \quad (2.56)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.5 Rainfall interception and interception loss

A interceptação de chuvas e evaporação da água interceptada é modelada de maneira muito simples.

Basicamente, cada componente do modelo de cobertura urbana (teto, parede, estrada) é considerado impermeável.

**E, diferente do caso da vegetação, o telhado é apenas uma camada (a área de interceptação é muito menor que a cobertura da vegetação).**

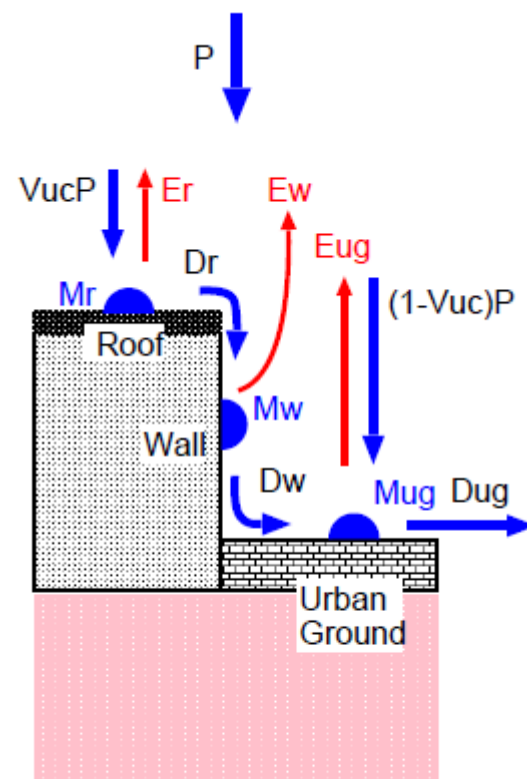


Figure 2.8: Rainfall interception model



## Modelo Canopy Urbano

### 2.5 Rainfall interception and interception loss

Os valores máximos para armazenamento de água ( $S_i$ ) são definidos para cada superfície. Se a reserva de água ( $M_i$ ) exceder o valor máximo, ocorre a drenagem ( $D_i$ ).

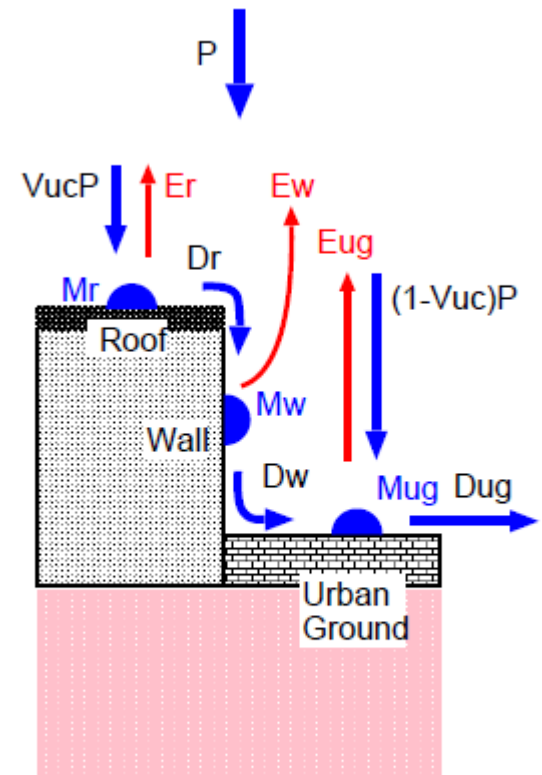


Figure 2.8: Rainfall interception model

## Modelo Canopy Urbano

### 2.5 Rainfall interception and interception loss

$$P_r = P V_{uc} \quad (2.65)$$

$$D_r = \begin{cases} = 0 & \text{when } M_r < S_r \\ = P_r & \text{when } M_r = S_r \end{cases} \quad (2.66)$$

$$P_w = D_r \quad (2.67)$$

$$D_w = \begin{cases} = 0 & \text{when } M_w < S_w \\ = D_r & \text{when } M_w = S_w \end{cases} \quad (2.68)$$

$$P_{ug} = P (1 - V_{uc}) + D_w \quad (2.69)$$

$$D_{ug} = \begin{cases} = 0 & \text{when } M_{ug} < S_{ug} \\ = P_{ug} & \text{when } M_{ug} = S_{ug} \end{cases} \quad (2.70)$$

