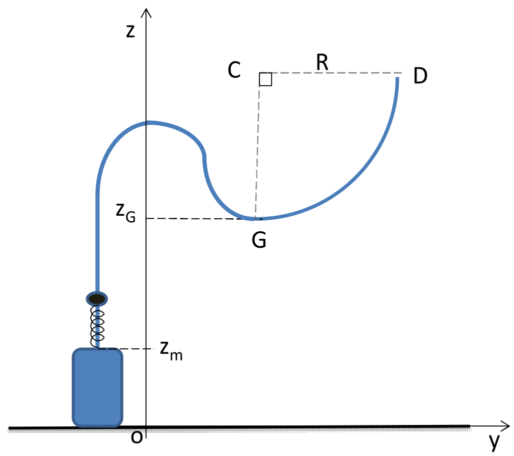
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO	Cognome	
	Nome	
Dipartimento di Matematica **Corso di Fisica generale I , A.A. 2016-2017** **Seconda prova in itinere del 22 dicembre 2016**	Matricola	
	Firma	

ESERCIZIO 1 PROVA A

Un anello di massa m, assimilabile ad un corpo puntiforme, è infilato in una asta rigida liscia fissata ad un supporto come mostrato in figura (l'asta giace nel piano verticale yz). In corrispondenza di un tratto verticale dell'asta, l'anello è inizialmente appoggiato (non attaccato) su una molla ideale di costante elastica k e lunghezza a riposo Lo. L'altro estremo della molla è vincolato al supporto dell'asta, ad una un altezza z_m nel sistema di coordinate mostrato in figura. Supponendo che all'istate t=0 l'anello venga lasciato libero di muoversi da una posizione in cui la molla è compressa di Do arrivando al punto D e considerando il sistema di riferimento inerziale del laboratorio, rispondere alle seguenti domande in funzione dei dati del problema.



1) Ricavare l'espressione dell'energia cinetica dell'anello un'istante dopo essersi staccato dalla molla non più deformata.
2) Ricavare l'espressione dell'energia cinetica dell'anello quando esso raggiunge il punto G di coordinata verticale z_G.

In corrispondenza del punto G, l'asta si raccorda orizzontalmente (tangenzialmente) con un tratto circolare di raggio R e di centro C (vedi figura), lungo il quale agirà un meccanismo in grado di applicare all'anello una forza $\mathbf{F}_m$ tangente alla guida (nel piano yz) tale da mantenere costante il modulo della velocità dell'anello.

3) Deteminare la componente normale della forza applicata all'anello dall'asta, quando l'anello sarà a metà strada tra G e D.
4) Determinare il lavoro fatto dalla forza $\mathbf{F}_m$ mentre l'anello percorre il tratto da G a D.
5) Deteminare il lavoro fatto sull'anello da tutte le forze dall'istante t=0 a quando raggiunge il punto D.

ESE 1 Domanda 1 *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Agiscono solo forze conservative e quindi l'energia meccanica si conserva: posso scrivere che l'energia totale iniziale è uguale a quella nel momento del distacco dalla molla ricavando poi il termine di energia cinetica ½ mVs^2 *mg(zm+Lo-Do)+½k Do^2=½ mVs^2+mg(zm+Lo)* *Con Vs ho indicato la velocità al distacco dalla molla.*	*Formule*

ESE 1 Domanda 2	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Agiscono solo forze conservative e quindi l'energia meccanica si conserva: $mg(zm+Lo-Do)+\frac{1}{2} k\, Do^2=\frac{1}{2} mVg^2+ mg\, z_G$ *da cui poi ricavare* $\frac{1}{2} mVg^2$ *Con Vg ho indicato la velocità in G*		*Formula*

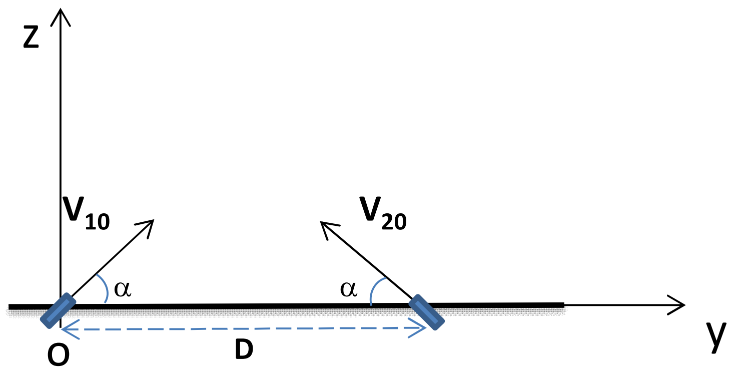
ESE 1 Domanda 3	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Scrivo la componente radiale dell'equazione del moto ***F****=m****a*** $m\, Vg^2/R=N-mg \cos(\pi/4)$ *Con N ho indicato la componente normale della forza applicata all'anello dall'asta*		*Formula*

