

统筹方法平话及补充

(修订本)

华罗庚

中国工业出版社

重印序

在这本小册子重印的时候，乘便讲几点意见。

由于领导重视，群众努力，统筹方法在实际工作中试用，已经开始出成果了。在缩短工期、提高工效等方面，都有显著的收效。那么，我们对这些成果如何估价呢？笔者认为，统筹方法充其量不过是一个数学方法，不应当把一切效果都归功于统筹方法。我们称之为统筹方法，只不过是想为毛主席所提的“统筹兼顾”的大统筹、全面统筹，作一个小的注脚，提供一个工作方法，以便于搞管理工作的同志参考采用而已。特别是，政治挂帅的因素，人的因素，技术革新的因素，都必须考虑进去，而实际上，这些因素才是本质的，主要的。目前各单位都在大搞革命化运动，而统筹方法则是适逢其会，恰遇其时，在这些有利的客观条件下，进行了比较合理的安排而已。

当然，另一方面，我们也不要因为虽用了统筹方法，但还没有完成任务，而低估或否定这一方法。诚如有位同志所说，这个方法的一个好处是，即使任务完不成，也知道完不成任务的道理所在。比如，如果是由于“外协”定货延误的原因，那来就注意“外协”，注意更大的统筹。如果由于某项技术没有过关，那我们就应当加强技术革新、技术革命。在技术水平没有提高之前，我们必须根据现有技术状况实事求是地确定工序完成时间（包括检验、返工的时间），而不要由于与统筹方法无关的其他因素，延误了完成时间，过早地不加分析地否定统筹方法。

有人说，某一工序仅需一分钟的时间，但就是技术不过关，老是要返工，因而统筹方法用不上。其实，这是不对的。这道工序所需要的时间，确定为一分钟是错误的。如果要试一百次才成功，那我们应当填上的时间，是一百分钟而不是一分钟。在必要的时候，还应当添加一些检查质量的工序并在箭头图上。因为对零件的检查，往往比对总装后的成品检查方便得多。

我们试用统筹方法，从简单开始，但目的不仅仅是满足于简单，而是为了要应用于更大范围更复杂的任务，因而不要怕大、怕复杂。越大越复杂，这个方法愈有用武之地，愈可以帮助我们安排计划，揭示矛盾，解决问题。至于那些繁杂的计算工作，我们还可以求助于电子计算机。

这本书所讲的箭头图，远不是我们所设想的统筹方法的全部。为了容易普及，我们尽可能地把内容讲得集中些。那么，统筹方法的范围究竟有多大呢？这就需要我们在实践中摸索。找出真正需要进一步做的课题，探索它的数学模型和合适地处理这个数学模型的工具。例如，上面所说的必须返工一百次才合适，难道真是不多不少的整整一百次吗？当然不是，而问题的实质是一个统计问题，应当用统计方法来处理。例如，在保证成功率 85% 的要求下，看应当确定多长的时间更为合适。又如，如果在一个车间里，我们发现时间花在计算上等，比花在加工操作上的还要多，那我们就应当为它搞一套简单实用的计算工具。再如时间的缩短，工效的提高，必然反映在整个产品的增加上，因而

合理规划的问题来了。如果要求提高产品的合格率，那么，质量评估、配方优选等方面的问题也都来了。这些都数学方法问题，需要统筹兼顾，逐一加以解决的问题。

当然，我们接触实际工作的时间还很短，但在这短短的实际工作中，看到的问题已经一天多似一天了，要用到的数学工具看来正是方兴未艾。我们数学工作者能否适应新的形势，更好的完成党交给的任务，千条万条，听党的话，按毛主席的指示办事是第一条。

作者

一九六五年十一月

前 言

统筹方法，是一种为生产建设服务的数学方法。它的实用范围极为广泛，在国防、在工业的生产管理中和关系复杂的科研项目的组织和管理中，皆可应用。但是，这种方法，只有在社会主义制度下，在政治挂帅思想领先的前提下，才能更有效地发挥作用。毛主席教导我们：“世间一切事物中，人是第一个可宝贵的。在共产党领导下，只要有了人，什么人间奇迹也可以造出来。”由于群众的主观能动性和创造性的发挥，顺利解决当前工作中的问题，那么，今天的主要矛盾，明天将会变为次要矛盾。因此，我们必须根据实际情况不断修改我们流程图，及时答抓住主要矛盾，合理地指挥生产。

“平话”是平常讲话的意思。由于这是一本普及性和推广性的小册子，因此，主要的概念讲了，许多具体细致处不可能讲得太多。但是，为了满足部分读者的要求，在书中适当地补充了有关理论推导的章节。一般读者对这一部分可以略过不读。

在这本小册子里，讲的主要是有关时间方面的问题，但在具体生产实践中，还有其他方面的许多问题。这种方法虽然不一定能直接解决所有问题，但是，我们利用这种方法来考虑问题，也是不无裨益的。

这本册子虽小，但在编写过程中，由于很多同志的帮助，特别是最近和一些有实际经验的同志共同学习，发现了一些新东西，进行修改补充，易稿不下十次。因此，与其说这是个人所编写的，还不如说这是大家的创造和发展，由我来执笔的更确切些。为此，特向这些同志表示深深感谢。

由于我的水平限制，在这本小册子中，一定有不少欠妥之处，请读者批评指正。

§1 引 子

想泡壶茶喝。当时的情况是：开水没有。开水壶要洗，茶壶茶杯要洗；火已升了，茶叶也有了，怎么办？

办法甲：洗好开水壶，灌上凉水，放在火上，在等待水开的时候，洗茶壶、洗茶杯、拿茶叶，等水开了，泡茶喝。

办法乙：先做好一些准备工作，洗开水壶，洗壶杯，拿茶叶，一切就绪，灌水烧水，坐待水开了泡茶喝。

办法丙：洗净开水壶，灌上凉水，放在火上，坐待水开，开了之后急急忙忙找茶叶，洗茶杯，泡茶喝。

哪一种办法省时间，谁都能一眼看出第一种办法好，因为后二种办法都“窝了工”。这是小事，但这是引子，引出一项生产管理等方面的有用的方法来。

开水壶不洗，不能烧开水，因而洗开水壶是烧开水的先决问题。没开水、没茶叶、不洗茶杯，我们不能泡茶。因而这些又是泡茶的先决问题。它们的相互关系，可以用以下的箭头图来表示：

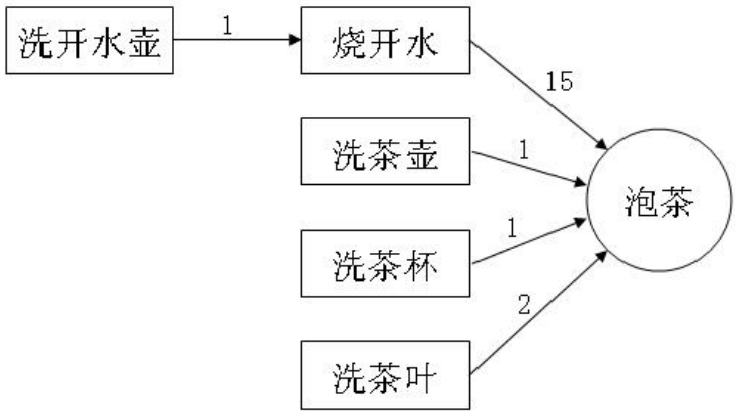


图1-1

箭杆上的数字表示这一行动所需要的时间，例如表示从把水放在炉上到水开的时间是十五分钟。

从这个图上可以一眼看出，办法甲总共要 16 分钟（而办法乙、丙需要 20 分钟）。如果要缩短工时、提高工作效率，主要抓的是烧开水这一环节，而不是拿茶叶这一环节。同时，洗查壶、拿茶叶总共不过 4 分钟，大可利用“等水开”的时间来做。

是的，这好象是费话，卑之无甚高论。有如，走路要用两条腿走，吃饭要一口一口吃，这些道理谁都懂得，但稍有变化，临事而迷的情况，确也有之。在近代工业的错综复杂的工艺过程中，往往就不能象泡茶喝这么简单了。任务多了，几百几千，甚至有好几万个任务；关系多了，错综复杂，千头万绪，往往出现万事具备，只欠东风的情况。由于一两个零件没完成，耽误了一架复杂机器的出厂时间。也往往出现：抓不住关键，连夜三班，急急忙忙，完成这一环节之后，还得等待旁的部件才能装配。

洗茶壶，洗茶杯，拿茶叶没有什么先后关系，而且同是一个人的话，因而可以合并成为用数字表示任务，上面的图形可以写成为

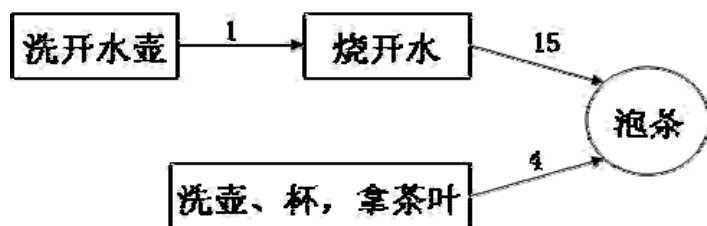


图1-2

1—洗开水壶； 2—烧开水； 3—洗壶、杯，拿茶叶； 4—泡茶

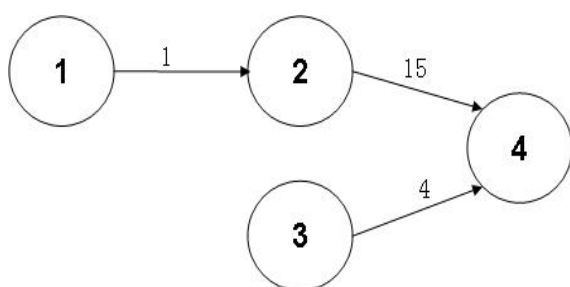


图1-3

看来这是“小题大做”，但在工作环节太多的时候，这样做就非常有必要了。

这样一个数字代表一个任务的方法称为单代号法，每一个数目代表一个任务，写在箭尾上，箭杆上的数字代表完成这个任务所需要的时间。

另一个方法称为双代号法。我们把任务名称写在箭杆上，如图 1-4。箭头与箭尾衔接的地方称为节点（或接点），把节点编上号码。图 1-4 成为

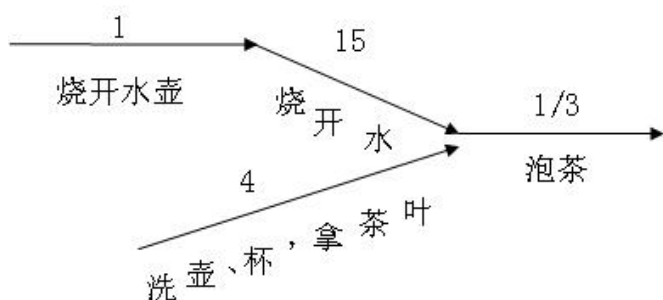


图1-4

单代号法与双代号法哪个好，实际上是各有优点。我们用双代号法开始讲，在讲的过程中穿插着讲单代号法。

(1-2) — 洗开水壶； (2-4) — 烧开水；
(3-4) — 洗壶、杯，拿茶叶； (4-5) — 泡

茶

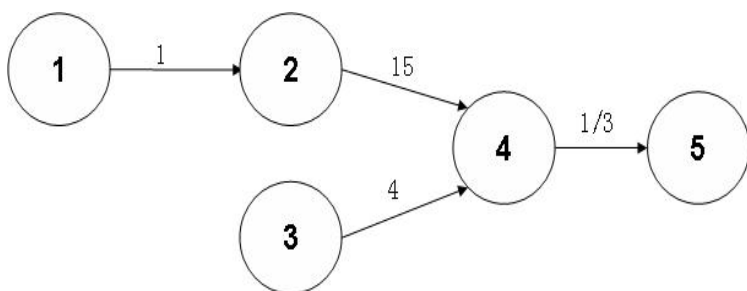


图1-5

单代号法与双代号法哪个好，实际上是各有优点。我们用双代号法开始讲，在讲的过程中穿插着讲单代号法。

第一部分 肯定型

§ 2 工序流程图与主要矛盾线

一项工程（或一个规划），总是包含多道工序的。如果已经有了现成的计划，我们

可以依照这个计划和各工序间的衔接关系，用箭头来表示其先后次序，画出一个各项任务相互关系的箭头图，注上时间，算出并标明主要矛盾线。这个箭头图，我们称它为工序流程图。把它交给群众，使群众了解自己在整个工作中所处的地位，有利于互赶互帮，共同促进。把它交给领导，便于领导掌握重点，统筹安排，合理调整，提高工效。

好啦，现在有这样一项工作，一共有 17 道工序，我们把它画出箭头图（见图 1-6），图上每个工序我们把它叫做一项任务。

④→⑤→⑥表示任务（4-5）完成后，才能进行任务（5-6），又如任务（6-7）必须在（2-6）、（5-6）、（9-6）三项任务都完成的基础上才能开始进行。

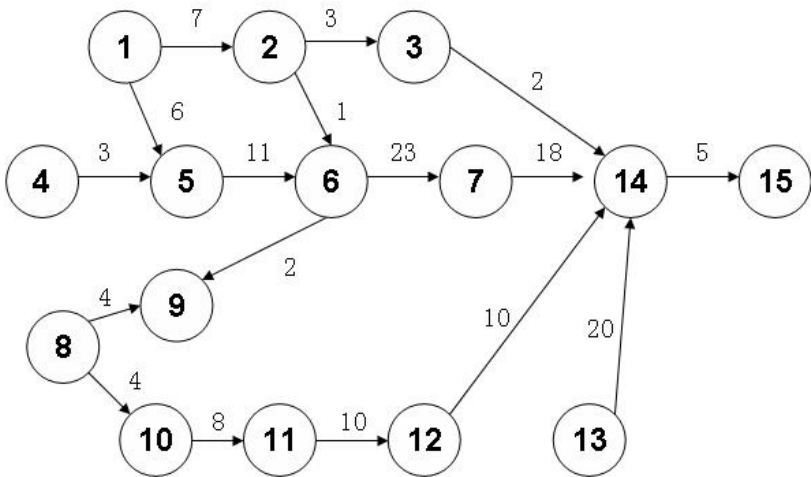
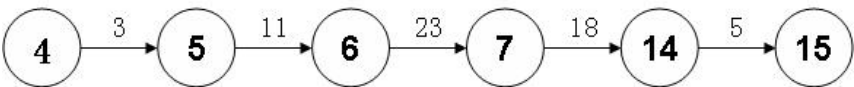


