# 3 – Teoria del consumatore

In questo capitolo vogliamo studiare la decisione economica fondamentale del **consumatore** (rappresentante tipico dell'unità economica Famiglie): **la domanda di beni di consumo**. L'analisi di questo problema è nota anche come *teoria del consumo* o *del consumatore*.

Ricordiamo che lo studio dell'economia parte dall'individuazione dei bisogni individuali di una data società e presuppone che sia possibile soddisfarli con beni tra loro alternativi, o con una certa combinazione di essi. È solo una volta stabilito ciò che nasce il problema di dover decidere (oltre a quello di *come* decidere) quando consumare di ogni prodotto.

Il principio su cui si fonda l'economia di mercato è che tale scelta debba essere conforme alle preferenze individuali dei membri della società: ogni individuo deve idealmente poter consumare esattamente la quantità di beni che preferisce. È necessario, ovviamente, che la comunità non desideri consumare più di quanto è possibile produrre, date le risorse a disposizione.

In questo capitolo cominciamo ad occuparci della prima parte del problema, cioè di *come* si manifestano le preferenze di consumo per la soddisfazione di un dato bisogno.

## L'unità Famiglie nel sistema economico

L'unità Famiglia è l'insieme di tutti gli agenti economici che:

- Possiedono i mezzi di produzione (fattori).
- Sono titolari dei redditi derivanti dall'utilizzo dei fattori.
- Usano i redditi per soddisfare i propri bisogni (consumo).

Dobbiamo dunque rispondere alla domanda: *cosa* e *quanto* consumare?

Ovviamente tutte le famiglie sono diverse tra loro, tuttavia per costruire un modello ci concentriamo su alcune *regolarità* nel comportamento dei consumatori:

1. I beni i cui prezzi aumentano vengono sostituiti da beni che soddisfano gli stessi bisogni e hanno costi inferiori (modifica della composizione del paniere di consumo).
2. Al crescere del reddito disponibile, aumenta il consumo di tutti i beni del paniere, e in particolare di quelli di qualità superiore (modifica delle quantità di beni nel paniere).

La teoria incentrata su queste regolarità ha il pregio di fornire una spiegazione riconducibile al principio della **scelta razionale** (in forma sostanziale), secondo il criterio della massima soddisfazione dei bisogni individuali. Ossia, ordinate tutte le conseguenze, l'agente razionale decide l'azione ottimale, cioè quell'azione tale che la conseguenza ad essa associata sia la preferita.

Gli obiettivi di questa teoria economica sono di:

1. Illustrare in che modo la famiglia decide di impiegare il proprio reddito nell'acquisto di beni, conoscendo i prezzi di mercato. (scelta del **"paniere" di consumo** = insieme dei diversi beni scelti)
2. Studiare come varia la domanda di un certo bene al variare del reddito e del prezzo relativo. (studi della **funzione di domanda**)

# Vincoli, preferenze e consumo

Nella determinazione della domanda dei beni di consumo entrano in gioco fattori soggettivi difficilmente osservabili e misurabili, come gusti, preferenze, abitudini, costumi,…

Secondo la teoria standard, il comportamento di una famiglia chiamata a scegliere la composizione del proprio paniere di consumo viene caratterizzata da tre aspetti essenziali:

- Ciascuna famiglia si comporta in modo da raggiungere il massimo beneficio individuale possibile (razionalità sostanziale), dati i propri bisogni, le proprie credenze e le proprie opinioni, le quali a loro volta sono esogenamente date.
- Tale obiettivo è vincolato dalla disponibilità di un certo ammontare di risorse, anch'esso esogenamente dato (il reddito della famiglia).
- Le scelte di consumo sono guidate esclusivamente da "segnali di mercato", in particolare dai prezzi dei beni, prezzi che sono al di fuori del controllo individuale: i consumatori sono agenti *price-taker*.

Spezziamo il ragionamento in due parti: prima ci occupiamo del problema relativo alla scarsità di risorse disponibili, poi passiamo a definire le preferenze del soggetto.

## Il vincolo di bilancio

Sotto l'ipotesi che il reddito sia dato, la relazione tra le risorse e i possibili impieghi di una tipica famiglia è

$$R = E + TD + S$$

ove $R$ è il reddito, $E$ è la spesa per consumi, $TD$ sono le imposte dirette e $S$ è il risparmio. Assumiamo che:

- Sono disponibili solo due beni, che indicheremo con $a$ e $b$.
- I prezzi dei beni, $p_a$ e $p_b$, e il reddito totale $R$ sono noti e sono dati.
- Le imposte dirette e il risparmio sono nulli, $TD = 0, S = 0$.

Dunque possiamo riscrivere la relazione tra risorse e impieghi come:

$$R = E = p_a q_a + p_b q_b$$

dove $q_a$ è la quantità del bene $a$, $q_b$ è la quantità del bene $b$. Questa relazione prende anche il nome di vincolo di bilancio. Il **vincolo di bilancio** è la relazione che esprime tutte le combinazioni possibili di quantità di beni il cui valore totale non supera il reddito.

È molto conveniente utilizzare anche la sua rappresentazione geometrica in un piano cartesiano $q_a \times q_b$. Un paniere di consumo diventa semplicemente un punto di coordinate $(q_a, q_b)$ sul piano. Il vincolo di bilancio assume la forma di una retta:

$$q_b = \frac{R}{p_b} - \frac{p_a}{p_b} q_a$$

In questo piano $R/p_b$ è l'intercetta su $q_b$ e $R/p_a$ è l'intercetta su $q_a$ e $-p_a/p_b$ è il coefficiente angolare. Il vincolo di bilancio contiene due informazioni per la scelta del paniere di consumo:

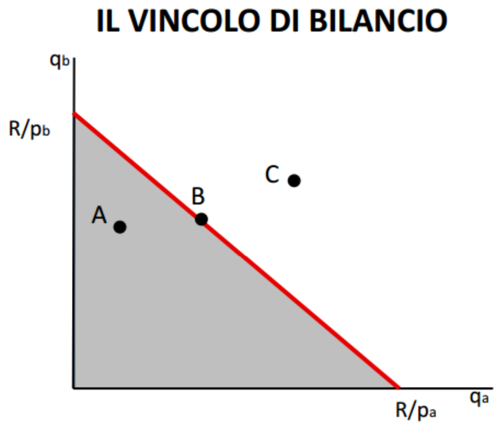
- $R$, cioè l'ammontare di **risorse disponibili**.
- $p_a/p_b$ cioè il **prezzo relativo dei beni**.

I parametri della retta di bilancio hanno un preciso significato economico:

- L'<u>intercetta $R/p_b$</u> indica il livello massimo del consumo possibile di $q_b$, posto $q_a = 0$.
- L'<u>intercetta $R/p_a$</u> indica il livello massimo del consumo possibile di $q_a$, posto $q_b = 0$.
- Il <u>coefficiente angolare</u> è il prezzo relativo $p_a/p_b$ e determina come è possibile modificare i panieri di consumo nella date condizioni di mercato.

La *retta di bilancio* ripartisce l'insieme di tutti i possibili panieri di consumo $(q_a, q_b)$ in tre porzioni di spazio sui quali inseriamo i tre panieri $A, B, C$:

- Il paniere $A$ appartiene al sottoinsieme **inefficiente**, cioè i panieri al di sotto del vincolo.
- Il paniere $B$ appartiene al sottoinsieme **efficiente**, cioè il sottoinsieme dei panieri sul vincolo il cui valore totale esaurisce tutto il reddito disponibile.
- Il paniere $C$ appartiene al sottoinsieme **non ottenibile**, cioè il sottoinsieme dei panieri al di sopra del vincolo, il cui valore eccede il reddito.




Ora consideriamo variazioni delle possibili quantità consumate. Dunque sia $B = (q_{a1}, q_{b1})$ e $A = (q_{a2}, q_{b2})$. Per definizione:

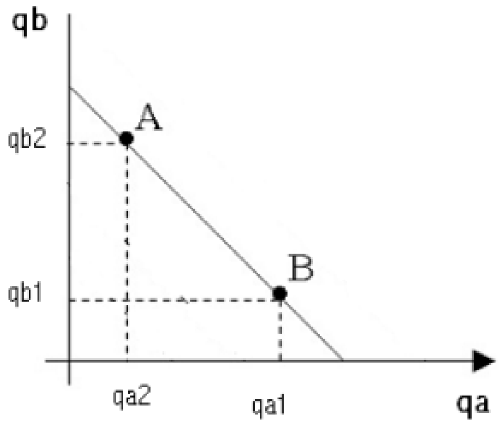
$$p_a q_{a1} + p_b q_{b1} = p_a q_{a2} + p_b q_{b2}$$

Se raggruppiamo si ha che

$$p_b(q_{b2} - q_{b1}) = -p_a(q_{a2} - q_{a1})$$

$$p_b \Delta q_b = -p_a \Delta q_a$$

$$\frac{\Delta q_b}{\Delta q_a} = -\frac{p_a}{p_b}$$




che rappresenta il saggio al quale il bene $b$ può essere sostituito al bene $a$ pur continuando a rispettare il vincolo di bilancio. Tale saggio è esattamente uguale alla pendenza del vincolo di bilancio. L'inclinazione del vincolo di bilancio può essere reinterpretata in termini di *costo-opportunità*: il costo economico dell'incremento del consumo del bene $a$ è dato infatti alla rinuncia a consumare il bene $b$. In particolare il costo-opportunità di $a$ è pari a $-p_a/p_b \cdot b$.

## Le preferenze

Le informazioni attuali non bastano tuttavia a spiegarci come la famiglia arrivi a scegliere *uno* specifico paniere. Per affrontare questa seconda parte del problema dobbiamo passare da ciò che la famiglia *può* consumare a quello che la famiglia *desidera* consumare.

Utilizzeremo lo schema *azione-conseguenza-obiettivo*: l'agente economico possiede un proprio obiettivo individuale, può compiere un insieme di azioni possibili, è consapevole delle conseguenze di ciascuna azione ed è in grado di scegliere l'azione che determina la conseguenza preferita.

1. Un'**azione** (o scelta) di consumo è un paniere di beni $A = (q_a, q_b)$.
2. La **conseguenza** di una scelta di consumo è il beneficio (o utilità) generato dal consumo del paniere scelto $u(A)$.
3. L'**obiettivo** è il massimo beneficio (utilità) individuale (scelta ottima).

Ma che cosa determina com'è fatta la funzione-obiettivo? Dipende da ciascuno di noi, diremmo dai nostri gusti. La teoria standard del consumo presuppone che un consumatore sia in grado di scegliere tra panieri alternativi in base a un qualche criterio razionale di soddisfazione soggettiva, che convenzionalmente viene detto **utilità** del consumo. Dunque riteniamo che il consumatore abbia delle **preferenze**.

Affinché le preferenze abbiano valenza esplicativa, devono essere sufficientemente **persistenti** nel tempo e per situazioni diverse. In particolare, il sistema di preferenze non dipende dal sistema dei prezzi che osservo sul mercato. Le preferenze di ciascuno di noi non sono osservabili direttamente (ricerche di mercato).

