



---

## TP Traitement du signal TS229

---

Alexandre ALLEGRE et Raphaël DEBACHE T2

Professeur : Romain Tajan  
Rendu le 3 novembre 2024

2024 - 2025

# 1 Introduction

Ce projet repose sur la réception de données émises depuis des avions. Les signaux étudiés ici se reposent sur le protocole ADS-B (Automatic Dependent Surveillance Broadcast). Ce projet a pour premier objectif de modéliser un récepteur de données ADS-B. Le but final est de traiter en temps réel des données envoyées par des avions. En utilisant MATLAB, ce projet mobilise des compétences en communications numériques, en codage canal et en traitement du signal.

L'ADS-B est un système de diffusion proposé en complément aux radars classiques. Ce système est efficace pour surveiller l'état du réseau aérien. En effet, via ce système, les avions envoient régulièrement des informations sur l'état de l'avion, notamment sa position géographique, sa vitesse, etc. Ces données peuvent ensuite être récupérées par des tours de contrôle au sol ou par d'autres avions. L'avantage de l'ADS-B est son faible coût d'infrastructure car une simple antenne permet de capter les signaux envoyés par les avions.

## 2 Tâche 1

L'objectif de cette tâche est d'implémenter la chaîne de communication utilisée par l'ADS-B. Notamment la modulation et la démodulation. Afin de vérifier l'implémentation de ces blocs, nous avons tracé la courbe de Taux d'Erreur Binaire (TEB) en fonction du rapport signal à bruit. Nous l'avons ensuite comparée avec la courbe théorique afin de valider les valeurs obtenues.

### 2.1 Sous-tâche 1 - Représentation signaux théoriques

En considérant un bruit nul et un message binaire  $[1,0,0,1,0]$ , les courbes théoriques sont les suivantes :

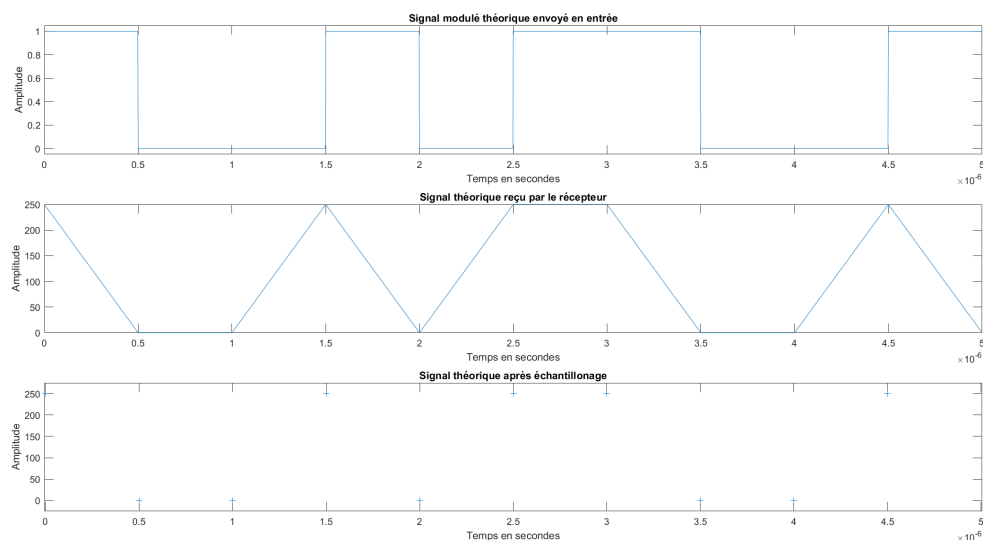


Figure 1: Courbes théoriques

Ainsi, le bloc décision permet, grâce un couple d'élément, de choisir quel est le bit envoyé le plus probable. Il testera donc où se trouve la ressemblance la plus forte entre  $p_0(t)$  et  $p_1(t)$ . Le couple d'élément à tester est celui à l'instant  $T_s$  et  $T_s + T_s/2$ .

## 2.2 Sous-tâche 2 - Calcul de $s_l(t)$ théorique

On remarque que :  $p_0(t) = p_1(t - \frac{T_s}{2})$

Donc  $p_{b_k}(t)$  peut s'écrire comme une combinaison de  $p_1(t)$  et  $p_1(t - \frac{T_s}{2})$

$$\begin{aligned} s_l(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} p_{b_k}(t - kT_s) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} p_{b_k}(t - 2k\frac{T_s}{2}) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_{2k}p_1(t - 2k\frac{T_s}{2}) + u_{2k+1}p_1(t - (2k+1)\frac{T_s}{2}) \end{aligned}$$

Cherchons la relation entre  $b_k$  et le couple  $(u_{2k}, u_{2k+1})$ . Si  $b_k = 1$  alors  $(u_{2k} = 1, u_{2k+1} = 0)$  alors que si  $b_k = 0$ ,  $(u_{2k} = 0, u_{2k+1} = 1)$

Le couple  $(u_{2k} = b_k, u_{2k+1} = 1 - b_k)$  convient.

$$\begin{aligned} s_l(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_{2k}p_1(t - 2k\frac{T_s}{2}) + u_{2k+1}p_1(t - (2k+1)\frac{T_s}{2}) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_{2k}p_1(t - 2k\frac{T_s}{2}) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_{2k+1}p_1(t - (2k+1)\frac{T_s}{2}) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_k p_1(t - k\frac{T_s}{2}) \end{aligned}$$

## 2.3 Sous-tâche 3 - Décision du maximum de vraisemblance

Par la question précédente on a :

$$s_l(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_k p_1(t - k\frac{T_s}{2})$$

On remarque que  $p_1(t) = \Pi_{\frac{T_s}{2}}(t - \frac{3T_s}{4})$  Par conséquent en l'absence de bruit on a :

$$\begin{aligned} rl(t) &= (\sum_{k \in \mathbb{Z}} u_k p_1(t - k\frac{T_s}{2})) * p_1(-t) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_k p_1(t - k\frac{T_s}{2}) * p_1(-t) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_k (\frac{T_s}{2} - |t - k\frac{T_s}{2}|) \times \mathbf{1}_{[-\frac{T_s}{2}, \frac{T_s}{2}]}(t - k\frac{T_s}{2}) \end{aligned}$$

En échantillonnant  $rl(t)$  tous les  $\frac{T_s}{2}$  on obtient :

$$rl[k] = u_k \frac{T_s}{2}$$

On a donc par identification  $r_{2k} = u_{2k} \frac{T_s}{2} = b_k \frac{T_s}{2}$  et  $r_{2k+1} = u_{2k+1} \frac{T_s}{2} = (1 - b_k) \frac{T_s}{2}$

$$r_k = v_0 \underline{X} + \underline{W}$$

Avec  $\underline{X}$  qui vaut  $(0, 1)$  ou  $(1, 0)$  selon si le bit à transmettre est à 0 ou à 1 et  $\underline{W}$  le bruit qui suit une loi centrée de variance  $\sigma^2$ .

