TD N°2

Ex1 : Decharge d'un condensateur

un condensateur de capacite $C = 40 \mu F$ a une charge $Q = 50 \mu C$

On laisse le condensateur se decharge a travers un conducteur ohmique de resistance $R = 8_1$ ohm

1) elablir l'eqt donnant la loi de la variation en

2) Determiner l'intensité du courant et la charge du condensateur

3) Determiner la puissance electriq dissipé dans le conducteur ohmiq a l'instant $t = 10 ms$

4) Calculer la durée necessaire pour que l'energie stocker dans le condensateur atteind 10% de sa valeur initial.

EX 2 :

1) Calculer le champ magnetiq crée par un segment parcouru par un courant d'intensité I en un point M situe à la distance a du segment on appellera θ_1 et θ_2 les angles entre la perpendiculaire au fil issu de M et les droites joingnant M au extremité du segment. Examiner le cas du fil rectiligne infini.

Retrouver la question precedent (champ crée par un fil infini) en appliquant le theoreme d'ampère

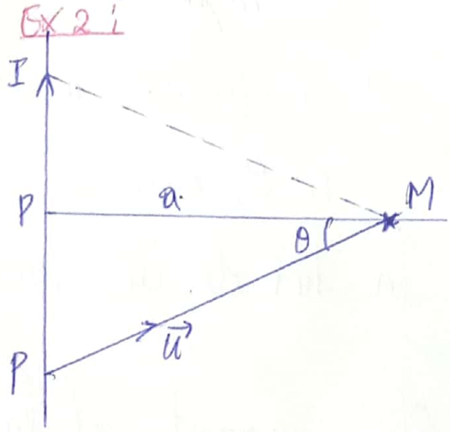
EX 3 :

Soit une spire ~~ph~~ filiforme de rayon R parcouru par un courant d'intensité I

1) Déterminer le champ magnétique créé en un point de l'axe de la spire ~~en~~ situé à une distance z du centre de celle-ci

2) Tracer la courbe B_z

Ex 2 :



D'après la loi de Biot et Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\vec{dl} \wedge \frac{\vec{PM}}{PM^3}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi PM^2}(\vec{dl} \wedge \vec{u}) \quad \text{car } \frac{\vec{PM}}{PM^3} = \frac{1}{PM^2} \times \frac{\vec{PM}}{PM}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi PM^2} dl \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi PM^2} dl \cos\theta$$

$$= \cancel{\frac{\mu_0 I}{4\pi \times PM} \times \cos\theta \times \frac{a d\theta}{\cos^2\theta}} \quad \text{or} \quad \tan\theta = \frac{l}{a} \Rightarrow l = a\tan\theta \Rightarrow dl = \frac{a d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{PM} \Rightarrow PM = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I a d\theta}{4\pi \cos^2\theta} \times \frac{\cos^3\theta}{a^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I \cos\theta d\theta}{4\pi a} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\sin\theta\right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)}$$

- Pour un fil rectiligne infini

$\theta_2 = \frac{\pi}{2}$, $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

$$\boxed{B = 2 \times 10^{-7} \times \frac{I}{a}}$$

or $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$

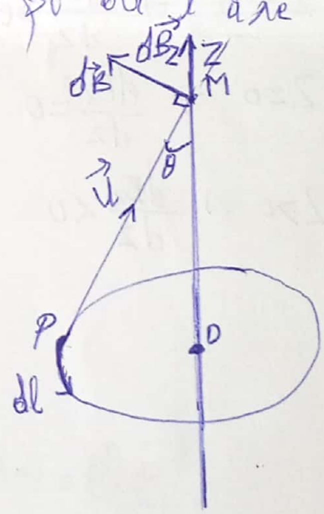
En appliquant le theoreme d'ampere on a :

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I$$

Exercice 3

1) Determinons le champ magnetique cree en un pt de l'axe

D'apres la loi de biot et savart



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(d\vec{l} \wedge \frac{\vec{PM}}{PM^3}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi PM^2}(d\vec{l} \wedge \vec{u})$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi PM^2}(d\vec{l} \wedge \vec{u})$$

or $d\vec{B} = dB_z \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = dB_z \sin\theta \, \vec{e}_z$

