Zaawansowane procedury syntezy logicznej c.d.

Dekompozycja nierozłączna

Pojęcie r - przydatności

Systematyczne algorytmy dekompozycji

I
T
P
W

ZPT

Dekompozycja nierozłączna

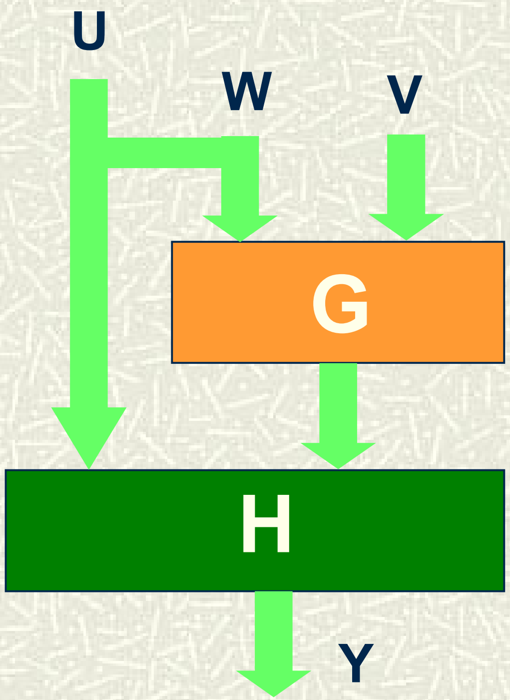
Twierdzenie o dekompozycji

Funkcję $F: \boldsymbol{B}^n \longrightarrow \{0,1\}^m$ można zrealizować

w strukturze: $F = H(U,G(V,W))$

wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje podział $\Pi_G \geq P_{V \cup W}$ taki, że:

$$P_U \cdot \Pi_G \leq P_F.$$



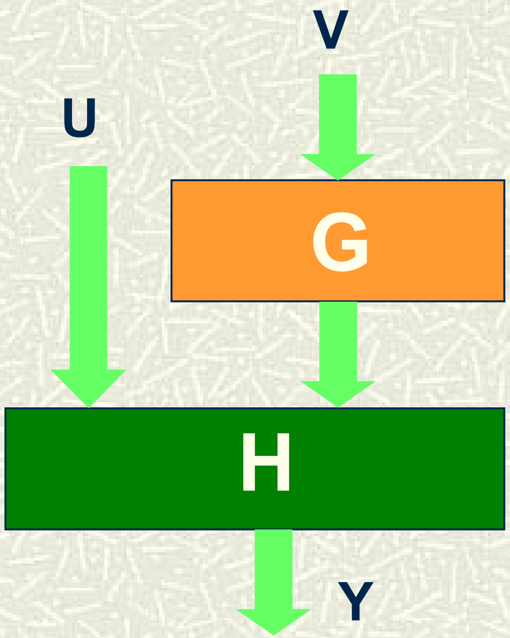
$V' = W \cup V$

ITPW

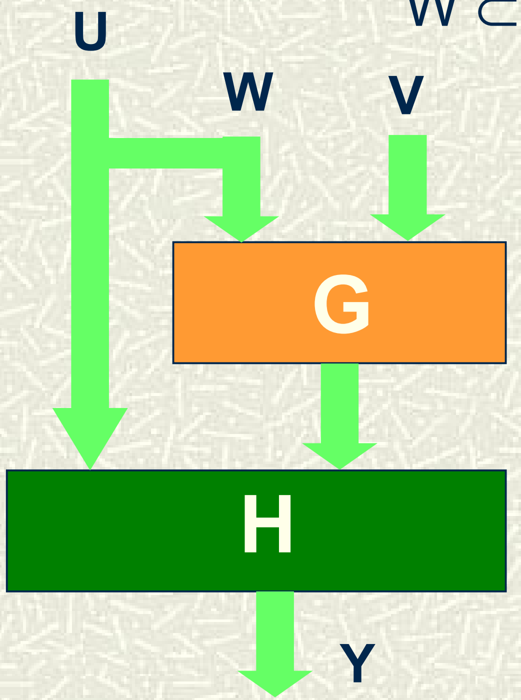
ZPT

Dekompozycja nierozłączna

U, V rozłączne podzbiory X



$W \subset U$



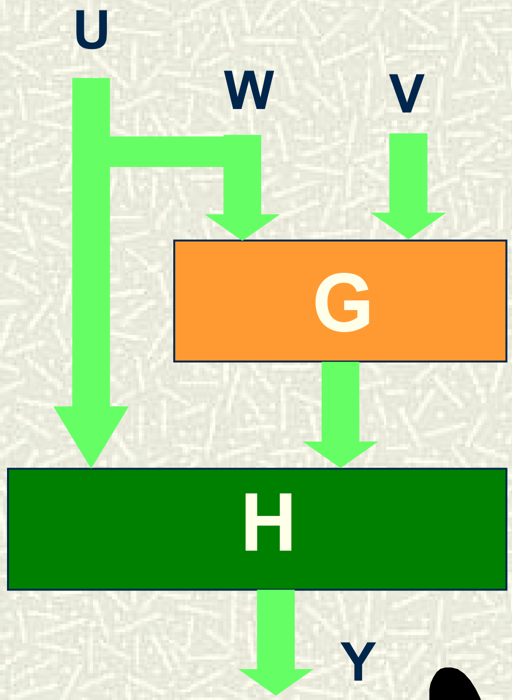
Dekompozycja rozłączna nie zawsze istnieje

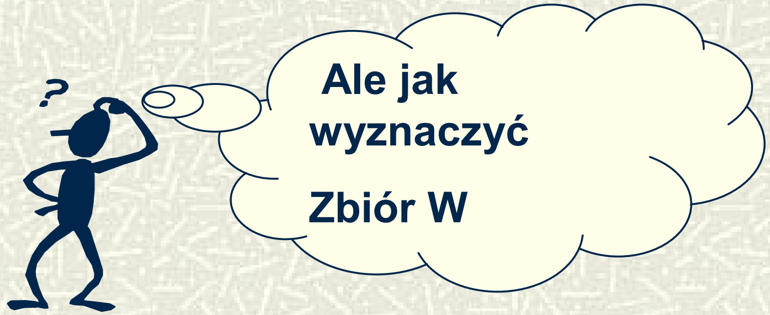
Wtedy dobrym wyjściem może być dołożenie argumentów do G

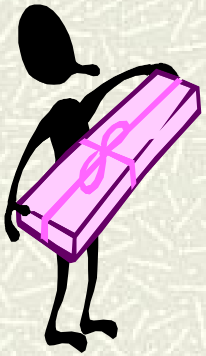
I
T
P
W

ZPT

Nowy problem







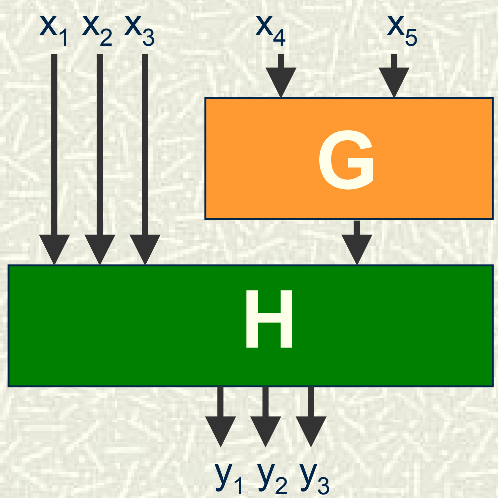
Rachunek podziałów umożliwia wyznaczenie zbioru W !!!

