МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота № 3

з дисципліни

«Дискретна математика»

Виконав:

студент групи КН-114

Бідак Юлія

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Тема: Побудова матриці бінарного відношення

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів

Теоретичні відомості:

Декартів добуток множин A і B (позначається A× B) – це множина всіх упорядкованих пар елементів (a,b), де a ∈ A, b∈ B. При цьому вважається, що (a1,b1) = (a2,b2) тоді і тільки тоді, коли a1 = a2 , b1 = b2. Потужність декартова добутку дорівнює $A\times B = A \times B$.

Бінарним відношенням R називається підмножина декартового добутку A×B (тобто R ⊂ A×B). Якщо пара (a,b) належить відношенню R , то пишуть (a, b)∈R , або aRb . Областю визначення бінарного відношення R ⊂ X ×Y називається множина $\delta R = \{x\ \exists y\ (x, y)\in R\}$, а областю значень – множина $\rho R = \{y\ \exists x\ (x, y)\in R\}$ (∃- існує). Для скінчених множин бінарне відношення R ⊂ A×B зручно задавати за допомогою матриці відношення Rm×n = (rij) , де $m = A$, а $n = B$

Види бінарних відношень. Нехай задано бінарне відношення R на множині A : $R \subseteq A\times A = \{(a, b)\ a\in A, b\in A\}$

2 . 1. Бінарне відношення R на множині A називається рефлексивним, якщо для будь якого a ∈ A виконується aRa , тобто (a,a)∈R . Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов'язково має петлі у кожній вершині.

2. Бінарне відношення R на множині A називається антирефлексивним, якщо для будь якого a ∈ A не виконується aRa , тобто (a,a)∉ R . Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.

3. Бінарне відношення R на множині A називається симетричним, якщо для будь яких a,b∈ A з aRb слідує bRa , тобто якщо (a,b)∈R то і (b,a)∈ R . Матриця симетричного відношення симетрична відносно

головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.

4. Бінарне відношення R на множині A називається антисиметричним, якщо для будь яких a,b∈ A з aRb та bRa слідує що a = b . Тобто якщо (a,b)∈R і (b,a)∈ R , то a = b . Матриця антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з’єднуються тільки однією напрямною дугою. 3
5. Бінарне відношення R на множині A називається транзитивним, якщо для будь яких a, b, c∈ A з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо (a,b)∈R і (b,c)∈ R, то (a,c)∈ R . Матриця транзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці σij = 1 та σjm =1, то обов’язково σim =1. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з’єднані дугами, наприклад, перша-друга та другатретя вершини, то обов’язково є дуга з першої в третю вершину.

6. Бінарне відношення R на множині A називається антитранзитивним, якщо для будь яких a, b, c∈ A з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо (a, b)∈R і (b, c)∈ R, то (a, c)∉ R . Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці σij = 1 та σjm =1, то обов’язково σim =0. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з’єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга-третя вершини, то обов’язково немає дуги з першої в третю вершину.

Варіант №1

1. Чи є вірною рівність (A× B) ∩ (A×C) = A×(B ∩C) ?

Розв'язання:

Нехай (x , y)∈(A× B) ∩ (A × C) ⇔

(x, y)∈(A× B) & (x, y)∈ (A × C) ⇔

(x ∈ A& y ∈ B) & (x ∈A & y ∈ C) ⇔

(x ∈ A)& (y ∈ B & y ∈ C) ⇔

(x ∈ A) & (y ∈ B ∩ C) ⇔ (x, y)∈A×(B ∩ C) . – так,рівність правильна.

2. Знайти матрицю відношення R ⊂ M × 2^M , де M ={1,2,3}:

R $= \{$(x, y) x $\in$ M & y $\subset$ M &| y| $=$ x$\}$.

Розв'язання:

	{ ∅ }	{1}	{2}	{3}	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0	1	0	0	1	1	0	1
2	0	0	1	0	1	0	1	1
3	0	0	0	1	0	1	1	1

