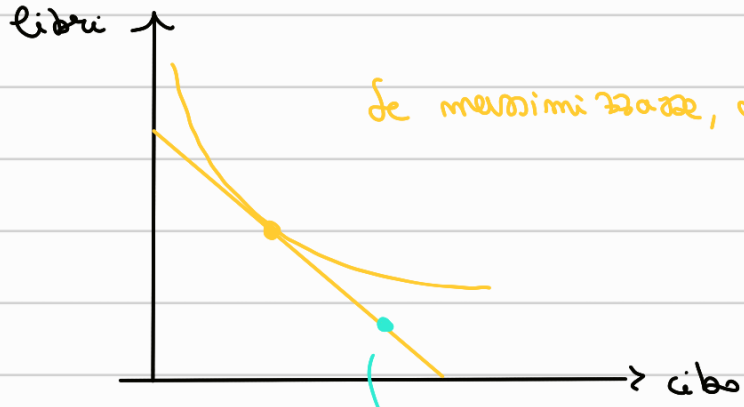
1



se massimizzasse, avrei la tangenza

qui sono nel paniere che non massimizza e sto consumando troppo cibo

2 $\frac{\partial U}{\partial x} = 2y + x > 0$ $\quad |SMS| = \left|\frac{2y+x}{2x+10y}\right| = \frac{1}{4} = \frac{p_x}{p_y}$

$\frac{\partial U}{\partial y} = 2x + 10y > 0$

$(x,y) = (4,4)$

se questo vale in corrispondenza di (4,4) allora potrebbe essere la scelta ottima

$\rightarrow \frac{2\cdot 4+4}{2\cdot 4+10\cdot 4} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$ $\rightarrow$ non lo so per certo perché non ho il reddito

$\rightarrow$ posso sapere per certezza se non lo è

3 $U(x,y) = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}$

$\rightarrow |SMS| = \frac{\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{1}{3}}} = \frac{y}{2x}$

e $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{5}$ $\Rightarrow$ sostituiamo e vediamo la coerenza

Un paniere che potrebbe essere la scelta ottima del consumatore è

$(x,y) = (1000, 400)$

$\frac{400}{2\cdot 1000} = \frac{1}{5}$

(4) $U(x,y) = x \cdot y$ $\qquad \frac{y}{x} = |SMS| = \frac{80}{20} = 4$

$(x,y) = (20,80)$ $\qquad$ → paniere ottimo che massimizza la sua utilità

Se $x \to 30$, $y = 90$ $\qquad \frac{90}{30} = 3 < 4$ ⇒ NON è razionale perché non è più un punto di ottimo

(5) $U(x,y) = xy + 2x$

$$\boxed{\frac{y+2}{x}} = \frac{p_x}{p_y} = 1$$

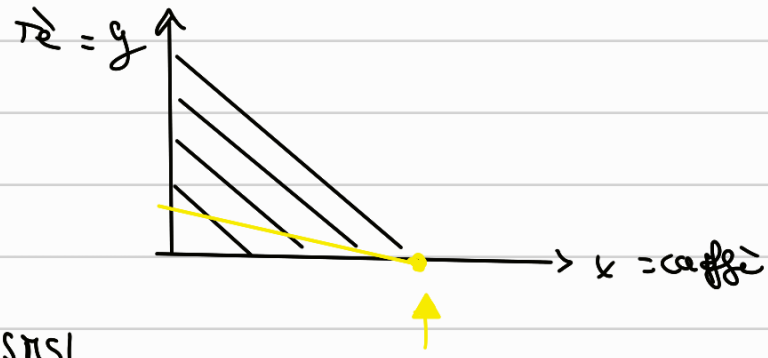
IPOTESI

$\Rightarrow y + 2 = x$

(6) $c = €7$ $\qquad \boxed{56 = 4t + 7c}$

$t = €4$

Perfetti sostituti → allora ne prendo 0 tè



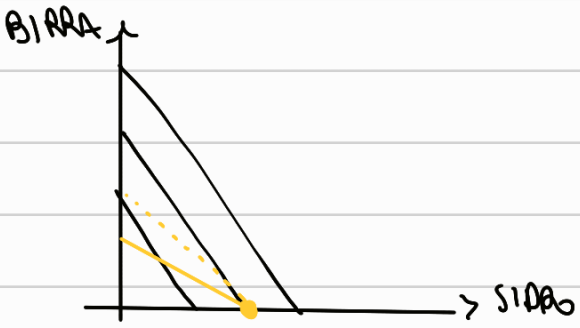
$|SMS| = 2$

$\frac{p_c}{p_t} = \frac{7}{4} < |SMS|$

Quale sarà la sua domanda ≡ Qual è il punto ottimo

Possibile $U = 2x + y$

(6) Se consumo solo sidro $|SMS| > \frac{p_x}{p_y}$



ESEMPIO $U(x,y) = 4x + y$ $\quad |SMS| = 4 > \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}$