Przykład: dana funkcja opisana tablicą

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1	y_2	y_3
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	1	0	0
4	0	1	1	1	1	0	1	1
5	0	1	1	0	1	0	0	1
6	0	1	0	0	0	0	0	1
7	1	1	0	1	0	0	0	0
8	1	0	0	1	1	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	1
10	1	0	1	1	1	0	0	0

Najpierw dekompozycja rozłączna

dla $U = \{x_1,x_2,x_3\}$, $V = \{x_4,x_5\}$



$$P_F = (\overline{1,7,10}; \overline{2}; \overline{3,8}; \overline{4}; \overline{5,6,9})$$

I
T
P
W

ZPT

Przykład

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1	y_2	y_3
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	1	0	0
4	0	1	1	1	1	0	1	1
5	0	1	1	0	1	0	0	1
6	0	1	0	0	0	0	0	1
7	1	1	0	1	0	0	0	0
8	1	0	0	1	1	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	1
10	1	0	1	1	1	0	0	0

Dla $U = \{x_1,x_2,x_3\}$, $V = \{x_4,x_5\}$,

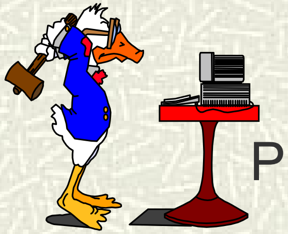
$$P_F = (\overline{1,7,10}; \overline{2}; \overline{3,8}; \overline{4}; \overline{5,6,9})$$

$$P_U = (\overline{1,2}; \overline{3,6}; \overline{4,5}; \overline{7}; \overline{8,9}; \overline{10})$$

$$P_V = (\overline{1,6}; \overline{2,4,8,10}; \overline{3,7,9}; \overline{5})$$

$$P_U | P_F = \{\overline{(1)(2)}; \overline{(3)(6)}; \overline{(4)(5)}; \overline{(7)}; \overline{(8)(9)}; \overline{(10)}\}$$

Obliczamy Π_G



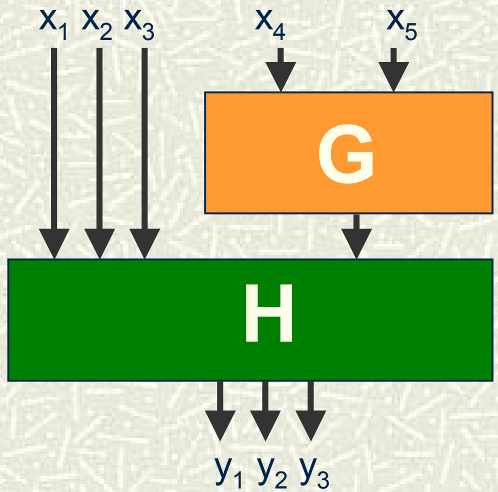
$$P_U \,|\, P_F = \left\{ \overline{(1)(2)}; \overline{(3)(6)}; \overline{(4)(5)}; \overline{(7)}; \overline{(8)(9)}; \overline{(10)} \right\}$$

$$P_V = (\,\overline{1,6};\ \overline{2,4,8,10}\,;\ \overline{3,7,9}\,;\overline{5}\,)$$

Obliczamy Π_G:

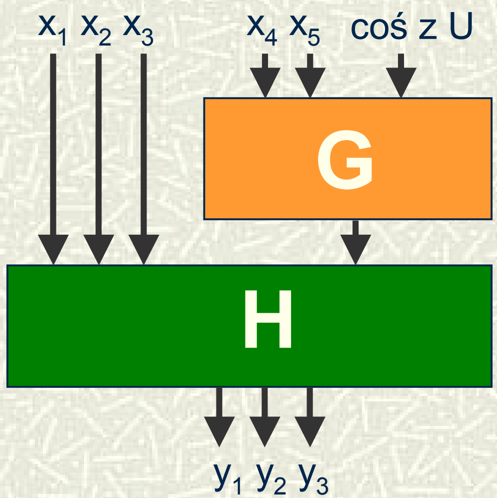
$$\begin{array}{c|c} \overline{1,6} & \overline{2,4,8,10} \\ \overline{5} & \overline{3,7,9} \end{array}$$

Fatalnie dekompozycja rozłączna nie istnieje, bo obliczony π_G nie spełnia warunku dekompozycji



Przykład...

Ale nie załamujmy się może istnieje dekompozycja nierozłączna



Ale jak wyznaczyć

Zbiór W ???

I T P W

ZPT

Spróbujmy ...

$$P_U\,|P_F = \left\{\overline{(1)(2)};\overline{(3)(6)};\overline{(4)(5)};\overline{(7)};\overline{(8)(9)};\overline{(10)}\right\}$$

$$P_V = (\,\overline{1,6};\ \overline{2,4,8,10}\ ;\ \overline{3,7,9}\,;\overline{5}\,)$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1	y_2	y_3
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	1	0	0
4	0	1	1	1	1	0	1	1
5	0	1	1	0	1	0	0	1
6	0	1	0	0	0	0	0	1
7	1	1	0	1	0	0	0	0
8	1	0	0	1	1	1	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	1
10	1	0	1	1	1	0	0	0

Przyjrzyjmy się dokładniej obliczanemu π_G

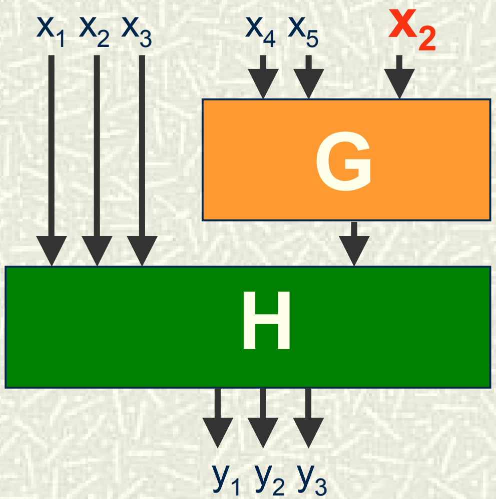
$$\begin{array}{c|c} \overline{1,6} & \overline{2,4,8,10} \\ \overline{5} & \overline{3,7,9} \end{array}$$

3, 7 | 9

3 | 9 **x_1, x_2**

7 | 9 **x_2**

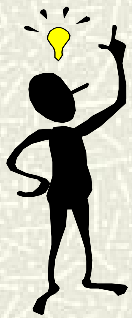
Przykład...