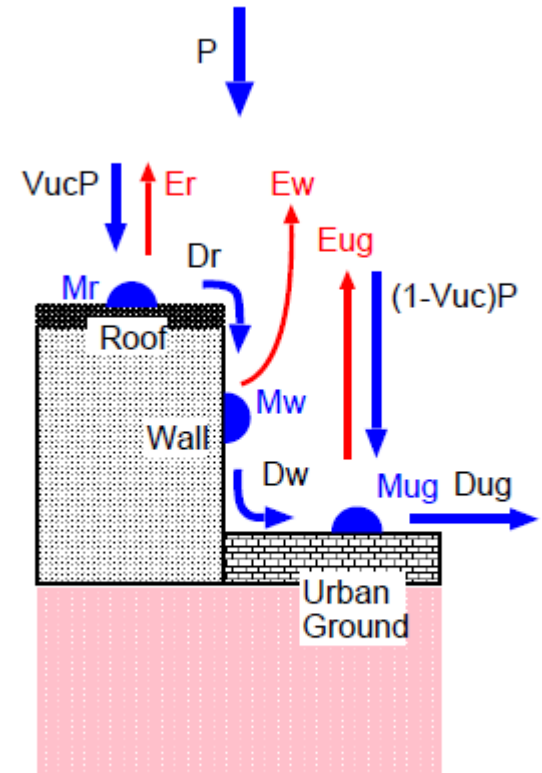


Figure 2.8: Rainfall interception model

**$D_{ug}$  é o escoamento superficial da área urbana. Ele fluirá para o corpo d'água, ou será usado como entrada do modelo de escoamento.**

## Modelo Canopy Urbano

### 2.5 Rainfall interception and interception loss

As quantidades  $M_r$ ,  $M_w$ ,  $M_g$  são usadas para determinar as áreas fraccionadas molhadas do telhado, parede e estrada ( $W_r$ ,  $W_w$ ,  $W_{ug}$ ).

Portanto, as taxas de evaporação das partes úmidas do telhado, parede e estrada são expressas da seguinte maneira.

$$\lambda E_r = E[e_*(T_r) - e_{au}], \quad E = \frac{\rho_a C_p}{\gamma} \frac{W_r}{r_r} \quad (2.71)$$

$$\lambda E_w = F[e_*(T_w) - e_{au}], \quad F = \frac{\rho_a C_p}{\gamma} \frac{W_w}{r_w} \quad (2.72)$$

$$\lambda E_{ug} = G[e_*(T_{ug}) - e_{au}], \quad G = \frac{\rho_a C_p}{\gamma} \frac{W_{ug}}{r_{du}} \quad (2.73)$$

$$\lambda E_r + \lambda E_w + \lambda E_{ug} = H[e_*(e_{au}) - e_m], \quad H = \frac{\rho_a C_p}{\gamma} \frac{W_r}{r_{au}} \quad (2.74)$$

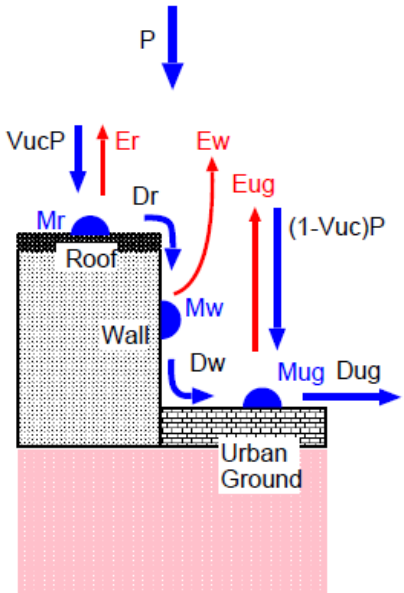


Figure 2.8: Rainfall interception model

$$(2.75)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.5 Rainfall interception and interception loss

O  $e_{au}$  pode ser eliminado considerando que os fluxos de vapor de água do telhado, parede e estrada são todos transferidos para a camada limite atmosférica;