ESE 1 Domanda 4	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
La variazione di energia meccanica è uguale al lavoro fatto dalle forze non conservative, in questo caso Fm *Lavoro fatto da Fm=* $mg(z_G +R)-mg\, z_G$ *…l'energia cinetica rimane costante*		*Formula*

ESE 1 Domanda 5	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Teo energia cinetica: il lavoro fatto da tutte le forze è pari alla variazione di energia cinetica e quindi è semplicemente pari a $\frac{1}{2} mVg^2$.		*Formula*

ESERCIZIO 2 **PROVA A**

Due cannoncini di dimensioni trascurabili sono posti l'uno di fronte all'altro ad una distanza orizzontale D=112 m, come mostrato in figura. All'istante t=0 sparano ciascuno un proiettile della stessa massa m= 350 gr , con una velocità di modulo $V_{10}=V_{20}=78$ m/s e con lo stesso alzo $\alpha = \pi/4$.
I due proiettili daranno poi luogo ad un urto completamente anelastico.
Considerando trascurabile l'attrito dell'aria e il terreno come un sistema di riferimento inerziale, rispondere alle seguenti domande fornendo sia l'espressione analitica delle quantità richieste in funzione dei dati del problema, che il loro valore numerico.



1. Determinare la quantità del moto totale $\mathbf{Q}_{tot0}$ del sistema formato dai due proiettili subito dopo gli spari.
2. Determinarel'istante t_u in cui avviene l'urto e la velocità del centro di massa del sistema $\mathbf{V}_{cm}(t)$ dall'istante t=0 al momento dell'urto.
3. Determinare la velocità $\mathbf{V}_d$ dei proiettili dopo l'urto.
4. Determinare l'energia del sistema dissipata nell'urto.
5. Determinare l'altezza massima Z_{max} raggiunta dai proiettili dopo l'urto.

Svolgimento Esercizio 2

ESE 2 Domanda 1 *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
y e **z** *indicani i versori degli assi y e z* $\mathbf{V_{10}} = V_{10}\cos\alpha\, \mathrm{y} + V_{10}\sin\alpha\, \mathrm{z}$ $\mathbf{V_{20}} = -V_{20}\cos\alpha\, \mathrm{y} + V_{20}\sin\alpha\, \mathrm{z}$ $\mathbf{Q}_{tot0} = m\,\mathbf{V_{10}} + m\,\mathbf{V_{20}}$ *…che avrà solo la componente verticale…*	*Formula* *Valore numerico*

ESE 2 Domanda 2 — *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Per simmetria l'urto avviene a y=D/2, quanto ci impiegano i proiettili a spostarsi lungo y di quella distanza? $t_u = D/(2V_{10}\cos\alpha)$ *Velocità del centro di massa subito dopo spari* $\boldsymbol{V}_{cm0} = \mathbf{Q}_{tot0}/2m$ *nella posizione y=D/2 e z=0.* *Equazione del moto del centro di massa* $\boldsymbol{F}_{est,\,tot} = M_{tot}\,\boldsymbol{a}_{cm}$ $M_{tot}\,\boldsymbol{g} = M_{tot}\,\boldsymbol{a}_{cm}$ $\mathbf{V}_{cm}(t) = \boldsymbol{V}_{cm0} - \boldsymbol{g}t$	*Formula* *Valore numerico*

ESE 2 Domanda 3 — *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Coincide con quella del centro di massa che non cambia in quanto durante l'urto si conserva la quantità di moto totale $\mathbf{V}_d = \mathbf{V}_{cm}(t_u)$	*Formula* *Valore numerico*

