



REPUBLIQUE DU CAMEROUN  
Paix – Travail – Patrie  
UNIVERSITE DE DOUALA  
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE  
POLYTECHNIQUE DE DOUALA  
B.P. 2701 Douala  
Tél. (237) 697 542 240  
Site web : www.enspd-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON  
Peace – Work – Fatherland  
THE UNIVERSITY OF DOUALA  
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC  
SCHOOL OF DOUALA  
P.O.Box.2701 Douala  
Phone : (237) 697 542 240  
Email: contact@enspd-udo.cm



## Concours d'entrée à l'Ecole Nationale Supérieure Polytechnique de Douala (ENSPD)

Session du 30 juillet 2023, Baccalauréat Scientifique

Entrance Testation to the National Higher Polytechnic School of Douala (NHPSD)

Session of July 30, 2023, Scientific GCE A/L

Cursus : Ingénieur

Niveau : I

Epreuve de Mathématiques

Durée : 3h

Course : Engineering

Level: I

Mathematics Test

Duration : 3h

**Calculatrice non programmable autorisée. Encadrer tous vos résultats**

*Non programmable calculators are authorized. Square all your results*

### Exercice 1 (5 points)

On admet que 250507 n'est pas premier. On se propose de chercher des couples d'entiers naturels  $(a ; b)$  vérifiant la relation (E) :  $a^2 - 250507 = b^2$ .

- Soit  $X$  un entier naturel.
  - Donner dans un tableau, les restes possibles de  $X$  modulo 9 ; puis ceux de  $X^2$  modulo 9.
  - Sachant que  $a^2 - 250507 = b^2$ , déterminer les restes possibles modulo 9 de  $a^2 - 250507$  ; en déduire les restes possibles modulo 9 de  $a^2$ .
  - Montrer que les restes possibles modulo 9 de  $a$  sont 1 et 8.
- Justifier que si le couple  $(a ; b)$  vérifie la relation (E), alors  $a \geq 501$ .
  - Montrer qu'il n'existe pas de solution du type  $(501 ; b)$ .
- On suppose que le couple  $(a ; b)$  vérifie la relation (E).
  - Démontrer que  $a$  est congru à 503 ou à 505 modulo 9.
  - Déterminer le plus petit entier naturel  $k$  tel que le couple  $(505 + 9k ; b)$  soit solution de (E), puis donner le couple solution correspondant.

### Exercice 2 (3 points)

Une machine remplit automatiquement des sachets en mélangeant de façon indépendantes deux produits A et B. Dans chaque sachet, pour le produit A, la machine introduit 49g avec une probabilité de 0,1; 50g avec une probabilité de 0,8 ou 51g avec une probabilité de 0,1. Pour le produit B, elle introduit 49g avec une probabilité de 0,2 ; 50g avec une probabilité de 0,7 ou 51g avec une probabilité de 0,1. Un sachet n'est mis en vente que s'il pèse  $100g \pm 1g$ .

- Soit  $X$  la variable aléatoire qui à chaque sachet associe sa masse en g.
  - Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - Calculer l'espérance mathématique et la variance de  $X$ .
- Quelle est probabilité pour qu'un sachet soit mise en vente ?
- On extrait au hasard 10 sachets de la production. Calculer la probabilité pour que parmi ces 10 sachets, on ait au moins deux sachets commercialisables.

### Exercice 3 (5 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points  $A(0, a)$ ,  $B(b, 0)$  et  $C(c, 0)$ . ( $a, b, c \neq 0, b \neq c$ ).

- Déterminer l'équation du cercle  $(\Gamma)$  circonscrit au triangle  $ABC$ .
- Ecrire l'équation cartésienne de la droite  $(AB)$  et donner un vecteur  $\vec{n}_1$  normal à cette droite.



3. Écrire l'équation cartésienne de la droite (AC) et donner un vecteur  $\vec{n}_2$  normal à cette droite.
4. On considère un point  $M(x_0, y_0)$  du plan. On note  $A'$  le projeté orthogonal du point  $M$  sur la droite (BC),  $B'$  le projeté orthogonal de  $M$  sur la droite (AC) et  $C'$  le projeté orthogonal de  $M$  sur la droite (AB). Trouver les coordonnées des points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
5. Montrer que les points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sont alignés si et seulement si le point  $M$  se trouve sur le cercle ( $\Gamma$ ).