(em outra palavra, **nenhum vapor de água é armazenado no espaço aéreo do dossel.**)

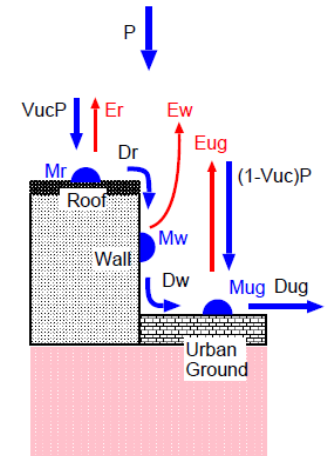


Figure 2.8: Rainfall interception model

$$e_{au} = \frac{E \cdot e_*(T_r) + F \cdot e_*(T_w) + G \cdot e_*(T_{ug}) + H \cdot e_m}{E + F + G + H} \quad (2.76)$$

$$W_r = \begin{cases} = M_r/S_r & \text{when } e_*(T_r) > e_{au} \\ = 1 & \text{when } e_*(T_r) \leq e_{au} \end{cases} \quad (2.77)$$

$$W_w = \begin{cases} = M_w/S_w & \text{when } e_*(T_r) > e_{au} \\ = 1 & \text{when } e_*(T_r) \leq e_{au} \end{cases} \quad (2.78)$$

$$W_{ug} = \begin{cases} = M_{ug}/S_{ug} & \text{when } e_*(T_{ug}) > e_{au} \\ = 1 & \text{when } e_*(T_{ug}) \leq e_{au} \end{cases} \quad (2.79)$$

$$(2.80)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.5 Rainfall interception and interception loss

Supõe-se nas eq. (2.71), (2.72), (2.73) que partes molhadas e secas da superfície estão na mesma temperatura.

$$\lambda E_r = E[e_*(T_r) - e_{au}], \quad E = \frac{\rho_a C_p W_r}{\gamma r_r} \quad (2.71)$$

$$\lambda E_w = F[e_*(T_w) - e_{au}], \quad F = \frac{\rho_a C_p W_w}{\gamma r_w} \quad (2.72)$$

$$\lambda E_{ug} = G[e_*(T_{ug}) - e_{au}], \quad G = \frac{\rho_a C_p W_{ug}}{\gamma r_{du}} \quad (2.73)$$

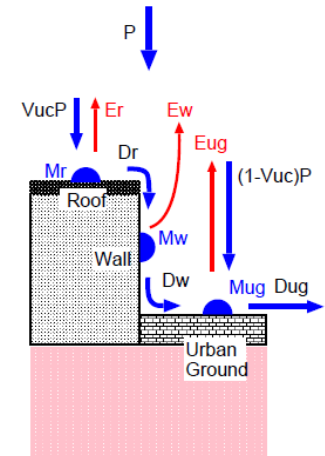


Figure 2.8: Rainfall interception model

Basicamente, o armazenamento máximo de água é muito menor que o dossel da vegetação, e o tempo de duração da água para presente na superfície é muito curto, é melhor usar a mesma temperatura para as partes úmidas e secas.



## Modelo Canopy Urbano

### 2.6 Prognostic variables and their governing equations

O modelo de cobertura urbana possui sete variáveis prognósticas do estado físico: quatro temperaturas (para telhado,  $T_r$ , para parede,  $T_w$ , para estrada  $T_{ug}$ , e para subsolo,  $T_{du}$ ); três para a interceptação de água (para telhado,  $M_r$ , para parede,  $M_w$  e para a estrada  $M_{ug}$ ).

Onde  $T_{du}$  é definido como o valor médio de  $T_{ug}$  durante um dia.



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.6.1 Governing equations for temperatures

As **equações que governam as quatro temperaturas são baseadas no método de força-restauração** (Bhumralkar, 1975; Blackadar, 1976). A aproximação força-restauração baseia-se na **solução analítica da equação de condução de calor sob forçamento periódico, que é usado para parametrizar o fluxo diário quase periódico de calor no solo**. Dessa maneira, é possível obter uma descrição muito simples e eficiente, mas razoavelmente precisa da dinâmica da temperatura.