Schemat dekompozycji należy zmodyfikować

Ale to jest nowa sytuacja:

Nowy zbiór V, czyli V'



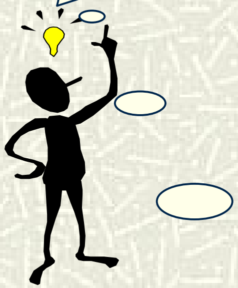
$$P_{V'} = P_V \bullet P_2$$

$$P_V = (\overline{1,6};\ \overline{2,4,8,10};\ \overline{3,7,9};\overline{5})$$

$$P_{V'} = (\overline{1};\ \overline{6};\overline{2,8,10};\overline{4};\ \overline{3,7};\overline{9};\ \overline{5})$$

Przykład...

Ale ten podział jest drobniejszy, może teraz będzie szansa na znalezienie dobrego Π_G



Udało się

Jak zwykle obliczamy Π_G

$$P_U | P_F = \{ \overline{(1)(2)}; \overline{(3)(6)}; \overline{(4)(5)}; \overline{(7)}; \overline{(8)(9)}; \overline{(10)} \}$$

$$P_{V'} = (\bar{1};\ \bar{6};\ \overline{2,8,10};\ \bar{4};\ \overline{3,7};\ \bar{9};\ \bar{5})$$

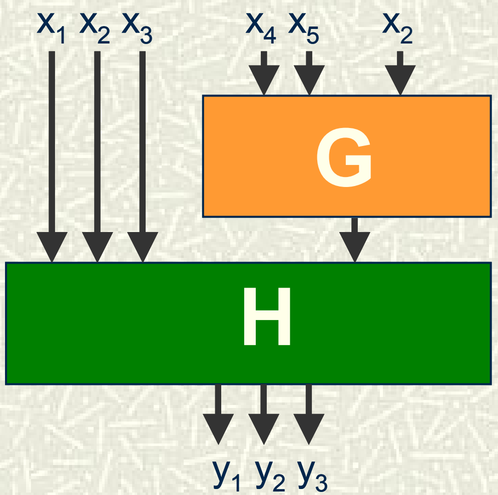
$$\begin{array}{c|c} \bar{1} & \overline{2,8,10} \\ \bar{6} & \overline{3,7} \\ \bar{5} & \bar{4} \\ \bar{9} & \end{array}$$

$$\Pi_G = (\overline{1,5,6,9}\ ;\ \overline{2,3,4,7,8,\ 10})$$

I spełnia warunek twierdzenia $P_U \cdot \Pi_G \le P_F$

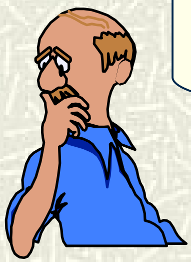
Przykład...

Dalej standardowo;
Wyznaczamy tablice prawdy funkcji G i H



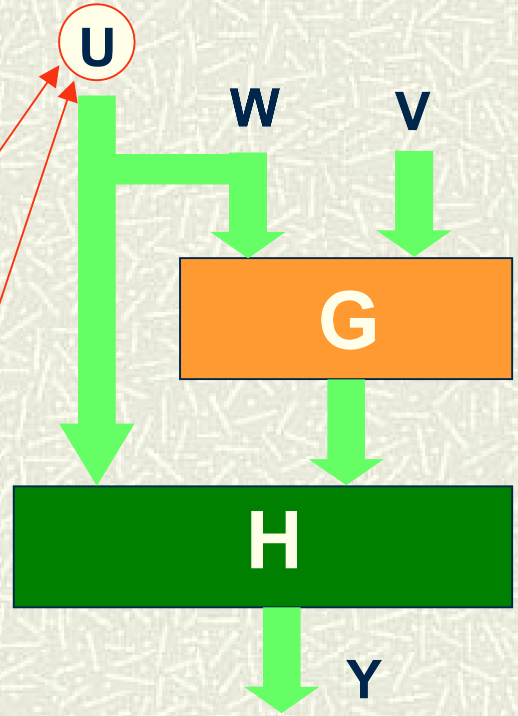
Pojęcie r-przydatności

Główny mankament dekompozycji



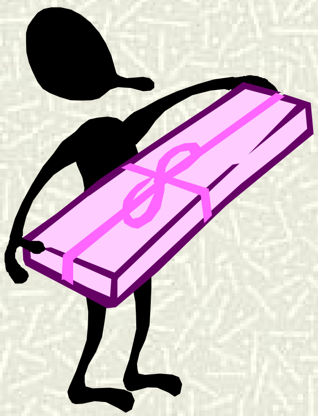
Nie znamy odpowiedzi na pytanie
dla jakich U, V istnieje dekompozycja

R-przydatność ułatwia
wyznaczenie dobrych zbiorów U,
dla których istnieje dekompozycja



I T P W
ZPT

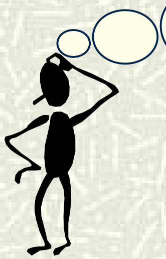
Pojęcie *r* - p r z y d a t n o ś c i



Oznaczenia:

$\gamma(\tau\,|\delta)$ liczba elementów
w największym bloku ilorazu podziałów τ i δ

$\Gamma(\tau\,|\delta) = \lceil \log_2 \gamma(\tau\,|\delta) \rceil$



Praktycznie jest to liczba bitów potrzebnych do zakodowania $\gamma(\tau\,|\delta)$

Pojęcie *r* - przydatności…

Zbiór $\{P_1,\dots,P_k\}$ jest *r*-przydatny względem *P*, gdzie:

$$r = k + \Gamma(P_1 \dots P_k \,|\, P \cdot P_1 \dots P_k)$$

$$r = k + \Gamma(P_1 \dots P_k \,|\, P\,)$$

I
T
P
W

ZPT

Pojęcie *r* - przydatności…

..będziemy interpretowali dla funkcji z tabl. 8.3, rozdz. 8.2
z książki *Synteza układów logicznych*

I
T
P
W

ZPT

Przykład (SUL Tabl. 8.3)