$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi PM^2} dl \sin\theta \quad \text{car } (dl \perp u)$$

or $l = \theta R \Rightarrow dl = R d\theta$ et $PM^2 = Z^2 + R^2$

$$dB_z = \frac{\mu_0 I R \sin\theta d\theta}{4\pi(Z^2+R^2)} \Rightarrow B_z = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I R}{4\pi(Z^2+R^2)} \sin\theta d\theta$$

or $\sin\theta = \frac{R}{PM} \Rightarrow \sin\theta = \frac{R}{(R^2+Z^2)^{1/2}}$

$$B_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(Z^2+R^2)} \times \frac{R}{(R^2+Z^2)^{1/2}} \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{4\pi (R^2+Z^2)^{3/2}} \left[2\pi - 0\right]$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+Z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B_z} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+Z^2)^{3/2}} \vec{e_z}$$

2) Tracé de B_z

$$\frac{dB_z}{dZ} = \frac{d}{dZ}\left(\frac{\mu_0 I R^2}{2}(R^2+Z^2)^{-3/2}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I R^2}{2} \times -\frac{3}{\cancel{2}} \times \cancel{2} Z (R^2+Z^2)^{-5/2}$$

$$\frac{dB_z}{dZ} = \frac{-3\mu_0 I R^2 Z}{2(R^2+Z^2)^{5/2}}$$

~~Si $Z<0 \Rightarrow \frac{dB_z}{dZ} > 0$~~

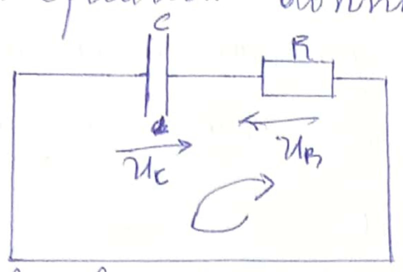
Si $Z=0 \Rightarrow \frac{dB_z}{dZ} = 0$

Si $Z>0 \Rightarrow \frac{dB_z}{dZ} < 0$

Z	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$\frac{dB_z}{dZ}$	
B_z	

EX 1

établissons l'équation donnant la loi de la variation



En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$u_C - u_R = 0$

or $u_R = Ri = -R\frac{dq}{dt}$ et $Cu_C = q \Rightarrow u_C = \frac{q}{C}$

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = 0$$

$$R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \dot{q} + \frac{1}{RC}q = 0. \quad (1)$$

2) Déterminons l'intensité du courant et la charge du condensateur

Résolution de l'eqt (1)

$$(1) \Rightarrow \dot{q} + \frac{1}{RC}q = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC}q$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int \frac{dq}{q} = -\int \frac{1}{RC}dt$$

$$\ln q = -\frac{1}{RC}t + K \Rightarrow q(t) = e^{-\frac{t}{RC}+K} \Rightarrow q(t) = e^{K}e^{-\frac{t}{RC}}$$

pour $t=0 \Rightarrow q(t=0) = e^{K} = Q$

$$\boxed{q(t) = Q e^{-\frac{1}{RC}t}} \qquad q(t=0{,}01) = 50\times10^{-6} \times e^{-\frac{1}{8000\times40\times10^{-6}}\times0{,}01}$$

$$i(t) = -\frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{Q}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}}$$

$$i(t=0{,}01) = \frac{50\times10^{-6}}{8000\times40\times10^{-6}}e^{-\frac{1}{8000\times40\times10^{-6}}\times0{,}01}$$

3) Déterminons la puissance électrique dissipé dans un conducteur ohmique

$P(t) = u_R(t)\cdot i(t)$ or $u_R(t) = Ri(t)$

$$P(t) = Ri^2(t) \Rightarrow P(t) = R\times\left(\frac{Q}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}\right)^2 \Rightarrow \boxed{P(t) = \frac{Q^2}{RC^2}e^{\frac{-2t}{RC}}}$$

$P(t=0{,}01) =$

4/ Calculons la durée necessaire pourque l'energie stoker dans le condensateur atteind 10 % de sa valeur initial

$E_0 = \frac{Q^2}{RC}$

$E = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow E = \frac{Q^2 e^{-\frac{2}{RC}t}}{2C}$

$E = \frac{Q^2}{2C} e^{-\frac{2t}{RC}}$

$E = E_0 e^{-\frac{2}{RC}t}$

or $E = 0{,}1 E_0$

$0{,}1 E_0 = E_0 e^{-\frac{2}{RC}t} \Rightarrow 0{,}1 = e^{-\frac{2}{RC}t}$

$\ln 10^{-1} = \frac{-2t}{RC}$

$t = \frac{RC \ln 10}{2}$

AN/ $t = \frac{50 \times 10^{-6} \times 40 \times 10^{-6} \times \ln 10}{2}$

$t =$

~~Exercice 3~~