

7 – Frontiera PP e benefici dello scambio

Ci concentriamo ora sul *cuore* del problema economico, esaminando nel concreto come una data società può risolvere il problema di *che cosa, quando e come produrre*. Questo ci permetterà di capire inoltre sotto quali condizioni lo scambio volontario tra agenti dotati di risorse e bisogni diversi è in grado di apportare benefici a tutti i soggetti interessati.

Torniamo al problema economico della società

Nella prima parte del corso abbiamo analizzato una delle istituzioni di cui una società può dotarsi per risolvere il suo problema economico, cioè come allocare le risorse scarse per rispondere ai bisogni e ai desideri dei suoi membri: il mercato concorrenziale.

Vedremo che questa non è l'unica soluzione al problema economico. Ma, secondo gli economisti è la “migliore”, perché garantisce la massima efficienza, rispettando il principio dell'autonomia dell'individuo.

Per meglio comprendere le proprietà del mercato come sistema allocativo dobbiamo fornire però una descrizione analitica del problema economico della società.

Immaginiamo in particolare di trovarci in una società che non si è ancora dotata di un sistema di allocazione.

Il problema allocativo

Consideriamo una comunità che vive su un'isola dell'Oceano Pacifico (Vip's Island), la cui situazione economica è caratterizzata dai seguenti dati.

- **Risorse economiche:**
 - Naturali: mare e terra coltivabile.
 - Produttive: lavoro e capitale (fattori della produzione):
 - Capitale umano: $N = 250$ lavoratori.
 - Capitale fisico: $B = 50$ barche da pesca e $A = 100$ aratri.
- **Bisogni.** Ciascun membro della società desidera un certo paniere di consumo che include una certa quantità di mais e di pesce.
- **Conoscenze Tecniche.** Consistono nella conoscenza, comune a tutti, di come utilizzare in maniera efficiente i fattori produttivi e la quantità di prodotto che si può ottenere da ciascuno di essi.

Ora gli abitanti dell'isola si trovano a fronteggiare il problema economico della società, che consiste nello stabilire cosa e quanto produrre, cioè quanto pesce e quanto mais portare sulle loro tavole. In generale, questo viene definito come un problema di allocazione delle risorse: si ha un **problema allocativo** quando, date le risorse economiche, i bisogni della popolazione e le conoscenze tecniche, si deve stabilire come utilizzare i fattori della produzione a disposizione per trasformare le risorse naturali in beni consumabili.

Le tecniche di produzione constano sia di elementi ingegneristici sia organizzativi, dunque la loro rappresentazione è un problema molto complesso. L'analisi economica risolve questo problema concentrandosi solo su due caratterizzazioni generali delle tecniche di produzione:

- La **produttività totale**: di quanto varia la produzione variando proporzionalmente tutti i fattori, detta anche variazioni di scala della produzione (es.: aggiunta di una seconda linea di produzione).
- La **produttività marginale**: di quanto varia la produzione variando l'utilizzo di un solo fattore, tenendo costante l'altro (es.: aumento delle ore di lavoro degli operai).

Gli economisti hanno cercato di rappresentare queste caratteristiche tecniche che legano gli *input* produttivi all'*output* finale con formulazioni matematiche semplici e trattabili, la **funzione di produzione**, da cui è nata la cosiddetta teoria della produzione.

PRODUTTIVITÀ TOTALE

Torniamo dunque sulla nostra isola e diciamo che le conoscenze tecniche della comunità possono essere sintetizzate in opportune tabelle, dette **schede di produzione**, le quali indicano il massimo prodotto ottenibile per vari livelli di utilizzo del fattore lavoro in ciascun settore, data la quantità disponibile di capitale.

Date le risorse disponibili, i dati relativi alla produzione di pesce e mais riportati in tabella riflettono un'ipotesi standard riguardante la produzione: la produzione cresce al crescere dell'utilizzo dei fattori produttivi liberamente disponibili.