	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5$	$y_1\ y_2\ y_3$
1	0 0 0 0 0	0 0 0
2	0 0 0 1 1	0 1 0
3	0 0 0 1 0	1 0 0
4	0 1 1 0 0	0 1 1
5	0 1 1 0 1	0 0 1
6	0 1 1 1 0	0 1 0
7	0 1 0 0 0	0 0 1
8	1 1 0 0 0	0 0 1
9	1 1 0 1 0	0 0 0
10	1 1 1 0 0	1 0 0
11	1 1 1 1 1	0 1 1
12	1 1 1 1 0	0 1 0
13	1 0 0 0 1	0 0 1
14	1 0 0 1 1	0 0 0
15	1 0 0 1 0	1 0 0

$$P_1 = (\overline{1,2,3,4,5,6,7};\overline{8,9,10,11,12,13,14,15})$$

$$P_2 = (\overline{1,2,3,13,14,15};\overline{4,5,6,7,8,9,10,11,12})$$

$$P_3 = (\overline{1,2,3,7,8,9,13,14,15};\overline{4,5,6,10,11,12})$$

$$P_4 = (\overline{1,4,5,7,8,10,13};\overline{2,3,6,9,11,12,14,15})$$

$$P_5 = (\overline{1,3,4,6,7,8,9,10,12,15};\overline{2,5,11,13,14})$$

$$P_F = (\overline{1,9,14};\overline{5,7,8,13};\overline{2,6,12};\overline{4,11};\overline{3,10,15})$$

I
T
P
W

ZPT

Przykładzik

Obliczmy *r* dla $P_1 = \{ \overline{1,2,3,4,5,6,7}; \overline{8,9,10,11,12,13,14,15} \}$

oraz $P = (\overline{1,9,14}; \overline{5,7,8,13}; \overline{2,6,12}; \overline{4,11}; \overline{3,10,15})$

Mamy tu: $P \bullet P_1 = \{ \overline{1}; \overline{9,14}; \overline{5,7}; \overline{8,13}; \overline{2,6}; \overline{12}; \overline{4}; \overline{11}; \overline{3}; \overline{10,15} \}$

$P_1 \mid P \bullet P_1 = \{ \overline{(1)(2,6)(3)(4)(5,7)}; \overline{(8,13)(9,14)(10,15)(11)(12)} \}$

Bo 5 nawiasów

$\gamma(P_1 \mid P \bullet P_1) = 5,$

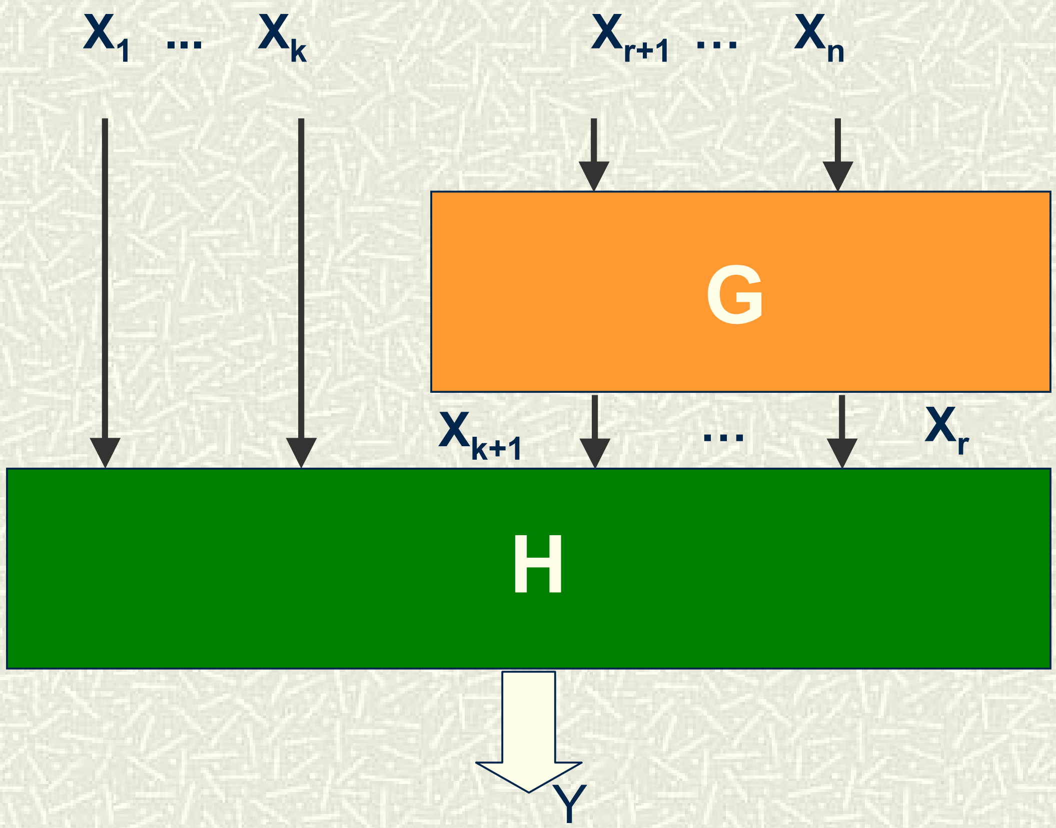
$\Gamma(P_1 \mid P \bullet P_1) = \lceil \log_2 5 \rceil = 3$

czyli $r = 1 + 3 = 4$

I T P W ZPT

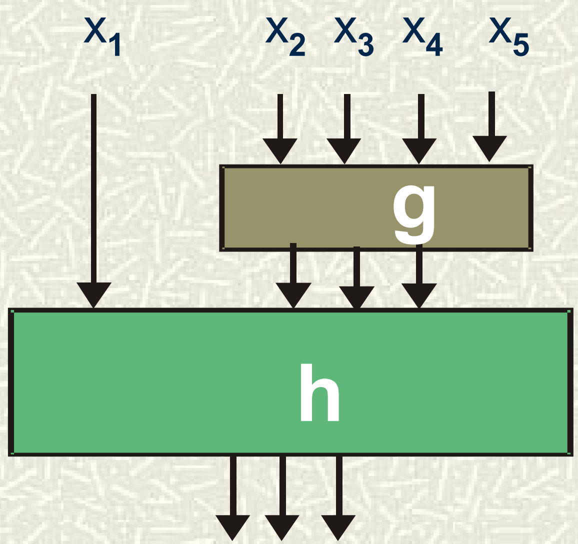
Interpretacja r-przydatności

Jeśli $\{P_1,...,P_k\}$ jest *r*-przydatny ($k < r$) względem P_F i jeśli istnieje dekompozycja to **blok H ma dokładnie r wejść**