In questa sede ci occuperemo solo di **scelte in condizioni di certezza**, ossia quando lo stato in cui viene esercitata l'azione è noto con certezza così che a ogni azione corrisponde una e una sola conseguenza nota.

Per il modello standard è inoltre importante che vi sia un grande insieme di beni **sostituibili**. Infatti, se vi fossero pochi beni sostituibili, le scelte tra panieri alternativi sarebbero strettamente vincolate dal tipo di beni disponibili.

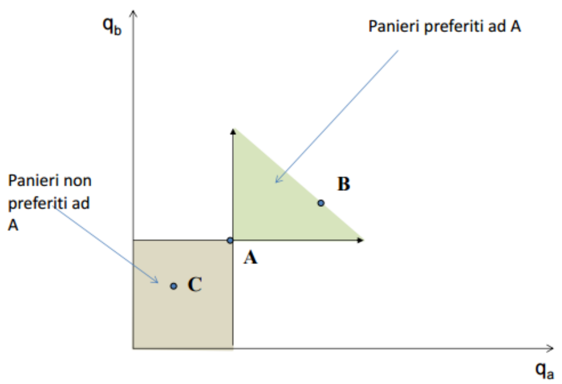
La scelta ottima è il risultato di due operazioni:

1. **Ordinare le azioni (i panieri)** in base all'utilità generata da ciascuna di esse.
2. **Scegliere l'azione (il paniere)** che genera la massima utilità.

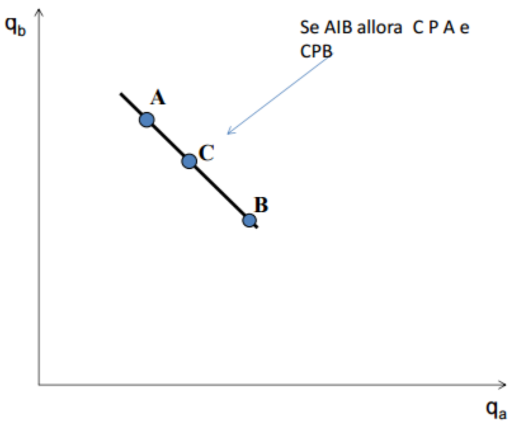
Qual è il risultato di queste operazioni secondo un criterio di razionalità sostanziale, cioè in modo da ottenere la scelta ottima? A questa domanda rispondo gli **assiomi della scelta ottima**.

1. **Assioma di completezza** (di ordinamento completo delle preferenze). Per ogni coppia di possibili panieri $A, B$ il consumatore esprime una e una sola delle seguenti relazioni di preferenza ($P$) o indifferenza ($I$):
$$APB \iff A \text{ è preferito a } B$$
$$BPA \iff B \text{ è preferito a } A$$
$$AIB \iff A \text{ è indifferente a } B$$
2. **Assioma di transitività** (transitività delle preferenze). Consideriamo tre panieri $A, B, C$, allora
$$APB \wedge BPC \Longrightarrow APC$$
Questo assioma garantisce che non vi siano inversioni nell'ordine generale di preferenza costruito dal consumatore. Dunque il consumatore può stilare un ordinamento univoco.

Questi primi due assiomi sono necessari perché la scelta del consumatore possa essere considerata razionale. Introdurremo altri due assiomi che ci aiutano nella rappresentazione (sia matematica sia grafica) delle preferenze e che comunque sono psicologicamente plausibili.

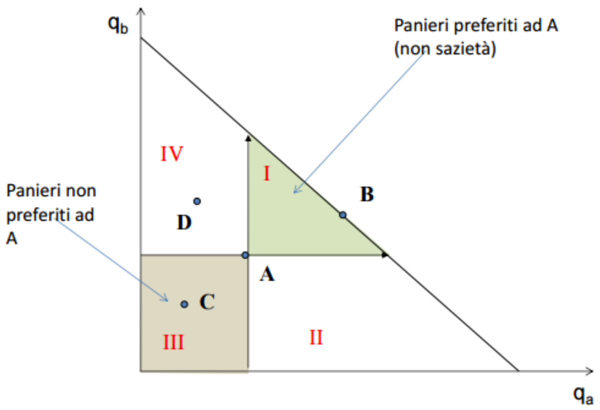



3. **Assioma di non sazietà**. Dato un paniere $A$, qualunque paniere $B$ che contenga la stessa quantità di ciascun bene di $A$ e una quantità maggiore di almeno un bene è preferito ad $A$.
4. **Assioma di preferenza per la varietà**. Dati due panieri $A$ e $B$, per i quali l'agente si dichiara indifferente, e un terzo paniere $C$ ottenuto come combinazione lineare di $A$ e $B$
$$C = xA + (1 - x)B \qquad x \in (0,1)$$
Allora $C$ è preferito sia ad $A$ che a $B$.



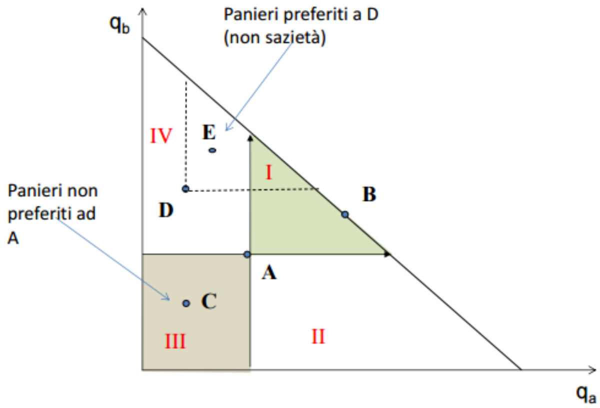
## Regione d’indifferenza

I panieri indifferenti ad $A$ devono essere tali per cui la minor quantità di un bene è compensata dalla maggior quantità dell’altro. Devono quindi trovarsi nei quadranti II e IV.



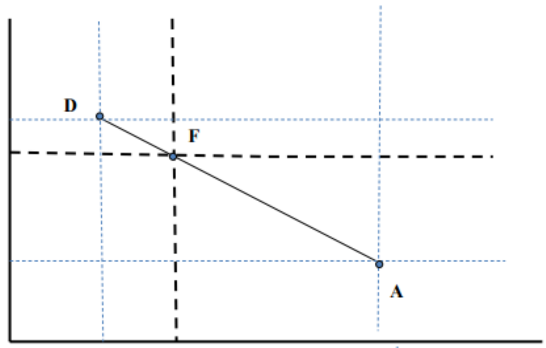

Il consumatore dichiara che $AID$, dunque $EPD$ per la non sazietà.

Se per il consumatore $AID$, è possibile che $AIE$? No, per l’assioma di transitività. Infatti se $EPD \wedge AID \Longrightarrow EPA$. Quindi in II e IV ci sono sia panieri indifferenti che panieri preferiti ad $A$.




Costruiamo $F$ tale che $F = xA + (1-x)D$. Dove si troveranno i panieri $G$ indifferenti ad $A$?

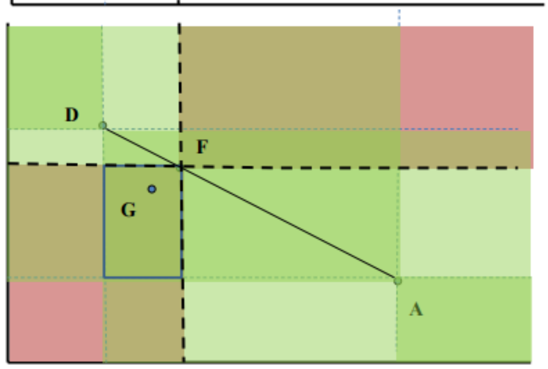
Avremo che $AID, GIA, FPA, FPD$ e quindi $GID, FPG$.



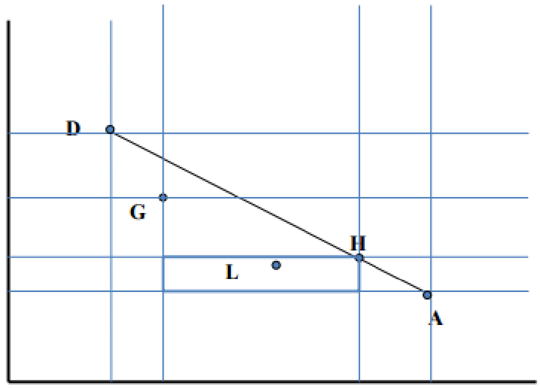

Applicando l’assioma di preferenza per la varietà avremo

1. Panieri preferiti ad $F$ e panieri non preferiti ad $F$
2. Regioni di indifferenze di $D$ e $F$

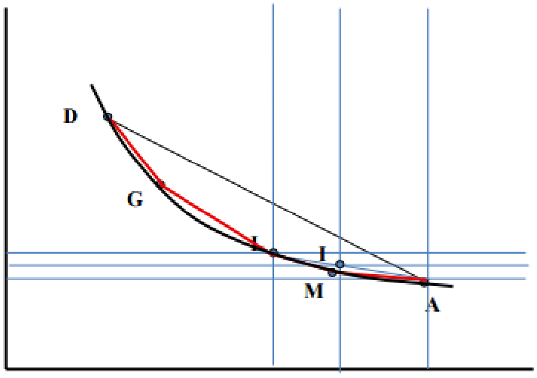
$G$ dovrà necessariamente essere a sud-ovest di $F$ e all’interno delle regioni di indifferenze di $A$ e $D$.



Introduciamo $H$ combinazione lineare di $A$ e $D$, sia $L$ indifferente ad $A$ e $D$. Quindi $HPA, HPD, HPL, AIG, DIG, HPG, GIL$. Dove sarà $L$?

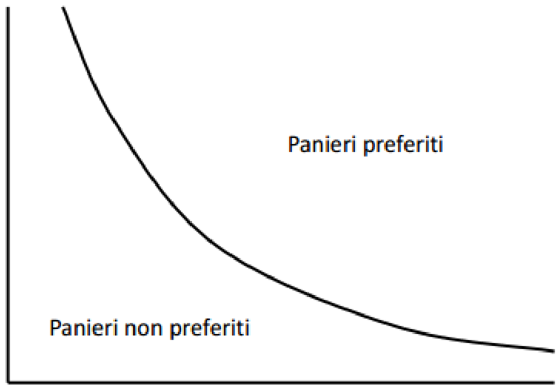



Individuiamo il luogo geometrico corrispondente ai panieri indifferenti ad $A$.



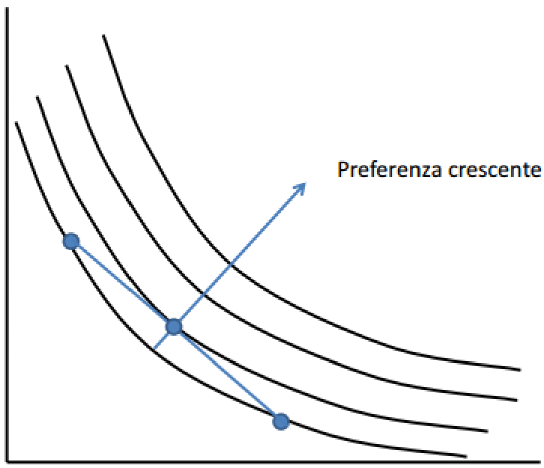

## Curva d'indifferenza

Una **curva d'indifferenza** è l'insieme di tutti i panieri indifferenti rispetto ad un paniere dato. Tale insieme giace su una curva convessa verso l'origine del piano cartesiano.