Dati: 100 aratri e 50 barche

Lavoratori (N)	Qp	Qm
1	2	0,4
2	4	0,8
...
50	100	20
...
100	200	40
...
150	300	60
...
200	350	70
...
250	400	80

PRODUTTIVITÀ MARGINALE

Oltre al *livello* della produzione per ogni livello di utilizzo dei fattori, una seconda informazione molto importante contenuta nelle schede di produzione riguarda la *variazione* della produzione per una data variazione dell'utilizzo di un fattore (tenuti fissi gli altri), variazione che in gergo tecnico prende il nome già citato sopra di **produttività marginale (PM)**.

Più precisamente, la produttività marginale di un fattore è misurata come il rapporto tra la variazione della quantità di prodotto e la variazione della quantità impiegata del fattore

$$PM = \Delta Q / \Delta N$$

Lavoratori (Np)	ΔNp	Qp	ΔQp	PM(Np)
0		0		
50	+50	100	+100	2
100	+50	200	+100	2
150	+50	300	+100	2
200	+50	350	+50	1
250	+50	400	+50	1

Per come l'abbiamo definita, la PM di un fattore produttivo può essere *costante*, *crescente* o *decrescente*, ed è questa caratteristica a distinguere in maniera significativa, per l'analisi economica, le varie tecnologie disponibili. Per ragioni sia teoriche sia empiriche, l'ipotesi standard nell'analisi economica è che le tecnologie disponibili abbiano PM decrescente sui singoli fattori della produzione.

Le cifre ottenute nel nostro esempio riflettono appunto l'ipotesi di PM decrescente lungo l'intera scala produttiva: per un numero basso di pescatori la PM risulta costante, ma dato il numero delle barche, ci sarà un numero di pescatori oltre il quale ogni pescatore in più comincerà a intralciare gli altri e non sarebbe egli stesso nelle condizioni di lavorare in maniera appropriata.

RENDIMENTI DI SCALA

Fin qui abbiamo esaminato le caratteristiche delle tecniche di produzione per variazioni del fattore lavoro con capitale dato. E se aumentassimo anche il capitale, di quanto crescerebbe la produzione?

Per rispondere a questa domanda dobbiamo conoscere le tecniche di produzione sotto il profilo dei **rendimenti di scala**, cioè l'incremento di produzione in seguito a un aumento proporzionale di entrambi i fattori (lavoro e capitale), ossia un aumento di dimensione dell'intero settore. L'ipotesi standard è quella di *rendimenti di scala costanti*: la produzione varia nella stessa proporzione dell'impiego di entrambi i fattori.

Questa differenza tra variazione di un singolo fattore e variazione di scala è di nuovo un effetto della presenza di PM decrescente. Se accettiamo che la causa di quest'ultima sia la "congestione", risulta plausibile che questo fenomeno scompaia se venga fornito più capitale, ossia se lavoro/capitale è costante.

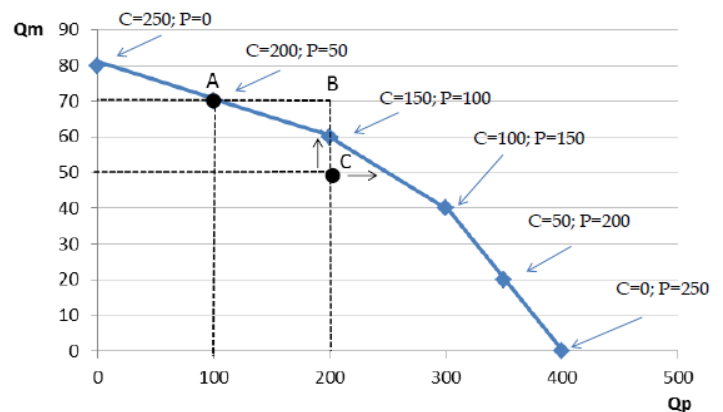
LA FRONTIERA DELLE POSSIBILITÀ PRODUTTIVE

In primo luogo osserviamo che l'informazione contenuta nelle schede di produzione dei due beni può essere sintetizzata in un'unica scheda, in quanto il numero di lavoratori complessivamente impiegati non può essere maggiore di 250. Perciò se definiamo P il numero dei pescatori e C il numero dei coltivatori, avremo sempre $P + C = 250$. Allora definendo Q_p la quantità di pesce e Q_m la quantità di mais, possiamo riscrivere le due schede di produzione.