Przykładzik…

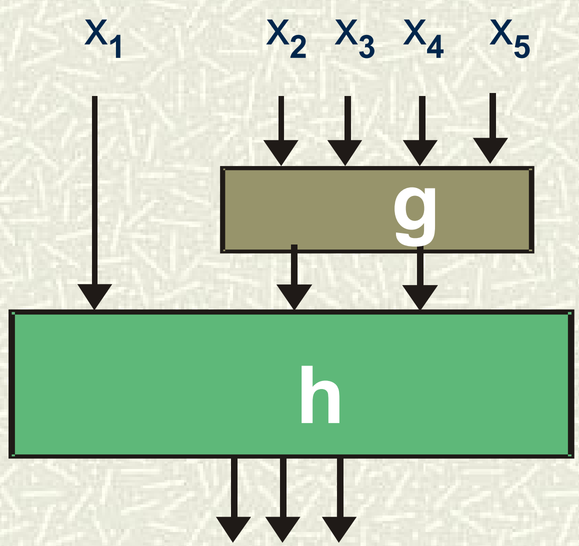
Skoro P_1 (z przykładziku) jest 4-przydatny to możemy się spodziewać tylko takiej dekompozycji:



w której liczba wejść do bloku h jest dokładnie 4!!!

Przykładzik…

Natomiast gdyby P_1 był 3-przydatny, to moglibyśmy się spodziewać dekompozycji z trzema! tylko wejściami do h



ITPW

ZPT

Twierdzenia o *r* - przydatności

Jeśli $\{P_1,...,P_k\}$ jest *r*-przydatny ($k < r$) względem P, to istnieje zbiór podziałów $\{P_{k+1},...,P_r\}$, dla których:

$$P_1...P_k \bullet P_{k+1},...,P_r \le P$$

natomiast nie istnieje $\{P'_{k+1},...,P'_{r-1}\}$ taki, że:

$$P_1...P_k \bullet P'_{k+1},...,P'_{r-1} \le P$$

Inaczej mówiąc, warunkiem koniecznym i wystarczającym na to, aby:

$$P_1...P_k \bullet P_{k+1},...,P_m \le P$$

jest *m*-przydatność zbioru $\{P_1,...,P_k\}$ względem P.

Przykład 8.2 i 8.3 (z książki SUL)

	$x_1x_2x_3x_4x_5$	$y_1y_2y_3$
1	0 0 0 0 0	0 0 0
2	0 0 0 1 1	0 1 0
3	0 0 0 1 0	1 0 0
4	0 1 1 0 0	0 1 1
5	0 1 1 0 1	0 0 1
6	0 1 1 1 0	0 1 0
7	0 1 0 0 0	0 0 1
8	1 1 0 0 0	0 0 1
9	1 1 0 1 0	0 0 0
10	1 1 1 0 0	1 0 0
11	1 1 1 1 1	0 1 1
12	1 1 1 1 0	0 1 0
13	1 0 0 0 1	0 0 1
14	1 0 0 1 1	0 0 0
15	1 0 0 1 0	1 0 0

$P_1 = (\overline{1,2,3,4,5,6,7};\ \overline{8,9,10,11,12,13,14,15})$ **r = 4**

$P_2 = (\overline{1,2,3,13,14,15};\ \overline{4,5,6,7,8,9,10,11,12})$ **r = 4**

$P_3 = (\overline{1,2,3,7,8,9,13,14,15};\ \overline{4,5,6,10,11,12})$ **r = 3**

$P_4 = (\overline{1,4,5,7,8,10,13};\ \overline{2,3,6,9,11,12,14,15})$ **r = 3**

$P_5 = (\overline{1,3,4,6,7,8,9,10,12,15};\ \overline{2,5,11,13,14})$ **r = 4**

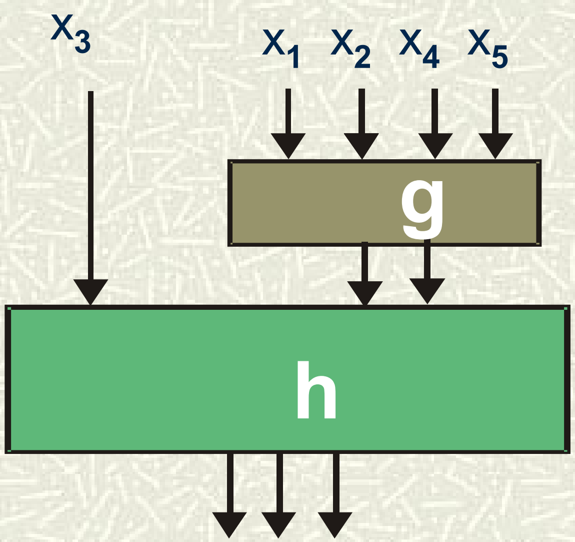
$P_F = (\overline{1,9,14};\overline{5,7,8,13};\overline{2,6,12};\overline{4,11};\overline{3,10,15})$