Neste modelo, **a equação prognóstica para a temperatura da superfície incorpora o fluxo de energia da superfície (termo de forçamento atmosférico) e o fluxo de calor do solo (termo de restauração) para reproduzir realisticamente a variação diurna da temperatura da superfície**.



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.6.1 Governing equations for temperatures

No caso do modelo de cobertura urbana, **são previstas três temperaturas de superfície ( $T_r$ ,  $T_w$ ,  $T_{ug}$ )**. Quanto ao termo de restauração para  $T_r$  e  $T_w$ , é usada uma temperatura interna do edifício ( $T_{bi}$ ), que pode ser controlada ou mantida pela atividade humana. Além disso, fonte de calor artificial ( $Q_m^1$ ), que é resultado da atividade humana, é adicionada ao termo forçante.



## Modelo Canopy Urbano

### 2.6.1 Governing equations for temperatures

Assim, as equações prognósticas para temperaturas no modelo de copa urbana são expressas da seguinte forma.

$$C_r \frac{\partial T_r}{\partial t} = Rn_r - H_r - \lambda E_r - \omega C_r (T_r - T_{bi}) + Q_m V_{uc} \quad (2.81)$$

$$C_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = Rn_w - H_w - \lambda E_w - \omega C_w (T_w - T_{bi}) + Q_m A_w \quad (2.82)$$

$$C_{ug} \frac{\partial T_{ug}}{\partial t} = Rn_{ug} - H_{ug} - \lambda E_{ug} - \omega C_{ug} (T_{ug} - T_{du}) + Q_m (1 - V_{uc}) \quad (2.83)$$

$$C_{du} \frac{\partial T_{du}}{\partial t} = Rn_{ug} - H_{ug} - \lambda E_{ug} - \omega C_{du} (T_{du} - T_{bi}) + Q_m (1 - V_{uc}) \quad (2.84)$$

As capacidades térmicas efetivas ( $C_r$ ,  $C_w$ ,  $C_{ug}$ ,  $C_{du}$ ) são definidas teoricamente usando condutividade térmica e calor específico específico.

## Modelo Canopy Urbano

### 2.6.1 Governing equations for temperatures

As capacidades térmicas efetivas ( $C_r$ ,  $C_w$ ,  $C_{ug}$ ,  $C_{du}$ ) são definidas teoricamente usando condutividade térmica e calor específico específico.

$$C_i = \left( \frac{c_i k_i}{2\omega} \right)^{1/2} \quad (i=r, w, ug) \quad (2.85)$$

$$C_{du} = \sqrt{365} C_{ug} \quad (2.86)$$

$Q_m$  = anthropogenic heat source ( $\text{Wm}^{-2}$ )

$C_i (i = r, w, ug, du)$  = effective heat capacity ( $\text{J m}^{-2}\text{K}^{-1}$ )

Quanto à eq. (2,86), a capacidade térmica é proporcional a uma raiz quadrada do ciclo.  $T_{du}$  é definido como o valor médio de  $T_{ug}$  ao longo de um dia, e espera-se que  $T_{du}$  tenha ciclo sazonal (um ano).



## Modelo Canopy Urbano

### 2.6.1 Governing equations for temperatures

A capacidade efetiva de calor é importante para a reprodução da amplitude e fase do ciclo diurno.

$$C_i = \left( \frac{c_i k_i}{2\omega} \right)^{1/2} \quad (i=r,w,ug) \quad (2.85)$$

$$C_{du} = \sqrt{365} C_{ug} \quad (2.86)$$

Basicamente, os valores reais das propriedades térmicas ( $c_i$ ,  $k_i$ ) dependem do material (concreto, asfalto, telha, etc.).

Na prática, esses parâmetros são ajustados para reproduzir o ciclo diurno, uma vez que o dossel urbano consiste em diferentes tipos de materiais.



## Modelo Canopy Urbano

### 2.6.2 Governing equations for intercepted water

As equações que regem as três variáveis de de água armazenada por interceptação são expressas na mesma fórmula.

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} = P_i - D_i - \frac{E_i}{\rho_w} \quad (i = r, w, ug) \quad (2.87)$$

Esta é uma equação simples do balanço da água para o armazenamento de água. No cálculo do estoque de água ( $M_i$ ), a evaporação ( $E_i$ ) é modificada se a eq. (2,87) produz um valor negativo de  $M_i$ .