P	Q_p	$C=250-P$	Q_m
0	0	250	80
25	50	225	75
50	100	200	70
75	150	175	65
100	200	150	60
125	250	125	50
150	300	100	40
175	325	75	30
200	350	50	20
225	375	25	10
250	400	0	0

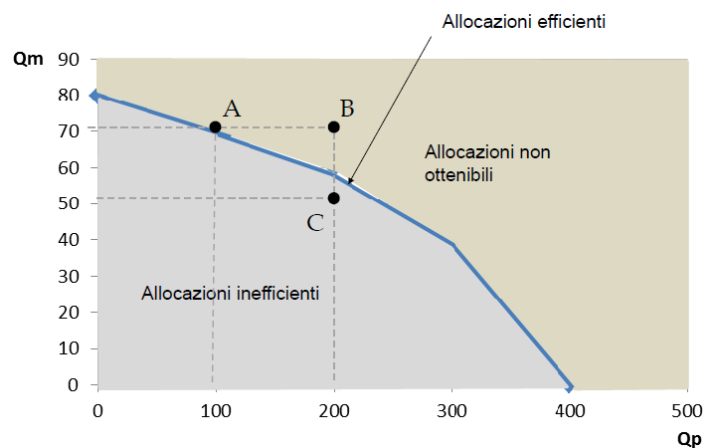
Le quantità di pesce e mais che compaiono nella tabella per ogni livello di P (e quindi di C) formano la cosiddetta **frontiera delle possibilità produttive** dell'isola. In generale, la frontiera delle possibilità produttive (o *frontiera della produzione*) indica tutte le combinazioni possibili di beni che possono essere ottenute utilizzando (allocando) il fattore lavoro disponibile nella produzione di un bene o dell'altro.

Nel caso di due beni la frontiera della produzione è agevolmente rappresentabile su un sistema di assi cartesiani.



La frontiera della produzione gode delle seguenti proprietà:

1. È **decrescente** in quanto le risorse sono date e limitate, quindi per produrre una maggior quantità di un bene occorre ridurre la quantità prodotta dell'altro.
2. **Ripartisce lo spazio dei beni**, cioè il piano cartesiano formato dalle infinite coppie o allocazioni di (Q_p, Q_m) , in tre regioni:
 - **Allocazioni efficienti**: tutte le allocazioni che si posizionano sulla frontiera (A).
 - **Allocazioni non ottenibili**: tutte le allocazioni che si trovano oltre la frontiera (B).
 - **Allocazioni inefficienti**: tutte le allocazioni al di sotto della frontiera (C).



Sulla base di quanto abbiamo detto finora, quando la produzione utilizza tutte le risorse disponibili – ovvero il sistema economico *opera sulla frontiera* – l'aumento della produzione di un bene richiede necessariamente la riduzione della produzione dell'altro. La frontiera della produzione fornisce perciò anche una misura quantitativa di questo vincolo. Tale misura viene chiamata **saggio marginale di trasformazione (SMT)**: date le risorse complessive a disposizione, il saggio marginale di trasformazione misura di quanto è necessario ridurre la quantità prodotta di un bene al fine di incrementare la quantità prodotta dell'altro. Misura quindi il **costo-opportunità** di un bene nei termini dell'altro.

Il SMT viene calcolato facendo il rapporto tra le variazioni delle quantità dei due beni.

