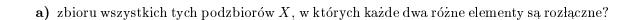
- 1. (4 pkt) Podaj przykład trzech zbiorów $A,B,C\subseteq\{a,b,c\}$ takich, że
 - a) $(A \cup C) \cap B \neq (A \cup B) \cap C$
 - **b)** $A \setminus (B \cap C) \neq (A \setminus B) \setminus C$
- 2. (4 pkt) Udowodnij, że dla każdego $n \geq 2$ następująca formuła jest tautologią rachunku zdań:

$$(a_1 \rightarrow a_2) \lor (a_2 \rightarrow a_3) \lor \dots \lor (a_{n-1} \rightarrow a_n) \lor (a_n \rightarrow a_1)$$

- 3. (4 pkt) Zakładając, że S(x) oznacza predykat "x jest szczęśliwy", zaś Z(x): "x jest zakochany" wyraź w języku logiki fakt, że
 - a) Wszyscy zakochani są szczęśliwi.
 - b) Są ludzie szczęśliwi, choć nie są zakochani.
- 4. (4 pkt) Zaneguj następujące formuły wprowadzając znak negacji do wnętrz kwantyfikatorów tak, aby pozbyć się znaków implikacji wyrażając je przez ∨, ∧, ¬:
 - a) $\forall x \in A : P(x) \rightarrow (Q(y) \rightarrow R(x))$
 - **b)** $\exists x \in A : \forall y \in B \setminus A : (P(x) \vee Q(y)) \rightarrow R(x)$

W ramach uzasadnienia podaj reguły z których należało skorzystać.

5. (4 pkt) Niech X będzie zbiorem wszystkich otwartych odcinków osi rzeczywistej o końcach wymiernych. Jaka jest moc



- **b)** X?
- 6. (4 pkt) Pokaż, że dla każdego $n \geq 0$ zachodzi $\frac{1}{2^1} + \frac{2}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 \frac{n}{2^n} \frac{1}{2^{n-1}}$.
- 7. (4 pkt) Podaj przykład relacji określonej w zbiorze {1, 2, 3}, która jest
 - a) zwrotna, nieprzechodnia i antysymetryczna
 - b) przechodnia, symetryczna i nie jest zwrotna
- 8. (4 pkt) Pokaż, że nie są relacjami równoważności następujące relacje określone na *IN*
 - a) $x r_1 y \Leftrightarrow |x-y| \leq 2$
 - **b)** $x r_2 y \Leftrightarrow x \neq y + 1$
- 9. (4 pkt) Na ile sposobów można włożyć 9 kul ponumerowanych od 1 do 9 do dwóch urn tak, aby
 - a) w każdej urnie było co najwyżej pięć kul,
 - b) w pierwszej urnie suma numerów była mniejsza od sumy numerów w drugiej urnie.
- 10. (4 pkt.) Rzucamy dwa razy wyważoną kostką.
 - a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyrzucona suma oczek jest podzielna przez 5?
 - b) Jekie jest prawdopodobieństwo tego, że na drugiej kostce wypadnie co najmniej czwórka pod warunkiem, że na pierwszej wypadła liczba podzielna przez 3?

Uwaqa: Wszystkie odpowiedzi należy krótko uzasadnić, w miarę możliwości na tej kartce.