Dato un paniere, la regione di preferenza è quella che giace a nord-est della curva d'indifferenza che contiene il paniere dato, la regione di non-preferenza è quella che giace a sud-ovest. Dunque possiamo costruire una **mappa delle curve d'indifferenza**.

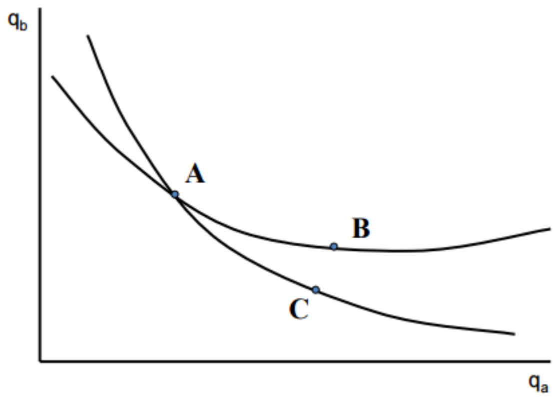
Il livello di soddisfazione associato a ciascuna curva è detto **utilità**. È costante lungo la curva e cresce spostandoci verso nord-est.




All'utilità associata ad ogni curva potremmo assegnare un valore numerico. Tuttavia noi adotteremo un **approccio ordinale dell'utilità**: ciò che conta è come l'agente ordina le varie alternative, non ci interessa sapere di quanto l'utilità del paniere $A$ è maggiore rispetto a quella del paniere $B$.

Le curve di indifferenza (che conosciamo noi) possono differire da consumatore a consumatore, ma hanno caratteristiche in comune:

1. Decrescenti.
2. Convesse verso l'origine.
3. La preferenza cresce muovendosi verso nord-est.
4. Non si intersecano mai.




AIC, AIB quindi dovrebbe essere CIB, ma BPC per la non sazietà.

## Il saggio marginale di sostituzione

Dato un paniere di partenza, il **saggio marginale di sostituzione (SMS)** tra due beni misura quanto il consumatore è disposto a rinunciare a un bene per un'unità in più dell'altro (oppure, quanto richiede in più di un bene per rinunciare a una unità dell'altro) ottenendo un paniere indifferente a quello dato.

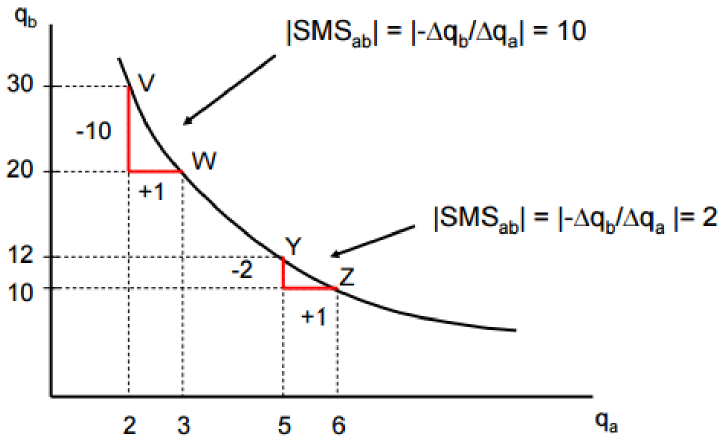
È la pendenza della retta tangente alla curva di indifferenza nel punto considerato.

Individuate le coordinate dei panieri $A = (q_{a1}, q_{b1})$ e $B = (q_{a2}, q_{b2})$, supponiamo che valga la relazione $AIB$; è possibile calcolare $SMS$ tra i due beni $a$ e $b$.

Nel passaggio da $B$ a $A$ il consumatore rinuncia a $\Delta q_b = q_{b2} - q_{b1} < 0$ in cambio di $\Delta q_a = q_{a2} - q_{a1} > 0$. Il $SMS$ è il rapporto di tali variazioni d'indifferenza.

$$SMS_{ab} = \frac{\Delta q_b}{\Delta q_a} < 0$$

Il saggio marginale di sostituzione di un bene nei confronti dell'altro è in modulo decrescente (se le curve di indifferenza sono fatte in questo modo).




Partiamo da un paniere $(a, b)$ e supponiamo che il $SMS_{ab}$ sia noto. Proponiamo al consumatore una certa variazione $\Delta q_a$ del bene $a$. Dalla definizione del $SMS_{ab}$, sappiamo che egli in cambio desidererebbe almeno la variazione $\Delta q_b$ per cui

$$\Delta q_b \geq \Delta q_b^* = \Delta q_a SMS_{ab}$$

Esempio: Se partiamo da $(q_a = 3, q_b = 5)$ e il $SMS_{ab} = -3$ e proponiamo una riduzione $\Delta q_a = -1$. Tale riduzione, per rendere il consumatore indifferente dovrà essere compensata da una variazione

$$\Delta q_b = \Delta q_a SMS_{ab} = -1 \cdot (-3) = 3$$

Quindi il nuovo paniere dovrà essere $(q_a' = 2, q_b' = 8)$.

## La scelta del paniere ottimo

È arrivato il momento quindi di delineare il processo decisionale che conduce alla scelta ottima.

<u>Condizione 1</u>: Il paniere ottimo deve appartenere alla retta di bilancio, in quanto ogni paniere al di sotto sarebbe non preferito per la non sazietà.

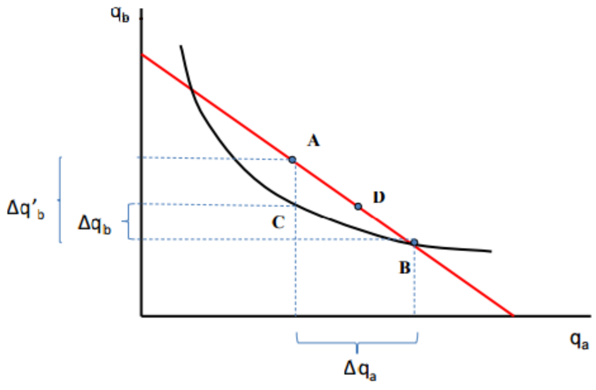
<u>Condizione 2</u>: Ogni paniere per il quale il $SMS$ è diverso dal prezzo relativo dei beni è un paniere migliorabile (sub-ottimo).

Se il paniere $A$ è ottimo non devono esistere paniere raggiungibili e preferiti ad $A$. Ciò accade solo quando

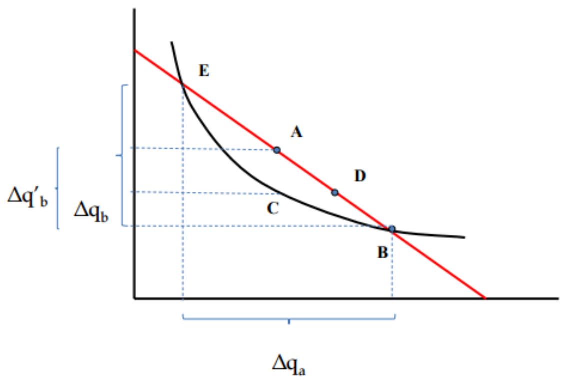
$$|SMS_{ab}| = p_a/p_b$$

Perché? Partiamo da $B$ e supponiamo che $BIC$. Allora $|SMS_{ab}| < p_a/p_b$.

Se rinuncio a $\Delta q_a$ e resto sulla curva di indifferenza, ottengo $\Delta q_b$. Ma dati i prezzi dei due beni, posso ottenere $\Delta q_b'$ spostandomi su $A$. Oppure posso



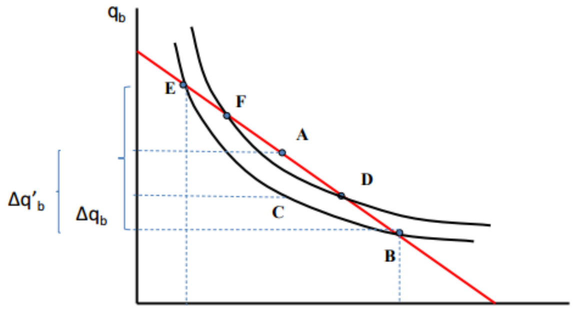
rinunciare a una quantità inferiore di a e spostarmi sul paniere $D$ che è raggiungibile e appartiene all'insieme dei panieri preferiti a $B$ (e a $C$).




Se mi sposto da $B$ a $E$? (con $BIE$). In $E$ si ha che $|SMS_{ab}| > p_a/p_b$.

Se rinuncio a $\Delta q_a$ e resto sulla curva di indifferenza, ottengo $\Delta q_b$. Ma potrei rinunciare a una quantità inferiore raggiungendo $A$ o $D$ che sono preferiti a $E$ e a $B$.

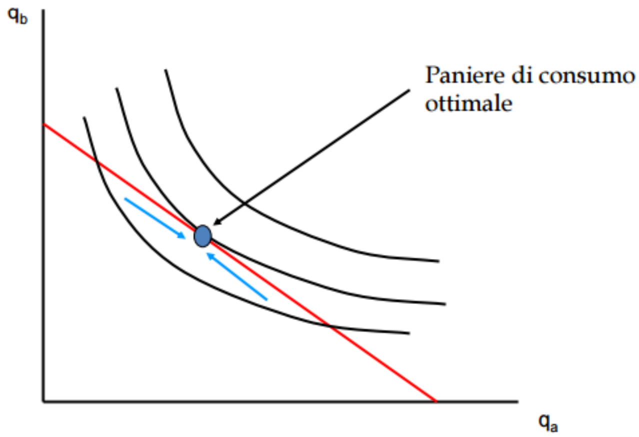
$D$ è la scelta ottima? No perché è migliorabile. I panieri che si trovano sul segmento $DF$ sono preferiti a $D$.




Nel punto di ottimo, il $SMS$ è uguale alla pendenza del vincolo di bilancio, cioè al rapporto tra i prezzi dei beni $a$ e $b$.

$$SMS = p_a/p_b$$

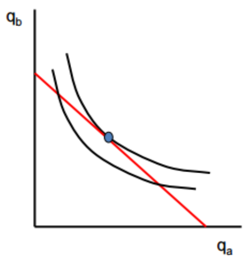
Un paniere ottimo è tale quando il $SMS$ è uguale al prezzo relativo dei beni.

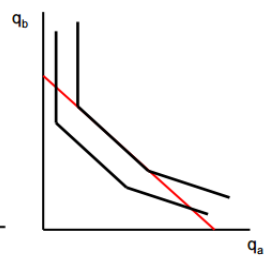



Lungo il vincolo di bilancio misuro il saggio al quale **posso** sostituire due beni tra loro.