La probabilité de décider  $r_k$  sachant  $(0, 1)$  vaut :

$$P(r_k | (1, 0)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\|r_k - v_0(1, 0)\|_2^2}{2\sigma^2}\right)$$

De même :

$$P(r_k | (0, 1)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\|r_k - v_0(0, 1)\|_2^2}{2\sigma^2}\right)$$

Ainsi pour avoir le maximum de vraisemblance il faut décider  $r_k$  de manière à diminuer la distance euclidienne à l'intérieur de l'exponentielle.

$$\|r_k - z_0(0, 1)\|_2^2 \geq \|r_k - z_0(1, 0)\|_2^2$$

## 2.4 Sous-tâche 4/5 - Modulation PPM

La modulation utilisée par l'ADS-B est la modulation en position d'amplitude (PPM). Lors de cette modulation on échantillonne à une fréquence de  $f_e = 20$  MHz avec un facteur de suréchantillonnage  $F_{se}$  de 20. L'implémentation consiste à coder un bit du signal envoyé en  $F_{se}$  valeurs. Ces valeurs varient si le bit envoyé est 0 ou 1. On se retrouve donc avec un signal sur une durée élémentaire de  $T_s$  seconde avec  $F_{se}/2$  valeurs à 0 et  $F_{se}/2$  valeurs à 1. Cette impulsion est ensuite échantillonnée tous les  $T_e$ .

En prenant en exemple les bits envoyés suivant :  $[1, 0, 0, 1, 0]$ , on obtient après modulation le signal du haut de la figure 2. Ensuite, on ajoute un bruit bande base où  $n_l(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . Après l'ajout du bruit au signal envoyé, on obtient le signal  $y_l(t)$  reçu par le récepteur. On convolue ce signal par une porte  $p_1^*(-t)$ . Ce qui nous donne le signal  $r_l(t)$  qui est la courbe du milieu de la figure 2. Après échantillonnage à  $T_s/2$  on trouve la dernière courbe de la figure 2. Afin de vérifier si ces courbes sont cohérentes et si les bits ont correctement été reçus, il faut désormais faire la décision sur le signal échantillonné à  $T_s/2$ . En suivant l'algorithme décrit dans la sous-tâche 3, on retrouve bien les bits émis.

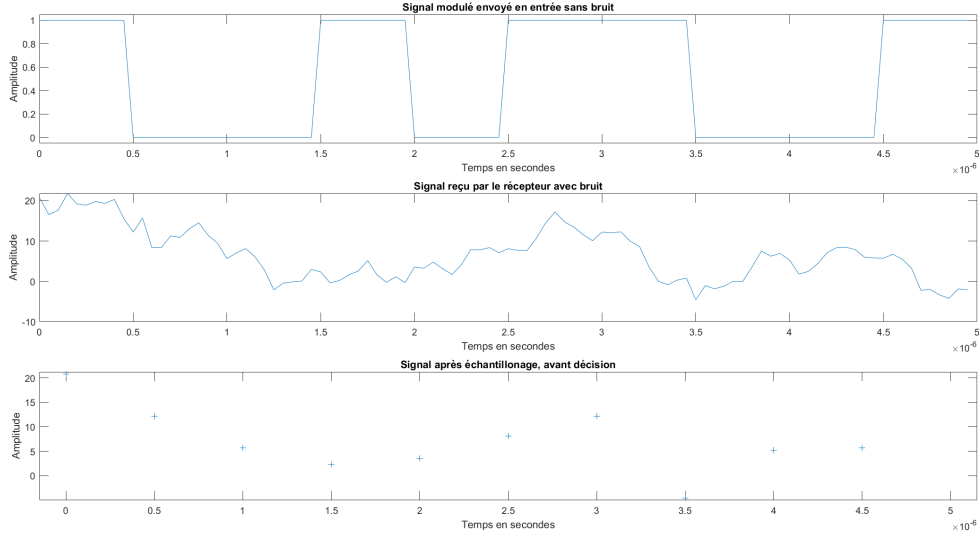


Figure 2: Courbes de la chaîne de communication

## 2.5 Sous-tâche 6 - Calcul du Taux d'Erreur Binaire

La modulation et la démodulation ayant été effectués, il est désormais possible de simuler un Taux d'Erreur Binaire (TEB) en fonction du rapport de la puissance du signal sur celle du bruit ( $E_b/N_0$ ) afin de vérifier la fiabilité de notre implémentation.

Pour cela, on simule un grand nombre de bits envoyé avec plusieurs puissances de bruit en fonction du  $E_b/N_0$  voulu. La puissance du bruit est donc définit ainsi :

$$P_{\text{bruit}} = (P_{\text{signal}} * Fse) / E_b/N_0$$

Avec  $E_b/N_0$  une valeur fixée puisqu'on cherche le TEB pour un  $E_b/N_0$  compris entre 0 et 10 dB. Il faut prendre  $E_b/N_0$  en échelle décimale dans ce calcul.

Avec ce bruit, des erreurs vont se produire après la décision et lorsqu'un nombre suffisant d'erreurs se sont produit, on calcule le TEB. En répétant cette opération en changeant  $E_b/N_0$  on obtient une courbe de TEB en fonction de  $E_b/N_0$ . Enfin, on peut tracer la courbe théorique de la probabilité d'erreur binaire  $P_b$ . Cette probabilité se calcule avec la fonction  $\text{erfc}$  :

$$P_b = 0.5 * \text{erfc}(\sqrt{E_b/N_0})$$

On peut ainsi superposer les deux courbes et obtenir :

Lorsque le rapport  $E_b/N_0$  devient grand, à TEB équivalent, on remarque que l'écart entre les courbes théorique et expérimentale est d'environ 3 dB. Cela peut s'expliquer par le fait que la modulation choisie ici c'est pas à moyenne nulle. En effet  $p_0(t)$  et  $p_1(t)$  varient entre 0 et 1 et non pas entre -0,5 et 0,5 ce qui aurait fait une moyenne nulle. Or, la courbe de probabilité d'erreur binaire se repose sur une modulation à moyenne nulle. Ce changement provoque donc une différence de puissance pour le signal envoyé, d'où la différence de 3 dB.