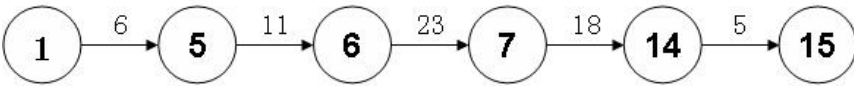
图 1-6

④³→⑤表示自任务（4-5）的开工之日起到完成之日（也即下一任务可以开工之日）为止，共需三周。任务（7-14）开工后 18 周才能把半成品送到任务（14-15），而最后任务（14-15）必须待任务（3-14）、（7-14）、（12-14）、（13-14）都完成之后，再用 5 周的时间才能交出成品。

图画好之后，进行以下的分析：算出每条线路的总周数。例如线路



共需 $3+11+23+18+5=60$ 周。把所有的线路都加以计算，其中需要周数最多的线称为主要矛盾线。这一工序流程图的主要矛盾线是：



共 $6+11+23+18+5=63$ 周。

用红色（或粗线）把主要矛盾线标出来（同时如有必要也可以用其它颜色标出一些次主要矛盾线）。在工作进程中，主要矛盾线上延缓一周，最后完成的日期也必然延缓一周，提前完成也会使产品提前出厂。把这图交给群众，使群众一目了然，知道此时此

地本工种所处的地位，有利于职工发挥主观能动性。经过若干时日，如果在主要矛盾线上进行得比预期迅速，或非主要矛盾环节有所延缓，这时必须重新检查和修改流程图，并特别注意主要矛盾线是否已经转移。

这种图形的作用远不止此，还可以举出以下几方面好处。例如：

(1) 1-66 可以看出，任务(4-5)可以比任务(1-5)缓开工三周而不影响进度，任务(13-14)更不必说可以缓开工 38 周，但不能再缓了(每一任务都可以算出最迟开工期限、最早开工期限及时差，为了简单起见这儿暂且不谈)。

(2) 图上看出来可以从非主要矛盾线上抽调人员支持主要矛盾线，这样一来可以提高效率，即使抽去的人员工种不同，一个人只顶半个人用，有时并不吃亏，但抽调后必须重新画图。

当然流程图还有不少其他的好处，这儿就不一一列举了。

我想在此也顺便提一下，主要矛盾线可以不止一条。一般讲来，安排的好的计划，往往出现有关零件同时完成，组成部件；有关部件同时完成，进行总体装配的情况。在这种情况下主要矛盾方面就不是用一条线表达了。愈是好的计划，红线愈多，多条红线还可以作为组织劳动竞赛的依据。

当然，终点也可能不止一个。例如，化学分析可以陆续地分析出若干种元素，获得每一种元素都可以作为终点。在这种情况下，我们可以将起始点至每一个终点所需要的时间进行比较，把需要时间最长的线路，定为主要矛盾线。但另一方面，也可以根据产品的主次，定出主要矛盾线来。换言之，即将起始点到主要产品的终点需要时间最长的线路，定为主要矛盾线。

§ 3 分细与合并

从图 1-6 看出任务(6-7)的完成需要 23 周，时间最长，这就启发我们考虑为了加快速度，可否把任务(6-7)重新组织一下，其方法之一是要细致的画一⑥→⑦的工序流程图，标出主要矛盾线，研究缩短时间的可能性。例如，一个单向挖掘的隧道工程，我们采用两头开挖的方法，这样，一个任务变为两个任务，加快了进度(请读者设想一下，一个任务变成两个，箭头图怎样画)。

为了容易看得清楚或计算方便起见，有时我们在图上也把一些任务合并考虑，如将 1-1 合并为图 1-2。

又如图 1-6 可以将②③合并、⑥⑦合并、⑩⑪⑫合并得图 1-7。

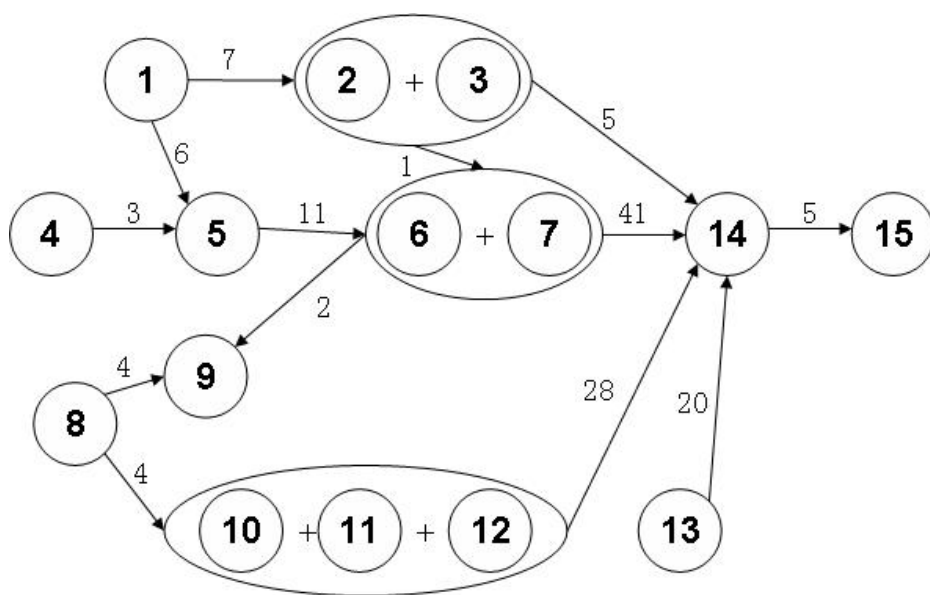


图 1-7

并得那么粗，分得那么细，虽客观需要与具体情况而定。具体负责的技术员、调度员为了便于掌握，应当把图画得更详尽些，更细致些，供领导和群众一般参考的可以画的粗些。密如蛛网，忘而却步的工序流程图，不但不易获得群众的支持，而且难使领导看出重点，作到心中有数。但不细致，又不能发现关键所在。因此，在主要矛盾线上，每一环节都值得分细研究。这样可以找出缩短工时的可能性。

§4 零的运用

在数学史上，零的出现是一件大事，在统筹方法中引进“虚”任务，用“0”时间，也是应当注意的一个重要方法。

例一：把一台机器拆开，拆开后分为两部分修理。称为甲修、乙修，最后再装在一起。这样的图怎样画？共有四个任务：



在“拆”、“装”之间有两个任务：

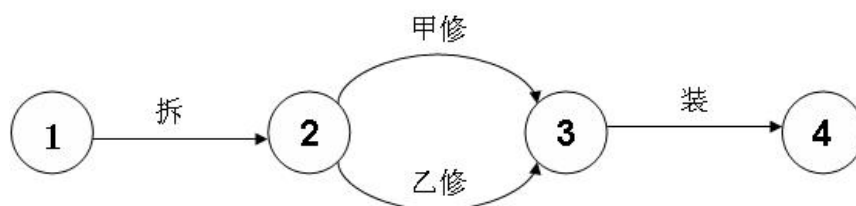


图1-8

“②→③”将同时代表两个任务了，不好办。我们建议用→表示“虚”任务，这样就可以克服这一困难，把图画成为

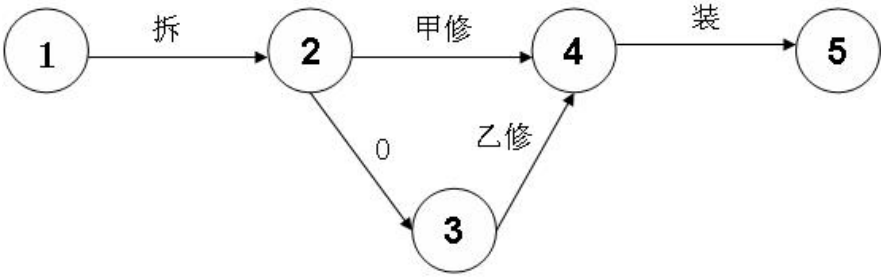


图1-9

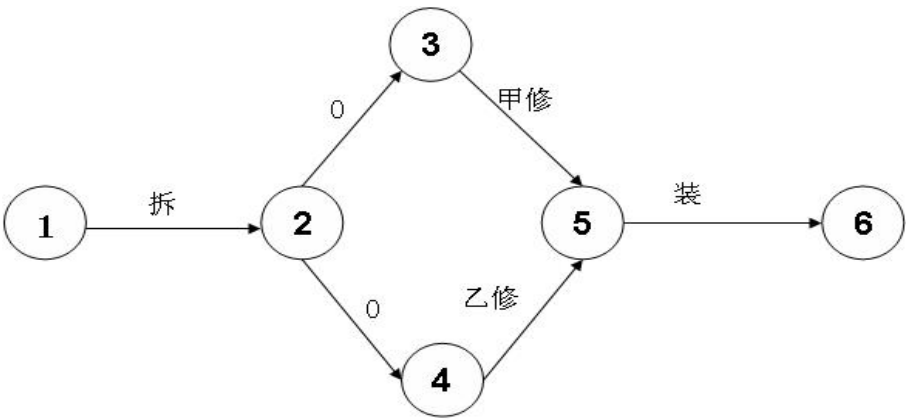


图1-10

当然，为了区别起见，可以把一个任务硬分为两段：

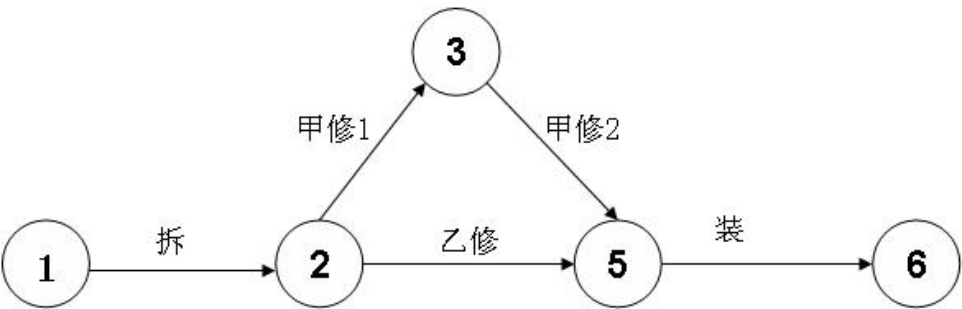


图1-11

也可以画成为

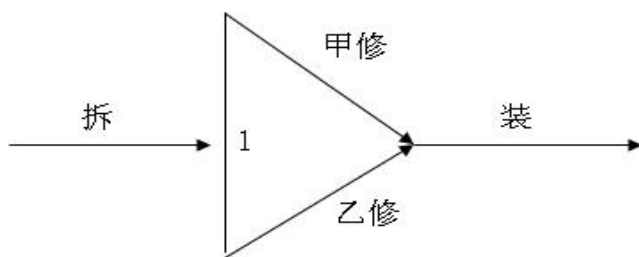


图1-12

这一“不标箭头的竖线”的方法，在用“时间坐标”时合适。
以下的图形，更显示出用“0”的必要性：

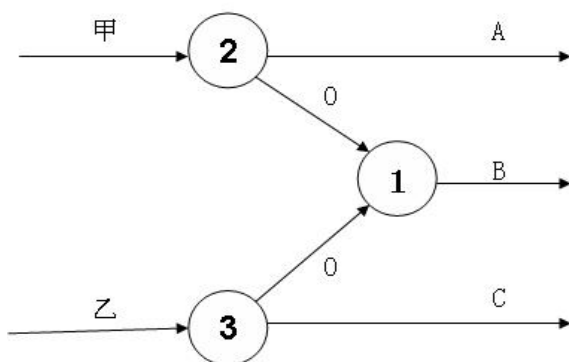



图1-13

它表示工序 A、C，各必须在甲、乙完成的基础上进行，而工序 B 却需要在甲、乙两工序都完成的基础上进行。

在把一个任务拆成两个任务的时候（例如：决定一条水沟从两头挖），也要引进“0”箭头（）。例如要把

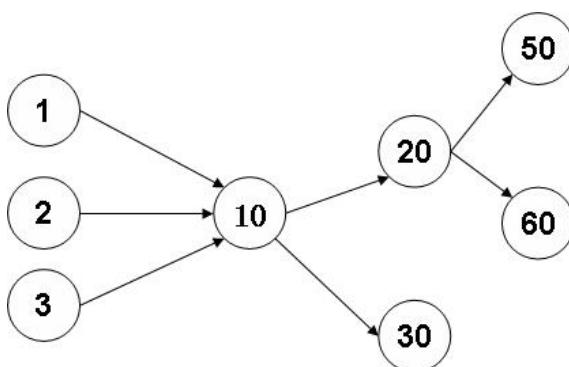


图1-14

中任务⑩→②⑩分拆为两个任务⑩→②⑩，⑩→②⑩时，也要使用 $\xrightarrow{0}$ ，既得下图：

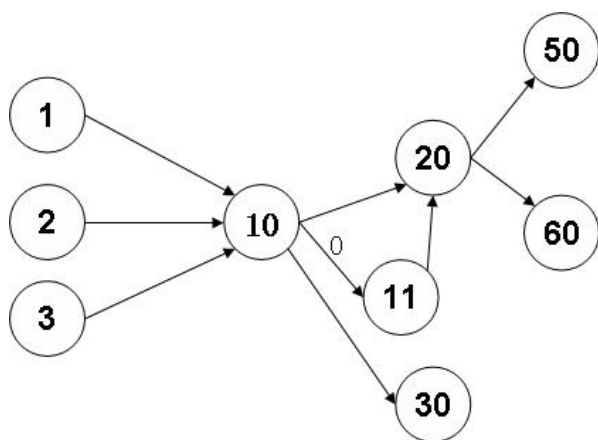


图1-15(甲)