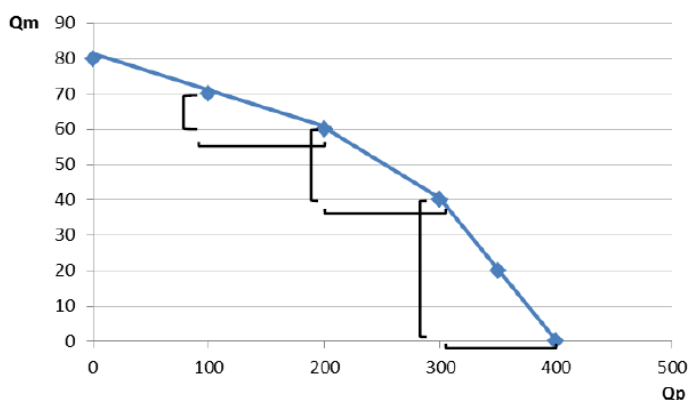
$$SMT_{a,b} = \Delta Q_b / \Delta Q_a$$

Esso misura quindi l'inclinazione della frontiera della produzione passando da un'allocatione a un'altra. Poiché, inoltre, ogni qualvolta la quantità di un bene aumenta, l'altra deve diminuire, il SMT è sempre negativo (infatti la frontiera della produzione è sempre decrescente). Il SMT è ottenibile dalle informazioni contenute nelle funzioni di produzione.

È abbastanza intuitivo rendersi conto del fatto che il SMT può non essere costante lungo la frontiera, ma al contrario dipendere dal punto di partenza nel livello di produzione dei beni. In particolare, l'andamento del SMT dipende dalla PM del lavoro: se la PM del lavoro è decrescente, il SMT è crescente in valore assoluto muovendosi lungo la frontiera dall'alto in basso.

Date le schede di produzione dei beni e la frontiera della produzione che ne consegue, siamo riusciti a fornire una nozione precisa del concetto di **efficienza economica**: essa coincide con la frontiera delle possibilità produttive di un sistema economico.

Q_p	ΔQ_p	Q_m	ΔQ_m	$SMT_{p,m} = \Delta Q_m / \Delta Q_p$
0	0	80		
...
100	+100	70	-10	-0.1
...
200	+100	60	-10	-0.1
...
300	+100	40	-20	-0.2
...
350	...	20
...
400	+100	0	-40	-0.4



Abbiamo dunque identificato un insieme di possibili allocazioni "efficienti". Tuttavia non sappiamo ancora quali saranno effettivamente le scelte produttive di Vip's Island. Da adesso in poi, entreremo nel merito del problema allocativo vero e proprio, e cioè stabilire come la nostra comunità possa arrivare a scegliere una e una sola allocazione tra tutte quelle efficienti. Prima di fare ciò, tuttavia, è opportuno soffermarci ancora sul concetto di produzione.

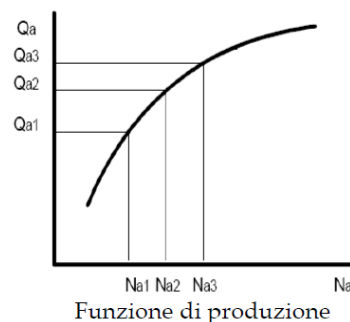
LA RAPPRESENTAZIONE MATEMATICA DELLA TECNOLOGIA

Siamo a questo punto in grado di creare una rappresentazione matematica della relazione esistente tra le risorse produttive e la quantità prodotta in ciascuno dei due settori che costituiscono il sistema economico di Vip's Island. Otterremo in tal modo, per ciascuno dei due beni, una relazione che prende il nome di funzione di produzione. La **funzione di produzione** è una formulazione matematica della relazione tecnologica che intercorre tra i fattori produttivi impiegati, da un lato, e il bene finale prodotto, dall'altro.

Per ogni bene i , prodotto a partire da un certo stock di capitale K_i e un certo ammontare di lavoro N_i , la funzione di produzione può essere scritta come:

$$Q_i = F_i(K_i, N_i)$$

dove l'espressione F_i ci dice che Q_i è funzione di K_i ed N_i , vale a dire che questi ultimi determinano Q_i , secondo una relazione tecnologica tipica del bene i . La rappresentazione matematica standard della funzione di produzione avviene mediante una funzione continua, crescente, concava e omogenea.



Funzione continua. Significa che è possibile calcolarla per variazioni anche molto piccole (infinitesimali) dei fattori.