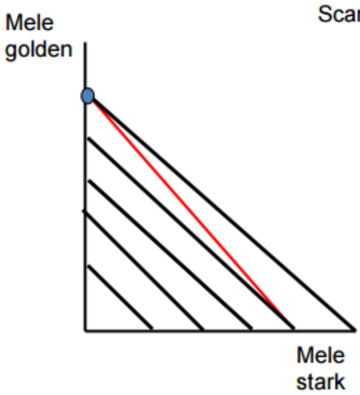
Lungo la curva di indifferenza misuro il saggio al quale **voglio** sostituire due beni tra loro.

L'ottimo è unico? Se le curve di indifferenza sono strettamente convesse (preferenza per la varietà), allora è unico.



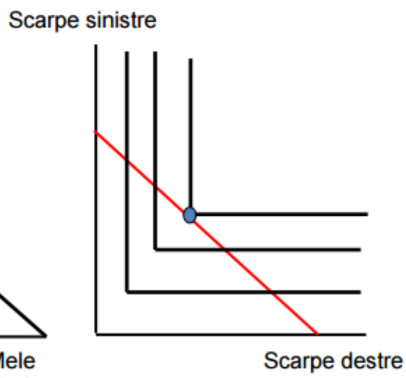

Individui diversi avranno curve di indifferenza (preferenze) diverse.




**Perfetti sostituti.**

SMS costante.

No preferenza per la diversità




**Perfetti complementi.**

Consumati in proporzione costanti.

Se aumenta la quantità di un solo bene non aumenta l'utilità.

## Una rappresentazione matematica

In questa sezione vedremo come sia possibile rappresentare la scelta ottima del consumatore da un punto di vista analitico come **massimizzazione di una funzione di utilità**, cioè di una funzione che rappresenta mediante numeri reali positivi le preferenze dell'agente economico rispetto alle conseguenze delle proprie azioni.

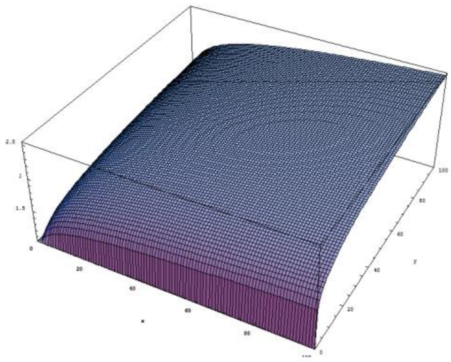
### La funzione di utilità

Dobbiamo aggiungere allo schema azione-conseguenza appena visto due **assiomi matematici**:

1. **Monotonicità**. A ogni conseguenza della scelta di un paniere è associabile uno e un solo numero reale, arbitrario ma positivo, detto **indice di utilità**, tale per cui:
$$u(A) > u(B) \Leftrightarrow APB$$
$$u(A) = u(B) \Leftrightarrow AIB$$
Si noti che l'assioma di monotonicità è l'equivalente matematico della non sazietà, in quanto comporta che l'indice di utilità debba crescere al crescere della quantità dei beni nei panieri. Ricordiamo che l'assioma pretende solo che gli indici siano tra loro *ordinabili*: **utilità ordinale**.
2. **Continuità**. La funzione di utilità dovrebbe essere continua, per fare ciò occorre estendere i precedenti assiomi nel continuo, cioè essi devono valere anche per variazioni molto piccole delle azioni e delle conseguenze.

Sulla base di questi assiomi siamo in grado di costruire una funzione di utilità $u: \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}_+$ che rispetto alla quantità di ciascun bene risulta essere continua e crescente.

Nel caso di 2 beni $q_a$ e $q_b$, possiamo scrivere:



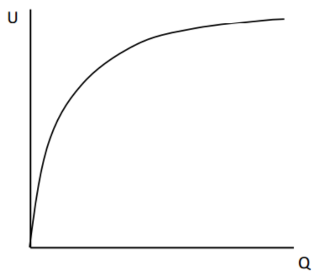
$$U = u(q_a, q_b)$$

$$u'(q_a) \coloneqq \frac{\partial U}{\partial q_a} > 0 \qquad u'(q_b) \coloneqq \frac{\partial U}{\partial q_b} > 0$$

Si vuole rappresentare il fatto che l'utilità generata dal crescente consumo di un bene, tenuti invariati tutti gli altri, produca un beneficio aggiuntivo (o **utilità marginale**, cioè la derivata prima) via via decrescente.

$$UM_a \coloneqq u'(q_a) \qquad UM_b \coloneqq u'(q_b)$$

Nel caso di un solo bene




Questo principio dell'utilità marginale decrescente viene attribuito ad una sorta di saturazione del fabbisogno di quel dato bene, o anche ad una preferenza per la varietà del consumo. Dunque

$$u''(q_a) \coloneqq \frac{\partial^2 U}{\partial q_a^2} < 0 \qquad u''(q_b) \coloneqq \frac{\partial^2 U}{\partial q_b^2} < 0$$

### Curve d'indifferenza e saggio marginale di sostituzione

Ora studieremo la relazione tra una funzione di utilità e una mappa di curve d'indifferenza.

Il $SMS$ è dato dal rapporto tra le utilità marginali dei beni.

Dimostrazione: Consideriamo un paniere qualunque $A = (x, y)$. Dato il livello di utilità in $A$, $u(x, y)$, chiediamoci come varia l'utilità totale se desideriamo far variare di una quantità infinitesima sia $x$ che $y$.

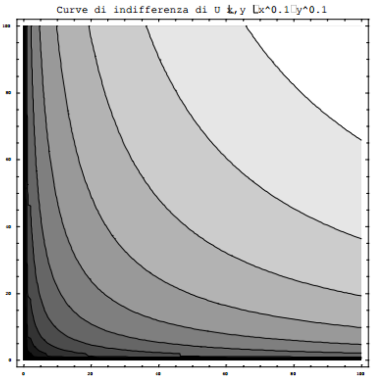
La variazione dell'utilità totale è misurata dal differenziale totale della funzione di utilità

$$dU = u'(x)dx + u'(y)dy$$

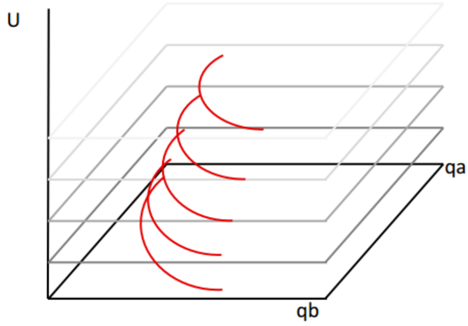
Se il nuovo paniere che abbiamo ottenuto è indifferente ad $A$, l'utilità totale deve essere invariata, cioè il differenziale deve essere $dU = 0$.

$$0 = u'(x)dx + u'(y)dy$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{u'(x)}{u'(y)}$$




Ora si noti che $dy/dx$ è quanto $y$ deve variare rispetto a $x$ per passare dal paniere iniziale $A$ ad un paniere indifferente, cioè per mantenere inalterato il livello di utilità totale $u(x, y)$. È la derivata della curva d'indifferenza. La derivata della curva d'indifferenza $dy/dx$ è negativa (infatti sappiamo che $u'(x)$ e $u'(y)$ sono positive). Se la funzione di utilità è concava si può dimostrare che la curva d'indifferenza è convessa.




Rappresentando le preferenze del consumatore con una funzione di utilità associamo ad ogni curva di indifferenza un numero reale.

Se le preferenze di un consumatore sono rappresentate da una funzione di utilità $U$ allora le stesse preferenze possono essere rappresentate da funzioni che siano trasformazioni monotone di $U$, cioè qualsiasi $f(U)$ tale che

$$U_1 > U_2 \Longrightarrow f(U_1) > f(U_2)$$

| Paniere | Utilità: U=xy | Ordine | Utilità U=5xy+3 | Ordine | Utilità U=1/xy | Ordine |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,7 | 35 | 1 | 178 | 1 | 0.02 | 4 |
| 5,5 | 25 | 2 | 128 | 2 | 0.04 | 3 |
| 3,2 | 6 | 3 | 33 | 3 | 0.16 | 2 |
| 1,1 | 1 | 4 | 8 | 4 | 1 | 1 |

Nel primo blocco si ha $U$. Nel secondo una sua trasformazione monotona, che per l'appunto, preserva l'ordine di preferenza dei panieri. Nel terzo blocco si ha una trasformazione non monotona di $U$, che difatti altera l'ordine dei panieri.

Data una funzione di utilità $U$, per calcolare la curva di indifferenza corrispondente a un certo livello di utilità $k$, basta porre $U(x, y) = k$ ed esplicitare la $y$.

Tornando al $SMS$, sappiamo che $SMS_{ab} = dq_b/dq_a$. Quindi dal fatto che $dq_b/dq_a = -u'(q_a)/u'(q_b)$ si ha che

$$SMS_{ab} = -\frac{u'(q_a)}{u'(q_b)} = -\frac{UM(q_a)}{UM(q_b)}$$

Ove $UM(q_a) \coloneqq u'(q_a)$ è l'utilità marginale del bene $a$ e $UM(q_b) \coloneqq u'(q_b)$ è l'utilità marginale del bene $b$.

## La massimizzazione vincolata dell'utilità

Ora ci rimane da dimostrare che la condizione di scelta del paniere ottimo trovata in precedenza, cioè l'uguaglianza tra $|SMS|$ e prezzo relativo dei beni, equivale a massimizzare la funzione di utilità dato il vincolo di bilancio.

Sia data la funzione di utilità $U = u(q_a, q_b)$. La presenza del vincolo di bilancio, matematicamente, dà luogo ad un problema di massimo vincolato:

Max $U = u(q_a, q_b)$
Vincolo: $R = p_a q_a + p_b q_b$

Ove le incognite sono le quantità $q_a, q_b$.