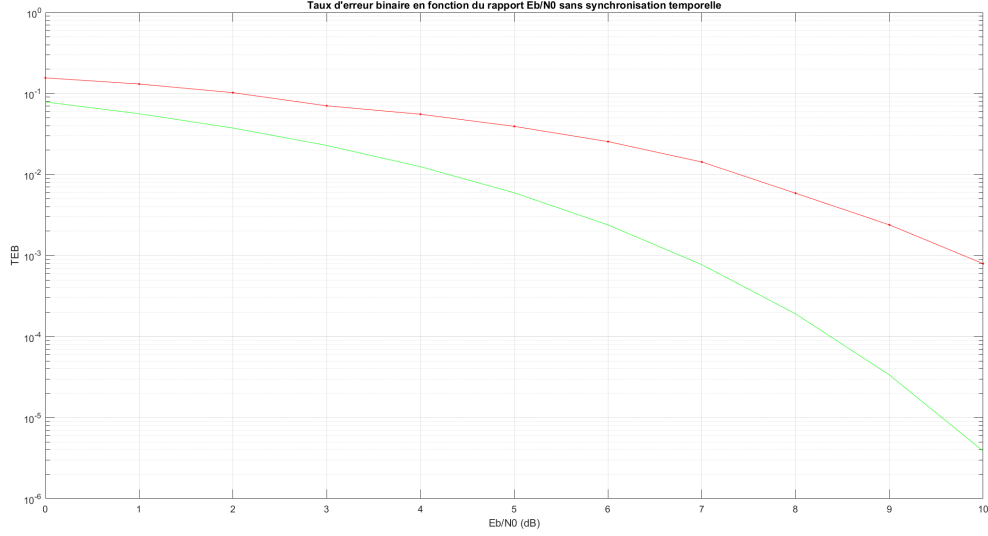


Figure 3: TEB en fonction de EBN0

### 3 Tâche 2

#### 3.1 Sous-tâche 1 - Réécriture de $s_l(t)$

On remarque que  $p(t) = \frac{1}{2}(p_1(t) - p_0(t))$ ,  $p_1(t) = 0.5 \times \mathbf{1}_{[0, T_s]}(t) + p(t)$  et  $p_0(t) = 0.5 \times \mathbf{1}_{[0, T_s]}(t) - p(t)$  donc  $p_{b_k} = 0.5 \times \mathbf{1}_{[0, T_s]}(t) + A_k p(t)$

$$\begin{aligned} s_l(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} p_{b_k}(t - kT_s) \\ &= 0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s) \end{aligned}$$

#### 3.2 Sous-tâche 2 - Calcul théorique $m_{sl}(t)$

$$\begin{aligned} m_{sl}(t) &= \mathbf{E}(s_l(t)) \\ &= \mathbf{E}\left(0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s)\right) \\ &= 0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{E}(A_k) p(t - kT_s) \end{aligned}$$

Or  $\mathbf{E}(A_k) = 1 \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{1}{2} = 0$  Donc  $m_{sl}(t) = 0.5$

### 3.3 Sous-tâche 3 - Calcul théorique $R_{sl}(t, \tau)$

Soit  $R_{sl}(t, \tau)$ ,

$$\begin{aligned}
R_{sl}(t, \tau) &= \mathbf{E}(s_l(t)s_l^*(t + \tau)) \\
&= \mathbf{E}((0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s))(0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t + \tau - kT_s))) \\
&= 0.25 + \mathbf{E}((\sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s))(\sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t + \tau - kT_s))) \\
&= 0.25 + \sum_{l \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{E}(A_k A_l) p(t - lT_s) p(t + \tau - kT_s) \\
&= 0.25 + \sum_{w \in \mathbb{Z}} \mathbf{E}(A_w^2) p(t - wT_s) p(t + \tau - wT_s) \quad (1) \\
&= 0.25 + \sum_{w \in \mathbb{Z}} p(t - wT_s) p(t + \tau - wT_s)
\end{aligned}$$

(1) : Si  $l \neq k$ , on a  $\mathbf{E}(A_l A_k) = \mathbf{E}(A_l) \mathbf{E}(A_k) = 0$ , et  $\mathbf{E}(A_k^2) = (-1)^2 \times \frac{1}{2} + 1^2 \times \frac{1}{2} = 1$

### 3.4 Sous-tâche 4 - Calcul de $\tilde{R}_{sl}(\tau)$

Soit  $\tilde{R}_{sl}(\tau)$  défini par :

$$\begin{aligned}
\tilde{R}_{sl}(\tau) &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} R_{sl}(t, \tau) dt \\
&= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \left( 0.25 + \sum_{w \in \mathbb{Z}} p(t - wT_s) p(t + \tau - wT_s) \right) dt \\
&= 0.25 + \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sum_{w \in \mathbb{Z}} p(t - wT_s) p(t + \tau - wT_s) dt \\
&= 0.25 + \frac{1}{T_s} \sum_{w \in \mathbb{Z}} \int_0^{T_s} p(t - wT_s) p(t + \tau - wT_s) dt \\
&= 0.25 + \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} p(t) p(t + \tau) dt \\
&= 0.25 + \frac{1}{4T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t - \frac{3T_s}{4} \right) - \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t - \frac{T_s}{4} \right) \right) \\
&\quad \times \left( \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t + \tau - \frac{3T_s}{4} \right) - \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t + \tau - \frac{T_s}{4} \right) \right) dt.
\end{aligned}$$

En développant les produits de fonctions rectangulaires, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\tilde{R}_{sl}(\tau) &= 0.25 + \frac{1}{4T_s} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t - \frac{3T_s}{4} \right) \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t + \tau - \frac{3T_s}{4} \right) \right. \\
&\quad - \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t - \frac{3T_s}{4} \right) \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t + \tau - \frac{T_s}{4} \right) \\
&\quad - \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t - \frac{T_s}{4} \right) \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t + \tau - \frac{3T_s}{4} \right) \\
&\quad \left. + \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t - \frac{T_s}{4} \right) \Pi_{\frac{T_s}{2}} \left( t + \tau - \frac{T_s}{4} \right) \right) dt.
\end{aligned}$$

En utilisant la propriété de la convolution entre deux fonctions rectangulaires de largeur  $T_s/2$ , nous savons que :

$$\Pi_{\frac{T_s}{2}}(t) * \Pi_{\frac{T_s}{2}}(\tau) = g_{\frac{T_s}{2}}(\tau),$$

où  $g_{T_s}(\tau)$  est une fonction triangle définie par :

$$g_{\frac{T_s}{2}}(\tau) = \begin{cases} \frac{T_s}{2} - |\tau| & \text{si } |\tau| \leq \frac{T_s}{2}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Ainsi, en appliquant cette convolution à chaque terme, nous avons :

$$\tilde{R}_{s_l}(\tau) = 0.25 + \frac{1}{4T_s} \left( 2g_{\frac{T_s}{2}}(\tau) - g_{\frac{T_s}{2}}\left(\tau - \frac{T_s}{2}\right) - g_{\frac{T_s}{2}}\left(\tau + \frac{T_s}{2}\right) \right).$$