本质上，这一问题与前例完全相同，当然也可以用“折断法”、“双 $\xrightarrow{0}$ 法”，或“无箭头竖线法”。用无箭头竖线法的画法如下图：

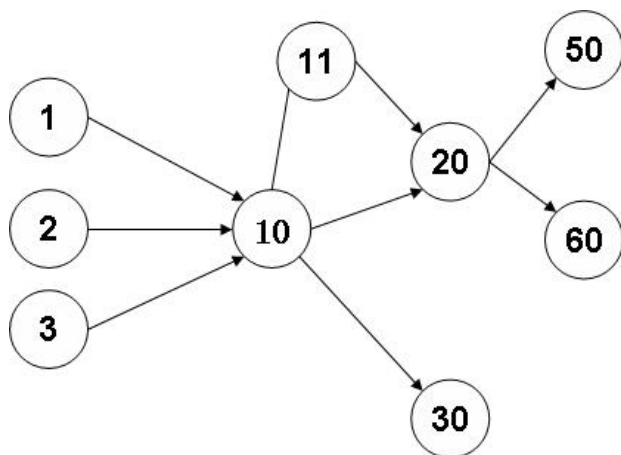
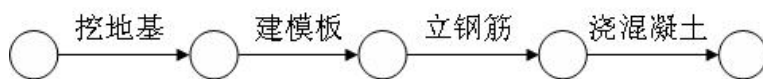


图1-15(乙)

例二：在一个较复杂些的工程施工中，我们把



四道工序（以下简称挖、板、钢、浇），各分为二交错作业时，也要用 $\xrightarrow{0}$ ，画成

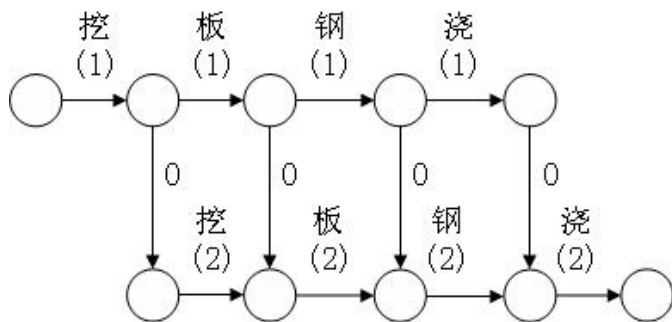


图1-16

当然，也可以画成为

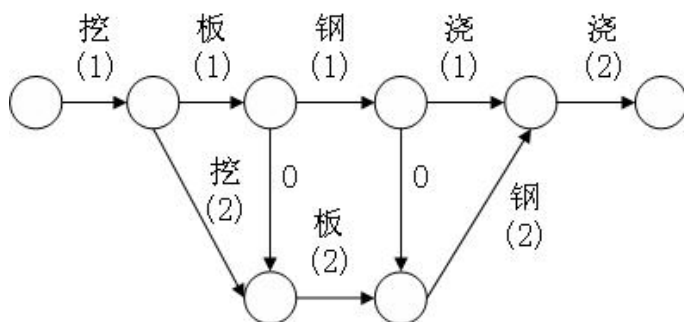


图1-17

这是指在四种工作都只有一套人进行施工的情况下而言的。即挖地基（1）的人也就是地基（2）的人（如果人多了，当然也可以进行平行作业）。

读者试分析以下几种画法，并指出其缺点。

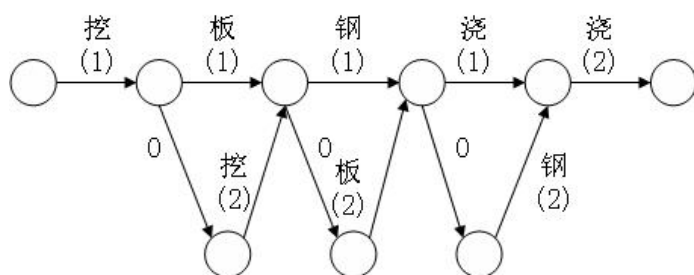


图1-18

（“钢（1）”不必在“挖（2）”完成之后，其他类推）又

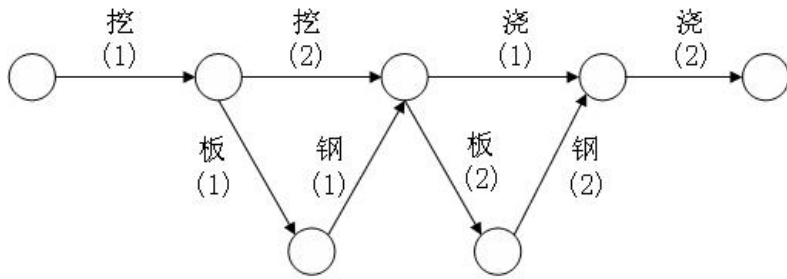


图1-19

（“钢（1）”不必在“板（2）”之前，其他类推）

更进一步，读者可以分析一下，三段交叉的作业，作如下画法对不对？

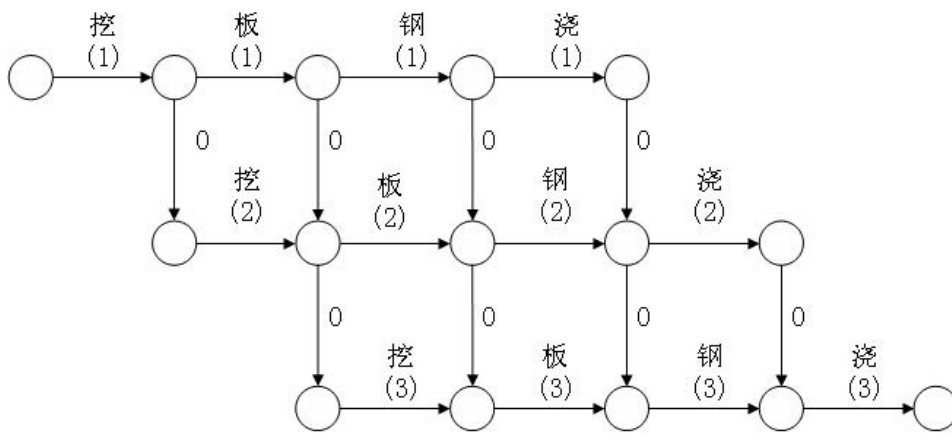


图1-20

严格地讲，这样画是有问题的，因为 挖(3) 不必在 板(1) 之后，同样 钢(1) 和 浇(1) 也不一定分别在 板(3) 和 钢(3) 之前。正确的画法应当是：

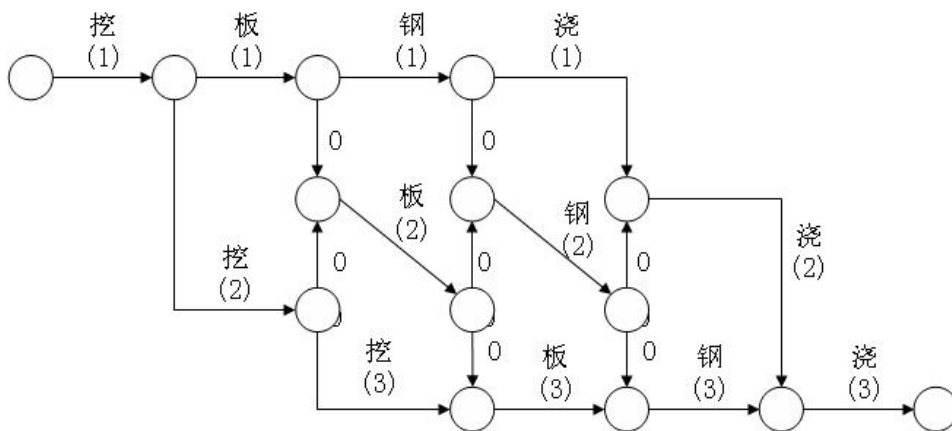


图1-21

用一个零箭头“ $\uparrow 0$ ”断绝了由板(1)转入挖(3)的道路。用这样的画法，三段以上

的交叉作业，就不再有其他的困难了。

也有人用“同工种人力转移线”（ $\cdots\cdots\rightarrow$ ）来处理这一问题。画成：

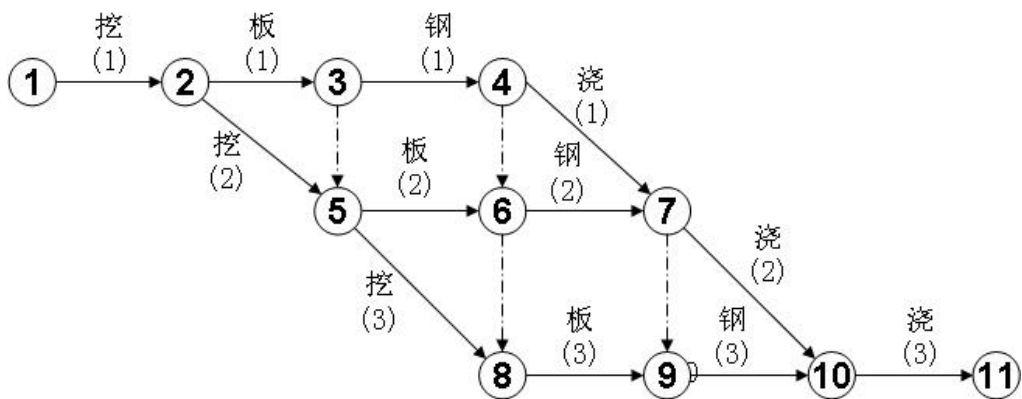


图1-22

“ $\cdots\cdots\rightarrow$ ”仅表示前后两同工种工序间的衔接关系，并不同时表达不同工种工艺之间也有衔接关系。例如：③ $\cdots\cdots$ ⑤仅表示由“板（1）”出发，只准走向“板（2）”，而不准走到非“板”的“挖（3）”上去。同样，⑦ $\cdots\cdots$ ⑨仅表示“钢（2）”以“钢（1）”的完工为前提，而并不依赖“浇（1）”。这方法的缺点，在于多引进了一种符号“ $\cdots\cdots\rightarrow$ ”。

例三：有一项工程如下图

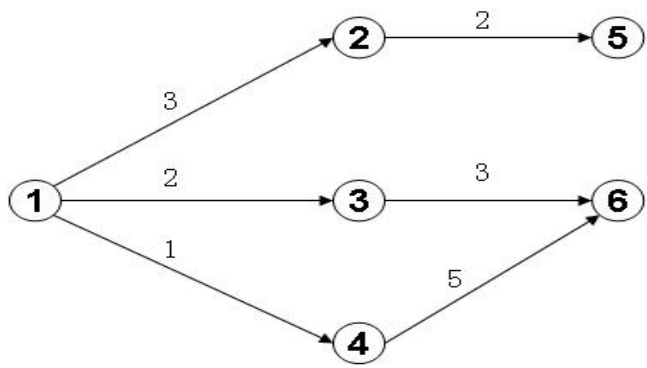


图1-23

它不能代表：一个任务做了两天后，任务（3-6）开始，做了三天后，任务（2-5）（4-6）开始。代表这个情况的图，我们应当画成为

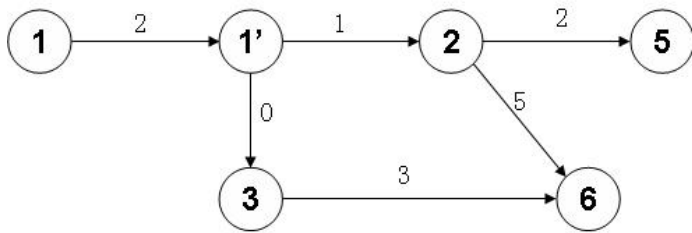


图1-24

实际上，这个任务是分成两段落①²→①' 和 ①'→②¹ 进行的。

图 1-23 容易被误解为 (1-2) (1-3) (1-4) 是三个任务，因而把人力、工时、设备、原材料算重了。

有时我们还可以用一个“虚”开始点，把各个不同的开始点，联成一个开始点。如图 1-25，从起始点①可引出的四个任务 (0-1) (0-4) (0-8) (0-13)，都是虚任务。这样可以把任务 (13-14) 延缓开工的可能性都表达在图上了。

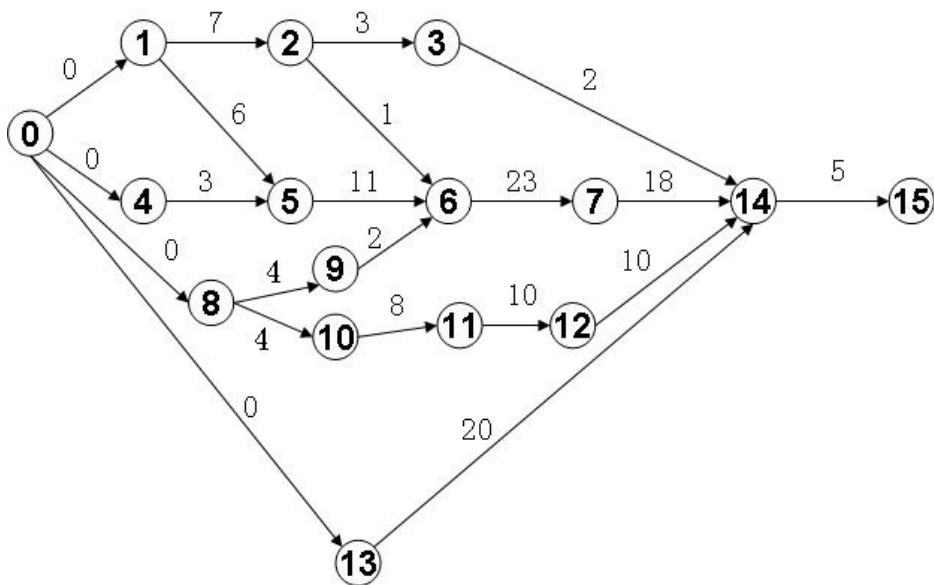
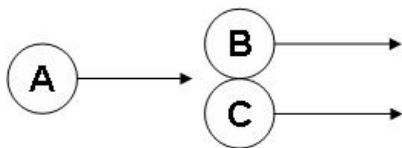
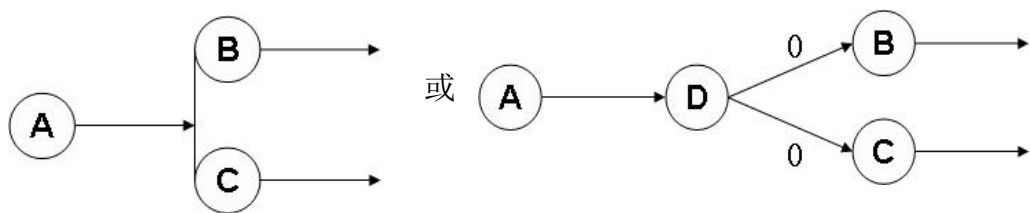


