Sous-formules

• **Définition** . (sous-formules) Soit X un ensemble fini de
formules. On note sub(X) l'ensemble des sous-formules de X
défini comme le plus petit ensemble vérifiant les propriétés
ci-dessous:

– X _ sub(X),

– si ¬ 2 sub(X) alors 2 sub(X),

– si _ 2 sub(X) alors 2 sub(X),

– si 1 ^ 2 2 sub(X) alors { 1, 2} _ sub(X).

r

• card(sub({_})) _ |_|.

• Un ensemble X est fermé si X = sub(X).

Sous-formules (suite)

• **Définition** . Soit X un ensemble fini de formules. On définit une famille $sub(i,X)$, i 2 N, de sous-ensembles de $sub(X)$ comme la plus petite famille de sous-ensembles telle que:

– $sub(0,X) = sub(X)$,

– chaque ensemble $sub(i,X)$ est fermé,

– si _ 2 $sub(i,X)$, alors 2 $sub(i + 1,X)$.

r

• **Lemme.** Pour i strictement supérieur au degré modal de _,

$sub(i, \{\_\}) = ;.$

• Dans le cas de logiques modales dont les opérateurs modaux sont indicés par des lettres d’un alphabet _, de façon analogue, des ensembles sub(_,X) sont définis avec _ 2 __.