### 3.5 Sous-Tâche 5 - Calcul théorique de la DSP de $s_l(t)$

Calculons la transformée de Fourier de  $R_{s_l}(\tau)$  :

$$\tilde{R}_{s_l}(\tau) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4T_s} \left( 2g_{\frac{T_s}{2}}(\tau) - g_{\frac{T_s}{2}}\left(\tau - \frac{T_s}{2}\right) - g_{\frac{T_s}{2}}\left(\tau + \frac{T_s}{2}\right) \right).$$

On sait que :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{g_{T_s}(\tau)\} &= \mathcal{F}\{\Pi_{\frac{T_s}{2}}(\tau) * \Pi_{\frac{T_s}{2}}(\tau)\} \\ &= \mathcal{F}\{\Pi_{\frac{T_s}{2}}(\tau)\} \times \mathcal{F}\{\Pi_{\frac{T_s}{2}}(\tau)\} \\ &= \frac{T_s^2}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{fT_s}{2}\right) \end{aligned}$$

Calculons la transformée de Fourier de chaque terme de  $R_{s_l}(\tau)$  :

$$\mathcal{F}\{0.25\} = 0.25\delta(f)$$

où  $\delta(f)$  est la fonction delta de Dirac.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\left\{\frac{1}{T_s}g_{T_s}(\tau)\right\} &= \frac{T_s}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{fT_s}{2}\right) \\ \mathcal{F}\left\{-\frac{1}{T_s}g_{T_s}\left(\tau \pm \frac{T_s}{2}\right)\right\} &= \mathcal{F}\left\{-\frac{1}{T_s}g_{T_s}(\tau) * \delta\left(t \pm \frac{T_s}{2}\right)\right\} \\ &= \mathcal{F}\left\{-\frac{1}{T_s}g_{T_s}(\tau)\right\} \times \mathcal{F}\left\{\delta\left(t \pm \frac{T_s}{2}\right)\right\} \\ &= -\frac{T_s}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{fT_s}{2}\right) e^{\mp j\pi fT_s}. \end{aligned}$$

En combinant tous les termes, on obtient la transformée de Fourier de  $R_{s_l}(\tau)$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{R_{s_l}(\tau)\} &= \frac{1}{4}\delta(f) + \frac{T_s}{16} \text{sinc}^2\left(\frac{fT_s}{2}\right) (2 - e^{j\pi fT_s} - e^{-j\pi fT_s}) \\ &= \frac{1}{4}\delta(f) + \frac{T_s}{16} \text{sinc}^2\left(\frac{fT_s}{2}\right) 2(1 - \cos(\pi fT_s)) \\ &= \frac{1}{4}\delta(f) + \frac{T_s}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{fT_s}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4}\delta(f) + \frac{1}{T_s(\pi f)^2} \sin^4\left(\frac{\pi fT_s}{2}\right). \end{aligned}$$



### 3.6 Sous-Tâche 6 - Calcul expérimental de la DSP de $s_l(t)$

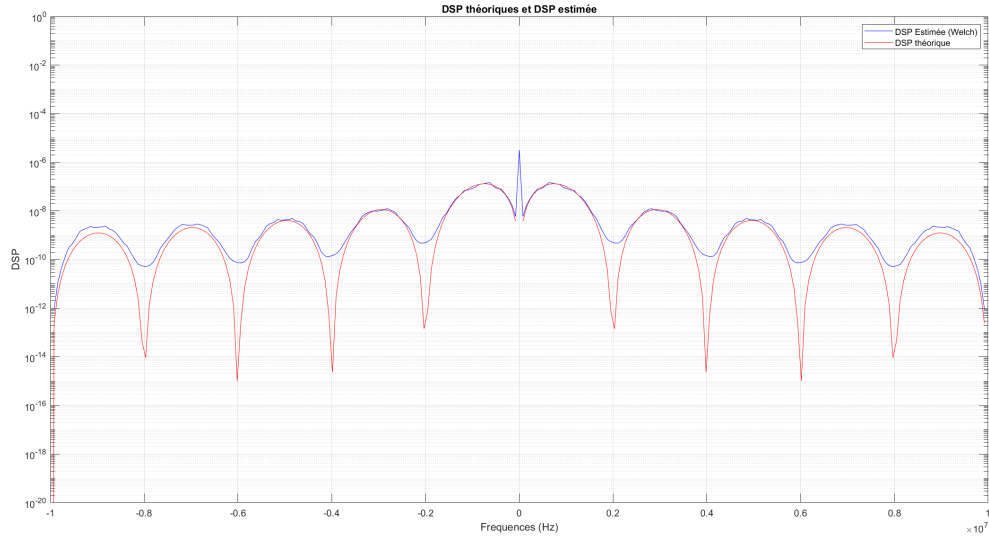


Figure 4: DSP théorique et estimée

On remarque que les courbes se superposent si ce n'est sur les fréquences élevées et également les piques aux bas de chaque lobes que l'on ne retrouve pas sur la courbe pratique. Cela peut être lié au fait que la DSP pratique est calculée sur un signal discret, cela causerait les écarts entre les lobes de la courbe théorique et les lobes de la courbe pratique qui augmentent lorsque la courbe augmente. L'absence de pics sur la courbe pratique peut être causé par le choix d'implémentation de l'algorithme du périodogramme de Welch sans chevauchement cela pourrait rendre notre DSP pratique trop dépendante des échantillons choisis. Le fait de ne pas avoir utilisé de fenêtre de pondération peut créer des effets de bords non désirables.

## 4 Tâche 3

L'objectif de cette tâche est de détecter les erreurs qu'une trame peut contenir après le bloc de décision. Pour cela nous utilisons un code CRC via une fonction de générateur et de détecteur de code CRC ainsi que du polynôme générateur utilisé par l'ADS-B.

Le polynôme utilisé est le suivant :

$$P(x) = x^{24} + x^{23} + x^{22} + x^{21} + x^{20} + x^{19} + x^{18} + x^{17} + x^{16} + x^{15} + x^{14} + x^{13} + x^{12} + x^{10} + x^3 + 1$$

Afin de tester l'efficacité de cette méthode, nous avons généré 2 signaux différents de 88 bits et nous leur avons ajouté 44 bits de CRC à la fin de leur trame. L'un d'eux a été perturbé par du bruit et contient donc des erreurs. Enfin, lorsqu'après la décision nous détectons si des éventuelles erreurs sont présentes, le code détecteur d'erreur ne révèle des erreurs que pour le signal bruité.

Ainsi, cette détection d'erreurs est bien fonctionnelle pour les trames ADS-B.

## 5 Tâche 4

### 5.1 Sous-Tâche 1 - Décalage de fréquence Doppler

L'effet Doppler exprime le décalage en fréquence d'une onde entre l'instant d'émission et l'instant de réception lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie. Dans le cas où le récepteur est fixe le décalage  $f_D$  est donné par la formule :

$$f_D = \frac{v_{\text{émetteur}}}{v_{\text{émetteur}} + c} \times f_{\text{émetteur}}$$

$c = 3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$ ,  $f_{\text{émetteur}} = 1090 \times 10^6 \text{Hz}$  et  $v_{\text{émetteur}} = 900 \times \frac{1000}{3600} \approx 250 \text{ms}^{-1}$   
Le décalage est de l'ordre de  $f_D \approx 900 \text{Hz}$ .