图1-25

这儿特别指出一下：“ $\xrightarrow{0}$ ”的运用在单代号法中更为重要。如果一个任务④完成后接着搞两个任务⑥和⑦。与其画成为



不如画成为



同时，请大家注意，“休息”（不是假期性质的）也必须画上，这是没有工作但有时间的箭头。

例如，等待混凝土干燥。又如一些工人调往其他处工作。我们有时用虚线表示，如：

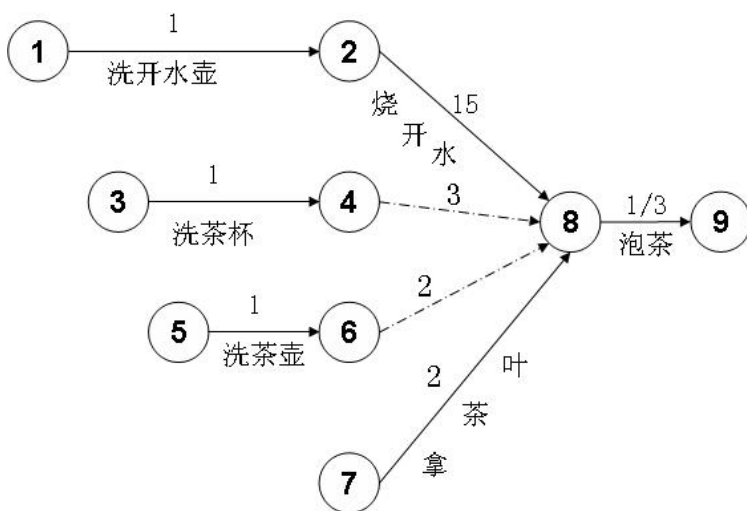


图1-26

实际上的意义是洗完了茶杯后洗茶壶，然后再拿茶叶（不用虚线箭头也可）。

§ 5 编 号

在画图当中，箭杆的长短是不必注意的事，甚至与把箭杆画弯了也无关系（如果在图上加时间坐标，就另当别论，在此不必多讲），箭杆有时也会交叉，为了清楚起见，可以画一“暗桥”。

原则上讲编号可以任意，并无关系，但为了计算方便起见，我们最好采取由“小”到“大”的原则顺序编号，箭尾的号为箭头的小。同时考虑到将一个任务分成几个任务的可能性，还应当留有余号，在上节的图 1-8 变为图 1-9，我们就得重新编号；而图 1-14 因为留有余地，我们只要局部改动就得出图 1-15 了。

§ 6 算 时 差

在讲主要矛盾线的时候已经讲过，统筹方法可以找出主要矛盾线来，同时也可以看到非主要矛盾线的项目是由潜力可挖的。潜力到底有多大？这将是本节所要说明的问

题。

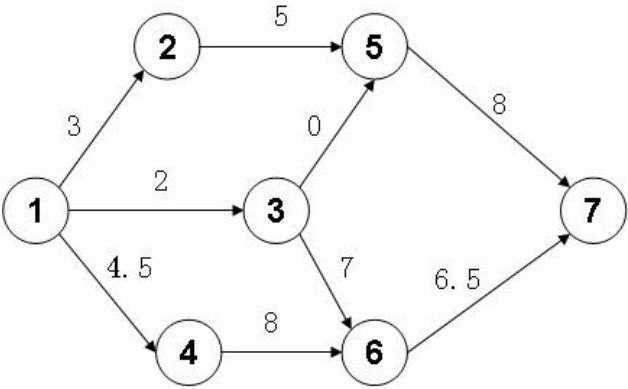
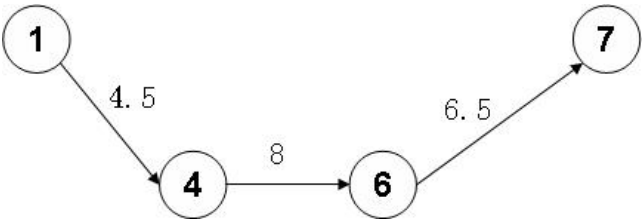


图1-27

从这个较简单的箭头图（图 1-27）来看，它的主要矛盾线是：



共需时间 $4.5 + 8 + 6.5 = 19$ （周）。

我们先算每一任务最早可能开工日期，用□表示之。它的算法如下：从起始点到某一任务，可能有许多条路线，每条路线有一个时间和，这些时间和中，必有一个最大值，这个最大值就是该任务的最早可能开工日期。例如由①到⑥有两条路线 $2 + 7 = 9$ ， $4.5 + 8 = 12.3$ 。因此⑥ 12.5 ⑦ 线下写 \rightarrow 。把话讲确切些：如果一切按计划进行，在 12.5 周内，任务⑥ 12.5 ⑦ 的开工条件是不具备的，而最早可能开工时间是 12.5 周完结的时候。

再算出各任务的最迟必须开工日期，用△表之。也就是说如果这个任务在△形内所标时间之后开工，就要影响整个生产进度了。它的算法如下：从终止点逆箭头到某一任务，也可能有许多条路线，这些路线的时间和中，也有一个最大值，由主要矛盾线上的时间总和减去这个最大值，再减去这一任务所需的时间，就是这一任务的最迟开工日期。例如，从终止点到③共有两条路线，各需 $8 + 0 = 8$ 周及 $7 + 6.5 = 13.5$ 周，其中 13.5 周较大，而主要矛盾线时间总和是 19 周，因此在任务① 3.5 ③ 线下写上 $(3.5 = 19 - 13.5 - 2)$ \rightarrow 3.5

把上面计算的结果都写在图上，就得图 1-28。

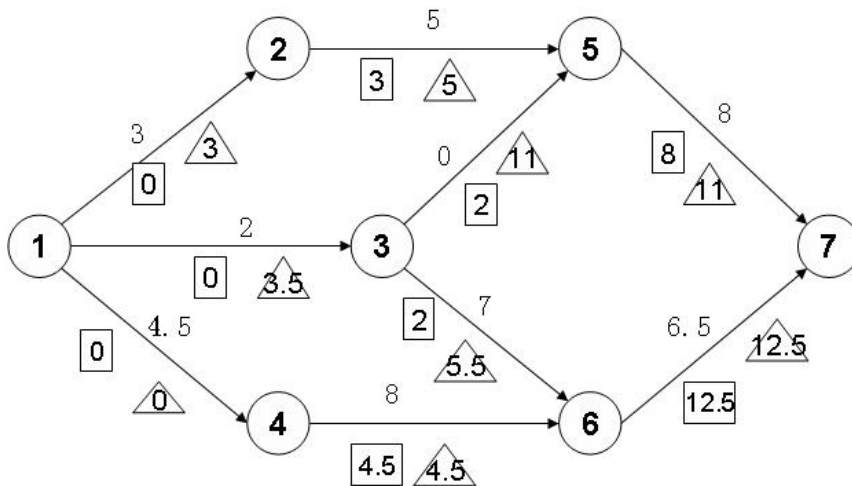


图1-28

再赘一句，对任务（3-6）来说：由于它的上一任务还没完成，它不可能在两周内开工。但如果在 5.5 周后才开工，就必然耽误整个进度。在主要矛盾线上□△内的数目一定相等。□△内的数值差额愈大的任务，愈有可以支援其他任务的潜力。

反向图：把图 1-27 的所有箭头都倒转过来，得下图

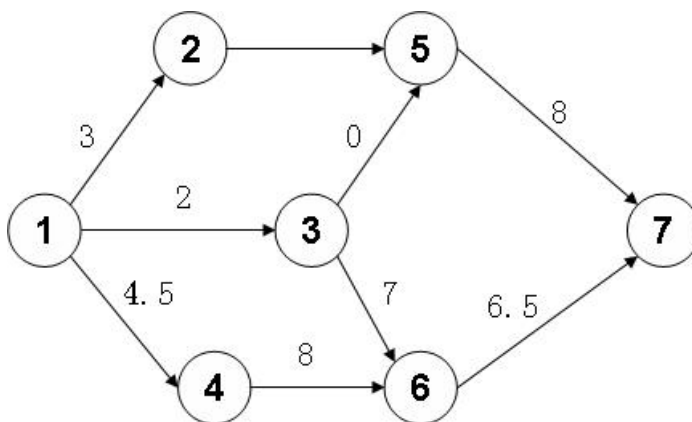


图1-29

试算出反向图上各最早可能开工时间及最迟必须开工时间。比较一下，看看它们之间又什么关系。不难看出顺向图的最早开工时间，加上反向图的最迟开工时间，再加上相应的工序时间等于 19；同时顺向图的最迟必须开工时间，加上反向图的最早可能开工时间，再加上相应的工序时间也等于 19。

这是指领导没有给我们特别指示的情况下，假设根据有关历史资料或对每项任务所需要时间的经验估计，所作出的图。如果领导指导工程必须在 17 周内完成，我们对△

内的数字就不能这样填，就必须以 17 周为基数来进行反算。于是①→④、④→⑥、⑥→⑦处的时差都变为-2。因此，我们必须采取措施，来满足这一要求。与此相反，如果领导要求是 20 周完成，则△内的数字就依 20 周为基数，进行反算，于是时差都多了 1 周。遇见这样情况，我们就该机动地从节约角度来考虑问题，酌量得减少劳动力并使其均衡，或适当地减少设备。

注意：图 1-27 是作为练习提出的，试想一下，虚任务 $\textcircled{3} \xrightarrow{0} \textcircled{5}$ 的意义，也就是图 1-27 的逻辑关系是否等价于图 1-30：

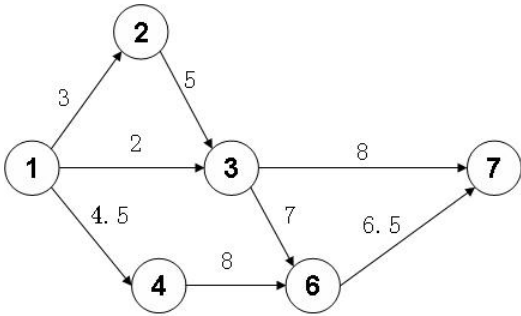


图1-30

图 1-27 是双代号的，利用

(1-2)	(1-3)	(1-4)	(2-3)	(3-6)
A	B	C	D	F
(4-6)	(3-7)	(6-7)	(7-)	
G	H	I	J	

可以把它变成为以下的单代号表示图：

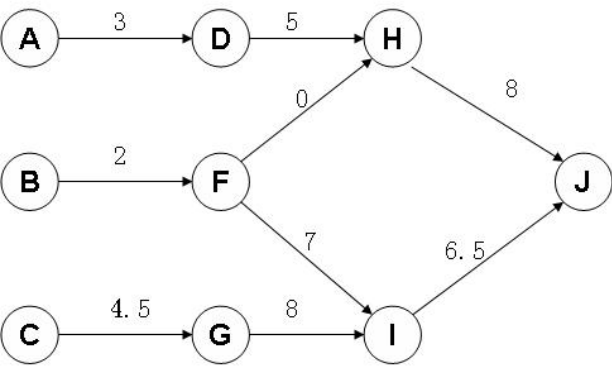


图1-31

(图中Ⓐ、Ⓑ、Ⓒ三项任务同时开始进行)

§ 7 算 法

对简单的情况说来，线路是一目了然的。但任务多了，线路纷杂，哪些已经算过了，哪些还没有算过，这就出现了既麻烦，而又容易产生错误的情况。那么，怎么来避免错误，避免漏算呢？为此，一套计算表格就产生出来了（见表 1-1）。第一栏是工序代号，依第一字（箭尾号码）的顺序由小到大排列，如果第一字相同则依第二字（箭头号码）的顺序排列。其余几栏依次是，这一工序需要的时间 t_E 、最早可能开工时间 T_E （也就是预计在这期间内不可能开工）、最迟必须开工时间 T_L （也就是按预计，在这期间内不开工将影响整个工程进度）及时差。

以 § 6 图 1-27 为例，我们可以列出表 1-1 的计算表格。

表 1-1

工序编号		本工序时间 t_E	开工时间		时差 $T_L - T_E$
箭尾号	箭头号		最早 T_E	最迟 T_L	
1	2	3			
1	3	2			
1	4	4.5			
2	5	5			
3	5	0			
3	6	7			
4	6	8			
5	7	8			
6	7	6.5			
7					

表 1-1 的第三栏 T_E 可以从表上由上而下地计算。工序（1-2）、（1-3）、（1-4）的 $T_E = 0$ ，工序（2-5）的 T_E 等于（1-2）的 T_E 加 t_E （ $=0+3=3$ ）。工序（3-5）及（3-6）的等于（1-3）的 T_E 加 t_E （ $=0+2=2$ ）。工序（4-6）的等（1-4）的 T_E 加 t_E （ $=0+4.5=4.5$ ）。工序（5-7）的等于（2-5）及（3-5）的 T_E 加 t_E 的较大者（即 $3+5=8$ ， $0+2=2$ 中的较大者 8）。（6-7）的等于（3-6），（4-6）中的 T_E 加 t_E 的较大者（ $2+7=9$ ， $4.5+8=12.5$ ，较大者为 12.5）。而 7 的由于（5-7），（6-7）得来（ $=19$ ）。总的一句话，本工序的等于紧前工序的 T_E 加 t_E ，或紧前各工序的 T_E 加 t_E 中的较大者。

