10) TEORIA DELL'IMPRESA: PRODUZIONE E COSTI

10.1)

$$PMgL = \frac{\partial Q(L,K)}{\partial L} = 6K$$
$$PMgK = \frac{\partial Q(L,K)}{\partial K} = 6L$$

10.2) I rendimenti di scala indicano la relazione esistente tra la variazione proporzionale degli input di produzione e la variazione dell'output. I rendimenti di scala possono essere crescenti, decrescenti o costanti a seconda che la variazione dell'output sia rispettivamente più che proporzionale, meno che proporzionale o esattamente proporzionale alla variazione degli input.

La produttività marginale di un fattore produttivo indica la quantità prodotta in seguito all'utilizzo di un'unità supplementare del fattore produttivo considerato (quanto varia la produzione rispetto ad una variazione unitaria del fattore produttivo). Può essere crescente, decrescente o costante.

a) Funzione di produzione $Y(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

Produttività marginali

$$PMg\ x_1 = \frac{\partial Y(x_1,x_2)}{\partial x_1} = 1$$
$$PMg\ x_2 = \frac{\partial Y(x_1,x_2)}{\partial x_2} = 1$$

Rendimenti di scala

Definiamo $Y_0 = x_1 + x_2$
Se entrambi gli input vengono variati nella stessa proporzione α

$$Y_1 = \alpha x_1 + \alpha x_2 = \alpha(x_1 + x_2) = \alpha Y_0$$

La funzione di produzione considerata presenta rendimenti di scala costanti.

b) Funzione di produzione $Y(x_1, x_2) = x_1 \cdot \sqrt{x_2}$

Produttività marginali

$$PMg\ x_1 = \frac{\partial Y(x_1,x_2)}{\partial x_1} = \sqrt{x_2}$$
$$PMg\ x_2 = \frac{\partial Y(x_1,x_2)}{\partial x_2} = \frac{x_1}{2\sqrt{x_2}}$$

Rendimenti di scala

Definiamo $Y_0 = x_1 \cdot \sqrt{x_2}$
Se entrambi gli input vengono variati nella stessa proporzione α

$$Y_1 = \alpha x_1 \cdot \sqrt{\alpha x_2} = \alpha x_1 \cdot (\alpha x_2)^{\frac{1}{2}} = \alpha x_1 \cdot \alpha^{\frac{1}{2}} \cdot x_2^{\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{3}{2}} \cdot x_1 \cdot x_2^{\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{3}{2}} \cdot x_1 \cdot \sqrt{x_2}$$
$$= \alpha^{\frac{3}{2}} \cdot Y_0$$

La funzione di produzione considerata presenta <u>rendimenti di scala crescenti</u>.

c)

<u>Produttività marginali</u>

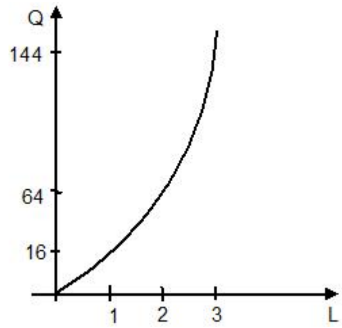
$$PMg\, x_1 = \frac{\partial Y(x_1,x_2)}{\partial x_1} = \frac{1}{3}\left(\frac{x_2}{(x_1)^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$PMg\, x_2 = \frac{\partial Y(x_1,x_2)}{\partial x_2} = \frac{1}{3}\left(\frac{x_1}{(x_2)^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

<u>Rendimenti di scala</u>
Definiamo $Y_0 = \sqrt[3]{x_1} \cdot \sqrt[3]{x_2}$
Se entrambi gli input vengono variati nella stessa proporzione α
$Y_1 = \sqrt[3]{\alpha x_1} \cdot \sqrt[3]{\alpha x_2} = \alpha^{\frac{1}{3}} \cdot x_1^{\frac{1}{3}} \cdot \alpha^{\frac{1}{3}} \cdot x_2^{\frac{1}{3}} = \alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{x_1} \cdot \sqrt[3]{x_2} = \alpha^{\frac{2}{3}} \cdot Y_0$
La funzione di produzione considerata presenta <u>rendimenti di scala decrescenti</u>.