**METODO DI SOLUZIONE 1**

1. Studio delle condizioni di primo ordine per un massimo, cioè i punti di nullità della derivata prima:
$$dU = u'(q_a)dq_a + u'(q_b)dq_b = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dq_b}{dq_a} = -\frac{u'(q_a)}{u'(q_b)}$$
2. Introduzione del vincolo, che limita i valori ammissibili $dq_b/dq_a$ a quelli compatibili con il vincolo:
$$dR = 0 = p_a dq_a + p_b dq_b \qquad \Rightarrow \qquad p_a dq_a = -p_b dq_b \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dq_b}{dq_a} = -\frac{p_a}{p_b}$$
3. I primi due punti devono essere verificati simultaneamente, per cui possiamo scrivere:
$$-\frac{u'(q_a)}{u'(q_b)} = -\frac{p_a}{p_b}$$
Sappiamo che: $SMS_{ab} = -u'(q_a)/u'(q_b)$. Otteniamo così la condizione che volevamo dimostrare:
$$|SMS| = p_a/p_b$$
4. Infine per calcolare le quantità ottime di consumo $(q_a, q_b)$ basta risolvere il sistema
$$\begin{cases} |SMS| = p_a/p_b \\ R = p_a q_a + p_b q_b \end{cases}$$

**METODO DI SOLUZIONE 2**

Massimizziamo la funzione lagrangiana

$$L = u(q_a, q_b) - \lambda(p_a q_a + p_b q_b - R)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial q_a} = u'(q_a) - \lambda p_a = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial q_b} = u'(q_b) - \lambda p_b = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} u'(q_a) = \dfrac{u'(q_b)}{p_b} p_a \\ \lambda = \dfrac{u'(q_b)}{p_b} \end{cases}$$

$$\frac{u'(q_a)}{u'(q_b)} = \frac{p_a}{p_b} \qquad |SMS_{ab}| = p_a/p_b$$

Nel punto di ottimo il $SMS$ deve essere uguale al prezzo relativo. Sappiamo inoltre che il prezzo relativo è il coefficiente angolare del vincolo di bilancio e il $SMS$ è il coefficiente angolare della tangente della curva d'indifferenza in ciascun punto, quindi:

*il paniere ottimo giace nel punto di tangenza tra vincolo di bilancio e curva d'indifferenza*

Se la funzione di utilità è concava, allora le curve d'indifferenza sono convesse e il $SMS$ varia in ogni punto del piano, quindi il paniere ottimo è unico. Infatti se il $SMS$ varia da paniere a paniere nel piano, ve ne sarà uno solo che soddisfa la regola di scelta ottima.

Come visto in precedenza, il $SMS$ è il negativo del rapporto tra le utilità marginali. Quindi possiamo scrivere
$$\frac{UM_a}{UM_b} = \frac{p_a}{p_b} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{UM_a}{p_a} = \frac{UM_b}{p_b}$$

Il rapporto tra utilità marginale e il suo prezzo viene chiamata **utilità marginale ponderata**. L'utilità ponderata di un bene non è altro che l'unità addizionale che il consumatore ottiene dalla spesa di un euro nell'acquisto di quel bene. Questa nuova condizione che identifica la scelta del consumatore viene chiamata condizione dell'eguaglianza delle utilità marginali ponderate.

1. Se $\frac{UM_a}{p_a} > \frac{UM_b}{p_b}$, conviene accrescere la spesa per $a$ e ridurre quella per $b$.
2. Se $\frac{UM_a}{p_a} < \frac{UM_b}{p_b}$, conviene accrescere la spesa per $b$ e ridurre quella per $a$.
3. Se $\frac{UM_a}{p_a} = \frac{UM_b}{p_b}$, non conviene modificare la spesa (l'utilità è massima).

Un paniere dà la massima utilità solo se l'UM dell'ultimo euro speso per comprare ciascun bene è la stessa.

# Domanda di beni e offerta di lavoro

L'intuizione suggerisce che tra prezzo e quantità domandata dovrebbe esistere una relazione inversamente proporzionale. Questa intuizione è generalmente corretta, anche se la teoria suggerisce la possibilità che in certi casi la relazione possa essere pure di segno opposto.

La relazione tra il prezzo di un bene o servizio e la quantità domandata dai consumatori prende il nome di **curva di domanda**.

## Il comportamento del consumatore e la domanda di beni e servizi

Studieremo dunque ora come le quantità domandate dei beni variano al variare dei dati di mercato, i quali concorrono alla determinazione della scelta del paniere ottimo e sono il reddito e il prezzo relativo dei beni.

La relazione che lega la quantità ottima di ciascun bene con il reddito si chiama *sentiero reddito-domanda*. La relazione che lega la quantità ottima di ciascun bene con il prezzo relativo dei beni si chiama *sentiero prezzo-consumo*. La loro combinazione genera la *curva di domanda* e ne determina la forma e la posizione.

Per due beni $a$ e $b$ contenuti in un paniere, possiamo scrivere la domanda in forma generale come segue:

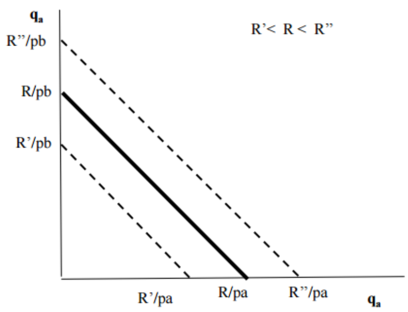
$$q_a = q_a(R, p_a, p_b)$$
$$q_b = q_b(R, p_a, p_b)$$

### Variazioni del vincolo di bilancio

Il vincolo di bilancio può variare per due motivi:

- A causa di variazioni del reddito, per cui è possibile parlare di effetto-reddito.
- A causa di variazioni del prezzo relativo dei beni, detto anche effetto-prezzo.

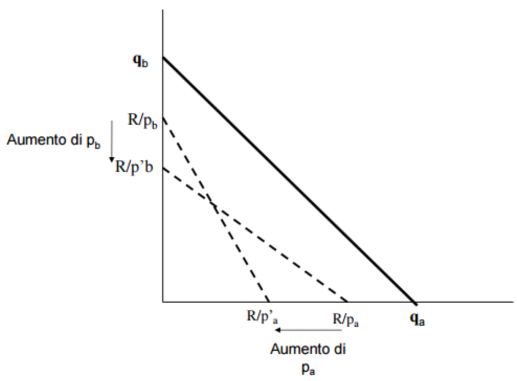
**Variazioni del reddito** (a parità di prezzi). In tal caso possiamo anche parlare di aumento/diminuzione reale del reddito, il quale provoca uno spostamento parallelo del vincolo di bilancio verso destra/sinistra.




**Variazioni del prezzo relativo** (a parità di reddito). In tal caso si ha una rotazione del vincolo di bilancio.

Variazioni del reddito o dei prezzi dei beni modificano il vincolo di bilancio solo se avvengono in *termini reali*, ossia solo se varia il reddito a parità di prezzi o i prezzi a parità di reddito. Difatti, se prezzi e reddito aumentano della stessa proporzione $\delta_R = \delta_p$, si ha che

$$R' = R(1 + \delta_R) \qquad p'_a = p_a(1 + \delta_p) \qquad p'_b = p_b(1 + \delta_p)$$

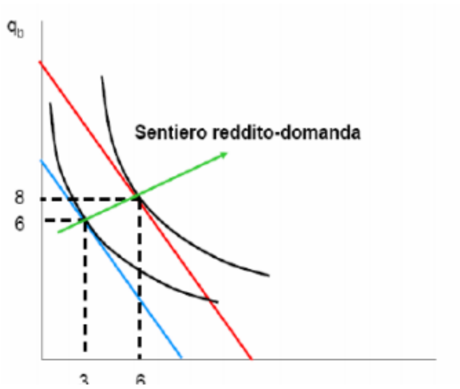



E si può notare che il vincolo rimane lo stesso, difatti:

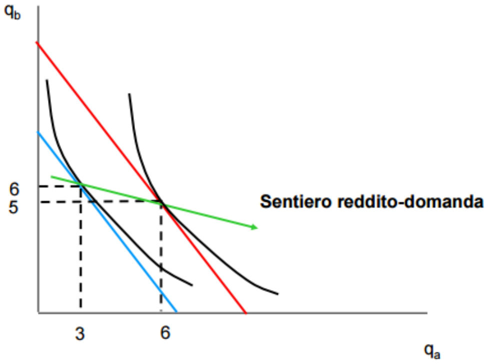
$$R' = p'_a x + p'_b y \Longrightarrow R(1 + \delta_R) = p_a(1 + \delta_p)x + p_b(1 + \delta_p)y$$
$$\Longrightarrow R = p_a x + p_b y$$

## Variazione del reddito monetario a prezzi invariati

Facendo variare il vincolo di bilancio per vari livelli del reddito, è possibile ottenere un luogo geometrico di punti che caratterizza la relazione tra reddito monetario e quantità dei beni $a$ e $b$ contenute nei panieri ottimali. Chiameremo tale relazione **sentiero reddito-domanda** e notiamo che, per costruzione, siamo in grado di affermare con sicurezza che un aumento del reddito nominale, a parità di prezzi, fa aumentare il livello di utilità, e viceversa. Ciò che invece non possiamo sapere con certezza a priori è *dove* si troveranno esattamente i nuovi panieri ottimi. Tuttavia possiamo distinguere due casi principali:




- **Beni normali**: l'effetto reddito è positivo, cioè al crescere (diminuire) del reddito, cresce (diminuisce) il consumo del bene.
  - **Beni superiori** (o *di lusso*): la variazione del consumo è più che proporzionale rispetto alla variazione del reddito (es.: turismo).
  - **Beni primari** (o *necessari*): la variazione è meno che proporzionale (es.: abbigliamento).
- **Beni inferiori**: l'effetto reddito è negativo, cioè al crescere (diminuire) del reddito, diminuisce (aumenta) il consumo. Solitamente i beni risultano inferiori sul lungo periodo (es.: lardo).

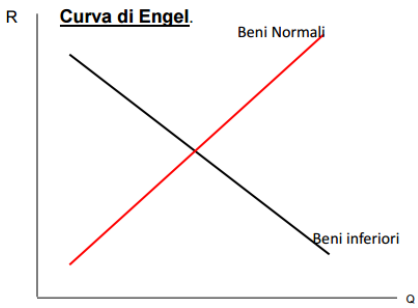



Possiamo misurare di quanto varia la quantità domandata di un bene quando varia il reddito. Definiamo $q_i$ la quantità del bene $i$. Definiamo $e_{Ri}$ la misura di quanto varia la domanda del bene $i$ quando varia il reddito (elasticità della domanda rispetto al reddito). Allora

$$e_{Ri} = \frac{\Delta q_i / q_i}{\Delta R / R}$$

Possono esservi tre casi:

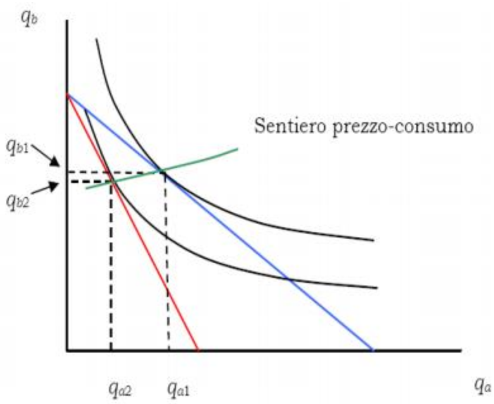
- $e < 0$ bene inferiore
- $0 < e < 1$ bene primario
- $e > 1$ bene di lusso




La **curva di Engel** rappresenta la relazione tra la quantità domandata di un certo bene e il reddito.

## Variazioni dei prezzi

È giunto ora il momento di chiederci in quale modo vari la quantità domandata di un bene al variare del suo prezzo, a parità di reddito disponibile. La curva che congiunge tutti i punti di equilibrio man mano che il prezzo vario viene denominata **sentiero prezzo-consumo**.




