Metody syntezy logicznej

w zadaniach pozyskiwania wiedzy i analizy danych

ITPW

ZPT

Synteza logiczna

- Minimalizacja F.B.
- Redukcja argumentów

Inżynieria informacji

- Generacja reguł decyzyjnych
- Redukcja atrybutów

Dekompozycja funkcjonalna

Odwzorowanie technologiczne FPGA

Hierarchiczne podejmowanie decyzji

I T P W

ZPT

Tablice i reguły decyzyjne

- Atrybuty
- Ich wartości
- Operatory

$$(a,1) \wedge (b,0) \wedge (d,1) \longrightarrow (e,1)$$

	a	*b*	*d*	*e*
1	1	0	1	1
2	1	0	0	1
3	0	0	0	0
4	1	1	1	0
5	1	1	2	2
6	2	2	2	2

redukcja atrybutów
redukcja (generacja) reguł decyzyjnych

I T P W

ZPT

Przykład tablicy decyzyjnej

Atrybuty:	wiek	płeć	Stan cywilny	zawód	Klasa decyzyjna
x_1	20	Female	Married	Farm	1
x_2	17	Female	Single	Farm	2
x_3	25	Male	Single	Business	3
x_4	16	Female	Single	Farm	2
x_5	38	Male	Single	Business	3
x_6	25	Female	Single	Pleasure	4
x_7	48	Female	Single	Pleasure	4
x_8	20	Female	Single	Farm	2
x_9	21	Male	Married	Business	5
x_{10}	22	Male	Married	Business	5
x_{11}	23	Male	Married	Business	5
x_{12}	24	Male	Married	Business	5

Reguły decyzyjne generowane z tablicy decyzyjnej

(Age, 20) $\wedge$ (Marital_Status, Married)	$\rightarrow$	(Class, 1),
(Age 16)	$\rightarrow$	(Class, 2),
(Age, 17)	$\rightarrow$	(Class, 2),
(Age, 20) $\wedge$ (Marital_Status, Single)	$\rightarrow$	(Class, 2),
(Age, 25) $\wedge$ (Gender, Male)	$\rightarrow$	(Class, 3),
(Age, 38)	$\rightarrow$	(Class, 3),
(Age, 25) $\wedge$ (Gender, Female)	$\rightarrow$	(Class, 4)
(Age, 48)	$\rightarrow$	(Class, 4),
(Age, 21)	$\rightarrow$	(Class, 5),
(Age, 22)	$\rightarrow$	(Class, 5),
(Age, 23)	$\rightarrow$	(Class, 5),
(Age, 24)	$\rightarrow$	(Class, 5).

Generacja reguł

Metoda analogiczna do ekspansji:

Tworzy się macierz porównań M,

Wyznacza minimalne pokrycie M,

Atrybutami reguły minimalnej są atrybuty należące do minimalnego pokrycia M.

Przykład generacji reguł

Tablica decyzyjna

U	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	2	2
6	2	2	0	2	2
7	2	2	2	2	2

Tablica reguł minimalnych

a	*b*	*c*	*d*	*e*
1	0	–	–	1
0	–	–	–	0
–	1	–	1	0
–	–	–	2	2

I
T
P
W

ZPT

Przykład: uogólniamy U_1

U	a	b	c	d	e
1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	2	2
6	2	2	0	2	2
7	2	2	2	2	2

$$M = \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Macierz M powstaje przez porównanie obiektów: (u_1, u_3), (u_1, u_4), ..., (u_1, u_7). Wynikiem porównania są wiersze M.

Dla takich samych wartości atrybutów odpowiedni m=0, dla różnych m=1.

I
T
P
W

ZPT

Przykład: uogólniamy U_1

U	a	b	c	d	e
1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1

$$M = \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ a, d \\ b \\ b, d \\ a, b, d \\ a, b, c, d \end{array}$$

Minimalne pokrycia są:
{*a*,*b*} oraz {*b*,*d*},

Wyznaczone na ich podstawie minimalne reguły:

$(a,1)\ \&\ (b,0) \rightarrow (e,1)$
$(b,0)\ \&\ (d,1) \rightarrow (e,1)$

U	a	b	c	d	e
1	1	0	-	-	1
2	1	0	0	0	1

I
T
P
W

ZPT

Przykład generacji reguł cd.