10.3) c)

10.4) a) La funzione di produzione di breve periodo si ottiene sostituendo $K = 4$ nell'espressione generale della funzione di produzione

$$Q(L,4) = 4^2 \cdot L^2 \quad \rightarrow \quad Q(L) = 16L^2$$

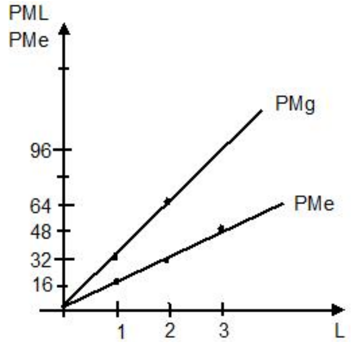


b) La funzione di <u>prodotto medio</u> è data dal rapporto tra il prodotto totale ed il numero di unità di fattore lavoro impiegate:

$$PMe = \frac{Q}{L} = \frac{16L^2}{L} = 16L$$

La funzione del <u>prodotto marginale</u> è pari alla derivata prima della funzione di produzione rispetto al fattore lavoro:

$$PMgL = \frac{\partial Q}{\partial L} = 32L$$



10.5)

Ore lavorate	Quantità di pesce pescato	Prodotto marginale	CV	CF	CT
0	0	-	0	10	10
1	10	10	5	10	15
2	18	8	10	10	20
3	24	6	15	10	25
4	28	4	20	10	30
5	30	2	25	10	35

10.6)

Addetti	Prodotto	PMg	CF	CV	CT	CMeV	CMeF	CMeT	CMg
0	0	-	200	0	200	-	-	-	-
1	20	20	200	100	300	5	10	15	5
2	50	30	200	200	400	4	4	8	3,33
3	90	40	200	300	500	3,33	2,22	5,55	2,5
4	120	30	200	400	600	3,33	1,67	5	3,33
5	140	20	200	500	700	3.57	1.43	5	5
6	150	10	200	600	800	4	1,33	5,33	10
7	155	5	200	700	900	4,52	1,29	5,81	20

10.7) a)

$$\mathrm{CT(Q)} = \frac{10}{\overline{\mathrm{K}}}\mathrm{Q}^3 + 5\overline{\mathrm{K}}$$
$$\mathrm{CMe(Q)} = \frac{\mathrm{CT(Q)}}{\mathrm{Q}} = \frac{10}{\overline{\mathrm{K}}}\mathrm{Q}^2 + \frac{5\overline{\mathrm{K}}}{\mathrm{Q}}$$
$$\mathrm{CMg(Q)} = \frac{\partial \mathrm{CT(Q)}}{\partial \mathrm{Q}} = \frac{30}{\overline{\mathrm{K}}}\mathrm{Q}^2$$

b)

$$CT(Q) = \frac{10}{64}Q^3 + 320$$
$$CMe(Q) = \frac{10}{64}Q^2 + \frac{320}{Q}$$
$$CMg(Q) = \frac{30}{64}Q^2$$

10.8) a)

$$CV(Q) = Q^2 - 3Q$$
$$CF = 10$$
$$CMeT(Q) = Q - 3 + \frac{10}{Q}$$
$$CMeV(Q) = Q - 3$$
$$CMeF(Q) = \frac{10}{Q}$$
$$CMg(Q) = 2Q - 3$$

b)

$$CV(Q) = Q^3 + Q^2$$
$$CF = 3$$
$$CMeT(Q) = Q^2 + Q + \frac{3}{Q}$$
$$CMeV(Q) = Q^2 + Q$$
$$CMeF(Q) = \frac{3}{Q}$$
$$CMg(Q) = 3Q^2 + 2Q$$

10.9) a), d)

10.10) c)

10.11) b)

10.12) c)

10.13) a)

Volume di produzione	Costo Totale	Costo Medio Totale	Costo Marginale
15	**15 000**	1000	--
16	16500	**1031,25**	**1 500**
17	**17 646**	1038	**1 146**
18	**18 646**	**1035,89**	1000

b) I rendimenti di scala sono decrescenti tra la 15° e al 17° unità di prodotto, mentre sono crescenti tra la 17° e la 18° unità.

10.14) c)

10.15) b)