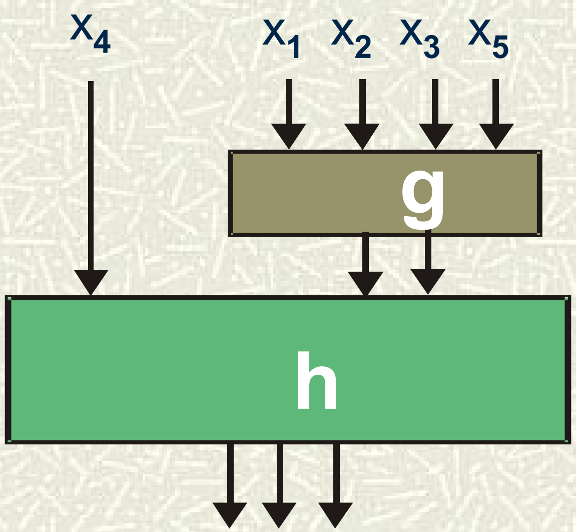
I T P W

ZPT

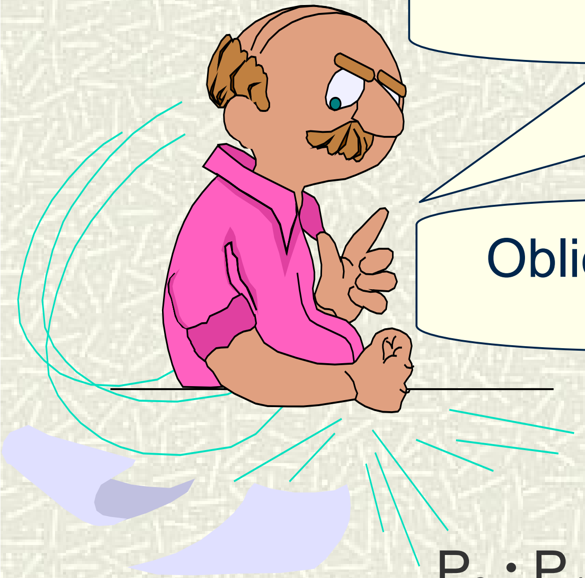
Przykład …

P_3, P_4, są 3-przydatne względem P_F





Przykład…



Szukajmy czegoś lepszego

Obliczmy r-przydatność dla zbioru $\{P_3, P_4\}$

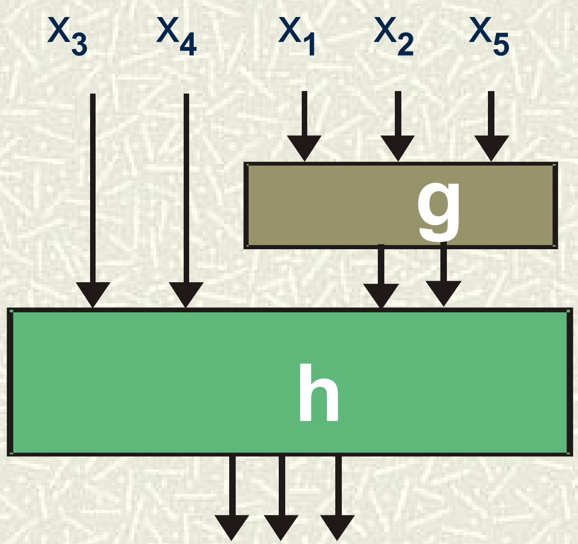
$$P_3 \cdot P_4 = \{\overline{(1)(7,8,13)};\overline{(9,14)(2)(3,15)};\overline{(4)(5)(10)};\overline{(11)(6,12)}\}$$

czyli $r\{P_3, P_4\} = 2 + \lceil \log_2 3 \rceil = 4$

I T P W ZPT

Przykład …

Skoro $\{P_3, P_4\}$ jest 4-przydatny, to przyjmując x_3, x_4 jako wejścia

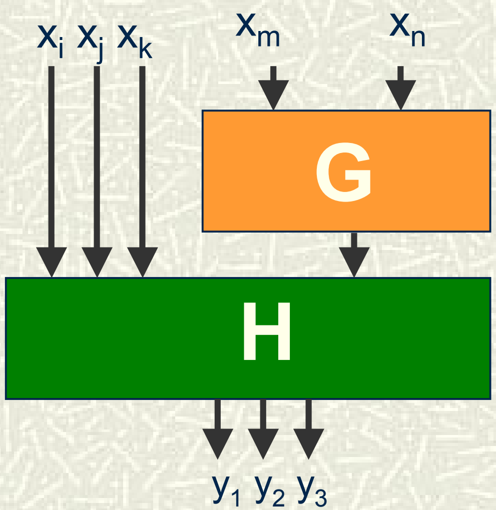


do pełnej realizacji funkcji potrzebne są jeszcze dwa wejścia.

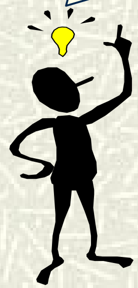
Z poprzedniego wykładu wiemy, że taka dekompozycja istnieje

Przykład …

A może uda nam się znaleźć zbiór { P_i, P_j, P_k}, który byłby 4-przydatny.



Bardzo ciekawy schemat, 4 wejścia jak poprzednio, ale prostsza G – zaledwie dwu-wejściowa, czyli jakaś prosta bramka



Pożyteczne fakty

Można wykazać, że jeśli $P = \{P_1,...,P_k\}$ jest *m*-przydatny względem P_F, to każdy podzbiór z *P* jest *m'*-przydatny, gdzie $m' \leq m$.

Tym samym warunkiem koniecznym na to, aby $P = \{P_1,...,P_k\}$ był *m*-przydatny względem P_F, jest *r*-przydatność podzbiorów z *P* taka, że dla każdego *P'* zawartego w *P*, $r(P') \leq m$.

I
T
P
W

ZPT

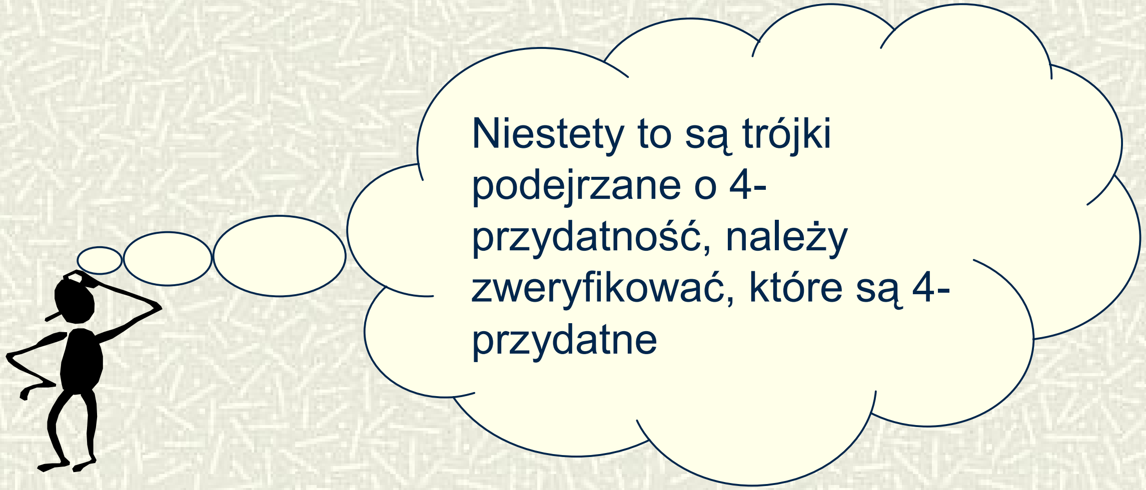
Przykład …

r-przydatności par $\{P_i, P_j\}$

Co najwyżej 4-przydatnymi parami są tylko:
$\{P_1, P_3\}$, $\{P_1, P_4\}$, $\{P_2, P_3\}$, $\{P_2, P_4\}$, $\{P_3, P_4\}$, $\{P_3, P_5\}$ oraz $\{P_4, P_5\}$.

W związku z tym 4-przydatnymi trójkami mogą być tylko:

a) $\{P_1, P_3, P_4\}$ b) $\{P_2, P_3, P_4\}$ c) $\{P_3, P_4, P_5\}$



I T P W

ZPT

Przykład

W tym celu liczymy odpowiednie iloczyny podziałów

$$P_1 \bullet P_3 \bullet P_4 = \{\overline{(1)(7)}; \overline{(8,13)}; \overline{(2)(3)}; \overline{(9,14)(15)}; \overline{(4)(5)}; \overline{(10)}; \overline{(6)}; \overline{(11)(12)}\}$$

$$P_2 \bullet P_3 \bullet P_4 = \{\overline{(1)(13)}; \overline{(2)(3,15)(14)}; \overline{(4)(5)(10)}; \overline{(6,12)(11)}; \overline{(7,8)}; \overline{(9)}\}$$

$$P_3 \bullet P_4 \bullet P_5 = \{\overline{(1)(7,8)}; \overline{(13)}; \overline{(9)(3,15)}; \overline{(14)(2)}; \overline{(4)(10)}; \overline{(5)}; \overline{(6,12)}; \overline{(11)}\}$$

czyli wyłącznie $\{P_1, P_3, P_4\}$ oraz $\{P_3, P_4, P_5\}$.