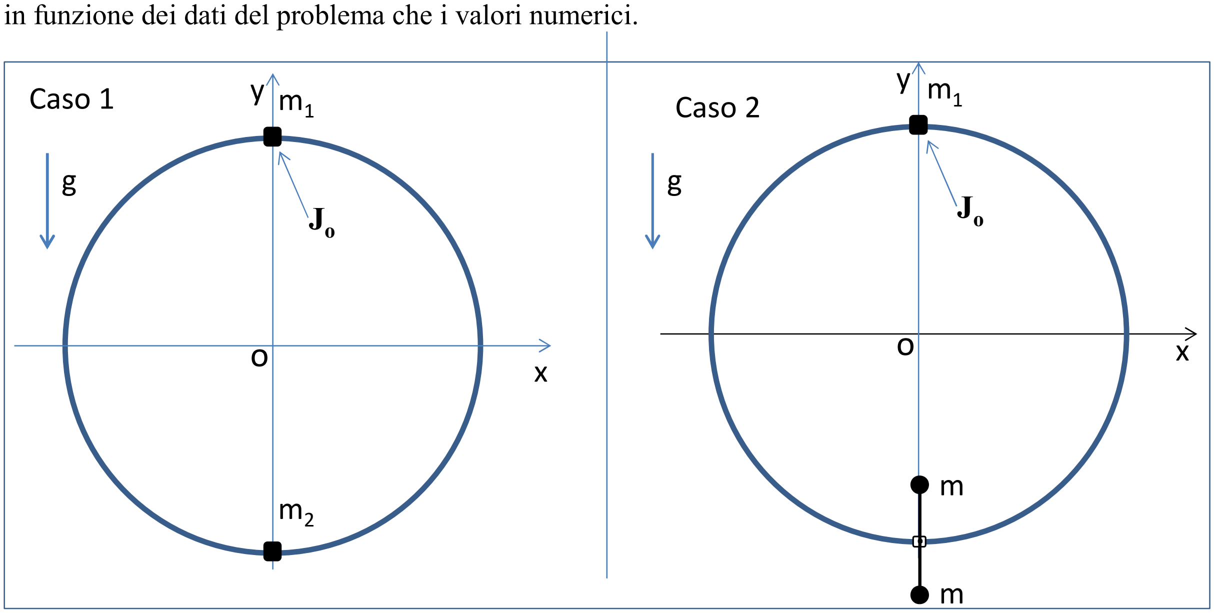
ESE 2 Domanda 4 — *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
.....basta fare la differenza tra energia cinetica dopo l'urto e prima dell'urto..	*Formula* *Valore numerico*

ESE 2 Domanda 5 — *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
I due proiettili proseguono insieme la traiettoria verticale verso l'alto del centro di massa, conservando l'energia del sistema dopo l'urto e quindi $2m\,g\,(Z_{max} - Z_{urto}) = \frac{1}{2}\,2m\,V_d{}^{\wedge}2$ dove $Z_{urto} = V_{10}\sin\alpha\, t_u - \frac{1}{2}g\, t_u{}^{\wedge}2$	*Formula* *Valore numerico*

	Cognome	
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO	Nome	
Dipartimento di Matematica **Corso di Fisica generale I , A.A. 2017-2018** **Seconda prova in itinere del 22 dicembre 2017**	Matricola	
	Firma	

ESERCIZIO **PROVA A**

Caso 1: un carrello di massa m_1 = 15.3 kg e un carrello di massa m_2 =11.4 kg con dimensioni trascurabili sono vincolati a muoversi lungo una rotaia circolare di raggio R=12.0 m posta nel piano **verticale.** La rotaia è ferma rispetto al terreno, che si può assumere essere un sistema di riferimento inerziale (vedi in figura il sistema di assi coordinati solidali al terreno da utilizzare). I carrelli possono scorrere senza attrito lungo la rotaia e sono inizialmente fermi nelle posizioni indicate in figura.
All'istante t = 0 al carrello 1 viene applicata una forza impulsiva di impulso **Jo =** (Jox, Joy, Joz) = **(-** 750 kg m/s, 1520 kg m/s, 0) . Delle quantità qui di seguito richieste fornire sia l'espressione analitica in funzione dei dati del problema che i valori numerici.



1. La velocità $\mathbf{V_{10}}$ del carrello 1 e il suo momento angolare $\mathbf{L_{10}}$ rispetto ad O subito dopo l'applicazione dell'impulso.
2. L'impulso $\mathbf{J_r}$ della reazione impulsiva della rotaia sul carrello (impulso applicato dalla rotaia al carrello contemporaneamente all'applicazione di $\mathbf{J_o}$).
3. La posizione $\mathbf{r_{CM0}}$, velocità $\mathbf{V_{CM0}}$ e l' accelerazione del centro di massa $\mathbf{a_{CM0}}$ del sistema formato dai due carrelli un istante dopo l'impulso.
4. Calcolare il lavoro L_g fatto dalla forza di gravità sul carrello 1 fino ad un istante prima dell'urto con il carrello 2.
5. Calcolare l'energia cinetica E_{k1} del carrello 1 un istante prima dell'urto.
6. Calcolare l'energia dissipata nell'urto completamente anelastico.
7. Assumendo che subito dopo l'urto venga azionato il freno del carrello 2 che ha come effetto quello di applicare al carrello 2 una forza di modulo costante pari a F_f = 27.3 N tangenzialmente alla rotaia stessa, determinare con quale velocità $\mathbf{V_f}$ i carrelli passeranno per il punto più alto della rotaia.