Esiste un **effetto incrociato**, in base al quale variazioni del prezzo di un bene si scaricano sulla domanda dell'altro. Perché un aumento di $p_a$ non riduce sempre e comunque la domanda del bene $a$? Una variazione del prezzo di un bene è in grado di influenzare il consumo per due vie: modificando il reddito reale, cioè il potere d'acquisto complessivo da un lato, e inducendo il consumatore a sostituire i beni ora più convenienti a quelli ora più costosi dall'altro. È opportuno perciò scindere il sentiero percorso in due effetti:

- Un **effetto sostituzione**, dato dalla pura variazione del prezzo relativo del bene.
- Un **effetto reddito**, dato dalla variazione del potere di acquisto.

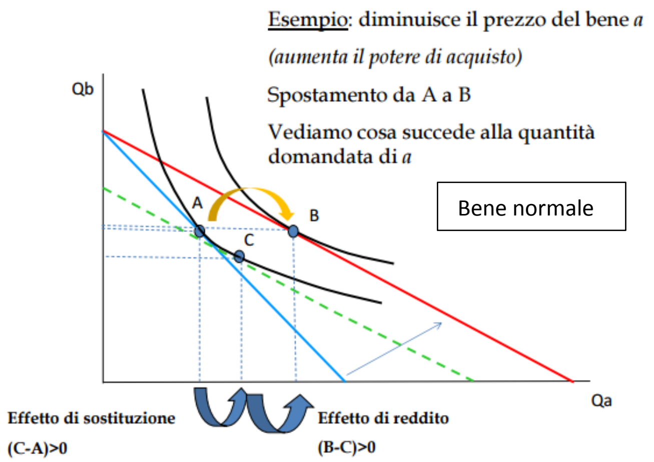
L'aumento del prezzo di un bene fa diminuire l'utilità, ma non possiamo dire a priori come varieranno le quantità consumate.

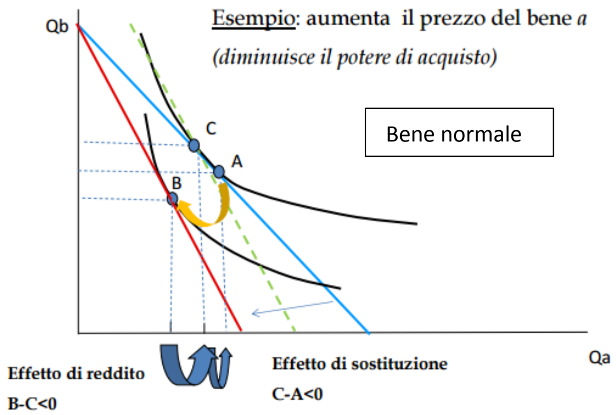
**Il segno dell'effetto sostituzione è sempre negativo**. In altre parole, un aumento del prezzo rende più convenienti i beni che sono sostituti stretti del bene in questione e dunque comporta una diminuzione del consumo del bene stesso. Ciò accade in quanto nell'ottimo si ha che $|SMS_{ab}| = UM_a/UM_b = p_a/p_b$. Dunque, se $p_a$ aumenta, anche $p_a/p_b$ aumenta e deve anche aumentare $UM_a/UM_b$, quindi aumenta $UM_a$ e/o si riduce $UM_b$. Poiché l'utilità marginale è decrescente si ha che $UM_a$ aumenta se diminuisce $q_a$ e $UM_b$ diminuisce al crescere di $q_b$. Ossia $a$ viene sostituito con $b$. L'effetto sostituzione esiste nella misura in cui vi sono dei **beni sostituibili**.

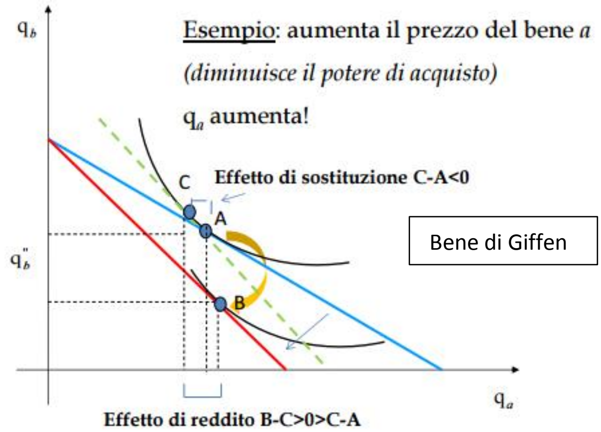
Per quanto riguarda la direzione dell'effetto reddito, sappiamo solo che al diminuire del prezzo di un bene, aumenta il potere di acquisto, ossia è come se aumentasse il reddito. Tuttavia non sappiamo se l'effetto reddito sarà positivo (e dunque aumenteranno anche i consumi) o se sarà negativo (e dunque diminuiranno i consumi).

Congiungendo effetto sostituzione ed effetto reddito, l'effetto finale presenta tre casi rilevanti:

| All'AUMENTARE del prezzo di un bene | | | |
|---|---|---|---|
| **Tipo di bene** | **Effetto di sostituzione** | **Effetto reddito** | **Effetto complessivo** |
| Normale | Negativo: $Q$ diminuisce | Positivo: $Q$ diminuisce | $Q$ diminuisce |
| Inferiore (non di Giffen) | Negativo: $Q$ diminuisce | Negativo < sostituzione: $Q$ aumenta | $Q$ diminuisce |
| Giffen | Negativo: $Q$ diminuisce | Negativo > sostituzione: $Q$ aumenta | $Q$ aumenta |



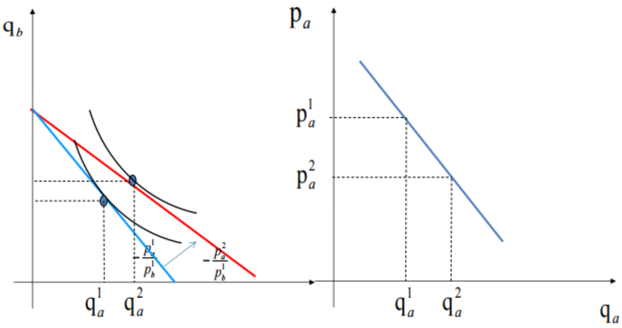




Esistono i beni di Giffen? Un esempio (l'unico riportato nei manuali) è quello delle patate durante la carestia che colpì l'Irlanda alla fine del XIX sec. Le patate costituivano l'ingrediente prevalente della dieta degli irlandesi. L'aumento del loro prezzo li indusse a ridurre il consumo di carne (bene di lusso) per sostituirla con patate: effetto reddito molto accentuato. Esempio più recente: Jensen and Miller (2007): esperimento in due province della Cina. In una di queste province in cui l'ingrediente principale prevalente della dieta dei locali era il riso l'introduzione di voucher per l'acquisto di riso (con conseguente riduzione del prezzo del riso per i consumatori) indusse gli abitanti a ridurre il consumo di riso.

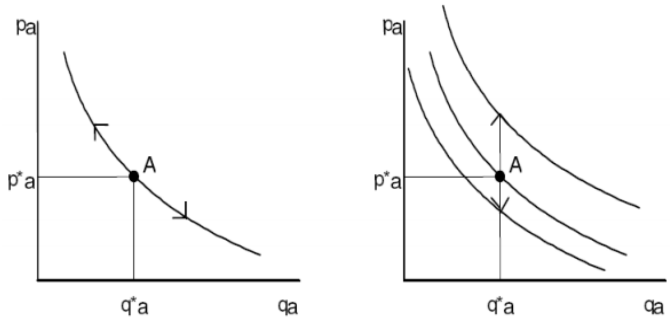
## La funzione di domanda individuale e aggregata

Dal sentiero prezzo-consumo è agevole ricavare la **curva di domanda individuale**: basta variare il prezzo e individuare le coppie di punti dati dal prezzo stesso e dalla relativa quantità ottimale.




La funzione di domanda viene rappresentata geometricamente in un sistema di assi cartesiani $q \times p$ dove tuttavia $p$ è la variabile indipendente e $q$ quella dipendente. Per un bene normale, sulla base di quanto detto finora, la funzione di domanda avrà ovunque andamento decrescente.

Se aumenta $p_b$, la domanda del bene $a$ aumenta per ciascun livello di $p_a$, e quindi la curva di domanda del bene $a$ trasla tutta verso l'alto (è vero se i due beni sono sostituti, se sono complementi è vero l'opposto). E ancora, se il reddito diminuisce, la quantità ottimale richiesta di $a$ diminuisce anch'essa per ciascun livello di $p_a$, provocando quindi uno spostamento verso il basso dell'intera curva di domanda (è vero se il bene è normale, se il bene è inferiore è vero l'opposto).




Variazioni del prezzo del bene:

Spostamenti ***lungo*** la curva

Variazioni del reddito o del prezzo degli altri beni:

Spostamenti ***della*** curva

Esempio di derivazione della funzione di domanda. Data la funzione di utilità:

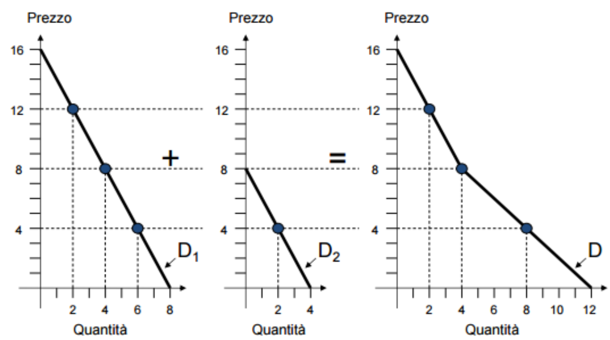
$$U = xy^4$$

Si parte dalle condizioni di ottimo

$$\begin{cases} |SMS_{xy}| = \dfrac{UM(x)}{UM(y)} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{y^4}{4xy^3} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y p_y = 4x p_x \\ p_x x + p_y y = R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y p_y = 4x p_x \\ p_x x + 4x p_x = R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{4}{5}\dfrac{R}{p_y} \\ x = \dfrac{1}{5}\dfrac{R}{p_x} \end{cases}$$

Nota: in questo caso la domanda di un bene non dipende dal prezzo dell'altro bene.

Dalla curva di domanda di un singolo consumatore si passa a quella relativa all'**intero mercato** attraverso un'operazione di somma orizzontale. La **curva di domanda di mercato** (o **curva di domanda aggregata**) non è altro che la somma delle quantità domandate da tutti gli individui.