Po uogólnieniu obiektu $u_1 \supseteq u_2$.

U	a	b	c	d	e
1	1	0	-	-	1
2	1	0	0	0	1

U	a	b	c	d	e
1	1	0	-	-	1
~~2~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
3	0	0	0	0	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	2	2
6	2	2	0	2	2
7	2	2	2	2	2

u_2 można usunąć

I
T
P
W

ZPT

Przykład generacji reguł c.d.

U	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	2	2
6	2	2	0	2	2
7	2	2	2	2	2

Dla obiektu *u*3

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$0 - - - \not\supseteq 1101$$

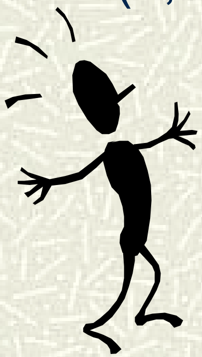
Dla obiektu *u*4

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$-1-1 \not\supseteq 0000$$

$(a,0) \rightarrow (e,0)$

$(b,1)$ & $(d,1) \rightarrow (e,0)$



Niestety po uogólnieniu ani u_3 nie pokrywa u_4, ani u_4 nie pokrywa u_3

I T P W

ZPT

Przykład generacji reguł c.d.

U	a	b	c	d	e
1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	2	2
6	2	2	0	2	2
7	2	2	2	2	2

Dla obiektu *u5*

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$(d,2) \rightarrow (e,2)$

$$- - - 2 \supseteq \quad u_6, u_7$$

ITPW

ZPT

Reguły minimalne

a	*b*	*c*	*d*	*e*
1	0	–	–	1
0	–	–	–	0
–	1	–	1	0
–	–	–	2	2

$$(a,1)\ \&\ (b,0) \rightarrow (e,1)$$
$$(a,0) \rightarrow (e,0)$$
$$(b,1)\ \&\ (d,1) \rightarrow (e,0)$$
$$(d,2) \rightarrow (e,2)$$

w innym zapisie:

$$(a,1)\ \&\ (b,0) \rightarrow (e,1)$$
$$(a,0) \vee (b,1)\ \&\ (d,1) \rightarrow (e,0)$$
$$(d,2) \rightarrow (e,2)$$

I T P W

ZPT

Reguły minimalne

ESPRESSO

.i 7
.o 1
.type fr
.p 9
1000101 0
1011110 0
1101110 0
1110111 0
0100101 1
1000110 1
1010000 1
1010110 1
1110101 1
.e

$$f = \bar{x}_4\bar{x}_7 + x_2\bar{x}_6$$

LERS

< a a a a a a a d >
[x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 d]
1 0 0 0 1 0 1 0
1 0 1 1 1 1 0 0
1 1 0 1 1 1 0 0
1 1 1 0 1 1 1 0
0 1 0 0 1 0 1 1
1 0 0 0 1 1 0 1
1 0 1 0 0 0 0 1
1 0 1 0 1 1 0 1
1 1 1 0 1 0 1 1

(x4,1) -> (d,0)
(x7,1) & (x1,1) & (x3,0) -> (d,0)
(x2,1) & (x6,1) -> (d,0)
(x4,0) & (x2,0) & (x6,1) -> (d,1)
(x6,0) & (x2,1) -> (d,1)
(x5,0) -> (d,1)

$$f = \bar{x}_4\bar{x}_2 x_6 + \bar{x}_6 x_2 + \bar{x}_5$$

Redukcja atrybutów

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	d
1	0	1	0	1	0	0	1
2	1	0	0	0	1	3	2
3	1	1	0	2	2	3	3
4	1	1	0	2	3	3	2
5	1	1	1	0	2	3	4
6	0	0	2	0	2	3	1
7	1	1	2	0	2	2	5
8	1	1	2	0	2	3	6
9	1	0	2	2	1	3	6
10	1	1	2	2	3	1	7

	a_1	a_3	a_5	a_6	d
1	0	0	0	0	1
2	1	0	1	3	2
3	1	0	2	3	3
4	1	0	3	3	2
5	1	1	2	3	4
6	0	2	2	3	1
7	1	2	2	2	5
8	1	2	2	3	6
9	1	2	1	3	6
10	1	2	3	1	7