Caso 2: supponiamo ora invece il caso in cui il carrello 2 sia sostituito da un carrello di massa trascurabile in grado di muoversi senza attrito lungo la rotaia (vedi figura). Su tale carrello è fissato un perno intorno al quale un manubrio può girare senza attrito nel piano verticale,. Tale manubrio è costituto da due masse m=2.75 kg uguali fissate alle estremità di una barretta di massa trascurabile e lunghezza L=4.50 m e il perno si trova al centro.

Il carrello 1 dopo aver compiuto inizialmente lo stesso moto descritto nel Caso 1, urta in modo completamente elastico il carrello a cui è vincolato il manubrio. Calcolare

8. la velocità angolare **ω** con cui ruoterà il manubrio dopo l'urto.
9. la velocità $\mathbf{V_{1d}}$ del carrello 1 e del carrello $\mathbf{V_{md}}$ a cui è vincolato il manubrio subito dopo l'urto.

Svolgimento Esercizio

Domanda 1 — *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
x, y e z: versori assi x, y e z $\mathbf{J_r}$ è la reazione impulsiva della guida e $\mathbf{V_{10}}$ può avere solo la componente orizzontale. $\mathbf{J_r} + \mathbf{J_0} = m_1\mathbf{V_{10}}$ (impulso totale =variazione di quantità di moto) $\mathbf{V_{10}} = J_{0x}/m_1$ **x** $\mathbf{L_{10}} = -R*m_1*V_{10}$ **z** (dalla definizione) Attenzione che V_{10} è negativa	*Formula* *Valore numerico*

Domanda 2 — *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Da domanda precedente $\mathbf{J_r} = -J_{0y}$ **y**	*Formula* *Valore numerico*

Domanda 3 — *Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
$\mathbf{r_{cmo}} = y_{cm}$ **y** (entrambe le particelle sono sull'asse y e quindi anche il CM) $\mathbf{V_{cmo}} = V_{cmx}$ **x** (l'unica particella in movimento ha solo la componente x) $\mathbf{a_{cmo}} = a_{cmy}$ **y** (non ci sono forze esterne lungo gli altri assi e quindi non ci può essere accelerazione) $y_{cm} = (m_1 - m_2)*R/(m_1+m_2)$ (dalla definizione) $V_{cmx} = J_{0x}/(m_1+m_2)$ (da definizione e dom.1) $a_{cmy} = -m_1*(V_{10})^2/(m_1+m_2)/R$ (solo una particella accelera e ha solo la componente radiale pari all'accelerazione centripeta)	*Formula* *Valore numerico*

Domanda 4	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
		Formula
		Valore numerico
	$Lg=m_1\ g\ 2R$	

Domanda 5	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
		Formula
	Variazione energia cinetica uguale al lavoro fatto da tutte le forze $E_{k1}=m_1/2(V_{10})^2+Lg$	*Valore numerico*

Domanda 6	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
	$V_{1p}=sqrt(2E_{k1}/m_1)$, *velocità di m1 subito prima dell'urto* $V_d=m_1/(m_1+m_2)V_{1p}$, *velocità dei due carrelli dopo urto compl.anelastico (dalla conservazione della quantità di moto, in auqnto il vincolo non viene sollecitato)* $DeltaE_k=(m_1+m_2)/2\ V_d^2-m_1/2\ V_{1p}^2$, *energia dissipata nell'urto= variazione dell'energia meccanica, quella potenzilae non cambia perché le particelle non cambiano posizione e quindi varia solo la cinetica)*	*Formula*
		Valore numerico

Domanda 7	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
	$L_{Ff}=-F_f\ \pi\ R$, *lavoro fatto da F_f che è costante* $E_{kfin}=(m_1+m_2)/2\ (V_d)^2-(m_1+m_2)\ g\ 2R+$ $-F_f\ \pi*R$, *energia cinetica nel punto in alto (variazione dell'energia cinetica uguale al lavoro fatto da tutte le forze)* $V_f=sqrt(E_{kfin}\ 2/(m_1+m_2))$	*Formula* *Valore numerico*