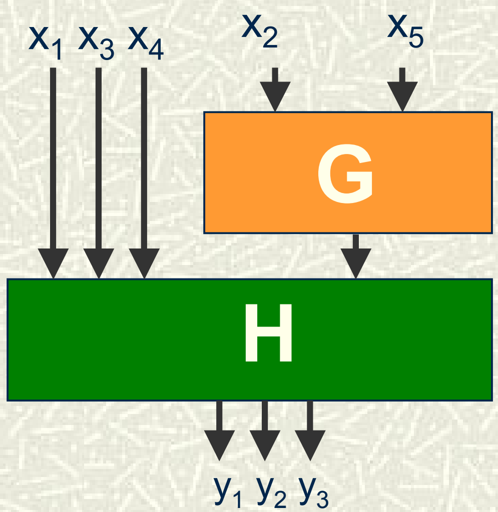
są 4-przydatne

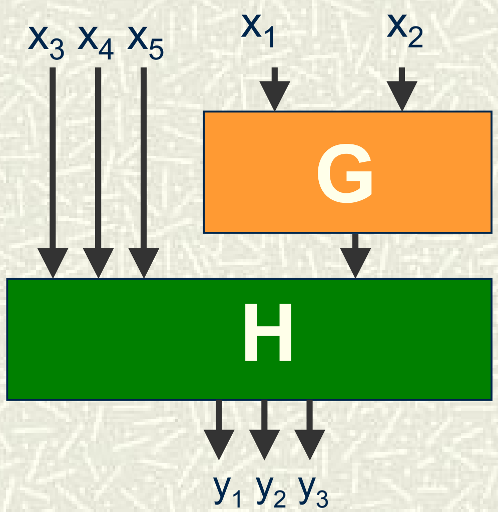
$$r\{P_1, P_3, P_4\} = 3 + \lceil \log_2 2 \rceil = 4$$

I T P W ZPT

Przykład …

Skoro $\{P_1, P_3, P_4\}$ oraz $\{P_3, P_4, P_5\}$ są 4-przydatne to mogą istnieć dekompozycje:





I T P W

ZPT

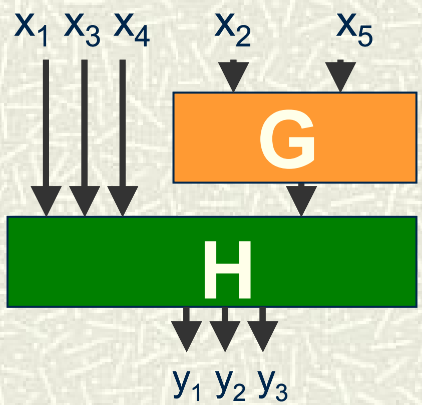
Przykład …

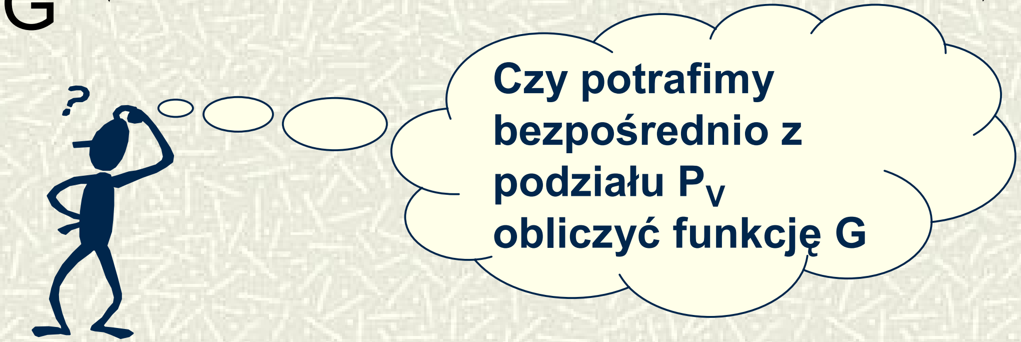
$$P_U = P_1P_3P_4 = \{\overline{1,7}; \overline{8,13}; \overline{2,3}; \overline{9,14,15}; \overline{4,5}; \overline{10}; \overline{6}; \overline{11,12}\}$$

$$P_U | P_F = \{\overline{(1),(7)}; \overline{(8,13)}; \overline{(2),(3)}; \overline{(9,14),(15)}; \overline{(4),(5)}; \overline{(10)}; \overline{(6)}; \overline{(11),(12)}\}$$

$$P_V = \{\overset{00}{\overline{1,3,15}}; \overset{01}{\overline{2,13,14}}; \overset{10}{\overline{4,6,7,8,9,10,12}}; \overset{11}{\overline{5,11}}\}$$

$$\Pi_G = (\overset{0}{\overline{1,3,5,11,15}}; \overset{1}{\overline{2,4,6,7,8,9,10,12,13,14}})$$





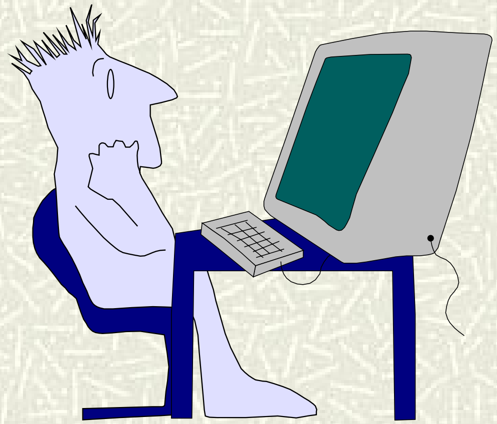
$$G = x_2 \oplus x_5$$

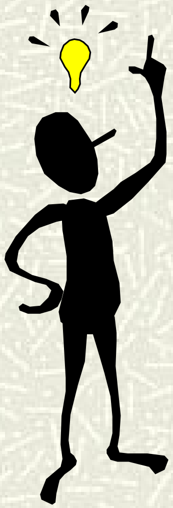
I T P W

ZPT

Systematyczne algorytmy dekompozycji

Obliczanie podziału Π_G metodą przenoszenia bloków P_V na podstawie podziału ilorazowego $P_U | \Pi_G$ jest trudne do zalgorytmizowania.