$p_x = 4€$

$p_y = 8€$

$\Downarrow$

il nostro consumatore consuma solo x

Sia se $p'_y = 4€ \Rightarrow \frac{p'_x}{p_y} = 1$ ma comunque $\frac{p'_x}{p_y} < SMS$

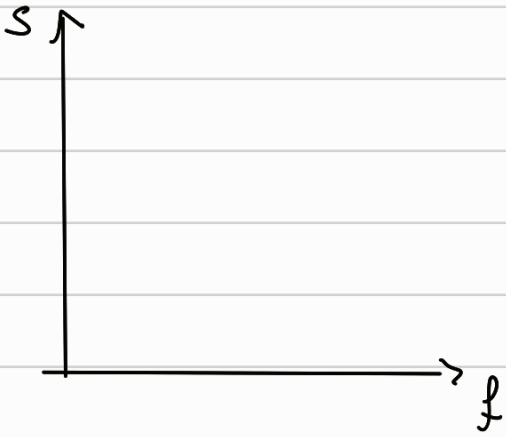
Ovvero anche con questa diminuzione del prezzo di y il rapporto tra i prezzi non "gira" la disuguaglianza, ovvero non supera il SMS il chenimplica che il consumatore continuerà a consumare più x.

Esempio:

Consumo solo birre $\Rightarrow |SMS| < \frac{p_x}{p_y}$

Se $p_y >>$

8 $p_f < p_s$



$$\left|\frac{UMg_f}{UMg_s}\right| = \frac{p_f}{p_s}$$

$\hookrightarrow$ nel punto di ottimo

9 144

$p_x = 40$

$p_y = 10$

$$\frac{10}{UM_y} = \frac{\cancel{40}^{\cancel{4}\,5}}{\cancel{10}\,\cancel{8}\,\cancel{4}\,2}$$

$$\frac{20}{U_y} = 5 \Rightarrow UMg_y = 4$$

(b) $200 = 5x + 6y$

$\Rightarrow (40, 0)$ okay

Esercitazione 03/11

Paniere ottenibile: se io consumatore è in grado di acquistarlo
Paniere efficiente: se il suo acquisto esaurisce tutto il reddito a disposiziine
Preferenza regolari: soddisfatti tutti e quattro gli assiomi
Paniere ottimo: si trova nella risoluzione del problema di massimazione vincolata

Paniere ottimo VS funzione di domanda

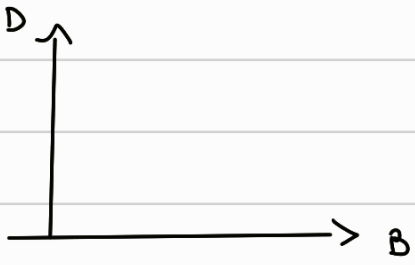
Es. 5.3 DISPENSA

$U(x,y) = \frac{1}{2}\ln x + \frac{1}{2}\ln y \longrightarrow \frac{\partial U_x}{\partial U_y} = \frac{\frac{1}{2x}}{\frac{1}{2y}} = \frac{2y}{2x} = \frac{y}{x}$

$R = €20$

$p_B = 2 \qquad p_D = 1$

$\frac{p_B}{p_D} = 2$



- V.B $\quad 20 = 2x + y$

METODO DI SOSTITUZIONE

- Isolo una delle due variabili del vincolo $y = 20 - 2x$
- sostituisco all'interno della mia funzione obiettivo

$U(x) = \frac{1}{2}\ln x + \frac{1}{2}\ln(20 - 2x) = \frac{1}{2}\ln(20x - 2x^2)$

- trovo i punti di massimo di questa funzione

$U'(x) = \frac{1}{2(20x - 2x^2)}(20 - 4x) = \frac{10 - 2x}{20x - 2x^2} = \frac{5 - x}{10x - x^2} = 0 \longrightarrow \boxed{x^* = 5}$ VALORE OTTIMO DELLA X