表 1-1 第四栏的 T_L 算法，是从下而上。工序（6-7）的 T_L （ $=19$ ）等于 7 的 T_L 减去（6-7）的 t_E （ $19-6.5=12.5$ ）。同样（5-7）的 T_L 等于 7 的 T_L 减去（5-7）的 t_E （ $19-8=11$ ）。（4-6）的 T_L 等于（6-7）的 T_L 减去（4-6）的 t_E （ $12.5-8=4.5$ ）。（3-6）的 T_L 等于（5-7） T_L 减（3-5）的 t_E （ $11-0=11$ ）。总的一句话，本工序的 T_L 等于紧后工序的 T_L 减少本工序 t_E ，或紧后各工序 T_L 中的最小减去本工序的 t_E 。

将以上计算结果填入表内，再在第五栏填入相应的 T_L 减 t_E 的值，即得表 1-2。

表 1-2

工序编号		本工序时间 t_E	开工时间		时差 $T_L - T_E$
箭尾号	箭头号		最早 T_E	最迟 T_L	
1	2	3	0	3.0	3.0
1	3	2	0	3.5	3.5
1	4	4.5	0	0	0
2	5	5	3.0	6.0	3.0
3	5	0	2.0	11.0	9.0
3	6	7	2.0	5.5	3.5
4	6	8	4.5	4.5	0
5	7	8	8.0	11.0	3.0
6	7	6.5	12.5	12.5	0
7			19.0	19.0	0

在图上将时差为“0”的各工序，用红线（或粗线）连起来，即为主要矛盾线。对熟悉的人来说，不必用表格计算，只要逐步比较，就可以很快地找出主要矛盾线来。

例如：在图 1-27 中，首先将①→④→⑥与①→③→⑥比较，①→④→⑥的时间长，就可把③→⑥甩掉，再比①→③→⑤与①→②→⑤，可甩掉①→③→⑤，这样，只剩下两条线①→④→⑥→⑦、①→④→⑤→⑦，两者比较，立刻可以找出①→④→⑥→⑦为主要矛盾线。

例题：试用对比法找出下图的主要矛盾线。

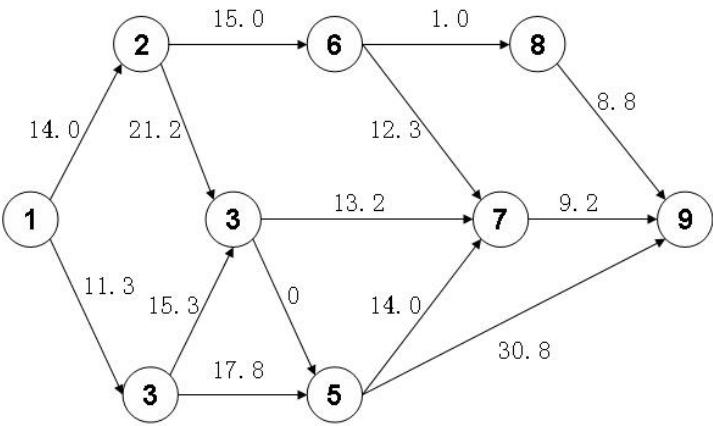


图1-32

先比⑥→⑧→⑨、⑥→⑦→⑨，甩掉前者，再甩②→⑥→⑦，再甩④→⑦、⑤→⑦→⑨，再甩③→④，最后甩掉①→③→⑤，因此，得出主要矛盾线①→②→④→⑤→⑨。

§ 8 原材料、人力、设备与投资

再作出流程图并定出主要矛盾线之后,就必须根据各项任务所需要的原材料、人力、设备与资金作出日程上的安排。例如:任务(4-6)所需要的原材料必须在第4.5周送到,各种人员也必须及时到达工作岗位。委托其他单位代加工的半成品,在订合同时也必须以此为根据。如果知道不能按时交货,应当修改流程图。

以人力为例,首先做出表格,然后计算出什么时候,所需某种技工二人,乙种工五人;人物(1-3)需要甲种工一人;任务(1-4)需要甲种工三人,乙种二人。在第一个周总共需要甲种工六人,乙种工七人。用以下的表格来表明甲种工的需要情况。

甲种工人配备表 表 1-3

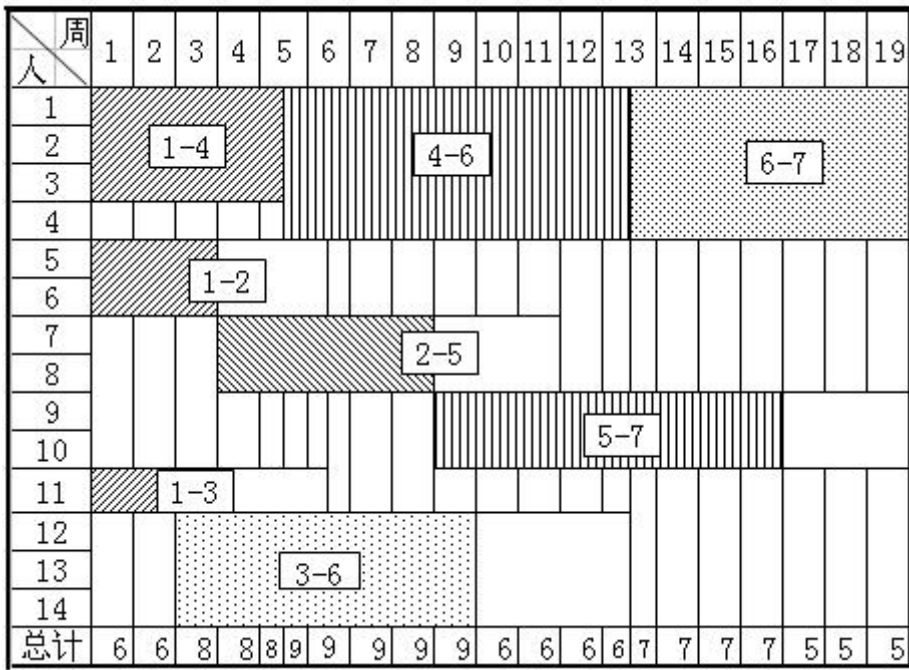


表 1-3 种网线表明主要矛盾线上的情况, 3-6 的一块, 表明从第三周到第九周, 每周需要三个甲种工, 而总数表示第一周需六个, 第二周需六个, ……而第五周上半周要八个, 下半周要九个。

从这个图上也可以看出一些问题: 首先, 所需总人数是否超出可能性, 如果超出, 我们必须事先调整, 或采取其他措施; 其次, 能否安排得均匀些。

例如, 在任务(2-5)完成后停工 3 周, 而任务 3-6 从第 4.5 周开始减为两个甲种工, 延长(3-6)的完成时间, 这样整个任务就有可能在 8 个甲种工的条件下进行了。

请读者试用这样的改动, 作出一个箭头图来, 看看七个甲种工能不能如期完成任务?

对于多种产品生产(即多个目标)问题, 这种安排就更为重要了。处理得方法是: 对每个目标做一个流程图(也可以将若干个目标表示在一个流程图上), 对每一个流程图列出各种人员的需要表, 把各表上的某种人员总计数加起来, 这样就可以看出在现有的

人力范围内是否能够完成。如果超出限度，我们就要研究如何错开，如何延长，才能达到最经济最合理。说来简单，但多种产品的生产是很复杂的，必须根据实际情况才能摸索出较好的方法来。

以上所讲的是人力问题，实质上也可以用来处理设备问题，如果每个车床都有专人负责，则设备限制的问题就和人力限制的问题统一起来了。例如我们可以按刨床、车床、磨床、铣床列表处理。

关于原材料问题，由于有了流程图，可以把进料时间扣得更紧些。原材料过多过早的储存，不但积压资金，多占仓库面积，增加自然损耗等，而且最终必然导致影响社会主义建设扩大再生产的进度。有了统筹方法，就有可能扣得更紧些。有时，我们甘愿冒几分停工待料的风险，也比储料过多更上算，对整个经济的发展可能更有利些。

投资问题这儿就不多谈了。

更复杂的问题这儿也不多谈了。总的一句话，这是一个新兴的方法，一切还待创造、改进和完善，特别重要的是在社会主义建设的实践中，不断地作具体的修改和补充。

§ 9 横 道 线

根据上节的甲种工人配备表，可以画成以下的工程届所熟知的横道图（即 L.H.Gantt 图，又称条形图，见图 1-33。

可以根据箭头图得出的合理方案，画出横道图来，但切不要从横道图出发来搞箭头图，因为横道图略去了箭头图上的若干特点，有如行政区域图上没有等高线，我们看不出地面的起伏来。

箭头图实质上交待了不少“横道图”为什么这样画的道理。

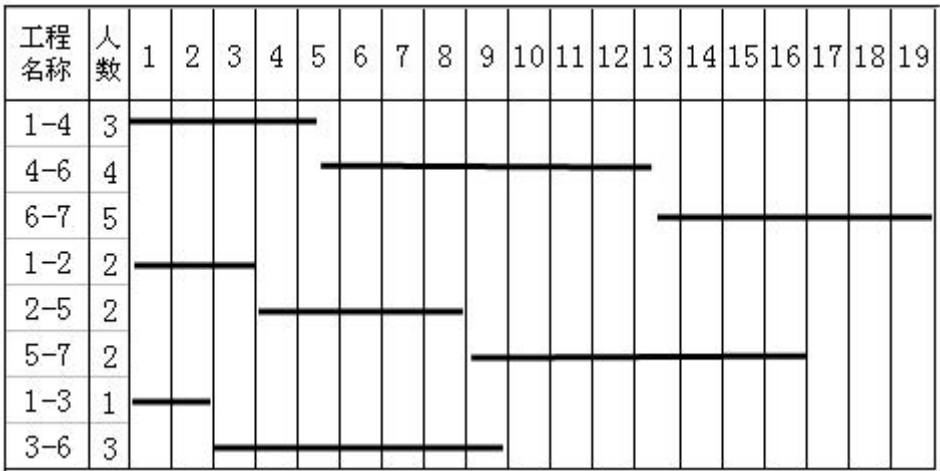


图 1-33

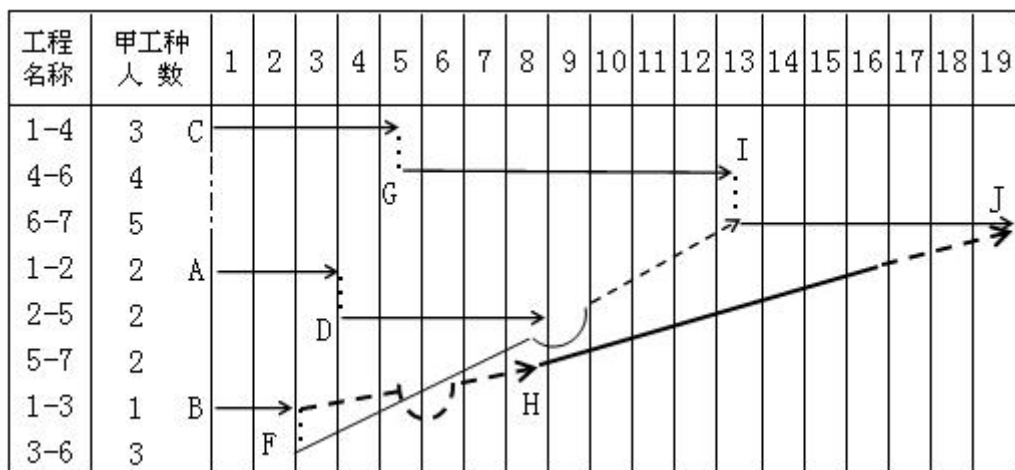


图 1-34

如果用箭杆的投影长度表周数，虚线表空余时间，则我们有时也可以把横道图的优点统一到箭头图中来。图 1-34 就是按图 1-31 画成的。由 F 到 I 的箭头投影长度是 10.5，但其中的实线部分是 7，表明需要实际工作时间为 7 周。为了避免工序 F 与工序 C 使用的人力发生矛盾，可以把 F 的 3~4.5 周的一段画成虚线“……”，把实线部分移后 2.5 格。

在不太复杂的工程中，把箭头图画在时间坐标上是有好处的（参考附图 1），实践中已经出现了不少例子。把各主要工种所需要的人数（以及设备、原材料、资金）都按日地排在一个表上，这样更易于纵观全貌。

§ 10 练 习 题

1. 利用下表的资料画出箭头图来：

表 1-4

任 务	紧 前	紧 后
-----	-----	-----

A	无	B、C、G
B	A	D、E
C	A	H
D	B	H
E	B	F、I
F	E	J
G	A	J
H	D、C	J
I	E	K
J	F、G、H	K
K	I、J	无

任务 A 表示 A，在内填上号码。读者思考一下，如果仅仅知道“紧前”（“紧后”）一栏是否已足够画出图来？合适的安排是使箭杆不出现交点。

这是双代号法的图形，再试做出单代号法的图形。

2. 利用下表资料画出箭头图来：

表 1-5

任 务	紧后	
U	A、B、C	
A	L、P	
B	M、Q	
C	N、R	
L	S	
M	S	
N	S	
P	T	
Q	T	
R	T	
S	V	
T	V	

画出的箭杆可能相交，试回答，能否画出一个箭杆不相交的箭头图来？

3. 算出图 1-6 的时差。

附记：

1. 如果一个计划是由若干分计划所合成的，而分计划与分计划之间的公共点不多，可以分别制定计划，然后再合并一起，统一安排。
2. 不要把箭头图看得太简单了，实际的困难在于找到各工序之间的正确关系（如混凝土的浇灌，必须在建立模板之后）。但也有不少不太确切的工序名称，因而在做箭头图前，必须先从群众中来。让大家说明他们所担负的各任务与其他任务的关系，并提出意见和建议。图做好后，还必须到群众去，由群众审查是否有漏列情况。