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

Na solução numérica das equações prognósticas para temperaturas ( $T_r$ ,  $T_w$ ,  $T_{ug}$ ), utilizamos o fato de que os termos de armazenamento, envolvendo  $C_i$  ( $i = r, w, ug$ ), são pequenos em relação aos fluxos de energia  $Rn_i$ ,  $\lambda E_i$  e  $H_i$  ( $i = r, w, ug$ ).

Esses valores tornam a eq. (2,81), (2,82), (2,83) equações de resposta rápida, de modo que alterações em ( $T_r$ ,  $T_w$ ,  $T_{ug}$ ), mesmo em um intervalo de tempo tão curto quanto uma hora, possam ter um feedback significativo sobre a magnitude dos fluxos de energia.

Os fluxos de energia são funções explícitas das condições de contorno atmosférico, (variáveis prognósticas e resistências aerodinâmicas).



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

As equações prognósticas são resolvidas por **um método implícito backward**, usando derivadas parciais de cada termo.

**Primeiro, considerando que os fluxos de energia nas equações prognósticas são funções da temperatura, as derivadas parciais são calculadas na sub-rotina parcial.**

**Em seguida, as equações prognósticas são expressas na forma de diferenciação inversa explícita e um conjunto de equações simultâneas lineares relacionadas às mudanças de temperatura ao longo de um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) é obtido.**

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

Não apenas os fluxos de energia, mas também os termos de troca de calor dependem das temperaturas. Agora, as equações prognósticas podem ser escritas em forma de tempo discreto.

$$\begin{aligned}
 C_r \frac{\Delta T_r}{\Delta t} = & Rn_r - H_r - \lambda E_r - \omega C_r (T_r - T_{bi}) + Q_m V_{uc} \\
 & + \frac{\partial Rn_r}{\partial T_r} \Delta T_r - \left( \frac{\partial H_r}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial H_r}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial H_r}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \\
 & - \left( \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) - \omega C_r \Delta T_r
 \end{aligned} \tag{2.88}$$

$$\begin{aligned}
 C_w \frac{\Delta T_w}{\Delta t} = & Rn_w - H_w - \lambda E_w - \omega C_w (T_w - T_{bi}) + Q_m A_w \\
 & + \left( \frac{\partial Rn_w}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial Rn_w}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) - \left( \frac{\partial H_w}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial H_w}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial H_w}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \\
 & - \left( \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) - \omega C_w \Delta T_w
 \end{aligned} \tag{2.89}$$

### Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

Não apenas os fluxos de energia, mas também os termos de troca de calor dependem das temperaturas. Agora, as equações prognósticas podem ser escritas em forma de tempo discreto.

$$\begin{aligned}
 C_{ug} \frac{\Delta T_{ug}}{\Delta t} = & Rn_{ug} - H_{ug} - \lambda E_{ug} - \omega C_{ug}(T_{ug} - T_{du}) + Q_m(1 - V_{uc}) \\
 & + \left( \frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} + \frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w \right) - \left( \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w \right) \\
 & - \left( \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w \right) - \omega C_{ug}(\Delta T_{ug} - \Delta T_{du}) \quad (2.90)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{du} \frac{\Delta T_{du}}{\Delta t} = & Rn_{ug} - H_{ug} - \lambda E_{ug} + \omega C_{du}(T_{bi} - T_{du}) + Q_m(1 - V_{uc}) \\
 & + \left( \frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} + \frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w \right) - \left( \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w \right) \\
 & - \left( \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w \right) - \omega C_{du} \Delta T_{du} \quad (2.91)
 \end{aligned}$$





## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

Se estiver escrito em forma de matriz,

$$KX = Y \quad \longrightarrow \quad X = K^{-1}Y$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} \\ K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} \\ K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \Delta T_r \\ \Delta T_w \\ \Delta T_{ug} \\ \Delta T_{du} \end{bmatrix}$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

$$K_{1,1} = \frac{C_r}{\Delta t} - \frac{\partial Rn_r}{\partial T_r} + \frac{\partial H_r}{\partial T_r} + \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_r} + \omega C_r$$

$$K_{1,3} = \frac{\partial H_r}{\partial T_{ug}} + \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_{ug}}$$

$$K_{2,1} = \frac{\partial H_w}{\partial T_r} + \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_r}$$

$$K_{2,3} = -\frac{\partial Rn_w}{\partial T_{ug}} + \frac{\partial H_w}{\partial T_{ug}} + \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_{ug}}$$

$$K_{3,1} = \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_r} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_r}$$

$$K_{3,3} = \frac{C_{ug}}{\Delta t} - \frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_{ug}} + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_{ug}} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_{ug}} + \omega C_{ug}$$

$$K_{4,1} = \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_r} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_r}$$

$$K_{4,3} = -\frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_{ug}} + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_{ug}} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_{ug}}$$

$$K_{1,2} = \frac{\partial H_r}{\partial T_w} + \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_w}$$

$$K_{1,4} = 0$$

$$K_{2,2} = \frac{C_w}{\Delta t} - \frac{\partial Rn_w}{\partial T_w} + \frac{\partial H_w}{\partial T_w} + \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_w} + \omega C_w$$

$$K_{2,4} = 0$$

$$K_{3,2} = -\frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_w} + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_w} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_w}$$

$$K_{3,4} = -\omega C_g$$

$$K_{4,2} = -\frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_w} + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_w} + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_w}$$

$$K_{4,4} = \frac{C_{du}}{\Delta t} + \omega C_{du}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Rn_r - H_r - \lambda E_r - \omega C_r(T_r - T_{bi}) + Q_m V_{uc} \\ Rn_w - H_w - \lambda E_w - \omega C_w(T_w - T_{bi}) + Q_m A_w \\ Rn_g - H_{ug} - \lambda E_{ug} - \omega C_{ug}(T_{ug} - T_{du}) + Q_m(1 - V_{uc}) \\ Rn_g - H_{ug} - \lambda E_{ug} + \omega C_{du}(T_{bi} - T_{du}) + Q_m(1 - V_{uc}) \end{bmatrix}$$



# Desenvolvimento de um esquema de superfície continental

---

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

As equações acima podem ser resolvidas em termos de mudanças de temperatura ( $\Delta T_r$ ,  $\Delta T_w$ ,  $\Delta T_{ug}$ ,  $\Delta T_{du}$ ).

Cada temperatura é atualizada para o valor no tempo  $t_0 + \Delta t$  adicionando alterações de temperatura ao valor inicial no tempo  $t_0$ . Além disso, os fluxos de energia são modificados para mostrar os valores médios ao longo de um intervalo de tempo (entre o tempo  $t_0$  e o tempo  $t_0 + \Delta t$ ).

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

$$Rn'_r = Rn_r + \frac{1}{2} \frac{\partial Rn_r}{\partial T_r} \Delta T_r \quad (2.92)$$

$$Rn'_w = Rn_w + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial Rn_w}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial Rn_w}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.93)$$

$$Rn'_g = Rn_g + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial Rn_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.94)$$

$$H'_r = H_r + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial H_r}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial H_r}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial H_r}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.95)$$

$$H'_w = H_w + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial H_w}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial H_w}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial H_w}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.96)$$

$$H'_g = H_g + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.97)$$

$$\lambda E'_r = \lambda E_r + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.98)$$

$$\lambda E'_w = \lambda E_w + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.99)$$

$$\lambda E'_{ug} = \lambda E_{ug} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_r} \Delta T_r + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_w} \Delta T_w + \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_{ug}} \Delta T_{ug} \right) \quad (2.100)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

Seguindo a Seção 2.2, cinco derivadas parciais dos fluxos líquidos de radiação ( $R_{nr}$ ,  $R_{nw}$ ,  $R_{nug}$ ) são obtidas da seguinte maneira.

