

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 2
з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-114
Бідак Юлія
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р

Моделювання основних операцій для числових множин

Мета : Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості: Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Кажуть, що множина A є підмножиною множини S (цей факт $A \subseteq S$ позначають, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S . Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають власною (строгою, істинною) підмножиною S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення). Множина, яка не має жодного елемента, називається порожньою і позначається \emptyset . Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$. Множина всіх підмножин множини A називається булеаном і позначається $P(A)$. Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається $|A|$. Потужність порожньої множини дорівнює 0. Над множинами можна виконувати дії: об'єднання, переріз, доповнення, різницю, симетричну різницю, декартів добуток.

Варіант 1

1. Для скінченних множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{2, 4, 6,8,10\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій:

а) $(A \cap B) \cup C$;

б) $(A \cup C) \setminus B$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

Розв'язок:

$$A = \{1111111000\}$$

$$B = \{0001111111\}$$

$$C = \{0101010101\}$$

а) $(A \cap B) \cup C$

$$1) (A \cap B) = \{0001111000\}$$

$$2) (A \cap B) \cup C = \{0101111101\}$$

б) $(A \cup C) \setminus B$

$$1) (A \cup C) = \{1111111101\}$$

$$2) \overline{B} = \{1110000000\}$$

$$3) (A \cup C) \setminus B = (A \cup C) \cap \overline{B} = \{1110000010\}$$

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{(B \setminus \overline{A}) \cup C}$. Знайти його потужність.

Знайти: $\overline{(B \setminus \overline{A}) \cup C}$

$$1) \overline{A} = \{8,9,10\} = \{0000000111\}$$

$$2) (B \setminus \overline{A}) = \{4,5,6,7\} = \{0001111000\}$$

$$3) (B \setminus \overline{A}) \cup C = \{2,4,5,6,7,8,10\} = \{0101111101\}$$

$$4) \overline{(B \setminus \overline{A}) \cup C} = \{1,3,9\} = \{1010000010\}$$

$$[(B \setminus \overline{A}) \cup C] = 3$$

$$P(\overline{(B \setminus \overline{A}) \cup C}) = 2^3 = \{\{\emptyset\}, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1,3\}, \{1,9\}, \{3,9\}, \{1,3,9\}\}$$

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{2,3\} \in \{\{1,2\}, 2,3\}$;

б) $Q \subset R$;

в) $Q \cup N \subset N$;

г) $N \cap Z \subset Z \cap Q$;

д) якщо $C \subset A \cup B$, то $A \cap B \subset C$.

Розв'язок:

а) $\{2,3\} \in \{\{1,2\}, 2,3\}$; - неправильно, адже приналежність елемента множині позначається символом \in

б) $Q \subset R$; - правильно

в) $Q \cup N \subset N$ - не правильно

г) $N \cap Z \subset Z \cap Q$; - правильно

д) якщо $C \subset \overline{A \cup B}$, то $A \cap B \subset \overline{C}$. – не правильно

$$(C \subset \overline{A}) \cup (C \subset \overline{B}) = \{x \mid (x \in C) \cap (x \notin A)\} \cup \{x \mid (x \in C) \cap (x \notin B)\} =$$

$$\{x \mid (x \notin C)\} \cup \{x \mid (x \in A) \cap (x \in B)\}$$

$$A \cap B \subset \overline{C} = \{x \mid (x \in A) \cap (x \in B)\} \cap \{x \mid (x \notin C)\}$$

4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C).$$

Розв'язок:

$$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \cap \overline{(A \cap C)} \text{ за озн. «\»}$$

$$(A \cap B) \cap \overline{(A \cap C)} \text{ з. де Моргана}$$

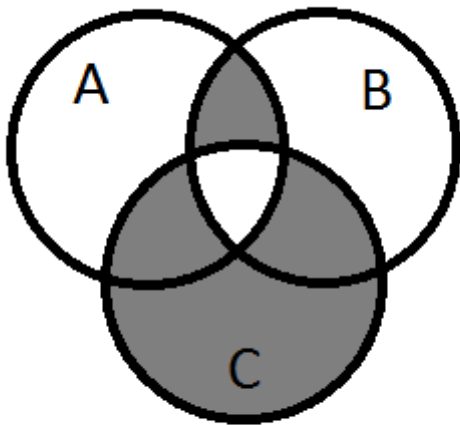
$$((A \cap B) \cap \overline{A}) \cup ((A \cap B) \cap \overline{C}) \text{ з дистрибутивності}$$

$$(\emptyset \cap B) \cup ((A \cap B) \cap \overline{C}) \text{ за законом доповнення}$$