Redukty: $\{a_1, a_3, a_5, a_6\}$ $\{a_2, a_3, a_5, a_6\}$

Przykład redukcji atrybutów

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	d
1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	1	1	0	0	1
3	1	2	2	0	1	1	2
4	0	1	1	0	0	1	2
5	0	1	0	2	0	1	3
6	1	2	2	3	2	0	2
7	1	2	2	2	0	1	1
8	0	0	1	1	0	1	3
9	0	1	0	3	2	0	4
10	2	2	2	3	2	0	4

$$P_1 \bullet P_6 \,|\, P_D = \overline{(1,2)(9)};\overline{(4)(5,8)};\overline{(6)};\overline{(3)(7)};\overline{(10)}$$

1,9	a_2 , a_4 , a_5
2,9	a_2 , a_3 , a_4 , a_5
4,5	a_3 , a_4
4,8	a_2 , a_4
3,7	a_4 , a_5

$$(a_4 + a_2)\,(a_4 + a_3)\,(a_4 + a_5) = a_4 + a_2a_3a_5$$

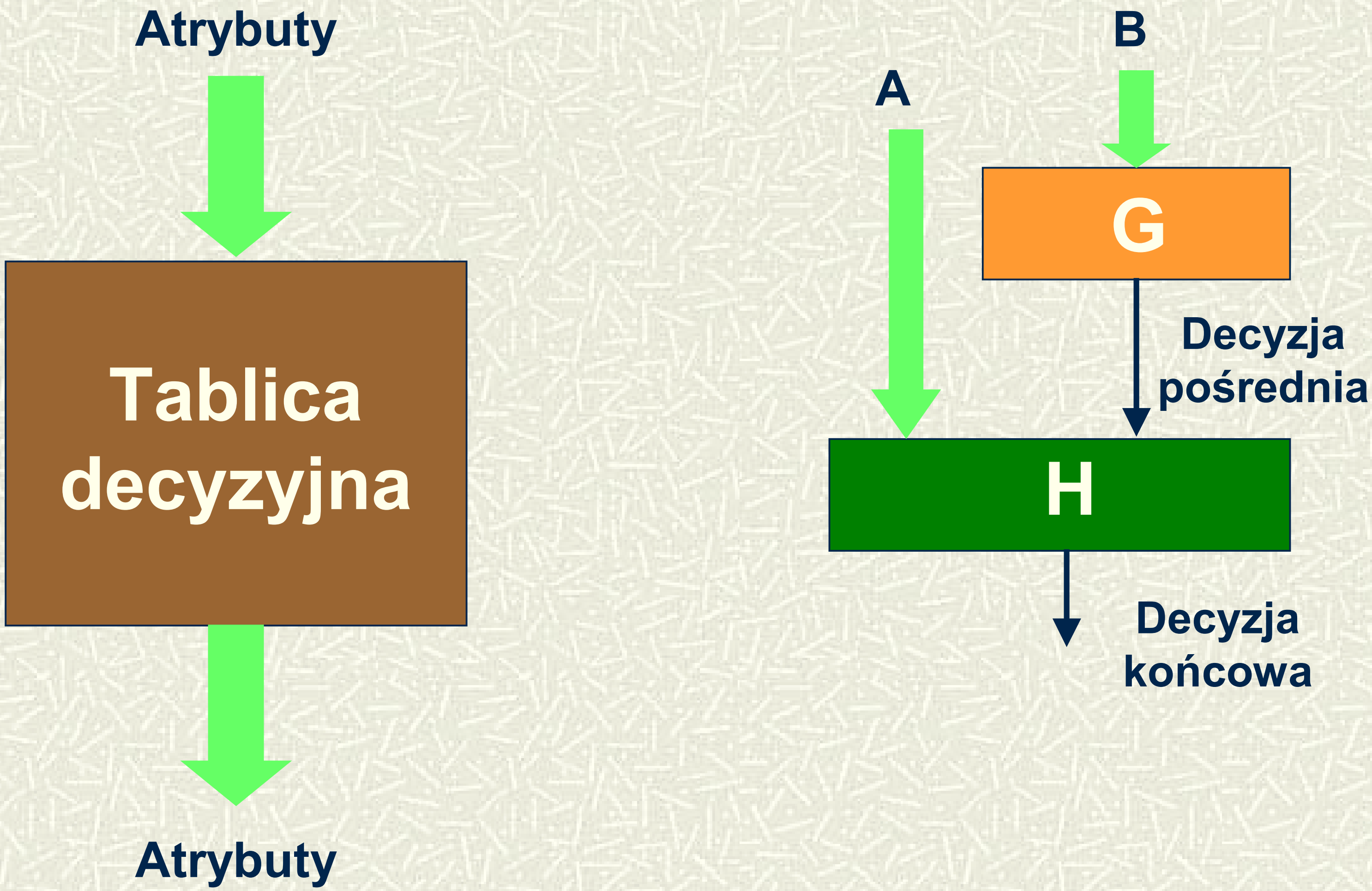
$\{a_1 , a_4 , a_6\}$

$\{a_1 , a_2 , a_3 , a_5 , a_6\}$

I T P W

ZPT

Dekompozycja tablic decyzyjnych

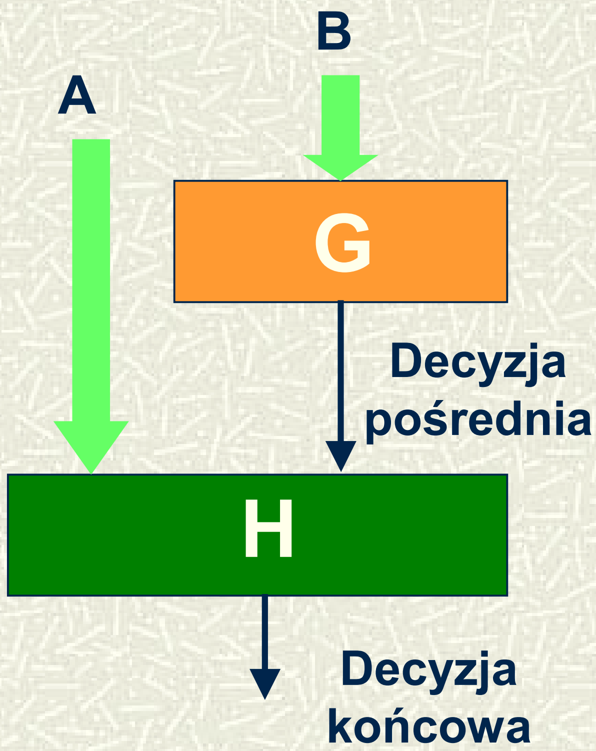


Dekompozycja tablic decyzyjnych

$$F = H(A,G(B))$$

$$\Pi_G \geq P(B):$$

$$P(A) \cdot \Pi_G \leq P_D$$



I
T
P
W

ZPT

Przykład dekompozycji TD

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	d
1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	1	1	0	0	1
3	1	2	2	0	1	1	2
4	0	1	1	0	0	1	2
5	0	1	0	2	0	1	3
6	1	2	2	3	2	0	2
7	1	2	2	2	0	1	1
8	0	0	1	1	0	1	3
9	0	1	0	3	2	0	4
10	2	2	2	3	2	0	4