### 5.2 Sous-Tâche 2 - Théorie sur $\delta'_t$

Par l'inégalité de Cauchy-Schwarz et comme  $s_l$  et  $y_l$  sont à support fini on a :  
 $\forall \delta'_t \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} y_l(t) s_l^*(t - \delta'_t) dt &\leq \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |y_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |s_l(t - \delta'_t)|^2 dt} \\ &\leq \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |y_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_0^{T_p} |s_l(t)|^2 dt} \end{aligned}$$

Donc  $\rho(\delta'_t) \leq 1$  et  $|\rho(\delta'_t)| = 1$  si et seulement si  $y_l(t) = \alpha s_l(t - \delta'_t)$   
or  $y_l(t) = \alpha s_p(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t + j\phi_0 + n_l(t)}$ . Donc pour avoir des valeurs de  $\rho(\delta_t)$  proches de 1, il faut que  $\delta_f$  soit "faible" il reste à définir la valeur de comparaison.

### 5.3 Sous-Tâche 3 - Indépendance par rapport à $\alpha$

On peut supposer que  $\alpha$  est compris entre 0 et 1. Si  $\alpha$  est plus grand que 1 cela signifie que le signal a été amplifié entre l'émission et la réception, ce qui n'est pas le cas. Si  $\alpha$  est négatif le signal est inversé ce qui n'est pas réaliste non plus.

$$\begin{aligned} &\frac{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} (\alpha s_p(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t + j\phi_0} + n_l(t)) s_l^*(t - \delta'_t) dt}{\sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |\alpha s_p(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t + j\phi_0} + n_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |s_l(t - \delta'_t)|^2 dt}} \\ &= \frac{\alpha \int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} (s_p(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t + j\phi_0} + n'_l(t)) s_l^*(t - \delta'_t) dt}{\alpha \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |s_p(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t + j\phi_0} + n'_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |s_l(t - \delta'_t)|^2 dt}} \\ &= \frac{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} (s_p(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t + j\phi_0} + n'_l(t)) s_l^*(t - \delta'_t) dt}{\sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |s_p(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t + j\phi_0} + n'_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t+T_p} |s_l(t - \delta'_t)|^2 dt}} \end{aligned}$$

Avec  $n'_l(t) = \frac{n_l(t)}{\alpha}$

## 5.4 Sous-Tâche 4 - Modification décision

Supposons qu'on connaisse  $\phi_0$  et  $\alpha$ .

On note  $z_0 = \alpha v_0 e^{-j2\pi\phi_0}$

$$\begin{aligned} \|r_k - z_0(0, 1)\|_2^2 &\geq \|r_k - z_0(1, 0)\|_2^2 \\ \Leftrightarrow \|r_k\|_2^2 + \|z_0(1, 0)\|_2^2 - \text{Re}(\langle r_k, z_0(1, 0) \rangle) &\geq \|r_k\|_2^2 + \|z_0(0, 1)\|_2^2 - \text{Re}(\langle r_k, z_0(0, 1) \rangle) \\ \Leftrightarrow \text{Re}(\langle r_k, z_0(1, 0) \rangle) &\geq \text{Re}(\langle r_k, z_0(0, 1) \rangle) \end{aligned}$$

On peut mettre en place le modèle de réception non cohérente suivant :

On compare les composantes de  $r_k$   $|r_k, 1| \geq |r_k, 2|$  cela revient à décider au sens de vraisemblance indépendamment de la connaissance de  $\phi_0$  et  $\alpha$ .

## 5.5 Sous-Tâche 5 - Implémentation algorithme de synchronisation temporelle

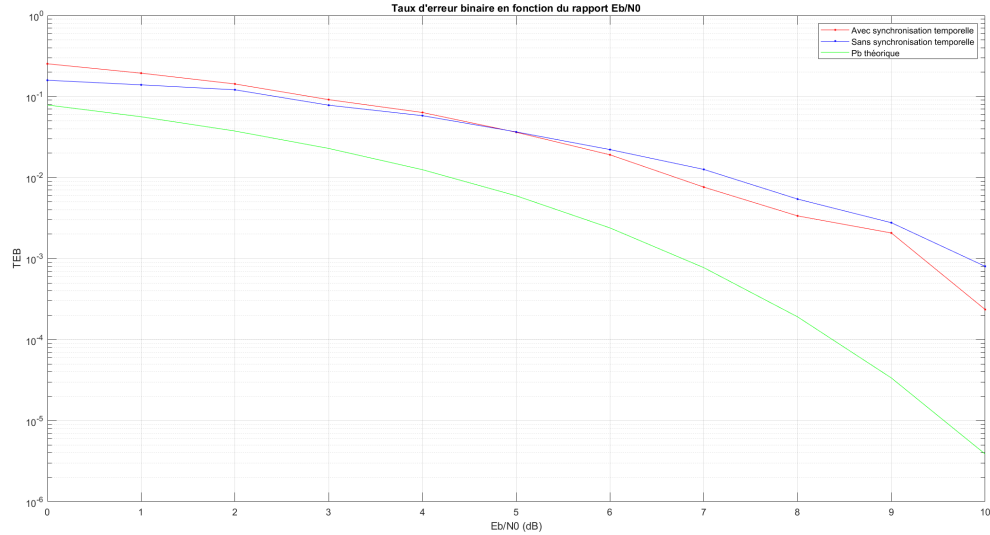


Figure 5: TEB avec ou sans synchronisation temporelle

On remarque que le taux d'erreur binaire avec synchronisation temporelle ne devient intéressant que lorsque le rapport énergie du signal sur énergie du bruit est important, le taux d'erreur binaire y est moins élevé avec synchronisation temporelle que sans. Par contre lorsque le rapport énergie du signal sur énergie du bruit est faible, On remarque que le coût de transmission de  $s(t)$  fait perdre de l'efficacité à la chaîne de transmission avec synchronisation temporelle.

## 6 Tâche 6

### 6.1 Sous-tâche 1 - Valeurs de FTC

Les valeurs de FTC correspondant à des trames de positions au sol sont comprises entre 9 et 22 en excluant la valeur 19 qui correspond à la vitesse de l'avion. Les valeurs de FTC correspondant à des messages d'identification sont comprises entre 0 et 4.

### 6.2 Sous-Tâche 2 - Fonction bit2registre

Après avoir trouvé les 112 bits composant une trame ADS-B (on se positionne donc après le préambule), il faut désormais analyser ces bits afin de connaître les données envoyées par l'avion.