Szczęśliwie jednak algorytm obliczania Π_G można sprowadzić do algorytmu obliczania MKZ.

Systematyczne procedury dekompozycji

$$\Pi_G \geq P_V : P_U \bullet \Pi_G \leq P_F$$

Sklejanie bloków z P_V. Tak wielu jak to tylko możliwe.

Dwa bloki B_i i B_j podziału P_V są zgodne, jeśli podział γ_{ij} uzyskany z P_V przez sklejenie Bi oraz Bj w jeden blok spełnia warunek Twierdzenia, tzn., jeśli $P_U \bullet \gamma_{ij} \leq P_F$.

W przeciwnym przypadku B_i oraz B_j są niezgodne.

Podzbiór δ bloków podziału wejściowego P_V nazywamy zgodną klasą bloków jeśli bloki w δ są parami zgodne.

Zgodna klasa bloków jest nazywana maksymalną, jeśli nie jest zawarta w żadnej innej klasie zgodnej.

Przykład

	$x_1x_2x_3x_4x_5$	$y_1y_2y_3$
1	0 0 0 0 0	0 0 0
2	0 0 0 1 1	0 1 0
3	0 0 0 1 0	1 0 0
4	0 1 1 0 0	0 1 1
5	0 1 1 0 1	0 0 1
6	0 1 1 1 0	0 1 0
7	0 1 0 0 0	0 0 1
8	1 1 0 0 0	0 0 1
9	1 1 0 1 0	0 0 0
10	1 1 1 0 0	1 0 0
11	1 1 1 1 1	0 1 1
12	1 1 1 1 0	0 1 0
13	1 0 0 0 1	0 0 1
14	1 0 0 1 1	0 0 0
15	1 0 0 1 0	1 0 0

U = {x_3,x_4} oraz V = {x_1,x_2,x_5}.

$$P_F = \overline{1,9,14};\overline{5,7,8,13};\overline{2,6,12};\overline{4,11};\overline{3,10,15}$$

$$P_V = \overline{1,3};\ \overline{2};\overline{4,6,7};\overline{5};\overline{8,9,10,12};\overline{11};\overline{13,14};\overline{15}$$

I
T
P
W

ZPT

Przykład …

$U = \{x_3,x_4\}$ oraz $V = \{x_1,x_2,x_5\}$.

$$P_F = \overline{1,9,14};\overline{5,7,8,13};\overline{2,6,12};\overline{4,11};\overline{3,10,15}$$

Numerujemy bloki P_V

$$P_V = \overset{B_1}{\overline{1,3}};\ \overset{B_2}{\overline{2}};\overset{B_3}{\overline{4,6,7}};\overset{B_4}{\overline{5}};\overset{B_5}{\overline{8,9,10,12}};\overset{B_6}{\overline{11}};\overset{B_7}{\overline{13,14}};\overset{B_8}{\overline{15}}$$

I wyznaczamy wszystkie pary zgodne (B_i, B_j)

I T P W

ZPT

Przykład c.d.

$$P_V = \underbrace{\overline{1,3}}_{B_1};\ \underbrace{\overline{2}}_{B_2};\ \underbrace{\overline{4,6,7}}_{B_3};\ \underbrace{\overline{5}}_{B_4};\ \underbrace{\overline{8,9,10,12}}_{B_5};\ \underbrace{\overline{11}}_{B_6};\ \underbrace{\overline{13,14}}_{B_7};\ \underbrace{\overline{15}}_{B_8}$$

$$P_U|P_F = \overline{(1)(7,8,13)};\ \overline{(2)(9,14)(3,15)};\ \overline{(4)(5)(10)};\ \overline{(11)(6,12)}$$

Niezgodna!

B_1, B_2

$$P_U \bullet (\overline{1,2,3};\ \overline{4,6,7};\ \overline{5};\ldots) \not\leq P_F$$

Zgodna!

B_1, B_4

$$P_U \bullet (\overline{1,3,5};\ \overline{2};\ \overline{4,6,7};\ldots) \leq P_F$$

I
T
P
W

ZPT

Przykład c.d.

Pary zgodne: (B_1,B_4), (B_1,B_6), (B_1,B_8), (B_2,B_3), (B_2,B_4), (B_2,B_6), (B_3,B_7), (B_3,B_8), (B_4,B_6), (B_4,B_7), (B_4,B_8), (B_5,B_7), (B_6,B_7), (B_6,B_8).

Doskonale wiemy jak obliczać
Maksymalne Klasy Zgodne
MKZ

Klasy maksymalne:

$\boxed{\{B_1,B_4, B_6, B_8\}}$

$\{B_4, B_6, B_7\}$

$\{B_2, B_4, B_6\}$

$\{B_3, B_8\}$

$\{B_3, B_7\}$

$\boxed{\{B_2, B_3\}}$

$\boxed{\{B_5, B_7\}}$

$$P_V = \underbrace{\overline{1,3}}_{B_1};\ \underbrace{\overline{2}}_{B_2};\ \underbrace{\overline{4,6,7}}_{B_3};\ \underbrace{\overline{5}}_{B_4};\ \underbrace{\overline{8,9,10,12}}_{B_5};\ \underbrace{\overline{11}}_{B_6};\ \underbrace{\overline{13,14}}_{B_7};\ \underbrace{\overline{15}}_{B_8}$$

$$\Pi_G = \overline{\boxed{\{B_2, B_3\}}};\ \overline{\boxed{\{B_5, B_7\}}};\ \overline{\boxed{\{B_1,B_4, B_6, B_8\}}}$$

I
T
P
W

ZPT

Przykład c.d.

$$P_V = \overset{B_1}{\overline{1,3}};\ \overset{B_2}{\overline{2}};\ \overset{B_3}{\overline{4,6,7}};\ \overset{B_4}{\overline{5}};\ \overset{B_5}{\overline{8,9,10,12}};\ \overset{B_6}{\overline{11}};\ \overset{B_7}{\overline{13,14}};\ \overset{B_8}{\overline{15}}$$

Klasy maksymalne:

$\boxed{\{B_1, B_4, B_6, B_8\}}$

$\{B_4, B_6, B_7\}$

$\{B_2, B_4, B_6\}$

$\{B_3, B_8\}$

$\{B_3, B_7\}$

$\boxed{\{B_2, B_3\}}$

$\boxed{\{B_5, B_7\}}$

$$\Pi_G = \overset{\boxed{\{B_2, B_3\}}}{\overline{2,4,6,7}};\ \overset{\boxed{\{B_5, B_7\}}}{\overline{8,9,10,12,13,14}};\ \overset{\boxed{\{B_1, B_4, B_6, B_8\}}}{\overline{1,3,5,11,15}}$$