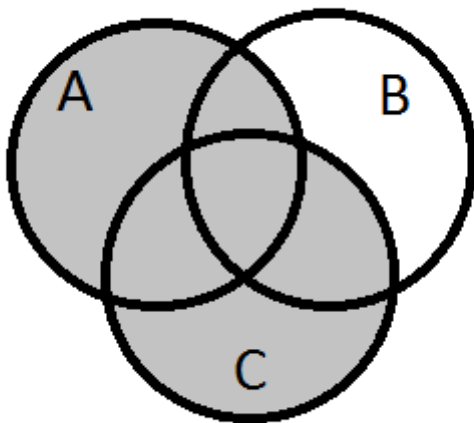
$\emptyset \cup (A \cap (B \setminus C))$ закон домінування, за озн. « \setminus »

$A \cap (B \setminus C)$ закон тотожності

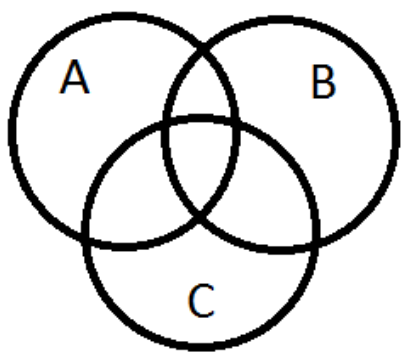
5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $((A \cap B) \Delta C) \setminus (A \cup C)$.
 $(A \cap B) \Delta C$



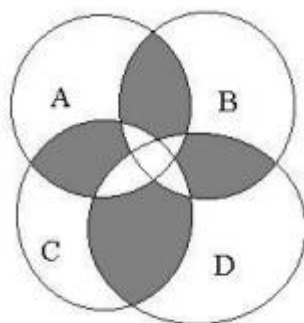
$(A \cup C)$



$((A \cap B) \Delta C) \setminus (A \cup C)$



6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



Розв'язок:

$$(A \cap B \cap D \cap C) \setminus ((A \cap D) \cup (C \cap B))$$

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\overline{A \cap B \cap C} \cup (A \cap B) \cup \overline{C} =$$

Розв'язок:

$$\overline{A \cap B \cap C} \cup (A \cap B) \cup \overline{C} =$$

$$\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} \cup (A \cap B) \cup \overline{C} = \text{з. де Моргана}$$

$$\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} \cup (A \cap B) = \text{з. ідемп.}$$

$$((\overline{A} \cup A) \cap (\overline{A} \cup B)) \cup \overline{B} \cup \overline{C} = \text{з. дистриб.}$$

$T \cap (\overline{A} \cup B) \cup \overline{B} \cup \overline{C}$ = доповнення

$\overline{A} \cup \overline{C} \cup (B \cup \overline{B})$ = за з. ідемп.

$\overline{A} \cup \overline{C} \cup T$ доповнення

$\overline{A} \cup \overline{C}$

8. Зі 100 студентів англійську мову знають 28 студентів, німецьку – 30, французьку – 42, англійську та німецьку – 8, англійську та французьку – 10, німецьку та французьку – 5, всі 3 мови знають 3 студента. Скільки студентів не знають жодну з трьох мов?

Розв'язок:

A=28 множина студентів, які знають англійську мову;

B=30 множина студентів, які знають німецьку мову

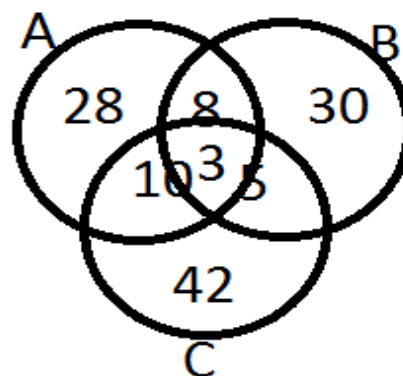
C=42 множина студентів, які знають французьку мову

$A \cup B = 8$

$A \cup C = 10$

$C \cup B = 5$

$A \cup B \cup C = 3$



1) $28 - 10 - 8 + 3 = 13$ – кількість студентів, які вивчають лише англійську мову

2) $30 - 5 - 8 + 3 = 20$ – кількість студентів, які вивчають лише німецьку мову

3) $42-5-10+3=30$ – кількість студентів, які вивчають лише французьку мову

4) $100-(20+30+13+10+5+2)=20$ – кількість студентів які не вивчають жодну з мов

Додаток № 2 до лабораторної роботи № 2

1. Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції об'єднання та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