3. 在这儿，我们写下练习题 1 的解，供参考。

双代号的图形是

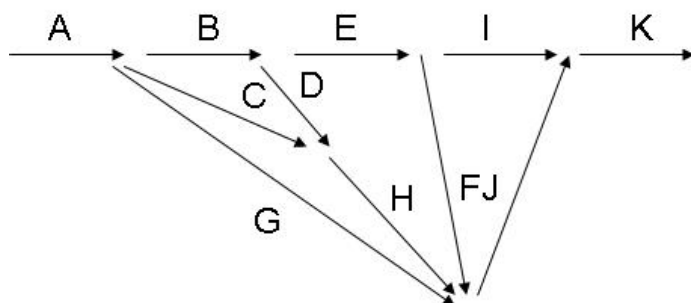


图1-35

单代号的图形是

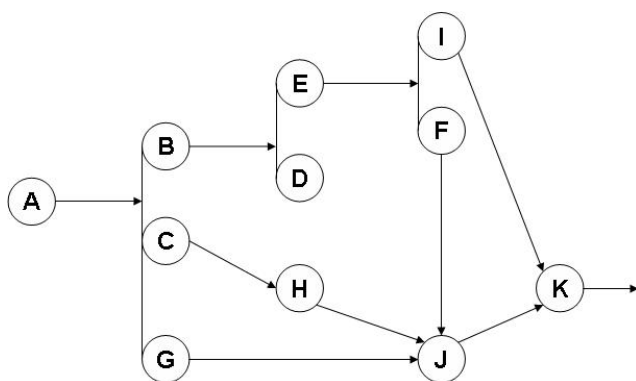


图1-36

第二部分 非肯定型

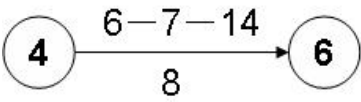
§ 11 化非肯定型为肯定型

在计划中每个环节能够确切不差地如期完成的情况，毕竟是少数。由于一些预见不到的因素，总有或多或少的时间变化，因而一般讲来，非肯定型的问题是更常见的。为了读者容易理解，我们先介绍了肯定型的问题，这不仅是因为肯定型也有用，而更主要的是因为它也进一步处理非肯定的基础。

每一个任务的完成时间拿不稳，怎么办？是否我们的方法就无能为力了？不，这

正是我们的方法的好处所在。我们能够从成千上万个不太肯定的环节中，找出最终完成的可能性规律来。

与其向负责某一项具体任务的单位，要一个靠不住的“确切”的完成任务所需要的时间，还不如请他对完成这一任务提出三个时间，即：一个最乐观的估计时间，一个最保守的估计时间和一个最大可能完成的估计时间。例如，任务（4-6）在一切条件顺利时，需要 6 周完成；在最困难的情况下 14 周可以完成。据估计看来最可能 7 周完成。我们用



来表示，箭杆下的数值表示“平均”周数。这个数值的算法是：

$$\frac{1}{6}(6+4\times 7+14)=8$$

一般的计算公式是，最乐观的估计加上最保守的估计，再加上最可能的估计的 4 倍，然后除以 6。就这样把一个非肯定型的问题转化为肯定型的问题来处理。例如图 2-1。

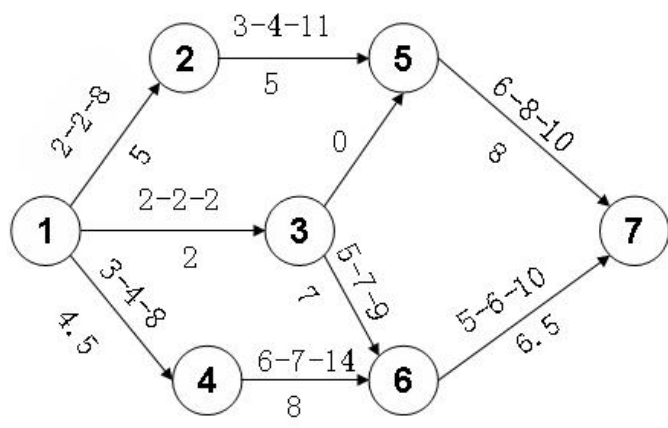


图2-1

这样把不肯定型化成为肯定型之后，就是 § 6 中算出来的总完成日期是 19 周。

也许读者会说：一个裁缝一把尺，估计任务（6-7）的和估计任务（3-6）的水平不一定相同，但这是关系不大的，众人估计，算在一起，实际上还就是一个估计，用概率的观点来衡量估计，偏差不可免，但趋向总是有明显的参考价值的。当然，这并不排斥每个估计都尽力做到可能精确的程度。请注意，用估算得出来的完成日期（19 周），仅是一个可能的完成日期，确切地说，在这个日期前完成全部工作的可能性大约是 50%，用些统计工具可以获得在多少周到多少周之间完成的可能性在 95%以上，等等。

§ 12 平均值与方差

以上所讲的是求平均数的一种方法，我们并不排斥其他方法，或估计方法。但最好还是在工作中全部地对比式记录下来，作为科学实验的数据。就这样不断对比，不断提高来改进设计计划水平。特别对有较多经验的工序，例如已做了十几次，各有数据，那我们就不妨取这些数据的平均数。

我们现在重复叙述一下，上节所用到的求“平均数”法。

如果估出最乐观是 a 周（或记为 t_o ）最保守是 b 周（或记为 t_p ）。最可能是 c 周（或记为 t_m ），我们取

$$\frac{a + 4c + b}{6}$$

作为平均数并且以

$$\left(\frac{b-a}{6} \right)^2$$

作为方差（为什么这样做，以后再讨论）。

例如：沿主要矛盾线（1-4），（4-6），（6-7）的平均数及方差各为：

任 务	（1-4）	（4-6）	（6-7）	总和
平均数	4. 5	8	6. 5	19
方 差	$\left(\frac{8-3}{6} \right)^2$	$\left(\frac{14-6}{6} \right)^2$	$\left(\frac{10-5}{6} \right)^2$	
	$= \left(\frac{5}{6} \right)^2$	$= \left(\frac{8}{6} \right)^2$	$= \left(\frac{5}{6} \right)^2$	$= \frac{114}{36}$

我
们
说
主
要
矛
盾
线
上
各
工
序
完
成
的

总日数的平均数是 $M=19$ 周，而总方差是 $\frac{114}{36}$ 。 $\frac{114}{36}$ 的平方根： $\sigma = \sqrt{\frac{114}{36}} = 1.8$ ，这

是总完成日数的标准离差。假定总完成日数是一个以 M 为均值 σ 为标准差的正态分布，则可以由之而估出在某一期限之前完成的可能性，例如在

$$M + 2 \sigma = 19 + 2 \times 1.8 = 22.6 \text{（周）}$$

前完成的可能性是 98%，在

$$M + \sigma = 19 + 1.8 = 20.8 \text{（周）}$$

前完成的可能性是 84%。

现在又添了不少“为什么”。例如：为什么总完成日期是一个正态分布？为什么在 $M + 2 \sigma$ 之前完成的可能性是 98%？等等。这些问题的回答，必须要用概率论的知识，

而在国外有些文献中，用得不伦不类的。我们在后面将指出其不妥处，并且希望数学工作者能够进行些理论的探讨。

我现在先暂且不讨论为什么，而在 § § 13~15 中将叙述怎样来计算的方法，学会了之后就先用。

§ § 16 ~ 19 可以暂且不看。

§ 13 可能性表

在

$$M + \lambda \sigma$$

之前完成的可能性以 $p(\lambda)$ 表之，则有以下的表（正态分布）。

表 2-2

λ	$p(\lambda)$	λ	$p(\lambda)$
-0.0	0.5	0.0	0.5
-0.1	0.46	0.1	0.54
-0.2	0.42	0.2	0.58
-0.3	0.38	0.3	0.62
-0.4	0.34	0.4	0.66
-0.5	0.31	0.5	0.69
-0.6	0.27	0.6	0.73
-0.7	0.24	0.7	0.76
-0.8	0.21	0.8	0.79
-0.9	0.18	0.9	0.82
-1.0	0.16	1.0	0.84
-1.1	0.14	1.1	0.86
-1.2	0.12	1.2	0.88
-1.3	0.1	1.3	0.9
-1.4	0.08	1.4	0.92
-1.5	0.07	1.5	0.93
-1.6	0.05	1.6	0.95
-1.7	0.04	1.7	0.96
-1.8	0.04	1.8	0.97
续表			
λ	$p(\lambda)$	λ	$p(\lambda)$
-1.9	0.03	1.9	0.98
-2.0	0.02	2.0	0.98
-2.1	0.02	2.1	0.99
-2.2	0.01	2.2	0.99
-2.3	0.01	2.3	0.99
-2.4	0.01	2.4	0.99
-2.5	0.01	2.5	0.99

在上节例中的百分比，就是这样查表查出来的。

如果问二十周（或二十六周前）完成的可能性，可以从

$$M + \lambda\sigma = 20$$

即

$$19 + 1.8\lambda = 20$$

中算出 $\lambda = \frac{1}{1.8} = 0.56$

查表可知有 70% 的把握（准一位小数）。

我们在讲些“所以然”之前，先算一个例子，对急用先学，边学边用的同志来说，从这个例子学会了应用，最为重要。后面看不懂的部分将来在说。

§ 14 例 子

问题：我们有一计划，其中各任务间的关系和数据如图 2-2，问 90 周内完成的可能性有多少？

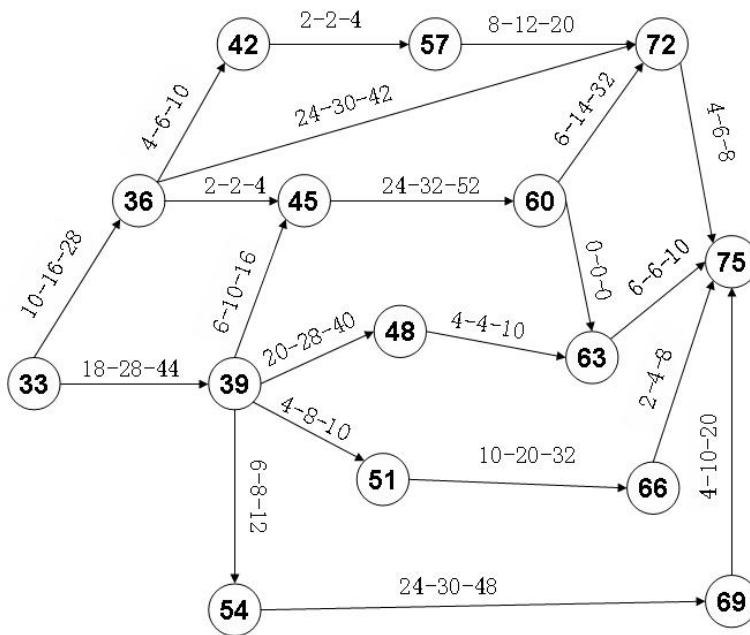


图2-2

解答：第一步算出最早可能、最迟必须完成时间与时差。我们用以下的手算工作表进行。首先将任务依第一字的顺序由小到大排列，如果第一字相同则依第二字的顺序由小到大排列，然后写下最短、最可能、最长三个估计的时间，写好后如表 2-3。

先用

$$t_e = \frac{t_0 + 4t_m + t_p}{6}$$

来算出平均时间，填入第五栏，这样就变为肯定型的情况了。

第二步用处理肯定型的办法算出最早可能完成时间 T_E 。

第三步现在已经有了预先给定的完成时间 90 周，因而是从 90 周中减起算出 T_L 的数值来（与肯定型稍有不同）。

第四步还是由 $T_L - T_E$ 求时差，但注意时差可能出现负数了（这就是为什么不称为“富裕时间”的道理）。最小负数的箭杆形成主要矛盾线，经过这样算得出的结果见表 2-4。

手算工作表

表 2-3

工序编号		本工序时间				开工时间		时差
箭尾号	箭头号	最短 t_o	最可能 t_m	最长 t_p	平均 t_E	最早 T_E	最迟 T_L	$T_L - T_E$
33	35	10	16	28				
33	39	18	28	44				
36	42	4	6	10				
36	45	2	2	4				
36	72	24	30	42				
39	45	6	10	16				
39	48	20	28	40				
39	51	4	8	10				
39	54	6	8	12				
42	57	2	2	4				
45	60	24	32	52				
48	63	4	4	10				
51	66	10	20	32				
54	69	24	30	48				
57	72	8	12	20				
60	63	0	0	0				
60	72	6	14	32				

63	75	6	6	10				
66	75	2	4	8				
69	75	4	10	20				
72	75	4	6	8				
75								

手算工作表

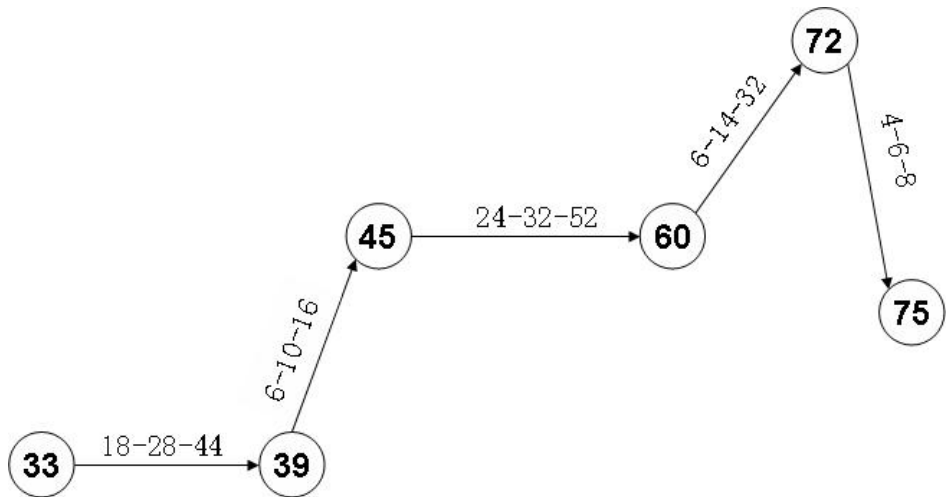
表 2-4

工序编号		本工序时间				开工时间		时差
箭尾号	箭头号	最短 t_o	最可能 t_m	最长 t_p	平均 t_E	最早 T_E	最迟 T_L	$T_L - T_E$
33	35	10	16	28	17.0	0.0	15.0	15.0
33	39	18	28	44	29.0	0.0	-5.0	-5.0
36	42	4	6	10	6.3	17.0	62.7	45.7
36	45	2	2	4	2.3	17.0	32.0	15.0
36	72	24	30	42	31.0	17.0	53.0	36.0
39	45	6	10	16	10.3	29.0	24.0	-5.0
39	48	20	28	40	28.7	29.0	49.6	20.6
39	51	4	8	10	7.7	29.0	57.7	28.7
39	54	6	8	12	8.3	29.0	39.0	10.0
42	57	2	2	4	2.3	23.3	69.0	45.7
45	60	24	32	52	34.0	39.3	34.3	-5.0
48	63	4	4	10	5.0	57.7	78.3	20.6
51	66	10	20	32	20.3	36.7	65.4	28.7
54	69	24	30	48	32.0	37.3	47.3	10.0
57	72	8	12	20	12.7	25.6	71.3	45.7
60	63	0	0	0	0.0	73.3	83.3	10.0
60	72	6	14	32	15.7	73.3	68.3	-5.0
63	75	6	6	10	6.7	73.3	83.3	10.0