$\Rightarrow \boxed{y^* = 10}$ VALORE OTTIMO DELLA Y

METODO DEL MOLTIPLICATORE DI LAGRANGE

- Scrivo $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = \frac{1}{2}\ln x + \frac{1}{2}\ln y - \lambda\underbrace{(2x + y - 20)}_{\text{VINCOLO DI BILANCIO} = 0}$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{1}{2x} - 2\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{4x} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{1}{2y} - \lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2y} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -2x - y + 20 = 0 \rightarrow 2x + y = 20 \end{cases}$$

$$\frac{1}{4x} = \frac{1}{2y} \rightarrow \frac{1}{2x} = \frac{1}{y}$$

$$y = 2x$$

$\hookrightarrow 4x = 20 \rightarrow \boxed{\begin{matrix} x = 5 \\ y = 10 \end{matrix}}$

e $\boxed{\lambda = \frac{1}{20}}$ → come varia l'utilità marginale del reddito

↳ come varia U al variare dell'unità del vincolo di bilancio

METODO "DEL SISTEMA"

$$SMS = \frac{-U_x}{U_y} = -\frac{y}{x} = -\frac{2}{1}$$ → rapporto tra i prezzi

VINCOLO DI BILANCIO $2x + y = 20$

Se invece del paniere ottimo mi avesse chiesto la funzione di domanda? Avrei lasciato p_x e p_y e R generici. $R = p_x x + p_y y$ → RISOLVO CON IL METODO DI MASSIMIZZAZIONE (uno qualunque) e trovo

Funzione di domanda di x $X(p_x, R) = \frac{R}{2p_x}$

$\frac{1}{2} = \alpha$

Funzione di domanda di y $Y(p_y, R) = \frac{R}{2p_y}$

sostituisco qua dentro per ottenere i paniere ottimi

Cobb Douglas

S.10

$$x = \frac{R}{4p_x} \qquad y = \frac{3R}{4p_y}$$

FUNZIONI DI DOMANDA

↳ Voglio sapere se soddisfano il vincolo di bilancio

$$R = p_x x + p_y y$$

$$R = \cancel{p_x} \cdot \frac{R}{4\cancel{p_x}} + \cancel{p_y} \frac{3R}{4\cancel{p_y}} \rightarrow R = R$$

□

Quote di reddito:

- Quota di reddito spesa per il bene x: rapporto tra la spesa di x e il reddito $\frac{p_x \cdot x}{R}$
- Quota di reddito spesa per il bene y: analog./

5.11

$U(x,y) = x^2 y$

è una funzione Cobb Douglas
↳ gli esponenti mi danno inelasticità

Non mi ricorda Cobb Douglas?

$$-\frac{2xy}{x^2} = \begin{cases} -\frac{2y}{x} = -\frac{p_x}{p_y} \\ xp_x + yp_y = R \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \frac{1}{2}\frac{p_x}{p_y}x \\ xp_x + \frac{1}{2}p_x x = R \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}\frac{p_x}{p_y} \cdot \frac{2}{3}\frac{R}{p_x} = \frac{1}{3}\frac{R}{p_y} \\ \frac{3}{2}p_x x = R \rightarrow x = \frac{2}{3}\frac{R}{p_x} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{xp_x}{R} = \frac{2}{3}}$$ SPESA PER IL BENE X

$$\boxed{\frac{yp_y}{R} = \frac{1}{3}}$$ SPESA PER IL BENE Y

■

5.14

$U(x,y) = \ln x + 3\ln y$

$$|SMS| = \left|\frac{\frac{1}{x}}{\frac{3}{y}}\right| = \left|\frac{1}{3}\frac{y}{x}\right| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow +\frac{\cancel{1}}{\cancel{3}}\frac{\cancel{18}^{6}}{\cancel{10}_{2}} = +3 = \frac{p_x}{p_y}$$

$R = 48€ \rightarrow 48 = p_x x + p_y y \rightarrow 48 = 30p_y + 18p_y$

$p_x = 3, \; p_y = 1 \qquad p_y = 1 \Rightarrow p_x = 3$

5.15 (dispensa)