Domanda 8	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
	Il manubrio subisce un impulso nel suo centro di massa e quindi non si mette in rotazione.	*Formula* *Valore numerico*

Domanda 9	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
	Trattandosi di un urto perfettamente elastico si conservano sia la quantità di moto totale (il vincolo non viene sollecitato dall'urto, e le velocità sono entrambe orizzontali,) che l'energia cinetica totale $m_1\ \mathbf{V_{1p}}=m_1\ \mathbf{V_{1d}}+2m\ \mathbf{V_{md}}$ $\frac{1}{2}\ m_1\ \mathbf{V_{1p}}^2 = \frac{1}{2}\ m_1\ \mathbf{V_{1d}}^2+\frac{1}{2}\ 2m\ \mathbf{V_{md}}^2$ $\mathbf{V_{md}}=2m/(m+2m^2/m_1)V_{1p}$ **x** $\mathbf{V_{1d}}=V_{1p}(m_1-2m)/(m_1+2m)$ **x**	*Formula*

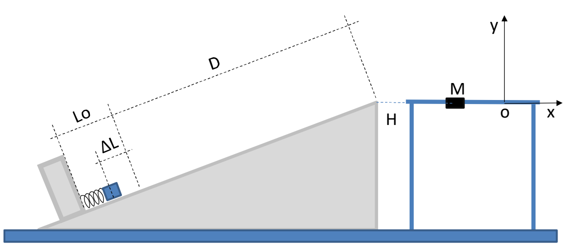
	Valore numerico

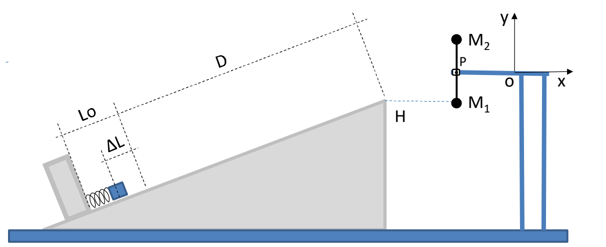
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO	Cognome	
	Nome	
Dipartimento di Matematica **Corso di Fisica generale I , A.A. 2018-2019** **Seconda prova in itinere del 11 gennaio 2019**	Matricola	
	Firma	

ESERCIZIO **PROVA B**

Un piano inclinato di un angolo $\alpha = \pi/6$ rispetto all'orizzontale è fermo nel sistema inerziale del laboratorio. Un corpo di dimensioni trascurabili e di massa m=73 gr può muoversi lungo tale piano con un coefficiente di attrito dinamico $\mu d=0.11$. Il corpo è inizialmente tenuto fermo all'estremità di una molla ideale di costante elastica k=230 N/m compressa di ΔL (non è attaccata).
L'altra estremità della molla è fissata ad una parete solidale al piano inclinato come mostrato in figura.
Al tempo t=0 il corpo è lasciato libero di muoversi e risale il piano inclinato fino a lasciare il suo estremo superiore H con una velocità di modulo V_H=2.8 m/s. La distanza D del punto H in cima al piano inclinato dalla posizione della massa m con molla a riposo è pari a 25 cm.

CASO 1 **CASO 2**





Delle quantità qui di seguito richieste fornire sia l'espressione analitica in funzione dei dati del problema che i valori numerici (per le quantità vettoriali fornire le componenti lungo gli assi coordinati mostrati in figura).

1. L'energia cinetica della massa m in H.
2. Il lavoro fatto da tutte le forze agenti sulla massa m da quando si stacca dalla molla fino ad H.
3. L'energia cinetica della massa m quando si stacca dalla molla.
4. La compressione iniziale ΔL della molla.

Una volta staccatasi dal piano inclinato la massa m si muove sotto l'effetto della gravità (l'effetto dell'attrito dell'aria è trascurabile) andando ad urtare e rimanendo attaccata a:

CASO 1

un cilindro di massa M=34 gr che può scorrere senza attrito lungo un'asta orizzontale. Il cilindro ha dimensioni trascurabili e l'asta si trova alla stessa altezza dal terreno dell'estremità superiore H del piano inclinato. Determinare:

5. L'accelerazione $\mathbf{a}_{cm}$ del centro di massa del sistema formato dalla massa m e il cilindro di massa M durante il "volo" di m.
6. La velocità $\mathbf{V}_d$ dei due corpi uniti dopo l'urto e l'energia dissipata nell'urto.
7. La reazione impulsiva $\mathbf{J}_a$ dell'asta sul cilindro durante l'urto.