Програмна реалізація

```
Start here x laboratorna2.cpp x
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  int main()
4  {
5      setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
6      int arr1[50], arr2[50], unions[100], riz[100];
7      int n, sizeunions=0, sizeriz=0;
8      int p=0; //потужність симетричної різниці
9
10     cout<<"Введіть кількість елементів першої множини"<<" ";
11     cin >>n;
12     cout<<"Введіть" <<" " <<n <<" " <<"елементів першої множини"<<endl;
13     for(int i=0; i<n; i++){
14         cin>>arr1[i]; // ввід елементів користувачем
15     }
16     for(int i=0; i<n; i++){ //перевірка на наявність повторюваних елементів
17         for(int j=i+1; j<n; j++){ //наступний елемент порівнюється з попереднім
18             if(arr1[i]==arr1[j]){
19                 for(int k=j; k<n-1; k++){
20                     arr1[k]=arr1[k+1]; //зсув
21                     n--;
22                 }
23             }
24         }
25         cout<<endl;
26         cout<<"Ваша перша множина:"<<endl;
27         for(int i=0; i<n; i++){
28             cout<<arr1[i]<<" ";
29             sizeunions++;
30         }
31         unions[sizeunions]=arr1[i];
32         sizeriz++;
33         riz[sizeriz]=arr1[i]; }
34
35     ////////////////////////////////////////
36     int m;
37     cout<<endl<<"Введіть кількість елементів другої множини"<<" ";
38     cin >>m;
39     cout<<endl<<"Введіть" <<" " <<m <<" " <<"елементи другої множини"<<endl;
40     for(int i=0; i<m; i++){
41         cin>>arr2[i]; // ввід елементів користувачем
42     }
43     for(int i=0; i<m; i++){
44         for(int j=i+1; j<m; j++){ //наступний елемент порівнюється з попереднім
45             if(arr2[i]==arr2[j]){
46                 for(int k=j; k<m-1; k++){
47                     arr2[k]=arr2[k+1]; //зсув
48                     m--;
49                 }
50             }
51         }
52         cout<<"Ваша друга множина:"<<endl;
53         for(int i=0; i<m; i++){
54             cout<<arr2[i]<<" ";
55             sizeunions++;
56             unions[sizeunions]=arr2[i];
```



```

57         sizeriz++;
58         riz[sizeriz]=arr2[i];
59     }
60     cout<<endl;
61
62     ////////////////////////////////////////////
63     for(int i=0; i<=sizeunions; i++){//аналогічна перевірка на наявність повторюваних елементів
64
65         for(int j=i+1; j<=sizeunions; j++)    {
66             if(unions[i]==unions[j]){
67                 for(int k=j; k<=sizeunions-1; k++)
68                     unions[k]=unions[k+1]; //зсув
69                 sizeunions--;    }
70             }
71         }
72
73     cout<<endl<<"Об'єднання"<<" ";
74     for(int i=1; i<=sizeunions; i++){
75         cout<< unions[i]<<" ";
76     }
77     cout<<endl<<"Симетрична різниця:"<<" ";
78     for (int i=1; i<=sizeriz; i++){//випадення елементів, які повторюються
79         bool flag=true;
80         for (int j=1; j<=sizeriz; j++)
81             if (i!=j && riz[i]==riz[j]) flag=false;
82         if (flag==true) {cout<<riz[i]<<" ";
83             p++; //потужність симетричної різниці
84         }

```

```

83         p++; //потужність симетричної різниці
84     }
85 }
86 cout<<endl<<"Потужність об'єднання"<<" "<<sizeunions<<endl;
87 cout<<"Потужність симетричної різниці"<<" "<<p;
88
89 }
90

```

Результати виконання програми

```
"D:\Julia\—шєьExЄэр ьрЄхьрЄшър ьрсюЕрЄюЕэр 2\laboratorna2.exe"
Введіть 5 елементів першої множини
23
34
43
34
6
Ваша перша множина:
23 34 43 6
Введіть кількість елементів другої множини 4
Введіть 4 елементи другої множини
23
6
44
333
Ваша друга множина:
23 6 44 333
Об'єднання 23 34 43 6 44 333
Симетрична різниця: 34 43 44 333
Потужність об'єднання 6
Потужність симетричної різниці 4
Process returned 0 (0x0)   execution time : 24.299 s
Press any key to continue.
```

Висновок: На даній лабораторній роботі, я навчилась будувати діаграми Ейлера-Венна, виконувати завдання з множинами, використовуючи операції, закони алгебри множин, освоїла принцип комп'ютерного подання множин.