

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 4
з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-114
Бідак Юлія
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

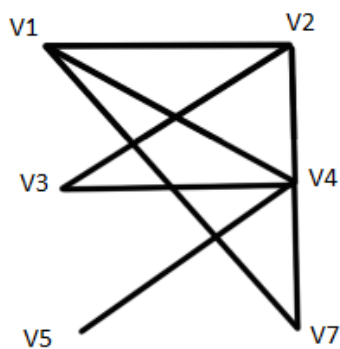
Тема: Основні операції над графами. Знаходження остова мінімальної ваги за алгоритмом Прима-Краскала

Мета: набуття практичних вмінь та навичок з використання алгоритмів Прима і Краскала.

Варіант №1

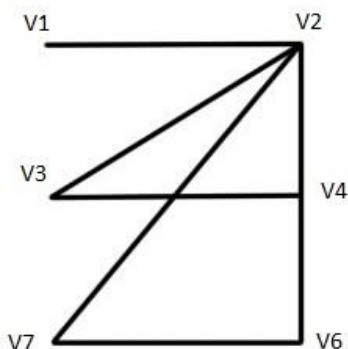
Завдання № 1. Розв'язати на графах наступні задачі:

1. Виконати наступні операції над графами:
 - 1) знайти доповнення до першого графу,
 - 2) об'єднання графів
 - 3) кільцеву суму $G1$ та $G2$ ($G1+G2$),
 - 4) розщепити вершину у другому графі,
 - 5) виділити підграф A , що складається з 3-х вершин в $G1$ і знайти стягнення A в $G1$ ($G1 \setminus A$),
 - 6) добуток графів.



$$V1 = \{V1, V2, V3, V4, V5, V7\}$$

$$E1 = \{ (V1, V2), (V1, V4), (V1, V7), (V2, V3), (V2, V4), (V3, V4), (V4, V5), (V4, V7) \}$$

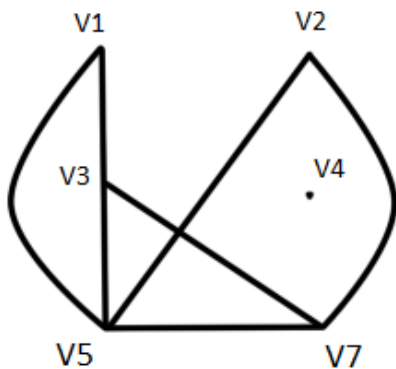


$$V2 = \{V1, V2, V3, V4, V6, V7\}$$

$$E2 = \{ (V1, V2), (V2, V3), (V2, V4), (V2, V7), (V3, V4), (V4, V6), (V6, V7) \}$$

Розв'язок:

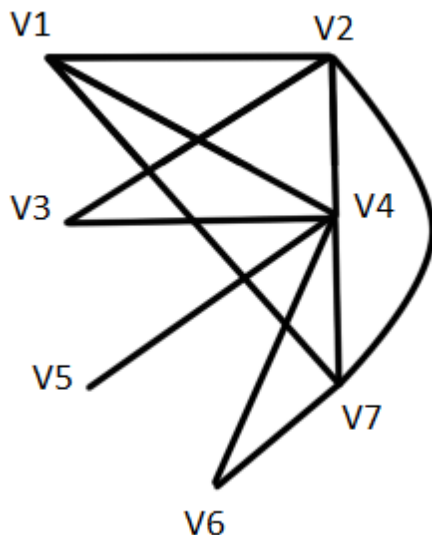
1) Доповнення до першого графу



$$V3 = \{V1, V2, V3, V4, V5, V7\}$$

$$E3 = \{ (V1, V3), (V1, V5), (V2, V5), (V2, V7), (V3, V5), (V3, V7), (V5, V7) \}$$

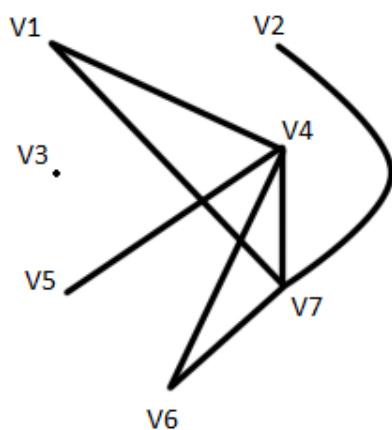
2) об'єднання графів



$$V4 = \{V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7\}$$

$$E4 = \{ (V1, V2), (V1, V4), (V1, V7), (V2, V3), (V2, V4), (V2, V7), (V3, V4), (V4, V5), (V4, V6), (V4, V7), (V6, V7) \}$$