### Exercice 4 : 7 points

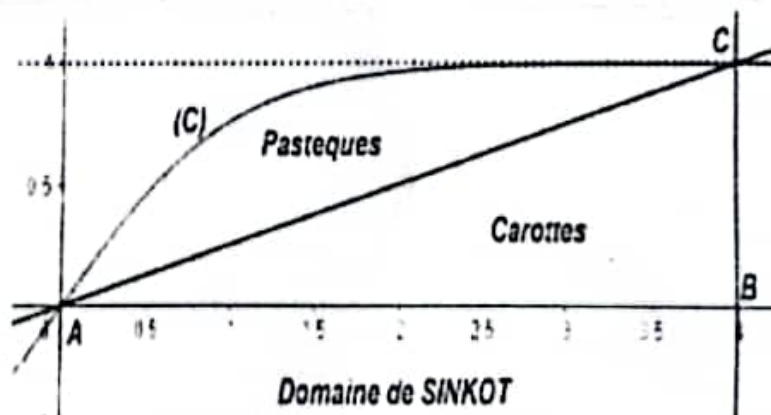
#### PARTIE A : 3 points

On considère la suite  $(w_n)$  définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2, w_n = \frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + \dots + \frac{1}{n \ln n}$ .

1. Déterminer la primitive sur  $]1, +\infty[$  de la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \frac{1}{x \ln x}$  qui s'annule en  $e^2$ .
2. a) Donner le sens de variation de la fonction  $h$ .  
b) En déduire que :  $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq 2, \int_k^{k+1} h(x) dx \leq \frac{1}{k \ln k}$ .
3. On pose  $I_n = \int_2^{n+1} h(x) dx, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .  
a) En utilisant 2.b), montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2, I_n \leq w_n$ .  
b) Calculer  $I_n$  et en déduire la nature de la suite  $(w_n)$ .

#### PARTIE B : 4 points

La figure ci-contre représente le domaine d'un villageois nommé SINKOT. Depuis quelques années, il y cultive des carottes et des pastèques. Mr SINKOT cultive sur une partie les pastèques et sur l'autre les carottes. Il envisage de vendre la parcelle réservée pour la culture des pastèques afin de financer la formation de son fils KOUAM qui s'élève à 1 450 000 FCFA. Dans cette zone, le  $m^2$  coûte 1 500F.



Il a confié ce projet à Mr. KONG pour

l'estimation de la valeur de ce terrain. Celui-ci crée un repère indiqué sur la figure ci-contre où l'unité sur l'axe des ordonnées est 25m et 30m sur l'axe des abscisses. Les contours du terrain sont constitués de la droite (AB), la droite (BC) et la courbe (C). Mr KONG a pu établir que la courbe (C) a pour équations  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ . La droite (AC) représente la séparation de la portion exploitée pour cultiver les pastèques de celle exploitée pour cultiver les carottes.

Le bénéfice à réaliser en centaines de francs CFA en fonction de la quantité  $x$  de carottes en tonne par an est donné par la fonction  $h$  vérifiant  $h''(x) - 3h'(x) + 2h(x) = 0$  et dont la courbe intégrale passe par le point  $D(0,15000)$  et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 10000.

Le voisin de Mr SINKOT dispose d'un espace délimité par l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $\vec{ME} \cdot \vec{MF} = 0$ , où  $E$  et  $F$  sont des points dont les affixes respectives sont les solutions de l'équation  $z^2 - (2 + 4i)z - 6 + 8i = 0$ . Il souhaite cultiver du piment sur cette a raison de 14 pistés sur  $3m^2$ .

1. Monsieur SINKOT pourra-t-il payer la pension de son fils ?
2. Quel est le seuil du bénéfice que pourra réaliser par an Monsieur SINKOT ?
3. Combien de pistés le voisin de Mr SINKOT devra prévoir pour couvrir tout son espace ?