

DOMANDE TEORIA GEOMETRIA

1. Dare la definizione di base ortonormale per un sottospazio di \mathbb{R}^n e scrivere due esempi di basi di un sottospazio tridimensionale di \mathbb{R}^4 , una ortonormale e una non ortonormale
2. Si dia la definizione di molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore.
 - Si faccia un esempio in cui tali molteplicità sono diverse, per un autovalore di una funzione lineare $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 - Si faccia un esempio in cui tali molteplicità sono diverse
3. Dare la definizione di nucleo di una funzione lineare e descrivere alcune sue proprietà. Dare un esempio con $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$
4. Si dia la definizione di funzione lineare, e si faccia un esempio di una funzione $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ che sia lineare e di una funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ che non sia lineare

(oppure esempio con $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineare e $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ non lineare)
5. Dare la definizione di autovalore di una matrice e di autovalore di una funzione lineare $T: V \rightarrow V$. Dare un esempio con una matrice 3×3 e un esempio con $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Ogni matrice reale ha almeno un autovalore (reale)? Motivare la risposta
6. Quando una matrice si dice diagonalizzabile? Ogni matrice quadrata reale è diagonalizzabile? Motivare la risposta anche mediante degli esempi. Dare almeno una condizione sufficiente per la diagonalizzabilità di una matrice $n \times n$
7. Cos'è il polinomio caratteristico di una matrice o di una funzione lineare $T: V \rightarrow V$? Quale grado ha? Dare un esempio per matrici 3×3 e descrivere proprietà del polinomio caratteristico
8. Si dia la definizione di nucleo di una funzione lineare e la si illustri mediante un esempio. Si enuncino alcune proprietà rilevanti del nucleo
9. Si definiscano il nucleo e l'immagine di una funzione lineare $f: V \rightarrow V'$. Si enunci il Teorema della nullità più rango e lo si illustri con un esempio
10. Cos'è il nucleo di una funzione lineare? Illustrare, anche mediante esempi, alcune proprietà del nucleo e fornire un esempio di funzione lineare $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ con nucleo di dimensione due
11. Cos'è una base ortonormale? Ogni sottospazio di \mathbb{R}^n ha una base ortonormale? Dare un esempio di due basi ortonormali di \mathbb{R}^3
12. Si dia la definizione di una funzione lineare e la si illustri mediante un esempio. Si scrivano alcune proprietà rilevanti dell'immagine e della sua dimensione

13. Si dia la definizione di autovettore di una matrice e se ne ricordino alcune proprietà. Illustrare con esempi
14. Si dia la definizione di base di uno spazio vettoriale. Scelto uno spazio vettoriale V , si forniscano esempi di una base V e di un insieme generatore di V che non sia una base
15. Si enunci il Teorema del completamento a una base. Quali sono le sue conseguenze più importanti?
16. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n e siano $A = \{a_1, \dots, a_n\}$, $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ basi di V . Cos'è la matrice di transizione (o di passaggio) dalla base A alla base B ? Costruirla esplicitamente in un esempio, con $V = \mathbb{R}^2$
17. Si dia la definizione di matrice ortogonale. Quali sono i possibili valori del determinante di una matrice ortogonale? Si faccia un esempio di una matrice ortogonale 2×2