CASO 2

massa M_1 ad altezza H dal terreno e facente parte del manubrio mostrato nella figura a destra, fermo nella sua posizione iniziale. Il manubrio, formato dalle masse M1=M2=34 gr unite da un'asta di massa trascurabile lunga La=16 cm, è vincolato a ruotare senza attrito nel piano verticale intorno ad un perno nel centro dell'asta fissato ad un supporto solidale al terreno. Determinare:

8. La velocità angolare $\boldsymbol{\omega}_o$ con cui inizierà a ruotare subito dopo l'urto.
9. L'energia dissipata nell'urto.
10. La velocità angolare $\boldsymbol{\omega}_{fin}$ dopo una rotazione di un quarto di giro.

Svolgimento Esercizio

Domanda 1	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Dalla definizione di energia cinetica $E_{kH}=1/2\ mV_H^2$		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 2	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Fanno lavoro la forza di gravità e la forza di attrito *Lav= - mgD μd cos(α)-m g D sin(α)*		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 3	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
La variazione dell'energia cinetica dal momento in cui la massa m si stacca dalla molla a quando raggiunge il punto H è pari al lavoro fatto da tutte le forze (vedi punti precedenti), e quindi $E_{kLo}=E_{kH}-L_{av}$		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 4	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
La variazione dell'energia meccanica dall'istante iniziale (m ferma e molla compressa di ΔL*) a quello in cui la massa si stacca dalla molla (che ha raggiunto la sua lunghezza a riposo) è pari al lavoro fatto dalla forza non conservative (l'attrito!)* *Indico con term=sin(α)+ μdcos(α) e si ricava:* ΔL =(m g term+sqrt((mg term)^2+2 k E_{kLo}))/k		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 5	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Dalla definizione $\mathbf{a}_{cm}$= -mg/(M+m)**y** **y** è il versore dell'asse coordinato Y		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 6	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Trovandosi M alla stessa altezza del punto H la velocita di m un istante prima dell'urto avrà modulo V_H*, verso il basso formando un angolo* α con l'orizzontale. *Si tratta di un urto completamente anelastico con uno dei due corpi vincolati dall'asta in cui è infilato a muoversi orizzontalmente. L'asta applica verticalmente una reazione impulsiva durante l'urto. Orizzontalmente invece si conserva la quantità di moto e quindi* V_d=mV_H cos(α)/(m+M)		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 7	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
La reazione vincolare impulsiva dell'asta azzera la componente verticale della quantità di moto **Ja**=mV_H sin(α)**y**		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 8	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Nell'urto si conserva il momento angolare del sistema rispetto al polo P che coincide con il perno. Infatti durante l'urto, il momento dell'impulso rispetto ad un polo che coincide con il perno e applicato dal perno al manubrio è zero(zero braccio). *Dalla conservazione del momento angolare rispetto al perno P del sistema un istante prima e un istante dopo l'urto si ottiene* $\boldsymbol{\omega_o}$ =m V_H cos(α)/((m+2M)(La/2)) **z**		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 9	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
L'energia dissipata nell'urto è pari alla variazione di energia cinetica del sistema E_{diss}=1/2(m+2M)(La/2)^2 ω_o^2-1/2 m V_H^2		*Formula* *Valore numerico*

Domanda 10	*Svolgimento e Commenti*	Scrivere qui la risposta
Dopo l'urto agiscono solo forze conservative e quindi l'energia meccanica si conserva. Prendendo la posizione di P come quota a cui l'energia potenziale della forza peso è zero, l'energia meccanica del sistema subito dopo l'urto sarà: E_{totd}=1/2(m+2M)(La/2)^2 ω_o^2-(m+2M)gH_{cm} dove H_{cm}=mLa/2/(m+2M) è la distanza verticale del centro di massa del sistema da P (l'energia potenziale è negativa perché il centro di massa sta più in basso di P). L'energia del sistema quando il manubrio è orizzontale è solo cinetica(Il centro di massa si trova all'altezza di P e quindi l'energia potenziale della forza peso è zero) e quindi $\boldsymbol{\omega_{fin}}$ =sqrt(8*E_{totd}/(m+2M)/La^2) **z**		*Formula* *Valore numerico*