En premier lieu, on détecte les éventuelles erreurs présentes dans la trame via le détecteur d'erreurs développé en tâche 3. Le cas échéant, le reste de la trame n'est pas analysé.

Une trame ADS-B contient plusieurs informations. Notamment l'adresse OACI de l'appareil qui est un identificateur unique d'un avion. Cette adresse est donnée en hexadécimale. De plus, toutes les trames ne contiennent pas le même type d'information. Dans cette partie nous nous focalisons sur la position en vol de l'appareil et son identification : le nom porté par l'appareil indiquant par exemple la compagnie aérienne possédant l'avion.

Le calcul de la position se fait en considérant les coordonnées d'un référentiel supposé fixe et proche. Nous prenons ici les coordonnées de l'ENSEIRB. Le calcul de la longitude nécessite une fonction  $N_l$ . Pour des raisons d'efficacité afin de viser un traitement en temps réel des signaux, cette fonction est tabulée. Celle-ci n'a donc pas été codée dans ce projet car trop coûteuse en temps de calcul.

Lorsque plusieurs trames d'un même avion sont analysées durant une période suffisamment longue on peut tracer le trajet qu'il a effectué. Via les données contenues dans le fichier `adsb_msgs.mat`, on obtient la trajectoire suivante :

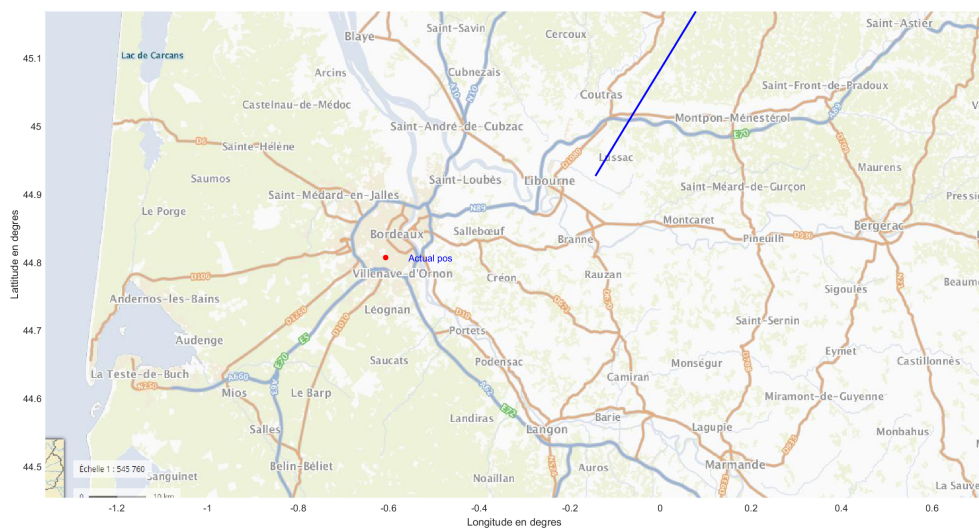


Figure 6: Trajectoire d'un avion

On retrouve donc bien la trajectoire d'un avion au fil du temps. Un avion peut cependant envoyer plus d'informations que celles recueillies dans la tâche 6. C'est l'objet de la tâche suivante : étendre le nombre de trames ADS-B analysables.

## 7 Tâche 7

Cette tâche consiste à améliorer le code développé en tâche 6 afin de le rendre capable de traiter une plus grande diversité de messages ADS-B. De plus, nous devons essayer de limiter au maximum la dépendance au point fixe utilisé pour les calculs de latitude et de longitude.

### 7.1 Sous-Tâche 1 - Position au sol

Les nouvelles données à traiter concernent la vitesse de l'avion en vol et la position de celui-ci au sol.

Traitions tout d'abord le cas de la position de l'avion au sol. Cette situation présente peu de différence avec le calcul de position en vol. Seuls deux changements sont notables :

- L'angle utilisé dans les calculs de latitude et de longitude n'est plus de  $360^\circ$  mais de  $90^\circ$ .
- L'altitude n'étant plus renseignée puisque l'avion est au sol, nous avons choisi de fixer l'altitude de l'aéroport de Mérignac soit 166 pieds. La cohérence de ce choix n'a pas pu être vérifiée avec des valeurs expérimentales. Cependant, ce choix se justifie par la taille de cet aéroport par rapport à ceux aux alentours. Ainsi que la zone géographique concentrée à un niveau local via la taille de l'antenne utilisée pour capter les signaux émis par les avions.

### 7.2 Sous-Tâche 2 - Vitesse

La trame ADS-B propose plusieurs méthodes pour fournir la vitesse de l'avion. Nous avons ici considéré que les avions que nous sommes amenés à étudier n'étaient pas supersoniques ce qui réduit le nombre de cas à traiter. Cette hypothèse se justifie par le fait que nous n'analysons que les trames d'avions civils. Deux possibilités restent donc à traiter. Ces deux cas possibles se distinguent par une valeur de *Capacité* renseignée dans le début de la trame ADS-B. Les vitesses sont données ainsi :

- Via une décomposition de la vitesse en fonction de la direction du vecteur vitesse. Ainsi, on retrouve trois valeurs de vitesse différentes : en fonction de la direction Nord/Sud et Est/Ouest (en noeuds) et selon le fait que l'avion soit en ascension ou en descente (en pieds/minute). Après avoir converti dans une unité appropriée, la norme de ces trois vitesses permet de renseigner la vitesse effective de l'avion.
- La seconde méthode donnée par l'ADS-B renseigne la direction magnétique de l'avion. Cette valeur sur  $360^\circ$  est fournie avec une vitesse dans cette direction. La norme de cette vitesse ainsi que, de nouveau, la vitesse de montée ou de descente donne la vitesse de l'avion

### 7.3 Sous-Tâche 3 - Non dépendance à un élément fixe

Enfin, la dernière sous-tâche requiert de relâcher la dépendance sur les coordonnées de référence. En effet, les calculs de latitude et de longitude de la tâche 6 dépendent d'une position de référence. Or, il est possible de ne plus dépendre entièrement de cette position.

Pour cela plusieurs restrictions doivent être appliquées :

1. Le calcul de la position ne peut se faire qu'avec deux trames différentes à deux instants différents
2. Il faut que ces deux instants soient consécutifs (i.e. l'avion ne doit pas envoyer d'autres trames entre les deux positions)
3. De plus, ces deux trames doivent avoir un bit de CPR différent (ce bit sert à réduire le nombre de bits nécessaires pour coder la latitude et la longitude).

Si ces restrictions ne sont pas vérifiées, les calculs nécessitant une position de référence sont alors utilisés.