# L’elasticità

L’**elasticità della domanda al prezzo** (o *elasticità-prezzo*) è un indicatore della sensibilità della quantità domandata di un bene alle variazioni del prezzo del bene stesso. Formalmente, è il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata e la variazione percentuale del prezzo.

$$\epsilon = \frac{\Delta q/q}{\Delta p/p}$$

## L’elasticità-prezzo della domanda

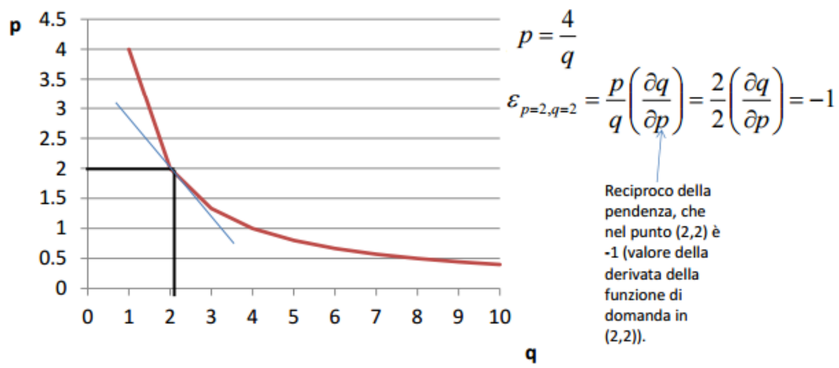
Il calcolo dell’elasticità può essere reso più generale e più preciso operando nel continuo:

$$\epsilon = \frac{\partial q}{\partial p}\frac{p}{q}$$

L’elasticità in un punto della curva della domanda può anche essere espressa come il rapporto $p/q$ in quel punto diviso per la pendenza della curva in quel punto (che nel caso di curva lineare è costante). Infatti:

$$\epsilon = \frac{\Delta q/q}{\Delta p/p} = \frac{\Delta q}{\Delta p}\frac{p}{q} = \left(\frac{1}{pendenza}\right)\frac{p}{q}$$

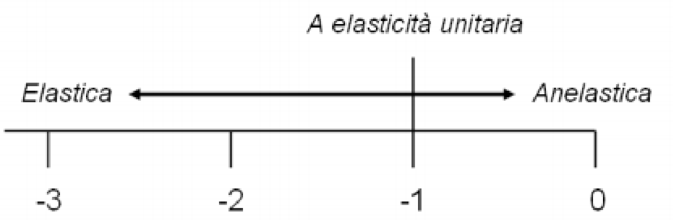
A lato un esempio.




Con funzioni di domanda lineari $q = a + bp$ (con $b < 0$) si ha che

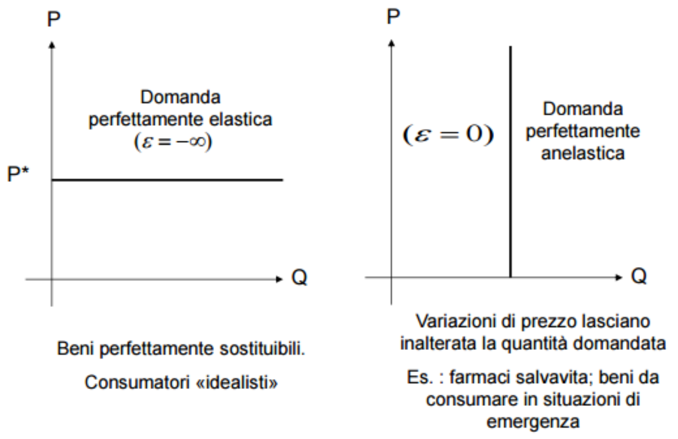
$$\epsilon = \frac{\partial q}{\partial p}\frac{p}{q} = b\frac{p}{q}$$

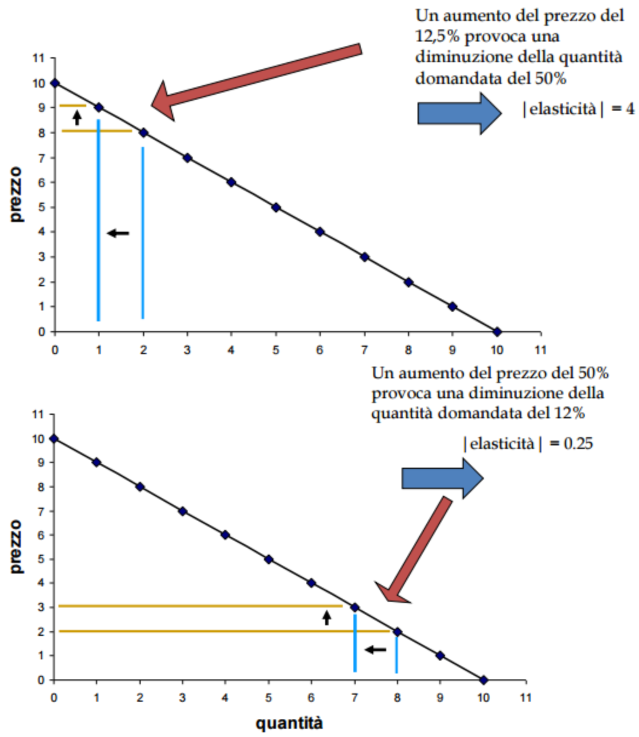
Si noti che l’elasticità della domanda al prezzo è sempre negativa (o nulla), in quanto le variazioni del prezzo e della quantità domandata si muovono sempre in direzione opposta. Spesso, per comodità, si considera il valore assoluto dell’elasticità.




| Se il valore dell’elasticità è | Si dice che la domanda è |
|---|---|
| $\epsilon = -\infty$ | Perfettamente elastica |
| $\epsilon \in (-\infty, -1)$ | Relativamente elastica |
| $\epsilon = -1$ | A elasticità unitaria |
| $\epsilon \in (-1, 0)$ | Relativamente anelastica (o relativamente rigida) |
| $\epsilon = 0$ | Perfettamente anelastica (o perfettamente rigida) |

Due casi estremi




Al crescere della quantità si riduce la sensibilità alle variazioni del prezzo.

## I determinanti dell'elasticità

- Esistenza di sostituti: <u>maggiore è il numero di beni sostituti, maggiore sarà l'elasticità del bene</u>. Attenzione alla definizione di "sostituto". Domanda di scarpe anelastica, domanda di Nike elastica.
- Incidenza sul reddito: <u>maggiore è la quota di reddito destinata al consumo di un bene, maggiore è l'elasticità</u> della domanda di quel bene.
- Intervallo di tempo: la reazione dei consumatori può richiedere tempo, quindi alcuni beni possono essere <u>elastici solo nel lungo periodo</u>. Molto importante per le decisioni di politica economica. Benzina: in un anno dalla variazione del prezzo $\epsilon = -0.11$, in 5 anni $\epsilon = -0.49$, in 10 anni $\epsilon = -0.82$.

Elasticità di alcune categorie di beni

| Bene | Elasticità della domanda al prezzo |
|---|---|
| Alimentari | -0.21 |
| Servizi sanitari | -0.22 |
| Abitazioni in affitto | -1.20 |
| Elettricità | -1.14 |
| Automobili | -1.20 |
| Sigarette | -0.35 |

Cosa succede alla domanda del bene $a$ se varia il prezzo del bene $b$? Introduciamo il concetto di **elasticità incrociata**, che nel continuo è data da

$$\epsilon_{ab} = \frac{\partial q_a}{\partial p_b}\frac{p_b}{q_a}$$

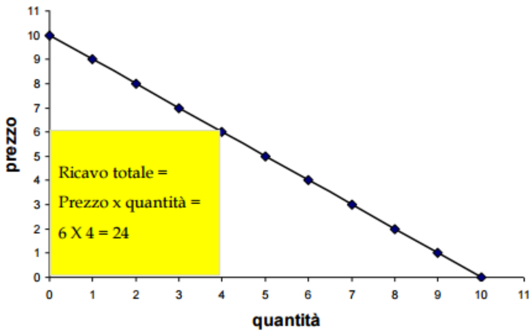
Se $\epsilon_{ab} > 0$ i beni sono **sostituti**: al crescere del prezzo di $b$ aumenta la quantità domandata di $a$.

Se $\epsilon_{ab} < 0$ i beni sono **complementi**: al crescere del prezzo di $b$ diminuisce anche la quantità di $a$.

## L'elasticità-prezzo: due esempi

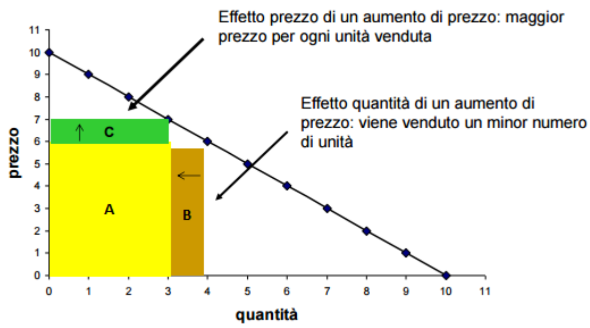
**<u>1. CURVA DI DOMANDA E RICAVO TOTALE</u>**

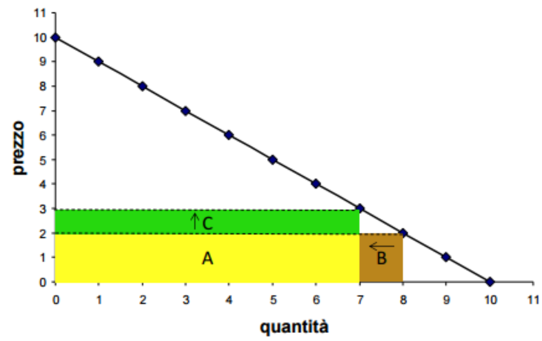
Data una curva di domanda, per ogni punto che gli appartiene, ossia per ogni coppia di valori quantità-prezzo, il ricavo totale del venditore è dato da $pq$, ossia dall'area del quadrato (giallo) con un vertice nell'origine e l'altro nel punto considerato.




Cosa succede se aumenta il prezzo portandolo a $p'$?

Si ha un **effetto quantità**, per il quale viene venduto un minor numero di unità e dunque ha un impatto negativo sul ricavo totale (marrone) e un **effetto prezzo**, per il quale si ha un maggior prezzo per ogni unità venduta e dunque ha un impatto positivo sul ricavo totale (verde).

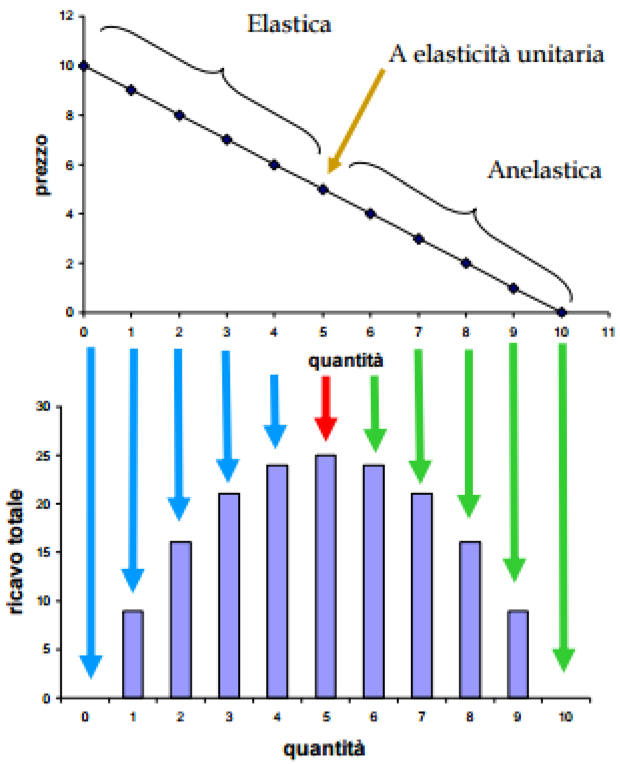



Dove la **domanda è elastica**, l'effetto di quantità prevale sull'effetto di prezzo, e un aumento del prezzo fa **diminuire il ricavo totale**: $A + C < A + B$.