Funzione crescente. Esprime il principio che un incremento dell'impiego di almeno uno dei fattori produttivi deve generare un aumento del prodotto. Una funzione di questo tipo avrà quindi le derivate parziali prime rispetto a K e a N positive:

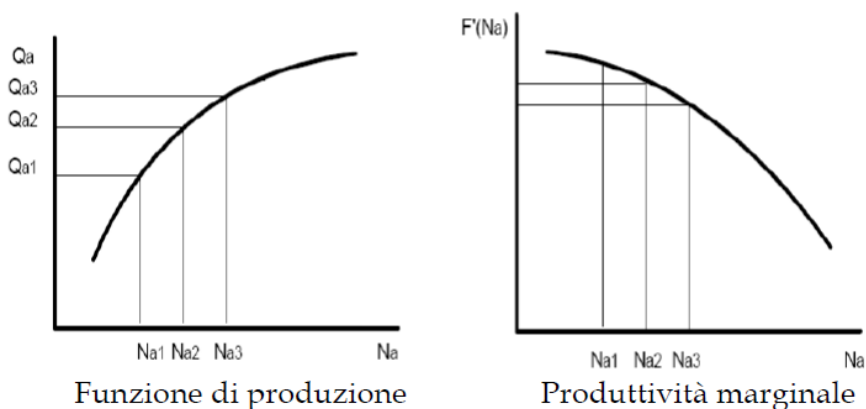
$$F'(N) := \frac{\partial Q}{\partial N} > 0 \quad F'(K) := \frac{\partial Q}{\partial K} > 0$$

Funzione concava. Deriva dall'ipotesi di PM dei fattori decrescente. Quando varia l'utilizzo del fattore lavoro, a parità di stock di capitale, il rapporto incrementale $\Delta Q / \Delta N$ misura la PM del lavoro. Quando la funzione di produzione è continua, la PM è il limite infinitesimale del rapporto $\Delta Q / \Delta N$, cioè è la derivata prima della funzione di produzione. Sappiamo inoltre che, per ipotesi, la PM dei fattori è decrescente, dunque la sua derivata prima, che coincide con la derivata seconda della funzione di produzione, è negativa

$$F''(N) := \frac{\partial^2 Q}{\partial N^2} < 0$$

$$F''(K) := \frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} < 0$$

A lato una rappresentazione della funzione di produzione quando il fattore lavoro può variare mentre il capitale resta costante.



Partiamo da una quantità di lavoro Na_1 che ci permette di produrre Qa_1 . Aggiungiamo una quantità ΔNa , ottenendo $Na_2 = Na_1 + \Delta Na$. Aggiungiamo ancora ΔNa , ottenendo $Na_3 = Na_2 + \Delta Na$ e così via. Se la PM è decrescente, l'incremento di Qa sarà sempre minore.

Funzione omogenea. Significa che esiste equi-proporzionalità tra variazioni di scala dei fattori e della produzione totale, cioè l'ipotesi di rendimenti di scala costanti. Matematicamente, se aumentiamo x volte entrambi i fattori, il risultato è

$$Q = F(xK, xN) = xF(K, N)$$

Ora che abbiamo un riferimento matematico, affrontiamo il tema di come costruire la frontiera delle possibilità produttive partendo dalla descrizione delle funzioni di produzione dei singoli beni. Nel nostro caso, in particolare, siamo interessati a ricostruire la frontiera della produzione di Vip's Island date le funzioni di produzione dei due beni a e b .

In base alla definizione di frontiera della produzione, sappiamo che essa rappresenta l'insieme delle combinazioni (Q_a, Q_b) ottenibili impiegando l'intera dotazione di lavoro e capitale disponibile nell'economia. Fissato il capitale disponibile $\underline{K} = \underline{K}_a + \underline{K}_b$, poiché la quantità complessiva di lavoro deve essere impiegata alternativamente nella produzione del bene a o in quella del bene b , $N = N_a + N_b$, possiamo scrivere:

$$Q_a = F_a(\underline{K}_a, N_a) = F_a(N_a)$$

$$Q_b = F_b(\underline{K}_b, N_b = N - N_a) = F_b(N - N_a)$$

A causa del vincolo $N = N_a + N_b$, sia Q_a che Q_b risultano entrambi funzioni del solo lavoro impiegato in a . Siccome il lavoro totale è costante, per ogni variazione di N_a , N_b deve variare dello stesso ammontare con il segno opposto, $dN_b = -dN_a$. Quindi utilizzando le derivate prime delle funzioni di produzione, otteniamo la variazione delle produzioni di ogni settore:

$$dQ_a = F'_a(N_a)dN_a \quad dQ_b = F'_b(N_b)(-dN_a)$$

Ricordando che il rapporto tra la variazione di Q_b e di Q_a è il SMT tra i due beni lungo la frontiera della produzione, possiamo scrivere

$$SMT_{ab} = \frac{dQ_b}{dQ_a} = -\frac{F'_b(N_b)}{F'_a(N_a)} = -\frac{PM(N_b)}{PM(N_a)}$$

Ossia, il saggio marginale di trasformazione tra due beni è il valore negativo del rapporto delle PM del lavoro di ciascun bene.

La forma esatta della frontiera della produzione dipende dalla forma delle funzioni di produzione dei due beni (F_a e F_b), che qui non conosciamo. Ma se le funzioni di produzione presentano PM decrescente, allora la frontiera è una funzione strettamente concava rispetto all'origine. E, in generale, il SMT è la derivata prima della frontiera della produzione in ogni punto.

Oltre a quanto visto finora, il modello della frontiera di produzione si rivela utile per descrivere e analizzare altri due importanti aspetti dell'economia reale. Uno di questi è il concetto di **crescita economica**, cioè la maggiore capacità di un sistema economico di produrre beni e servizi. Miglioramenti della tecnologia disponibile, nonché aumenti della quantità di lavoro e di capitale di cui è dotata la società, sono infatti in grado di far *spostare verso l'esterno* la frontiera efficiente. In tal modo è possibile ottenere una quantità maggiore di *entrambi* i beni.

Date le risorse disponibili e quindi una volta definita la frontiera delle possibilità produttive, la società è costretta a muoversi sempre lungo la stessa frontiera? Esiste un modo per accedere ad allocazioni che si trovano oltre la frontiera, anche in assenza di un incremento delle risorse? Sì, attraverso lo scambio.

Vantaggio comparato e benefici dello scambio

L'ultimo dei principi-cardine dell'economia che può essere compreso grazie al modello della frontiera di produzione è quello relativo ai **benefici dello scambio**.

Ipotizziamo che al mondo ci siano solo due persone, Joe e Ted, e che i due soli beni che possono essere prodotti e consumati siano formaggio e pane. Joe e Ted posseggono entrambi un appezzamento di terreno su cui possono far pascolare un gregge di pecore da cui ottenere formaggio, o, in alternativa, possono destinare il terreno alla coltivazione del grano e da questo ricavare pane. Ci chiediamo a questo punto se Joe e Ted possano trarre un qualche beneficio dallo scambio di quanto da loro prodotto, o se sia per ciascuno di loro più conveniente non intrattenere alcun rapporto con l'altro.

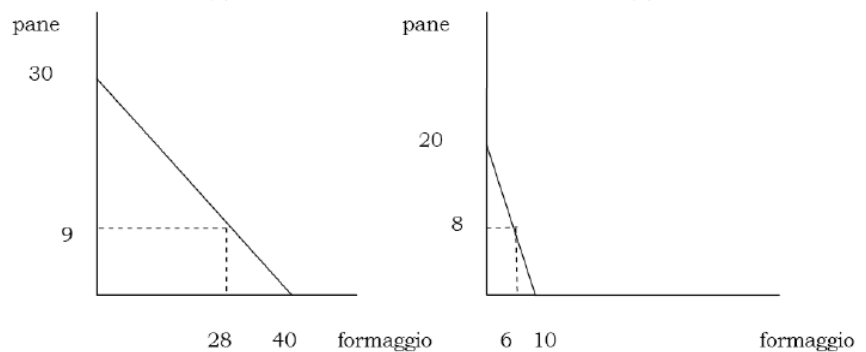
È intuitivo osservare che lo scambio sarebbe mutuamente vantaggioso se Joe e Ted fosse completamente diversi per quanto riguarda le loro abilità e caratteristiche.