66	75	2	4	8	4.3	57.0	85.7	28.7
69	75	4	10	20	10.7	69.3	79.3	10.0
72	75	4	6	8	6.0	89.0	84.0	-5.0
75						95.0	90.0	-5.0

附注：有时用手算工作表，并不比图上算来得快些。

由此可见主要矛盾线是：



再用表 2-5 算出主要矛盾线上的方差。

表 2-5

工序编号		t_0	tp	$tp - t_0$	$(tp - t_0)^2$
箭尾号	箭头号				
33	39	18	44	26	676
39	45	6	16	10	100
45	60	24	52	28	784
60	72	6	32	26	676

72	75	4	8	4	16
总计					2252

因此标准离差

$$\lambda = \sqrt{\frac{2252}{36}} \approx \sqrt{62.5556} \approx 7.91$$

总的平均周数已经在表 2-4 种算出等于 95。

因此求

$$95 + 7.91\lambda = 90$$

即得

$$\lambda = \frac{-5}{7.91} \approx -0.63$$

查 § 13 的表 2-2 得出可能性是 26%。

总括一句：这个工程 90 周内完工的可能性只有 26%，四次里面可能有一次成功，三次失败。

放长期限到 100 周，由

$$95 + 7.91\lambda = 100$$

解出

$$\lambda = \frac{-5}{7.91} \approx -0.63$$

查表 2-2 得出可能性为 74%，成功的可能性四次里面可能有三次了。

附记：

用肯定型的办法来画主要矛盾线对吗？我们暂且如此用，在 § 16 有更好的办法来处理这个问题，在那里我们考虑了潜在发展的可能性。

我们想指出，对每一任务都用最保守的估计，因而可以算出整个工程最保守的估计，这样可以心中有数，知道在某一日期前完成。同样我们都用最乐观的估计，也可以算出整个工程的最乐观估计，这样可以知道完成任务所需的最短时间。如果这两种方法所得出来的主要矛盾线是同一的，那就不一定要用概率方法来决定主要矛盾线了。

查 § 15 练习题

1. 纠正图 2-3 上至少存在的六个错误。

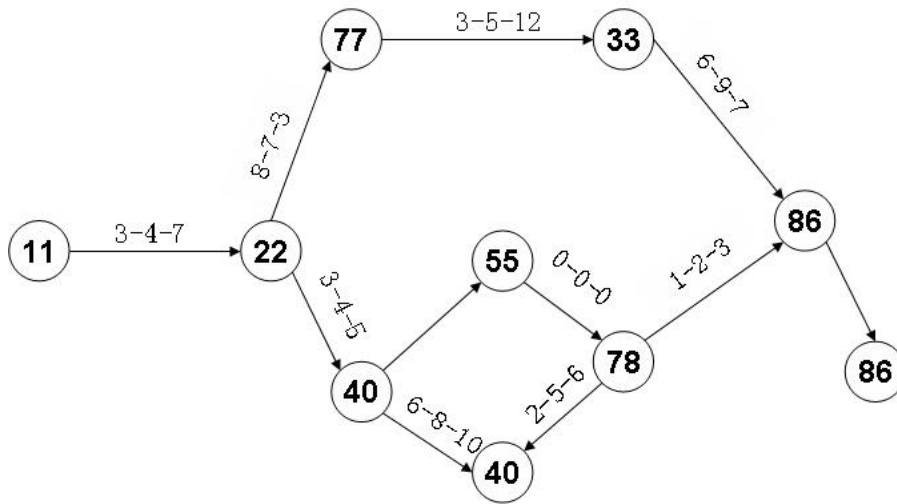


图2-3

2. 用手算工作表处理图 2-4 并算出主要矛盾线。

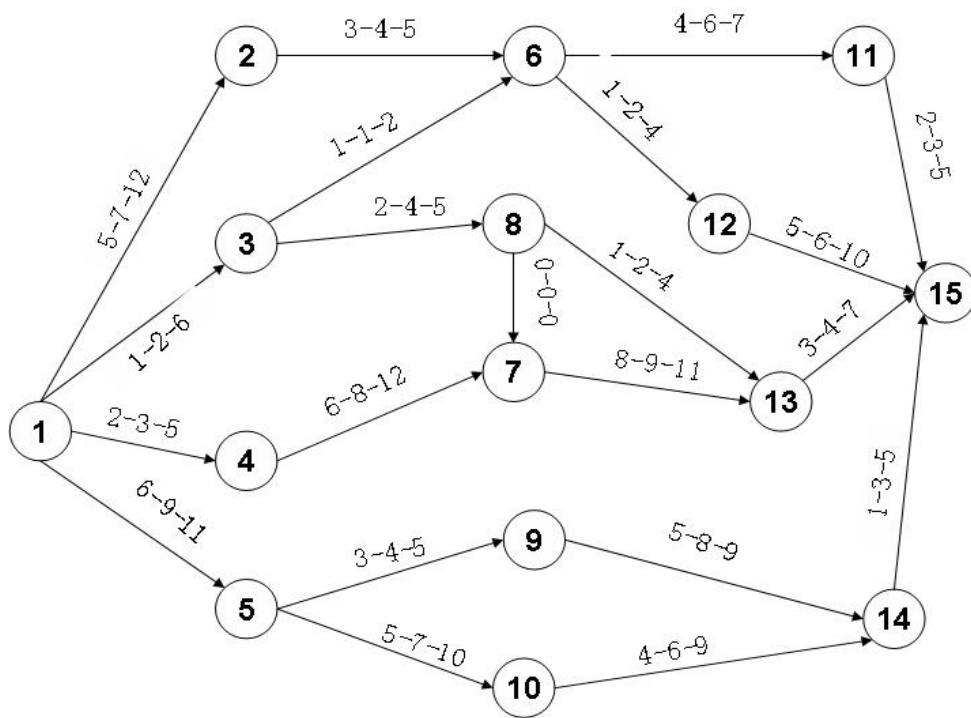


图2-4

3. 计算图 2-5 的主要矛盾线。

$$\frac{Q - M_i}{\sigma_i}$$

中找出数值最小的就够了。

在实际计算中不必算出所有的 $(Q - M_i) / \sigma_i$ 来，只要考虑那些 M_i 比较大的，再考虑 σ_i 中比较大的就够了。因为全部算出，往往不胜其烦，且作用不大。

§ 17 为什么这样定平均数？

为什么用公式

$$M = \frac{a + 4c + b}{6}$$

来代表平均数？为什么用

$$V = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

来表示方差。美国的一些专家说，这样算还是符合实际的，但怎样解释呢？当然，只能加以解释，而不能像普通数学上那样“证明”。先讲我们的解释，再介绍美国所流行的一种的解释，他们的解释既要用到高深数学，又似乎得不出需要的结论来。

a 是最乐观的估计， c 是最可能的估计，我们用加权平均，在 (a, c) 之间的平均值是 $\frac{a + 2c}{3}$

假定 c 的可能性两倍于 a 的可能性。同样在 (c, b) 之间的平均值，是 $\frac{2c + b}{3}$

因此完成日期的分布可以用

$$\frac{a + 2c}{3}, \frac{2c + b}{3}$$

各以 $\frac{1}{2}$ 可能性出现的分布来代表它（渐近）。如果这是对的，这两点的平均数是

$$\frac{1}{2} \left(\frac{a + 2c}{3} + \frac{2c + b}{3} \right) = \frac{a + 4c + b}{6}$$

而方差是

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{a + 4c + b}{6} - \frac{a + 2c}{3} \right)^2 + \left(\frac{a + 4c + b}{6} - \frac{2c + b}{3} \right)^2 \right] = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

再看美国一些 PERT（这是美国对非肯定型方法所叫的名称）工作者的说法，他们说

完成时间的分布是依所谓 β 分布的规律的，假定方差是 $\frac{1}{36}(b-a)^2$ ，则均值的渐近值就等于 $\frac{1}{6}(a+4c+b)$ 。为什么方差是 $\frac{1}{36}(b-a)^2$ 没有交待，即使如此，也不能用 β 分布推得以上的结论来。当然另一个可能性是我没有看懂。但我把他们的论点交待如下：

为了简单起见，我们用 $a = 0$ ， $b = 1$ 。 β 分布的定义是

$$\beta(x) = x^p (1-x)^q \mid B(p+1, q+1)$$

这儿

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(n)\Gamma(m)}{\Gamma(m+n)}$$

把这些条件用上：

(1) 在 $x = c$ 处取最大值，即

$$\frac{d\beta(x)}{dx} \Big|_{x=c} = 0$$

由此推出

$$px^{p-1}(1-x)^q - qx^p(1-x)^{q-1} = 0$$

即

$$p(1-x) - qx = 0 \quad x = \frac{p}{p+q}$$

即得

$$c = \frac{p}{p+q}$$

(2) 均值的近似值等于 $\frac{4c+1}{6}$

均值等于

$$\begin{aligned} u &= \int_0^1 x\beta(x)dx = \int_0^1 x^{p+1}(1-x)^q dx / B(p+1, q+1) \\ &= \frac{B(p+2, q+1)}{B(p+1, q+1)} = \frac{p+1}{p+q+2} \end{aligned}$$

$$\text{即 } \frac{p+1}{p+q+2} = \frac{1+4c}{6}$$

$$(3) \text{ 方差} = \frac{1}{6^2}$$

方差

$$= \int_0^1 (x-u)^2 \beta(x) dx = \int_0^1 x^2 \beta(x) dx - 2u \int_0^1 x \beta(x) dx + u^2$$

$$= \int_0^1 x^2 \beta(x) dx - u^2 = \frac{\int_0^1 x^{p+2} (1-x)^q dx}{B(p+1, q+1)} - u^2$$

$$= \frac{B(p+3, q+1)}{B(p+1, q+1)} - \left(\frac{p+1}{p+q+2} \right)^2$$

$$= \frac{(p+2)(p+1)}{(p+q+3)(p+q+2)} - \left(\frac{p+1}{p+q+2} \right)^2$$

$$= \frac{(p+1)(q+1)}{(p+q+2)^2(p+q+3)}$$

算到这儿问题可以改述为：假定

$$(1) \frac{(p+1)(q+1)}{(p+q+2)^2(p+q+3)} = \frac{1}{6^2}$$

则由 $c = p/p+q$ 可以推得

$$u = \frac{p+1}{p+q+2} \approx \frac{1+4c}{6}$$

$$\text{从 } c = p/p+q \quad u = p+1/p+q+2$$

解得

$$p = \frac{c(1-2u)}{u-c} \quad q = \frac{(1-c)(1-2u)}{u-c}$$

$$p+1 = \frac{1-2c}{u-c} u \quad q+1 = \frac{1-2c}{u-c} (1-u)$$

代入 (1) 式

$$\frac{\frac{1-2c}{u-c} u \frac{1-2c}{u-c} (1-u)}{\left(\frac{1-2c}{u-c}\right)^2 \left(\frac{1-2c}{u-c} + 1\right)} = \frac{1}{6^2}$$

即 (2)

$$6^2 u(1-u)(u-c) = 1+u-3c$$

怎样从这个式子推出

$$u = \frac{1}{6}(1+4c)$$

是一个疑问。

用高深数学并没有回答原来的问题。

附记：

对一个任务如果经验多了，通过资料知道它们以往是

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

周完成的，则我们可以用 $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$

来表均值，用

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{a} - a_i)^2$$

表方差。

§ 18 整个完成期限适合正态分布律

为什么最后完成期限是一个以

$$M = \sum_{i=1}^s \frac{a_i + 4c_i + b_i}{6}$$

为均值，以

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^s \left(\frac{b_i - a_i}{6} \right)^2}$$

为标准离差的正态分布，用到了概率论中有名的中心极限定律，对不对？当 s 充分大时，这可能是一个较好的渐近估计，细分析一下在实际上用

$$\frac{a_i + 4c_i + b_i}{6}, \left(\frac{b_i - a_i}{6} \right)^2$$

各为均值与方差的时候，我们已经用了下面的分布来替代了原来的分布：

$$a_i = \frac{a_i + 2c_i}{3}, \beta_i = \frac{2c_i + b_i}{3}$$

各有 $\frac{1}{2}$ 可能性。

如果 s 不太大，可以用以下的方法来处理，即

$$\prod_{i=1}^s \left(\frac{x^{a_i} + x^{\beta_i}}{2} \right)$$

中的 x 的指数 $\leq Q$ 诸系数之和等于在 Q 周前完成的可能性。

当 s 大时，这个方法很难直接计算，是其缺点。

如果不管 $\frac{1}{6}(b_i - a_i)^2$ ，而直接从 $\frac{1}{6}(a_i + 4c_i + b_i)^2$ 联想由

$$\prod_{i=1}^s \left(\frac{x^{a_i} + 4x^{c_i} + x^{b_i}}{6} \right)$$

求其中 x 的指数 $\leq Q$ 的诸系数之和那就更直接些，但计算起来也就更麻烦了。

§ 19 时差也要用概率处理

现在所算出的最早可能完成时间 T_E ，实际上是在 T_E 前有 $1/2$ 可能性完成。最迟必须完成时间 T_L ，实际上也是，如果到 T_L 仍完不成而推迟任务的可能性是 $1/2$ ，因此也应当用概率处理才对。