Dove la **domanda è anelastica**, l'effetto prezzo prevale sull'effetto quantità, e un aumento del prezzo fa **aumentare il ricavo totale**: $A + C > A + B$.

Il ricavo totale massimo si realizza nel punto di elasticità unitaria, come si può evincere dalla figura.




## 2. ELASTICITÀ E TASSAZIONE

Supponiamo di voler introdurre una tassa sugli acquisti. Definiamo:

- $q(p)$ curva di domanda del bene
- $q^*$ quantità acquistata prima della tassa
- $p^*$ prezzo prima di introdurre la tassa
- $E = p^* q^*$ spesa totale

Introduciamo una imposta $t$ sul valore (per esempio $t = 20\%$). Si ha dunque che:

- $p_1 = p^*(1 + t)$ è il nuovo prezzo
- $q_1 = q(p_1)$ è la nuova quantità acquistata
- $E_1 = p_1 q_1$ nuova spesa totale

Come varia la spesa? Ossia quanto vale $T = E_1 - E$? Notiamo che $E = pq$ e quindi $\delta E = \delta q + \delta p$

$$\delta q = \frac{q_1 - q^*}{q^*} = \frac{\Delta q}{q} \qquad \delta p = \frac{p_1 - p^*}{p^*} = t$$

Perciò

$$\delta E = \delta q + t$$

Ricordando che

$$\epsilon = \frac{\delta q}{\delta p} \Longrightarrow \delta q = \epsilon \delta p = -|\epsilon| \delta p = -|\epsilon| t$$

Otteniamo

$$\delta E = (1 - |\epsilon|)t$$

Il gettito sarà positivo se $|\epsilon| < 1$.

# Consumo, tempo libero, lavoro

È arrivato ora il momento di analizzare cosa comporti il riconoscere che qualsiasi attività di consumo richiede anche la disponibilità di un certo ammontare di tempo.

## La famiglia rappresentativa

La famiglia Rossi (padre, madre e due bimbi in età scolare). L'utilità dei Rossi dipende da due cose:

1. Da un certo paniere di beni e servizi finali di mercato, che chiameremo genericamente **consumo** e che ipotizzeremo rappresentato da un unico bene composito ($c$).
2. Un insieme di beni e servizi auto-prodotti (ad esempio le pulizie domestiche o il lavaggio dell'auto) e agli altri modi di impiegare il proprio tempo libero (giocare con i propri figli, leggere, vedere amici, ecc.). Anche in questo secondo caso ipotizziamo che l'utilità sia associata a un unico bene composito, che chiamiamo genericamente **tempo libero** ($t$).

## Vincolo temporale

- Per i due coniugi Rossi (gli unici che lavorano, dato che i figli vanno a scuola), il tempo complessivo da allocare al giorno corrisponde a $48$ ore.
- Se da questa togliamo per ciascuno di essi $8$ ore da dedicare al riposo, rimangono $32$ ore da poter allocare tra lavoro, al quale è associato un salario orario dato $w$, e al tempo libero, che invece non garantisce alcun salario ma genera utilità.
- Normalizzando a $1$ il tempo complessivo giornaliero da allocare, $n$ rappresenta la percentuale dedicata dai Rossi al lavoro, mentre $l$ è quella dedicata al tempo libero:
$$n + l = 1$$
- Ipotizziamo anche che il prezzo di $c$ sia uguale a $1$.

## Utilità dei Rossi

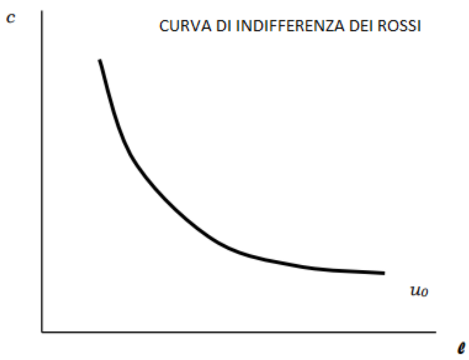
I Rossi sono caratterizzati da una funzione di utilità espressa da

$$u(c, l)$$

Con $u'(c), u'(l) > 0$ e $u''(c), u''(l) < 0$.

### *Trade-off*

Tra consumo e tempo libero esiste un *trade-off*: quanto più i Rossi desiderano aumentare il consumo di beni e servizi forniti dal mercato, tanto più devono rinunciare al tempo libero per poter dedicare una quota maggiore del tempo complessivo ad attività lavorative in grado di garantire loro un reddito spendibile aggiuntivo. Quest'ultima operazione provoca ai Rossi, tuttavia, una perdita di utilità, proprio perché sono costretti a *consumare* meno tempo libero.




## Saggio marginale di sostituzione

In questo caso, il $SMS$ fornisce una misura della valutazione relativa tra consumo e tempo libero operata dai Rossi in corrispondenza di un certo paniere $(c, l)$. Esso esprime la quantità di beni e servizi finali che è possibile acquistare dedicando un'ora del proprio tempo al lavoro.

## Vincolo delle risorse

Il vincolo, nel caso più generale è dato da:

$$pc = wn$$

La spesa totale per i consumi è uguale al salario totale (nel nostro caso $p = 1$). Essendo $n = 1 - l$, scriviamo il bilancio dei Rossi in termini di consumo e tempo libero:

$$pc = w(1 - l)$$

## Problema di ottimo dei Rossi

Affrontiamolo con il Lagrangiano

$$L = u(c, l) + \lambda(w - wl - pc)$$

dove $\lambda$ è il moltiplicatore di Lagrange associato al vincolo di bilancio.

$$\frac{\partial L}{\partial c} = u'(c) - p\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial l} = u'(l) - \lambda w = 0$$

Dalle condizioni del primo ordine ricaviamo la condizione di ottimo

$$\frac{u'(l)}{u'(c)} = \frac{w}{p}$$

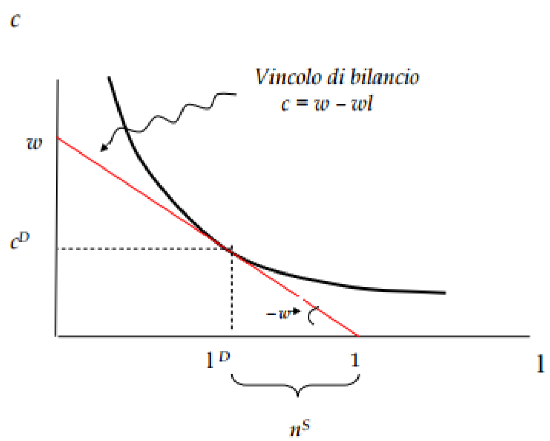
## Condizione di ottimo

La condizione di ottimo stabilisce che il $SMS$ tra tempo libero e consumo deve essere uguale al salario reale, che rappresenta il rapporto tra il salario nominale (cioè il prezzo associato al fattore tempo) e il prezzo del bene di consumo.

La soluzione del problema di ottimo della famiglia è identica a quella a suo tempo vista nell'ambito dello studio del consumatore:

*in equilibrio il rapporto tra le utilità marginali rispetto ai due argomenti della funzione di utilità (cioè il $SMS$) deve uguagliare il rapporto tra i loro prezzi*

La famiglia Rossi è dunque disposta ad offrire una quantità di lavoro pari a $n^s = 1 - l^D$.



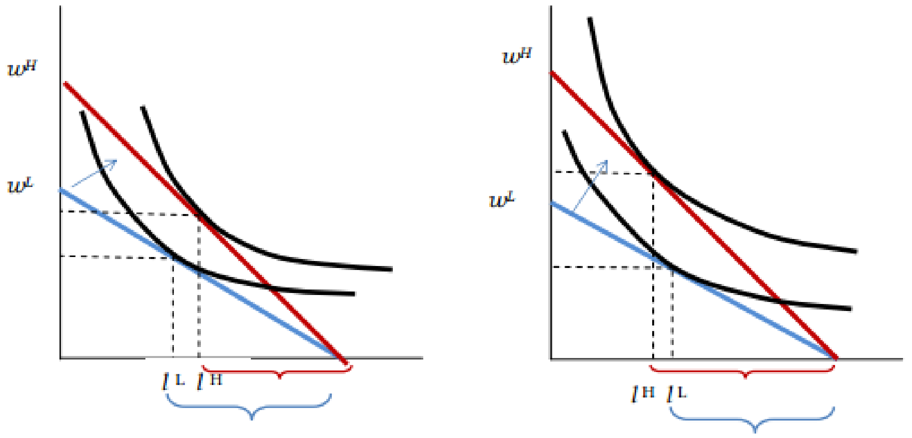
## Come varia l'offerta di lavoro al variare del salario?

**Effetto sostituzione**: Un aumento del salario reale genera un aumento del beneficio (in termini di reddito aggiuntivo) che una famiglia ottiene dalla frazione del proprio tempo impiegata sotto forma di lavoro. Ciò determina una diminuzione della domanda di tempo libero, e quindi un aumento dell'offerta di lavoro.

La tendenza ad aumentare la propria offerta di lavoro in seguito ad un aumento del salario reale percepito discende dall'**effetto di sostituzione** associato ad uno spostamento del proprio vincolo di bilancio in seguito alla variazione del prezzo del tempo libero.

**Effetto reddito**: Un incremento del salario reale rende la famiglia Rossi più ricca, dato che ora, per un qualsiasi numero di ore lavorate, il reddito finale è maggiore. In presenza di un reddito finale più elevato, lecito attendersi che i Rossi desiderino spendere in al tempo libero qualche ora in più rispetto a prima.

Mentre l'effetto di sostituzione suggerisce che un maggiore salario comporta un aumento dell'offerta di lavoro, l'effetto di reddito spinge in direzione opposta, cioè incentiva la sostituzione di tempo libero a tempo lavorativo. Quale dei due effetti prevale dipende, come noto, dalla struttura delle preferenze die Rossi.




Effetto di reddito maggiore dell'effetto di sostituzione ($n^s$ diminuisce) Effetto di sostituzione maggiore dell'effetto di reddito ($n^s$ aumenta)

## Curva di offerta di lavoro

Dato che la teoria non è in grado di dirci a priori quale dei due effetti prevalga, la questione è empirica.

L'osservazione del comportamento reale delle famiglie suggerisce che l'effetto di sostituzione in generale prevalga su quello di reddito.

Questo significa che, normalmente, un aumento del salario reale si associo ad un aumento della quantità di tempo che le famiglie decidono di impiegare in attività lavorative.

È possibile tracciare, in tal modo, una relazione crescente tra salario reale e lavoro offerto, che chiameremo offerta di lavoro.