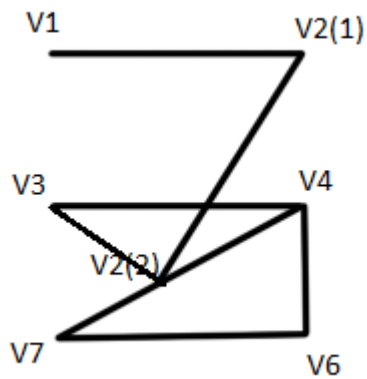
3) кільцева сума $G1$ та $G2$ ($G1+G2$)



$$V5 = \{V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7\}$$

$$E5 = \{ (V1, V4), (V1, V7), (V2, V7), (V4, V5), (V4, V6), (V4, V7), (V6, V7) \}$$

4) Розщепимо вершину V2 у другому графі (V2) :

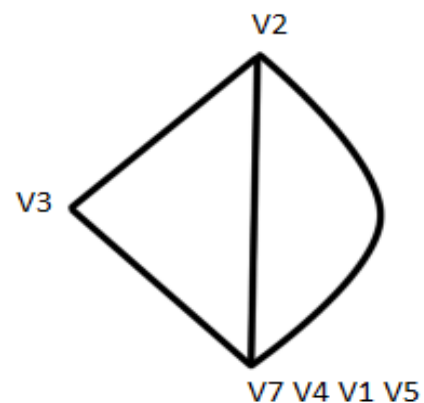
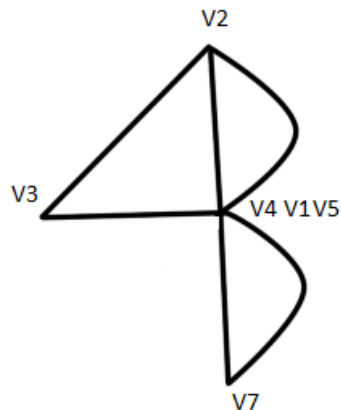
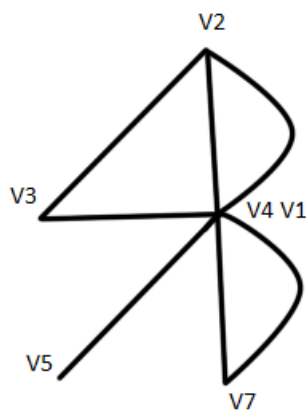
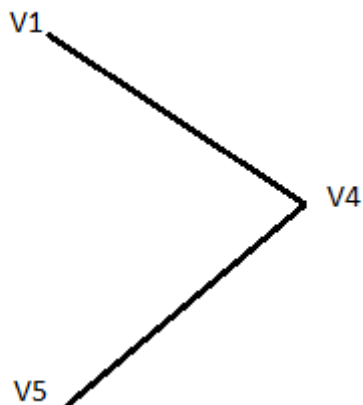