Avec ces restrictions, il est possible de calculer la latitude et la longitude de l'avion. Le calcul de la latitude est le suivant :

Soit  $yz_0$  l'échantillon de 17 bits associés à la trame avec un CPR de 0 et  $yz_1$  celui à un CPR de 1. On commence par calculer  $Dlat$  :

$$Dlat_0 = 360 / (4 * 15 - CPR_0)$$

$$Dlat_1 = 360 / (4 * 15 - CPR_1)$$

Calcul du coefficient  $j$  :

$$j = \lfloor 0.5 + (59 * yz_0 - 60 * yz_1) / (2^{17}) \rfloor$$

Calcul des latitudes de chacune des trames :

$$lat_0 = 0.5 + (mod(j, 60 - CPR_0) + yz_0 / 2^{17})$$

$$lat_1 = 0.5 + (mod(j, 60 - CPR_1) + yz_1 / 2^{17})$$

Avec :

$$mod(x, y) = x - y * \lfloor x/y \rfloor$$

Ce calcul nous donne les deux latitudes associées aux trames. Cependant, seule la première trame dans l'ordre de réception est pertinente pour nous. Ainsi, nous nous assurons que la première latitude renvoyée par la fonction correspond à la première trame reçue. Le calcul pour la longitude est similaire. Le changement principal est le terme  $N_L$  qui doit donc être calculée deux fois avec les deux latitudes précédemment calculées.

Cette dernière sous-tâche est la seule testable à ce stade du projet car le fichier `adsb_msgs.mat` est une suite de trame faite pour tester la tâche 6 et donc ne possédant que des trames d'identification et de position. La complétion de la tâche 8 est nécessaire pour vérifier convenablement la justesse des programmes développer dans cette tâche.

Le test de ce nouveau programme avec le tableau de valeurs précédent on obtient la figure suivante :

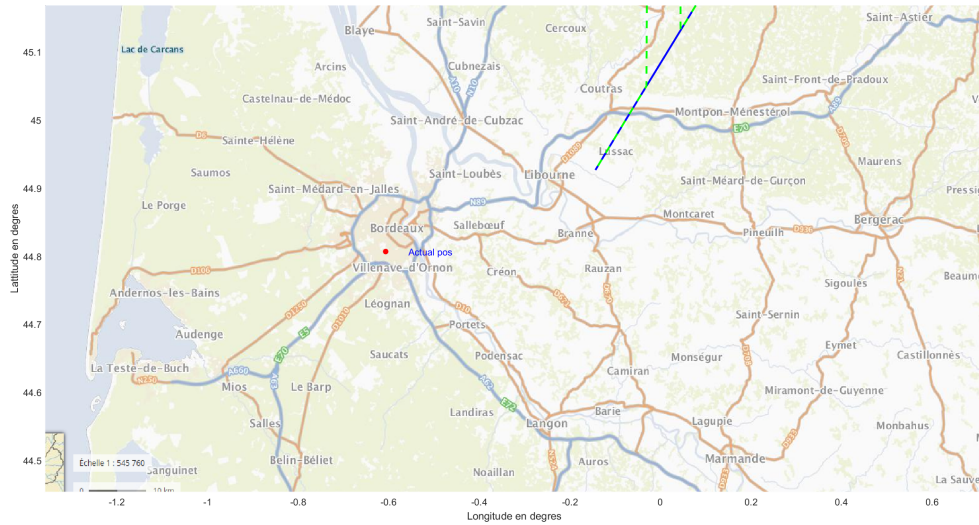


Figure 7: Trajectoire d'un avion sans position de référence

La nouvelle trajectoire (en verte) suit fidèlement la courbe originale (en bleue) à l'exception d'une valeur de latitude. Cette erreur peut s'expliquer par le fait que le calcul de latitude fasse intervenir la partie entière d'une valeur. Ceci crée donc un cas où la valeur exacte calculée est légèrement inférieur à l'entier voulu et est donc ramenée une unité en moins. Lorsque les calculs sont effectués avec la valeur entière supérieur, le résultat est cohérent et les courbes se superposent parfaitement. Une solution pour résoudre n'a pas été trouvée car le problème se localise sur une valeur particulière et ne semble pas se répéter dans cet échantillon de valeur.

## 8 Tâche 8

Cette tâche vise à mettre en cohérence l'ensemble des tâches précédentes afin de pouvoir analyser un signal complet, incluant du bruit complexe, un décalage temporel et fréquentiel, et une attente entre diverses trames. Les signaux étudiés ont l'allure suivante :

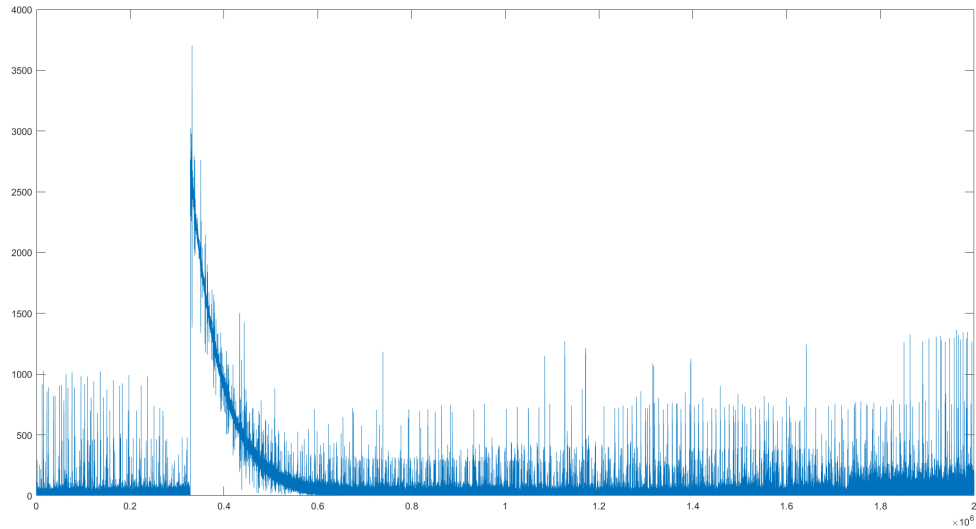


Figure 8: Signal réel capté par l'antenne

Cette courbe est l'ensemble des signaux captés par l'antenne pendant 0,5 secondes. Le pic vers  $0,36 \times 10^6$  correspond à une erreur de détection lié à l'antenne. Ce phénomène est donc présent sur chaque échantillon de buffers.mat.