Una delle scoperte più utili dell'economia sta però nel riconoscere che anche se Joe e Ted non fossero così diversi, lo scambio potrebbe risultare mutuamente vantaggioso.

Costruiamo un semplice modello nel quale i nostri due personaggi sono caratterizzati da una propria frontiera delle possibilità di produzione individuale. Notate che Ted è meno produttivo di Joe sia per quanto riguarda la produzione di formaggio che quella di pane, ossia Joe ha un **vantaggio assoluto** in entrambe le produzioni.

Joe e Ted potrebbero condurre vite separate, e quindi limitarsi a consumare le quantità di pane e formaggio prodotte da ciascuno di loro, senza dar vita ad alcuno scambio. Sulla base dell'esempio riportato in figura, Joe consumerebbe un paniere di (28,9) mentre Ted un paniere di (6,8).

Frontiera delle possibilità produttive di Joe (a) e Ted (b)



Si noti che Joe e Ted hanno caratteristiche diverse, nel senso che il loro costo-opportunità nel produrre formaggio rispetto a produrre pane è diverso: $3/4$ per Joe e 2 per Ted. Dunque a Ted costa di più/è meno bravo nel produrre formaggio rispetto al pane. Diciamo dunque che Joe ha un **vantaggio comparato** nella produzione di formaggio, mentre Ted ha un vantaggio comparato nella produzione di pane.

Convienne dunque che ognuno si specializzi nella produzione in cui dispongono un vantaggio comparato: Joe si specializza nella produzione di formaggio e ne produce 40 forme, Ted in quella di pane e produce 10 panini. A questo punto, Joe può cedere 10 forme di formaggio a Ted, ottenendo in cambio 10 panini.

Se Joe si specializza nella produzione di formaggio, Ted in quella di Pane, e Ted cede 10kg di formaggio in cambio di 10 kg di pane...

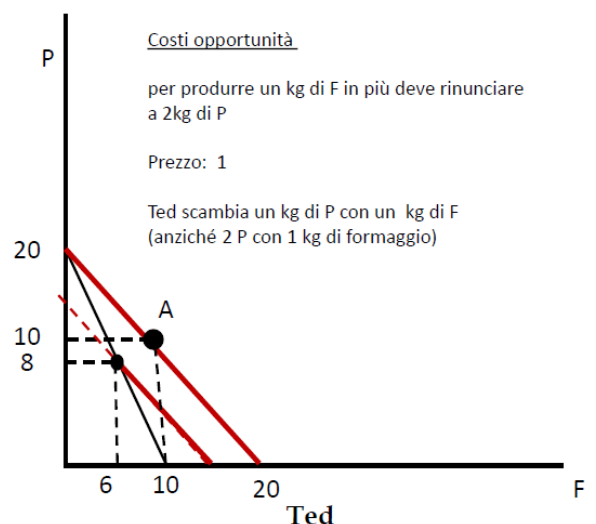
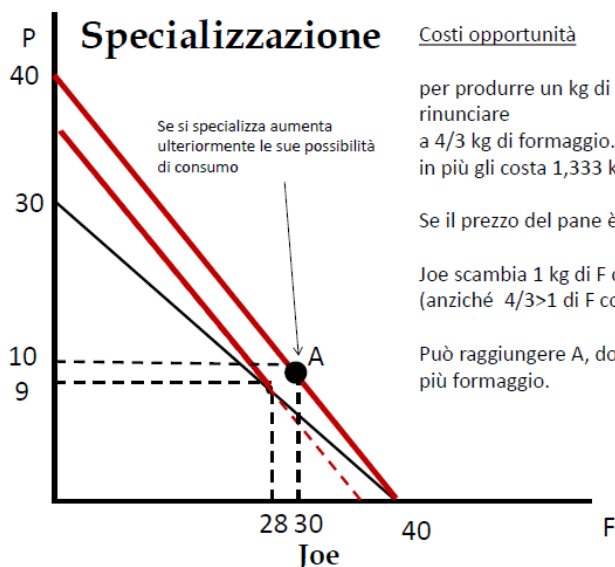
I benefici dello scambio per Joe e Ted