但为了简单起见，我们这儿不多谈了。我们所算出的时差大小，只是用来作为调整的参考资料而已（同时每个环节都要这样算，计算量也太大了）。

附带说明一句，非肯定型比肯定型的计算复杂得多，因此尽可能避免用非肯定型。

例如：如果数据都是大致对称的，也就是 c 是 a b 的均值 $\frac{1}{2}(a+b)$ 时，在这种情况下可以作为肯定型来计算。但要注意结论是平均完成日期。

§ 20 计划

也许有人认为统筹方法仅仅着重于时间，而忽视其他。实质上也不尽然。因为每道工序所需要的时间是由其他因素决定的。而我们是在这样的基础上来画箭头图的。

计划的制定，应当根据领导的要求来进行。例如：领导要求保证质量尽快做成，没有人力物力的限制。又如：要求达到最高工效。又如：在现有设备和交货日期的限制下制定等等。为了简单起见，我们现在将一个在时间最短的条件下用人最少的安排方法。

先画出箭头图，再调查每一工序最短可靠完成时间，依这些时间画图，找出主要矛盾线来。然后在按照主要矛盾线所要求的时间按时完成本工程的条件下，把非主要矛盾线上的人数（或设备）尽可能减少或降低高峰用人。这样就达到在工期最短的条件下，用人最少的目标了。

说的抽象些，计划问题是如下的数学形式：

一项任务需要 100 人周完成，并不是说 700 人可以一天完成。也不是说一个人 700 天做完，往往是人少做不成，人多窝了工。所谓 100 个人周的意思是：在人数恰当的时候，确乎是人数与时间成反比例。

例如①→①工序的人数 x_{ij} 适合于

$$(1) \quad g_{ij} \leq x_{ij} \leq h_{ij}$$

也就是说，当人数少于 g_{ij} ，每人工效显著下降。当人数多于 h_{ij} ，将出现较严重的窝工现象。①→①需要的工作量是 a_{ij} 。沿每条线算出

$$\frac{a_{ij}}{x_{ij}}$$

的和，写成为 $t_k = \sum_{(k)} \frac{a_{ij}}{x_{ij}}$

是沿第的 k 条线路所需要的时间，而整个工程完成的时间等于所有的 t_k 中的最大者。即

$$T = \max_{(k)} t_k$$

条件不止于（1）一个，还可能有各种各样的条件，例如某工种的人数限制，某项设备的限制，原材料到达日期的限制等，计划问题在于在这些限制下，我们求 T 的最小值，称为最优解。

注意：这样的数学问题一般是不容易求出最优值的。首先，有时这样的问题比一般所知道的规划论上的问题还难，一下子找不到有效解。其次，计算量太大，不好办。如果已经有一个设计方案，可以尽可能地改进，下次在安排计划时，便可以在这个基础上进一步加工了。

还必须在赘一句，定下 T 的数值之后，工作并未结束，在非主要矛盾线的环节上还应当检查：在不影响整个进度的条件下，用人能不能再少，设备能不能再少。

总之，向主要矛盾环节要时间，向非主要矛盾环节要节约。

此外，值得在此一提的是：在制定计划的时候，为了保证产品质量，必须添上一些检查原材料（或半成品）质量的箭头，把不合格的剔除，以便提高整个产品的合格率。

§ 20 施 工

在计划定好后，我们有了箭头图，但这个箭头图并不是一成不变的。为了适应形势的进展，范围小的可以由人掌握，随时了解情况，及时调整，指导生产；而范围大的必须建立一套报表制度，随时掌握情况。表格力求简单，除印好的部分外，只填几个数字就行了。例如，印好的部分如下：

崆峒山			甲						乙		
箭头 号码	箭尾 号码	工程 性质	开工日期			估计完成日期			重估日期		
			月	日	年	月	日	年	最短	最可能	最长
536	748	隧 道 工程									
<p>(1) 已经开工或已经有开工日期的请填甲栏；</p> <p>(2) 如还没有确切的开工日期的请填乙栏；如估计无变化，则填不变二字，如有变化请填上重估时间。</p> <p>(3) 切勿两栏同时填。</p>											

这个表仅供参考之用，可以根据实际情况制定各种必要的表格，但原则是表中要填写的内容愈少愈好。

有了表格，可以做出规定，例如每月循环两次。要施工单位按期将报表送给“总调度”。总调度负责分析这些资料。把分析所得出的意见送给领导。例如某一环节进展得快了，必须通知下一任务的负责单位早日准备进入工地。又如哪一个环节没有按时完工，必须采取怎样的特殊措施。又如主要矛盾线有了变化，或次要矛盾有转化为主要矛盾的可能了，等等。然后将领导批准的意见下达，指挥生产。按固定的时间提出报表，按固定的时间进行分析，按固定的时间下达指令（指一般的情况，特殊情况下可以随时下达），周而复始，一直到任务最后完成为止。

在“总调度室”备有显示箭头图的模板一块，根据反映的情况随时修改箭头图（但必须把修改的过程记录下来）。图上特别标出正在进行的工程及进度。具体做法，必须发挥人的主观能动性，在实际工作中，依靠群众，自始至终地走群众路线，不断摸索，不断前进。诚如毛主席所说的：“人的正确思想，只能从社会实践中来，只能从社会的生产斗争、阶级斗争和科学实验这三项实践中来”。

又说：“世间一切事物中，人是第一个可宝贵的。在共产党领导下，只要有了什么人间奇迹也可以造出来。”

§ 21 总 结

每次修改箭头图的记录，也是进行总结的好材料。例如：由于某一外协工作（或外协件）没有及时完成，由于漏列了某一工序等等，都可由记录中获悉。反映最后实施的箭头图，也就是下次设计的好依据，或其他地区设计类似工程的良好参考。

各兄弟单位类似工程的最后实施图的对比，不仅仅可以找出整个工程的差距来（用数字表达的差距），而且可以一分为二地看问题，分析出在哪些工序上，我们组织得比较好些，而哪些比较差些，因而收到取长补短的效果。

附录一 某焦化厂 1500 毫米斗式提升机检修计划 与实际进度流程图编制说明

某焦化厂洗煤车间 1500 毫米斗式提升机检修，是运用统筹方法的一个例子。这个斗式提升机算是一个小型设备。每半年定期检修一次，检修一次大约需要 30 多小时，但是必须停产。因此，检修时间的长短对生产的影响是举足轻重的，历来在检修时都是争分夺秒的。

这次检修，原订计划 28 小时，经过统筹安排后，把计划时间压缩了 26 小时半，实际只用了 22 小时半，缩短了 20%。

通过这次实践，我们初步体会到如果能正确地运用统筹方法，是可以把计划管理工作水平大大提高一步的。

这次用统筹方法编排斗式提升机检修计划，是按下列步骤进行的。

（一）分解工序。这个设备的结构不复杂，它的工作原理是这样的（见附图 3）：提生机中的斗子（1）不断从料仓（2）将水选后得出的精煤浆沿轨道（3）向上提送，经大身负重（4）的出口排料斗送往脱水仓，精煤脱水后用水皮带送往焦炉炼焦。斗子由电动机（5）带动，经传动一轴（6），传动二轴（7），上轴（8）和中间轴（9）传动，连续作业。

检修时，先将安全栏杆（16）及斗子拆除，然后，整个检修工作就可以分大身、上轴、下轴以及传动几个部分同时进行了。

根据这次检修的要求，把整个检修工作划分为 17 项，给它们编上顺序号。

把项目的名称、代号以及完成这个项目所需要的时间记入图中代表该项目的箭尾圆圈中（见附图 1）。

（二）根据已定项目的顺序关系，画出单代号法工序流程图。按照时间坐标，用箭标实线部分的水平长度表示项目工期，用虚线部分表示完成该项目的机动时间。联接所

有没有虚线的箭杆，得出时间上的主要矛盾线，用红线标在流线图中（虚线最短的，可以作为时间上的次主要矛盾线，用绿线表示，见附图 1。图中代号 4 与代号 5 之间的垂直线表示工序之间衔接关系）。

（三）根据机动时间不宜过长，人力力求满负荷的原则对流线图加以整理。

此外，还可以把实际检修工作进度，也按时间坐标画在同一个流线图上，用另外一种颜色表示，或在流线图下面另画一实际检修进度图书（见附图 1 下部），这样可以随时掌握进度，并可在执行中，根据实际情况对计划方案进行必要的调整，而且这样也便于工作完成后，进行分析总结。

工作完成后，这张带有实际进度的流线图，就作为原始资料存档。

斗式提升机检修虽然是一个小项目，但是从中也体会到统筹方法比以前所采用的条形计划法（见附图 2）有下述几个优点：

（一）经过调整，可以找出一个最好的计划方案。以前用条形计划，虽然经过几次讨论，但是最后确定的方案是好是坏，好到什么程度，谁也说不出来。采用统筹方法，就可以把主要矛盾线的长度和时差之间的相对关系，作为一个衡量标准。

（二）这个方法，不仅可以说明怎样的计划方案是最好的，而且可以说明应该采取应该采取什么样的调整措施。才能得出这样的最好方案。例如，如果主要矛盾线过长，时差过大，就可以集中考虑一下，是不是可以把主要矛盾线上的项目在分解一下而采取平行作业，或者大搞技术革新、技术革命，缩短这些项目的绝对工期，或者再从非主要矛盾线上抽调一部分人力，集中力量打歼灭战，缩短主要矛盾线，从而缩短整个工作时间。

（三）便于对工作进行控制和管理。哪里是主要矛盾，哪里的时间最长，需要的人力、设备最多，最容易出问题，哪里留有多大的余地，随时随地作到心中有数，因此就便于及时采取相应的措施，预先防止可能出现的一些问题，保证提前完成计划。

（四）流线图更便于反映客观事物的内在联系，反映事物的本质，特别是在反映某一工作中各项目之间的相互联系，相互依存和影响关系上，比条形图（见附图 2）前进了一步。

以前用的条形图，不能清楚地反映出项目与项目之间在时间、人力、设备上等衔接关系。更不能反映，如果某一项工作发生变动会对所有其他项工作以至全局，发生什么影响。特别是如果工作稍微复杂一些，条形计划就要印成许多页，来回翻阅，更无法作到一目了然。

（五）流线图上增加时间坐标后，可以代替条形图。

（某公司经济管理处、总机械师室、修理厂）

附录二 某中学工程施工总工序流线图编制说明

某中学工程是运用统筹方法组织单幢号建筑工程施工的一个试点工程。这个工程按照过去条形图的安排方法需要 122 天才能完成（见附图 5）。由于运用了统筹方法组织施工，对全工程进行了合理的安排，充分利用了空间和时间，只要 72 天即可完成，可缩短工期 41%。

一、工程项目说明

本工程是四层混合结构平顶教学楼，建筑面积为 3972.80 平米。施工方法根据实物量和作业面，把基础分为三个施工段，结构划分为四个施工段，进行流水施工。从结构到装修设备采取立体交叉作业。结构承重墙为砖砌体。大梁、楼板、楼梯为预制构件按装。全部垂直运输使用建筑 I 型塔式起重机综合吊装。室内抹灰采用机械喷灰。

二、有关流水图的说明

1. 流水图采用双代号法表示（见附图 4）。每一支箭头“→”表示一个工序，“— • — →”表示人力衔接关系，“……→”表示工序衔接关系。箭杆上边表示工程项目（例如表示一层墙第 4 段），箭杆下边为本工序需要作业时间（天），圆圈内为编号。

2. 为了出版的方便，在流水图上没有标出“最早可能开工时间”、“最迟必须完成时间”和“时差”。

3. 流水图编为两种形式：一种是总工序流水图书（见附图 4）；另一种是分工序流水图。总工序流水图也就是综合施工总进度计划，可以采取粗编的办法，把同类的和较小的项目尽量合并，达到简明易懂。例如“地前”工序，表示抹地面以前必须完成的活，包括五个工种 29 工序。总流水图没有采取时间坐标。这样做的好处是，适应客观发展变化，运用灵活，调整方便，主要供计划、调度人员和领导掌握。

分工序流水图，也就是工种（班组）作业计划。主要表示各专业工种间的工序安排。分工序流水图力求简单、通俗、易懂，便于工人自己掌握。在分工序流水图上增添了时间坐标，看起来一目了然。

三、流水图与条形图的比较

通过试点工作的初步实践，体会到流水图有以下几个方面优越性：

（一）流水图通过箭头关系，把施工过程中所有各个专业，各个工种，每一道工序，科学地组织成为一个整体，工序之间的关系看起来清楚明确。

（二）由于预先掌握了主要矛盾线，便于领导集中精力抓主要矛盾，改进了过去只凭经验或只从现象出发去观察矛盾的情况。同时，也便于领导下去蹲点调查研究，解决重大关键性问题，使领导工作更加主动了。

（三）在施工过程中，执行作业的工人小组，通过流水图既可熟悉总的情况，又能知道小组力争上游，比学赶帮，共同保证关键工序的按期完成。

（四）流水图把各个分包施工作业都纳入了总包的体系内，配合协作关系更密切了，

更有效地调动一切积极因素，达到统筹兼顾，全面安排。

（五）主要矛盾线，也就是搞技术革新、技术革命的重点，它不仅促进了技术革新和技术革命，同时也促进了管理工作的改进。

（六）工期短，设备利用率高，资金周转快，对国家是一项节约。

（七）更重要的是提高了计划工作质量。流程图便于分析比较，求得较好的计划方案。

（李庆华）