Le premier objectif pour étudier cette courbe est de déterminer l'indice de début des trames ADS-B. Pour cela, nous devons utiliser la fonction de décalage temporelle développée en tâche 6. Cependant, afin de ne pas traiter les cas où le bruit est trop présent, une valeur seuil devra être mise en place en dessous de laquelle on considère que le pic de la fonction d'autocorrélation n'est pas suffisant. Le seuil a ici été choisie à 0.75 ce qui permet d'éliminer la majorité du bruit. Ainsi, avec ce changement et en balayant tout l'échantillon en calquant le préambule sur la courbe à chaque itération, on obtient plusieurs valeurs ayant une valeur supérieure au seuil défini. Toutes ces valeurs sont donc potentiellement l'indices à partir desquelles une trame démarre. Avec cette fonction, on peut tracer sur la courbe tous les indices trouvés par cette fonction :



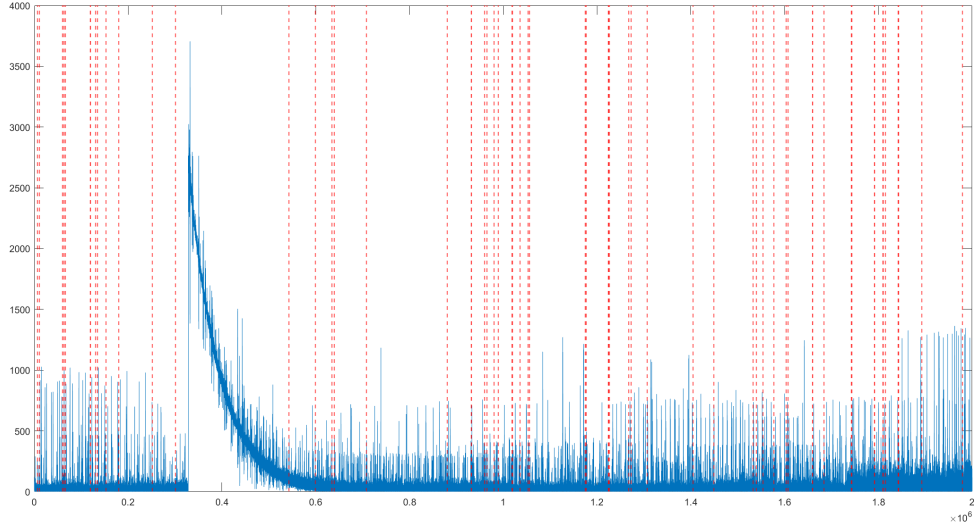


Figure 9: Signal réel avec début de chaque trame potentielle

On peut se centrer sur une trame ADS-B :

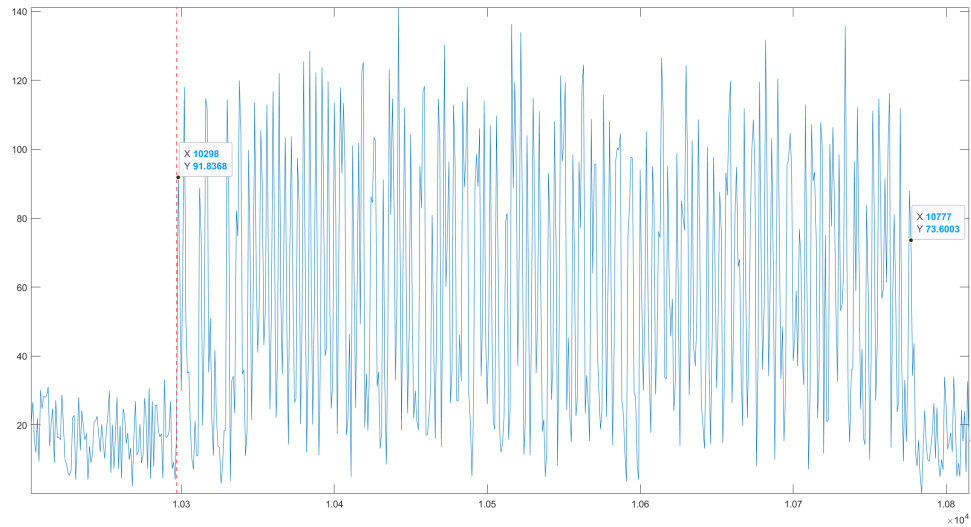


Figure 10: Zoom sur une trame ADS-B

Ici, la trame est bien d'une taille  $120 \times 4$ . Où 120 est le nombre de bits d'une trame ADS-B et 4 est la fréquence de suréchantillonnage.

Maintenant que nous des débuts supposés de trame il faut démoduler la trame en excluant le préambule et vérifier si les bits obtenus correspondent à de l'ADS-B.

Cependant, le signal est désormais complexe, il faut donc développer une fonction permettant de traiter les cas complexes. Le changement à effectuer se porte sur la fonction de décision puisqu'il faut désormais ne plus dépendre du paramètre  $\nu_0$ .

Pour raisonner en complexe on peut étudier l'énergie portée par le signal. Prenons le signal  $p_1(t)$  : cela revient au fait d'émettre de l'énergie sur  $T_s/2$  puis de s'éteindre. Ainsi, la décision peut étudier où se situe la moitié ayant l'énergie la plus forte sur  $T_s$

pour déterminer si le signal se rapproche de  $p_1(t)$  ou de  $p_0(t)$ . La décision entre 0 ou 1 est ainsi immédiate. Donc, le calcul de décision est le suivant :

$$|r_{2k}| \geq |rk_{2+1}|$$

Avec cette démodulation complexe, on possède maintenant une trame de bits pour chaque indice. Il faut désormais utiliser la tâche 6 pour vérifier si la trame est bien une trame ADS-B et si elle est sans erreur.

Parmi tous les indices trouvés, un faible nombre correspond effectivement à une trame ADS-B. Cependant, les résultats obtenus dans cette tâche sont incohérents. En effet, seul quelques valeurs de positions ont pu être obtenus et un grand nombre de trames ADS-B n'ont pas été correctement analysé. L'origine de l'erreur n'a pas été identifiée mais elle pourrait venir de la fonction de synchronisation temporelle renvoyant un indice avec un offset n'ayant pas été pris en compte dans les calculs ultérieurs. Une étude plus longue et en profondeur du signal peut révéler les erreurs commises dans le code mais n'a pas pu être menée à bout par manque de temps.

## 9 Conclusion

Ce projet de communications numériques nous a permis de travailler en profondeur un cas concret. Nous avons ainsi pu développer nos compétences dans les différents domaines abordés. Nous avons pu modéliser une chaîne de communication avec un bloc de synchronisation temporelle et un détecteur d'erreur via un code CRC. Enfin, nous avons extrait d'un message binaire des données sur les appareils concernés. L'étude de ces divers sujets a été très enrichissante et stimulante.

Nous avons également été confronté à des difficultés, notamment sur la complexité de mettre en cohérence l'ensemble des parties effectuées pour la tâche 8. Aborder ces difficultés a permis de renforcer notre esprit d'équipe. De plus, de telles tâches nécessitant une vision globale du problème afin de pouvoir le résoudre dans leur entièreté, nous poussent à aborder les problèmes d'une manière plus réfléchie et avec une réelle stratégie.

Bien que nous ne soyons pas arrivés à terminer la partie du traitement en temps réel du signal, nous en retirons un réel enseignement et une meilleure compréhension vis-à-vis d'un projet s'appuyant sur le réel et complexe dans sa mise en place.