		In assenza di scambio		In presenza di scambio		Benefici dello scambio
		Produzione	Consumo	Produzione	Consumo	
Joe	Formaggio	28	28	40	30	+2
	Pane	9	9	0	10	+1
Ted	Formaggio	6	6	0	10	+4
	Pane	8	8	20	10	+2

Joe compra pane da Ted se può averlo a meno di $4/3F$ (costo opportunità del pane per Joe).

Ted compra formaggio da Joe se può averlo a meno di $2P$ (costo opportunità del formaggio).

Entrambi riescono a consumare quantità maggiori di entrambi i beni, rispetto a quanto riuscirebbero a fare in assenza di scambio. Pur essendo estremamente semplificato, il modello riesce a dar conto del vantaggio associato alla specializzazione e allo scambio. Il modello chiarisce che ciò che conta non sono tanti i *vantaggi assoluti*, quanto i *vantaggi comparati*.



“[...] È una regola inderogabile di ogni buon capo famiglia non tentare mai di fare da sé ciò che costerebbe meno acquistare. Il sarto non tenta di farsi le scarpe, ma si rivolge al calzolaio. Né il calzolaio si azzarda a confezionarsi abiti: si rivolge al sarto. L'agricoltore non si dedica né all'una né all'altra attività, ma si rivolge ai due più esperti artigiani. Tutti ritengono sia nel proprio interesse dedicare tutta la propria industriosità in modo da avere un vantaggio rispetto al vicino e di acquistare, con una parte del proprio prodotto o – il che è uguale – con una parte del prezzo del proprio prodotto, qualunque altra cosa sia di loro necessità.”

(Adam Smith, 1776)

Altro esempio di vantaggio comparato e vantaggio assoluto

- Francesco è un calciatore famoso e abita in una grande casa con un bel prato. È piuttosto bravo nel giardinaggio ed è in grado di falciare il prato in 2 ore.
- Mario è il suo vicino, è uno studente ed è meno portato per il giardinaggio, infatti per falciare un prato come quello di Francesco impiega 4 ore.
- Nelle 2 ore necessarie per falciare il prato, Francesco potrebbe girare uno spot, ottenendo un compenso di 10.000 euro.
- Mario quelle stesse due ore potrebbe impiegarle per dare ripetizioni ad un suo vicino, guadagnando 20 euro.
- Francesco ha un vantaggio assoluto nel falciare il prato, infatti può farlo in meno tempo.
- Il costo opportunità di falciare il prato per Francesco è di 10.000 euro, quello per Mario è di 20 euro.
- Quindi Mario ha un vantaggio comparato nel falciare il prato: il suo costo opportunità è più basso.
- Quindi Francesco dovrebbe girare lo spot, guadagnando 10.000 euro, chiedendo a Mario di falciare il suo prato per 30 euro (o per qualsiasi somma maggiore di 20 euro).

I benefici dello scambio internazionale

Prendiamo il caso di Smalland, un piccolo paese che produce fragole e computer. Ai prezzi attualmente in vigore sui mercati internazionali è possibile scambiare 1 quintale di fragole con 2 computer. La ragione di scambio tra fragole e computer è quindi pari a $\frac{1}{2}$. Il commercio internazionale è in grado di far aumentare il benessere di Smalland attraverso due canali distinti:

1. L'apertura agli scambi internazionali permette ai consumatori di un paese di poter consumare un paniere di beni diverso rispetto all'insieme di beni prodotti dalle imprese nazionali.
2. Un paese può scegliere di modificare il paniere di beni prodotti in funzione delle ragioni di scambio in vigore a livello internazionale, garantendo in tal modo ulteriori benefici ai suoi cittadini.