$$V6 = \{V1, V2(1), V2(2), V3, V4, V6, V7\}$$

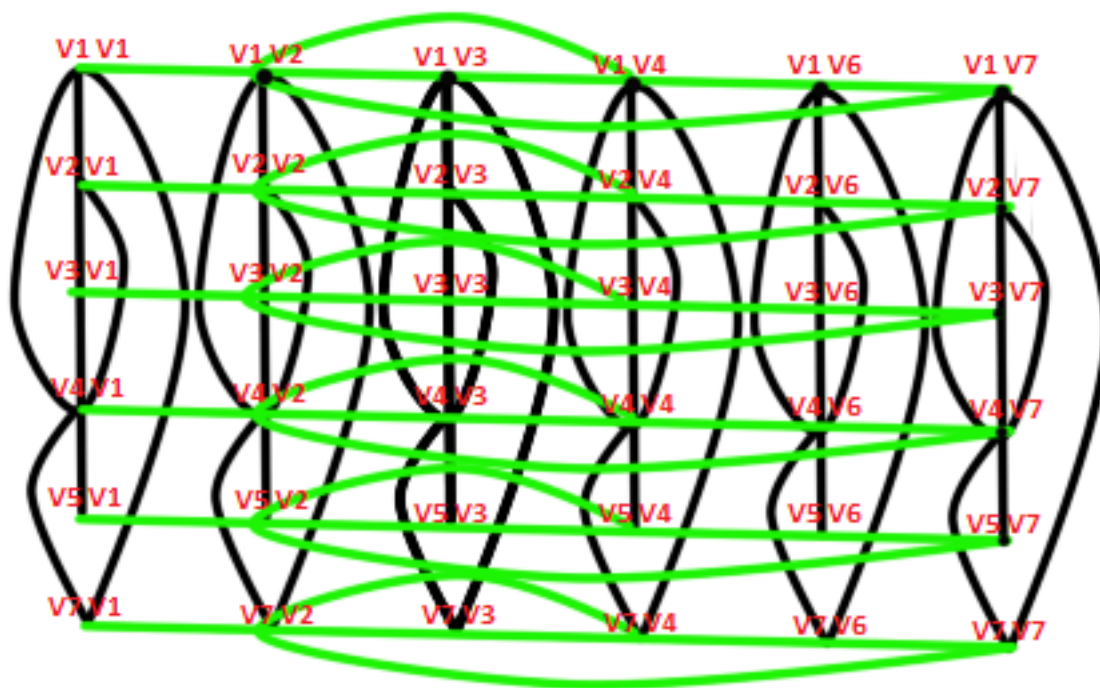
$$E6 = \{(V1, V2(1)), (V2(1), V2(2)), (V2(2), V3), (V2(2), V4), (V2(2), V7), (V3, V4), (V4, V6), (V6, V7)\}$$

5) виділимо підграф A, що складається з 3-х вершин в G1 і знайдемо стягнення A в G1 ($G1 \setminus A$),

Виділили підграф A:

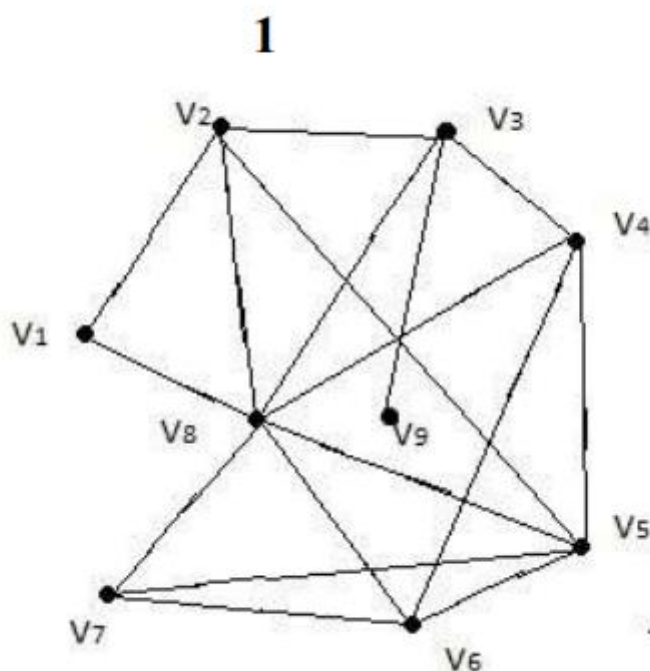


6) добуток графів



Завдання 2

2. Знайти таблицю суміжності та діаметр графа.



Таблиця суміжності

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
V2	1	0	1	0	1	0	0	1	0
V3	0	1	0	1	0	0	0	1	1
V4	0	0	1	0	1	1	0	1	0
V5	0	1	0	1	0	1	1	1	0
V6	0	0	0	1	1	0	1	1	0
V7	0	0	0	0	1	1	0	1	0
V8	1	1	1	1	1	1	1	0	0
V9	0	0	1	0	0	0	0	0	0