A = $\{a_4, a_5, a_6\}$ **B =** $\{a_1, a_2, a_3\}$

$$P(A) = (\overline{1}; \overline{2}; \overline{3}; \overline{4}; \overline{5,7}; \overline{6,9,10}; \overline{8})$$

$$P(B) = (\overline{1}; \overline{2,8}; \overline{3,6,7}; \overline{4}; \overline{5,9}; \overline{10})$$

$$P_D = (\overline{1,2,7}; \overline{3,4,6}; \overline{5,8}; \overline{9,10})$$

$$P_U | P_D = (\overline{(1,2)(9)}; \overline{(4)(5,8)}; \overline{(6)}; \overline{(3)(7)}; \overline{(10)})$$

$$\Pi_G = (\overline{1,2,3,4,6,7,8}; \overline{5,9,10})$$

I
T
P
W

ZPT

Przykład c.d.

G:

	a_1	a_2	a_3	g
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	1	2	2	1
4	0	1	1	1
5	0	1	0	2
6	2	2	2	2

H:

	a_4	a_5	a_6	g	d
1	0	0	0	1	1
2	1	0	0	1	1
3	0	1	1	1	2
4	0	0	1	1	2
5	2	0	1	2	3
6	3	2	0	1	2
7	2	0	1	1	1
8	1	0	1	1	3
9	3	2	0	2	4

Kompresja danych

$$S = p\Sigma q_i$$

S_F = 130 jednostek

Dekompozycja

S_G = 42 jednostki

S_H = 72 jednostki

$$S_G + S_H = 87\%\ S_F$$

I T P W

ZPT

Przykład

```
!,  Decision table for house of reps. !,
< D AAAAAAAAAAAAAAAA >
!,
[ CLASS-NAME HANDICAPPED-INFANTS WATER-PROJECT-COST-SHARING
ADOPTION-OF-THE-BUDGET-RESOLUTION PHYSICIAN-FEE-FREEZE EL-
SALVADOR-AID RELIGIOUS-GROUPS-IN-SCHOOLS ANTI-SATELLITE-TEST-BAN
AID-TO-NICARAGUAN-CONTRAS MX-MISSILE IMMIGRATION
SYNFUELS-CORPORATION-CUTBACK EDUCATION-SPENDING SUPERFUND-
RIGHT-TO-SUE CRIME DUTY-FREE-EXPORTS EXPORT-ADMINISTRATION-ACT-
SOUTH-AFRICA ]
!,
!, Now the data
!,
democrat     n y y n y y n n n n n n y y y y
republican   n y n y y y n n n n n y y y n y
. . . . . . . . . . . .
. . . . . . . . . . . .
republican   n n y y y y n n y y n y y y n y
democrat     n n y n n n y y y y n n n n n y
```

68% kompresji danych

I
T
P
W

ZPT

Sieci neuronowe

I
T
P
W

ZPT

Przykład: zastosowanie dekompozycji w nauczaniu sieci neuronowych

Przykłady		**rd53**	**rd73**	**rd84**	**root**	**s8**	**sao2**	**sqrt8**	**xor5**	**z4**
Bez dekompozycji	Czas [s]	17	233	1200	1200	165	4004	470	432	108
	Liczba błędów	0	0	5	5	0	106	0	0	0
Z dekompozycją	Czas [s]	9	29	53	661	26	586	52	67	56
	Liczba błędów	0	0	0	0	0	0	0	0	0

PODSUMOWANIE

Zagadnienia syntezy logicznej znajdują szerokie zastosowanie w wielu dziedzinach techniki:

☞ w technice cyfrowej ☞ w inżynierii informacji
☞ w kryptografii ☞ w sieciach neuronowych

Uniwersyteckie Systemy Syntezy Logicznej:

SIS, (Espresso, NOVA, ...), ... DEMAIN

Znaczenie syntezy logicznej ciągle wzrasta, a USSL stają się niezbędnym narzędziem w projektowaniu układów i systemów cyfrowych