$R = 200$

$U(x,y) = (x-4)(y-2)$

$p_x = p_y = 10$

OBIETTIVO: MASSIMIZZARE L'UTILITÀ

$$-\frac{\partial U_x}{\partial U_y} = -\frac{(y-2)}{(x-4)} = \frac{2-y}{x-4}$$

$$\frac{y-2}{x-4} = \frac{p_x}{p_y}$$

$\hookrightarrow (y-2)p_y = p_x(x-4)$

$$\begin{cases} R = p_x x + p_y y \\ (y-2)\, p_y = p_x (x-4) \end{cases} \xrightarrow{\text{FUNZIONI DI DOM.}} x^* \; \frac{R + 4p_x - 2p_y}{2p_x} \quad \text{FUNZ. DI DOM. del bene } x$$

$$y^* = \frac{R - 4p_x + 2p_y}{2p_y} \quad \text{"} \quad y$$

Inizialmente: $p_x = p_y = 10$ e $R = 200$

$$x^* = \frac{200 + 40 - 20}{20} = \frac{200+20}{20} = 11$$

$$y^* = 9$$

Utilità associata al paniere $(11, 9) = 49$

a) un aumento del suo reddito del 30%

$260 = 10x + 10y$

$x^* = 14$ (uso le funzioni di domanda) $U(14, 12) = 100$ preferibile al caso iniziale!

$y^* = 12$

b) $p_x = 5$, $p_y = 10$, $R = 200$ $\longrightarrow$

$$x^* = \frac{R + 4p_x - 2p_y}{2p_x} = 20$$

$$y^* = \frac{R - 4p_x + 2p_y}{2p_y} = 10$$

$U(20, 10) = 120$

c) $p_y = 5$, $p_x = 10$, $R = 200$

$x^* = 11{,}5$

$y^* = 17$

$U(11{,}5, 17) = 112$ Non è preferibile a b

d) $p_x = 5$, $p_y = 5$, $R = 100$

Non faccio i calcoli perché prezzi e reddito sono diminuiti nella stessa proporzione $\equiv$ caso iniziale

e) No

$\Rightarrow$ b

Perfetti sostituti

Beni che il mio consumatore è disposto a sostituire in un rapporto fisso,il saggio marginale è costante, curve di indifferenza rette.
Non soddisfano le ipotesi di varietà.
Slides su come trovare il paniere ottimo.

Perfetti complementi

No non sazietà, curve che formano un angolo retto.
Il paniere ottimo: in corrispondenza del punto angoloso della curva di indifferenza di livello più alto possibile, dato il vincolo di bilancio.

Beni neutrali

Beni per cui per il consumatore non trae né utilità né disutilità nell'utilizzarlo
No sazietà e no preferenza per la varietà. Curve rette // asse y.
Paniere ottimo: consumo solo il bene non neutrale.

Beni mali

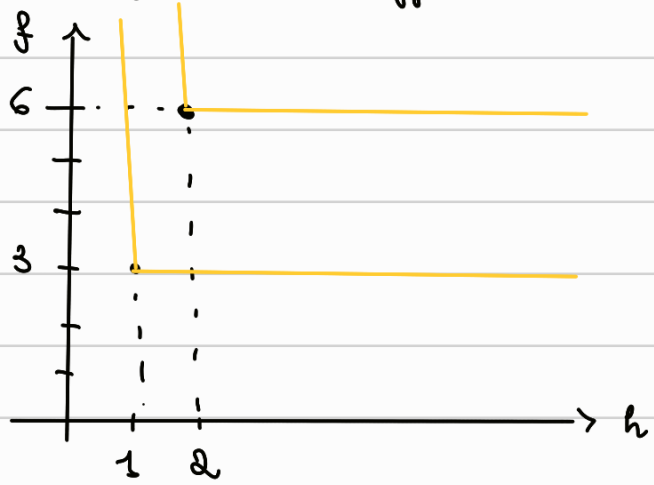
Beni che creano disutilità. No non sazietà. Se il rapporto ecc
Curve di indifferenza, rette con inclinazione positiva.
Vedere slides.

Esempio

Preferenze: 1 hamburger + 3 fette di formaggio

Curve

$U(h,f) = \min\{3h, f\}$



$(1,3) \succ (6,2)$

$(1,3) \succ (3,1)$

$(1,3) \sim (1,6)$

$(1,3) \sim (6,3)$