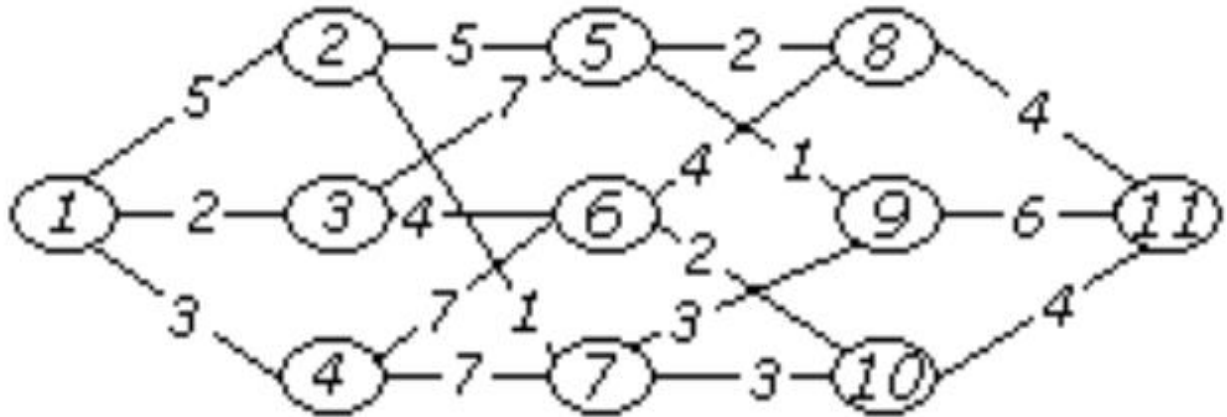
Знаходження діаметра графа: (максимальний ексцентриситет вершин):

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	-	1	2	2	2	2	2	1	3
V2	1	-	1	2	1	2	2	1	2
V3	2	1	-	1	2	2	2	1	1
V4	2	2	1	-	1	1	2	1	2
V5	2	1	2	1	-	1	1	1	3
V6	2	2	2	1	1	-	1	1	3
V7	2	2	2	2	1	1	-	1	3
V8	1	1	1	1	1	1	1	-	2
V9	3	2	1	2	3	3	3	2	-

Діаметр графа : 3

Завдання 3

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.



Алгоритм Краскала :

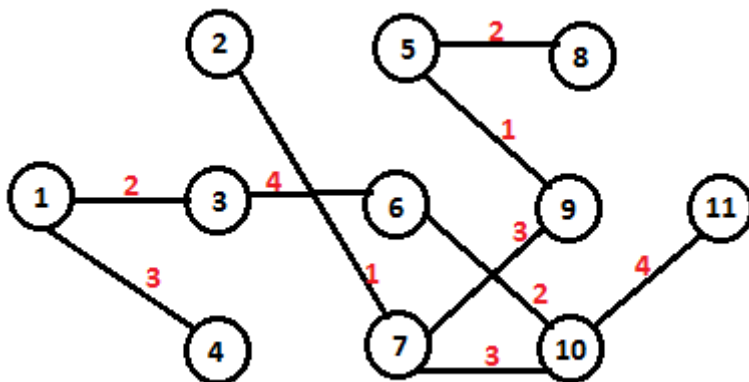
$$V = \{ 2, 7, 5, 9, 1, 3, 8, 6, 10, 4, 11 \}$$

$$E = \{ (2,7), (5,9), (1,3), (5,8), (6,10), (1,4), (7,10), (7,9), (10,11), (3,6) \}$$

Алгоритм Прима :

$$V = \{ 1, 3, 4, 6, 10, 7, 2, 9, 5, 8, 11 \}$$

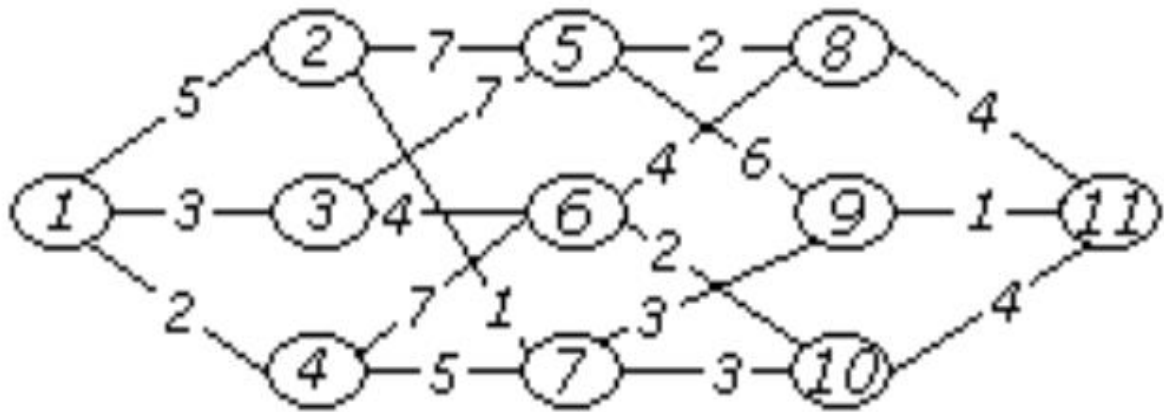
$$E = \{ (1,3), (1,4), (3,6), (6,10), (7,10), (2,7), (7,9), (5,9), (5,8), (10,11) \}$$



Вага мінімального остового дерева : $3 + 2 + 4 + 2 + 1 + 3 + 4 + 3 + 1 + 2 = 25$

Завдання №2. Написати програму, яка реалізує алгоритм знаходження остового дерева мінімальної ваги згідно свого варіанту.