$$\frac{\partial R_{nr}}{\partial T_r} = -4\sigma\epsilon_r T_r^3 V_{uc} \quad (2.101)$$

$$\frac{\partial R_{nw}}{\partial T_w} = 4\sigma\epsilon_w T_w^3 \frac{\pi - 2\text{skyw}}{\pi} (1 - V_{uc}) \sum_{k=1}^n \frac{kh_0}{b_w \frac{(1-V_{uc})}{V_{uc}}} - 4\sigma\epsilon_w T_w^3 (1 - V_{uc}) \sum_{k=1}^n \frac{kh_0}{b_w \frac{(1-V_{uc})}{V_{uc}}} \quad (2.102)$$

$$\frac{\partial R_{nw}}{\partial T_g} = 4\sigma\epsilon_g T_g^3 \frac{\pi - \text{skyg}}{2\pi} (1 - V_{uc}) \quad (2.103)$$

$$\frac{\partial R_{nug}}{\partial T_{ug}} = -4\sigma\epsilon_{ug} T_{ug}^3 (1 - V_{uc}) \quad (2.104)$$

$$\frac{\partial R_{nug}}{\partial T_w} = 8\sigma\epsilon_w T_w^3 \frac{\text{skyw}}{\pi} (1 - V_{uc}) \sum_{k=1}^n \frac{kh_0}{b_w \frac{(1-V_{uc})}{V_{uc}}} \quad (2.105)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

Após a Seção 2.4, são obtidas nove derivadas parciais de fluxos de calor sensíveis ( $H_r$ ,  $H_w$ ,  $H_{ug}$ ) do seguinte modo.

$$T_{au} = \frac{A \cdot T_r + B \cdot T_w + C \cdot T_{ug} + D \cdot T_m}{A + B + C + D} \quad (2.106)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial T_r} = \frac{A(B + C + D)}{A + B + C + D}, \quad \frac{\partial H_r}{\partial T_w} = \frac{-AB}{A + B + C + D}, \quad \frac{\partial H_r}{\partial T_{ug}} = \frac{-AC}{A + B + C + D} \quad (2.107)$$

$$\frac{\partial H_w}{\partial T_w} = \frac{B(A + C + D)}{A + B + C + D}, \quad \frac{\partial H_w}{\partial T_r} = \frac{-AB}{A + B + C + D}, \quad \frac{\partial H_w}{\partial T_{ug}} = \frac{-BC}{A + B + C + D} \quad (2.108)$$

$$\frac{\partial H_{ug}}{\partial T_{ug}} = \frac{C(A + B + D)}{A + B + C + D}, \quad \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_r} = \frac{-AC}{A + B + C + D}, \quad \frac{\partial H_{ug}}{\partial T_w} = \frac{-BC}{A + B + C + D} \quad (2.109)$$

## Modelo Canopy Urbano

### 2.7 Numerical solution of prognostic equations

Seguindo a Seção 2.5, nove derivadas parciais de fluxos de calor latentes ( $\lambda E_r$ ,  $\lambda E_w$ ,  $\lambda E_{ug}$ ) são obtidas da seguinte maneira. Onde,  $e'_*(T_i)$  é uma inclinação da curva de pressão de vapor de saturação em  $T_i$ .

$$e_{au} = \frac{E \cdot e_*(T_r) + F \cdot e_*(T_w) + G \cdot e_*(T_{ug}) + H \cdot e_m}{E + F + G + H} \quad (2.110)$$

$$\frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_r} = \frac{e'_*(T_r)E(F + G + H)}{E + F + G + H}, \quad \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_w} = \frac{-e'_*(T_w)EF}{E + F + G + H}, \quad \frac{\partial \lambda E_r}{\partial T_{ug}} = \frac{-e'_*(T_{ug})EG}{E + F + G + H} \quad (2.111)$$

$$\frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_w} = \frac{e'_*(T_w)F(E + G + H)}{E + F + G + H}, \quad \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_r} = \frac{-e'_*(T_r)EF}{E + F + G + H}, \quad \frac{\partial \lambda E_w}{\partial T_{ug}} = \frac{-e'_*(T_{ug})FG}{E + F + G + H} \quad (2.112)$$

$$\frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_{ug}} = \frac{e'_*(T_{ug})G(E + F + H)}{E + F + G + H}, \quad \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_r} = \frac{-e'_*(T_r)EG}{E + F + G + H}, \quad \frac{\partial \lambda E_{ug}}{\partial T_w} = \frac{-e'_*(T_w)FG}{E + F + G + H} \quad (2.113)$$