За алгоритмом Прима знайти мінімальне остове дерево графа. Етапи розв'язання задачі виводити на екран. Протестувати розроблену програму на наступному графі:



Програмна реалізація :

```
Start here 4laba.cpp
1  #include <iostream>
2
3  using namespace std;
4
5  int main()
6  {
7      int n,m,v1,v2,w,sum = 0;
8      cout<< "Enter the number of vertices of the graph"<<endl;
9      cin>> n;
10     cout<< "Enter the number of edges of the graph"<<endl;
11     cin >> m;
12     cout<< "Enter two vertices and weight between them"<<endl;
13
14     int **arr = new int* [n];
15     for (int i = 0; i< n; i++){
16         arr[i] = new int [n];
17         for (int j=0; j<n; j++){
18             arr[i][j]=0;
19         }
20     }
21     for (int i=0; i<m; i++){
22         cin>> v1>>v2>>w;
23         arr[v1-1][v2-1]=w;
24         arr[v2-1][v1-1]=w;
25     }
26     int *arr2 = new int [n];
27     for (int i=0; i<n; i++){
28         arr2[i]=0;
29     }
30     arr2[0]=1;
```



```

31 for( int r=0,t = 0; r != (n-1); ){
32     t = 0;
33     for (int i=0;i<n;i++){
34         if (arr2[i] != 0 ){
35             for (int j=0; j<n ; j++){
36                 if( arr[i][j] != 0 ){
37                     if (t==0){
38                         v1 = i;
39                         v2 = j;
40                         w = arr[v1][v2];
41                         t++;
42                     }
43                     else {
44                         if(arr[i][j]< w){
45                             v1=i;
46                             v2 =j;
47                             w = arr[i][j];
48                         }
49                     }
50                 }
51             }
52         }
53     }
54 }
55
56 sum+=w;
57 cout<<" V("<<v1+1<<" ) - "<<" V(" << v2+1 <<" ) = "<<w<<endl;
58 arr2[v2]= v2+1;
59 arr[v1][v2]=0;
60 arr[v2][v1]=0;

```

```

61 r = 0;
62 for (int q = 0; q < n; q ++ ){
63     if( arr2[q] != 0 ){ r++;}
64 }
65
66 }
67
68 for (int i = 0; i<n ; i++){
69     if (arr2[i] == 0){v2 = i;}
70 }
71 for (int i=0, t=0; i<n; i++){
72     if (arr[i][v2] != 0 ){
73         if(t==0){
74             v1 = i;
75             w = arr[i][v2];
76             t++;
77         }
78         else {
79             if (arr[i][v2]<w){
80                 v1 = i;
81                 w = arr[i][v2];
82             }
83         }
84     }
85 }
86 sum +=w;
87 cout << " V("<< v1 + 1<<" ) - V("<< v2+1<<" ) = "<<w<<endl;
88 cout << " The minimal weight :"<< sum;
89
90 return 0;

```

Результат виконання програми :

```
Enter the number of vertices of the graph
11
Enter the number of edges of the graph
18
Enter two vertices and weight between them
1 2 5
1 3 3
1 4 2
2 7 1
2 5 7
3 5 7
3 6 4
4 6 7
4 7 5
5 8 2
5 9 6
6 8 4
6 10 2
7 10 3
7 9 3
8 11 4
9 11 1
10 11 4
U<1> - U<4> = 2
U<1> - U<3> = 3
U<3> - U<6> = 4
U<6> - U<10> = 2
U<10> - U<7> = 3
U<7> - U<2> = 1
U<7> - U<9> = 3
U<9> - U<11> = 1
U<6> - U<8> = 4
U<8> - U<5> = 2
The minimal weight :25
Process returned 0 (0x0)   execution time : 657.474 s
Press any key to continue.
```

Висновок : на даній лабораторній роботі, я набула практичних вмінь та навичок з використання алгоритмів Прима і Краскала.