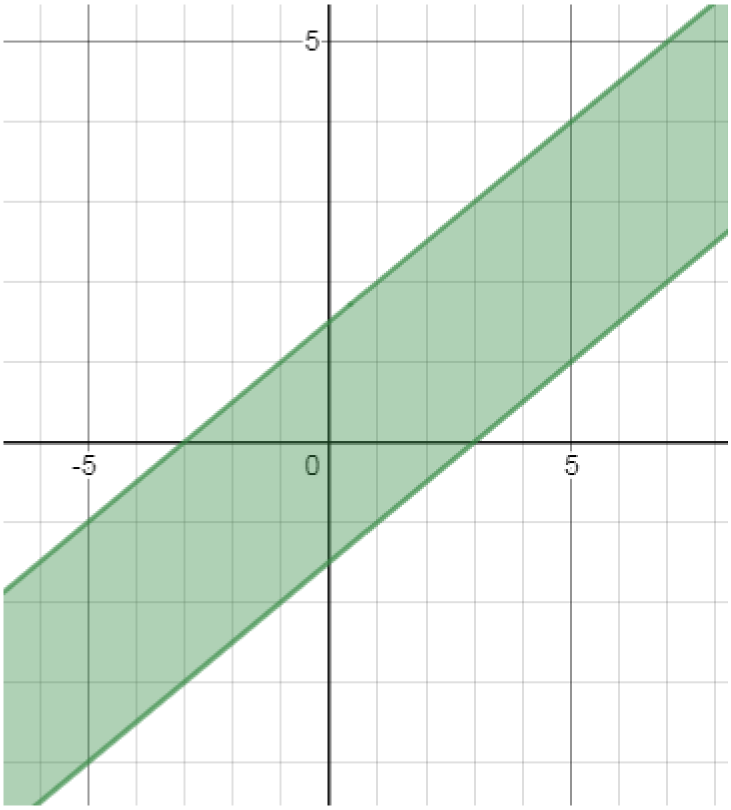
3. Зобразити відношення графічно:

Розв'язання:

a = $\{$(x,y)|(x ,y) $\in R^2$ & |x-2y| $\leq$3} , де R - множина дійсних чисел.

Зображення відношення a зводиться до графічного розв'язання системи нерівностей:

$$\begin{cases} x - 2y \leq 3 \\ \mathrm{x} - 2\mathrm{y} \geq -3 \end{cases}$$



4. Навести приклад бінарного відношення R ⊂ A× A,

де A ={a, b, c, d, e}, яке є рефлексивне, симетричне, нетранзитивне, та побудувати його матрицю.

Розв'язання:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

R={(a,a),(a,c),(a,d),(b,b),(b,d),(c,a),(c,c),(c,d),(d,a),(d,b),(d,c),(d,d),(d,e),(e,d),(e,e)}

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:

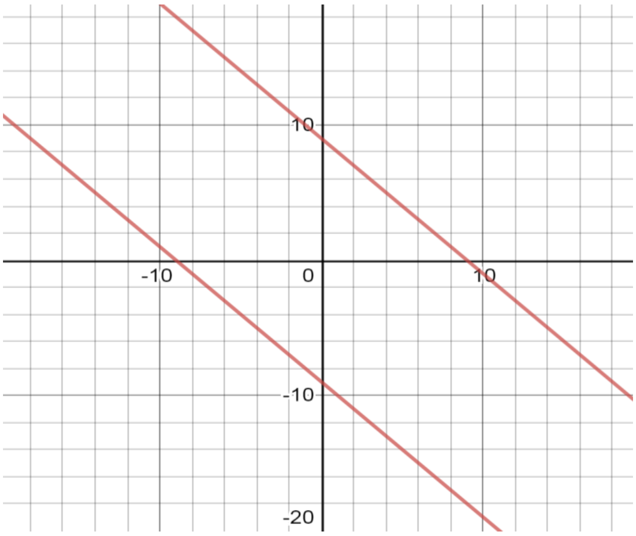
a={(x,y)|(x,y) $\in R^2$ & $\sqrt{(x+y)^2}$=9}

Розв’язання:

$\sqrt{(x+y)^2}$=9

|x+y|=9

$$\begin{cases} \boldsymbol{x+y=9}, & \boldsymbol{x \geq 0} \\ \boldsymbol{x+y=-9}, & \boldsymbol{x < 0} \end{cases}$$



а)нема функціонального відношення,адже кожному елементу X має відповідати не більше одного y

б)Функція,що визначає взаємооднозначну відповідність називається бієктивною. Функція називається бієктивною (бієкцією), якщо вона ін’єктивна та сюр’єктивна одночасно.

Немає бієктивного відношення.

Завдання №2.

Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення $\rho \subset A \times B$, заданого на двох числових множинах. Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

1. $\rho = \{(a, b) \mid a \in A \,\&\, b \in B \;\&\; a > b\}$;

Програмна реалізація

```cpp
#include <iostream>
#include <stdlib.h>
#include <string>

using namespace std;
void Input(int k,  int *K){
     cout<<"Please,enter your set ,it have "<<k<<" elements"<<endl;
for (int i=0;i<k;i++){
     cin>>K[i];
}}
int main()
{
     int n=0;// перевірка на довжину рядка
     cout << "Please,enter the size of your sets" << endl;
     inv: cin>>n;
     if(n<3){
         cout<<" Size should be bigger than 2"<<endl;
         goto inv;
     }
     int *M1= new int[n];
     int *M2= new int [n];
     Input(n,M1);// заповнення множин елементами
     Input(n,M2);
     int **Array = new int*[n];//створення двовимірного масиву
     for (int i=0;i<n;i++){
         Array[i]= new int[n];}
         /////                  Створення матриці                 ////////////
         for (int i=0; i<n;i++){
             for( int j=0; j<n;j++){
                 if ( M1[i]>M2[j]){
```

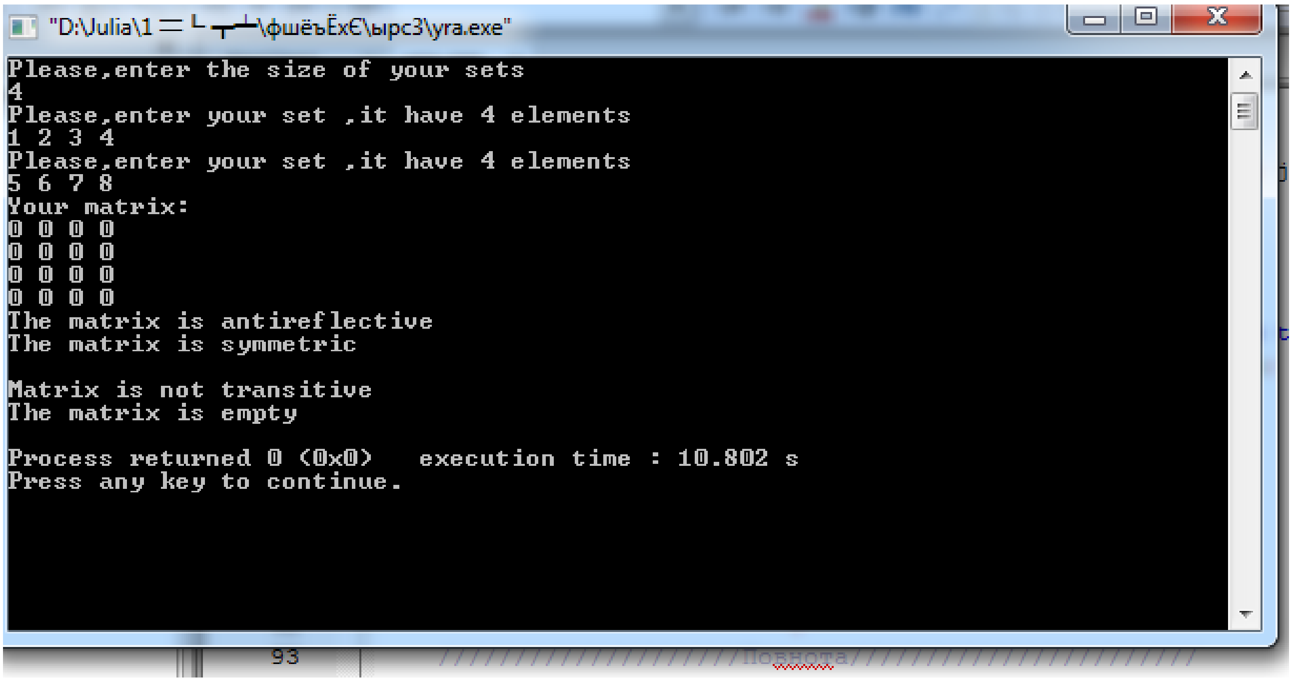
```cpp
                    if ( M1[i]>M2[j]){
                        Array[i][j]=1;
                    }
                    else  {Array[i][j]=0;}
                }
            }
        ////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
        cout<<"Your matrix:"<<endl;
        for (int i=0; i<n;i++){
              for( int j=0; j<n;j++)
            {
                cout<< Array[i][j]<<" ";
            }
            cout <<endl;
              }
    ///////////////////////////рефлексивність///////////////////////////////////////////////
    int p=0;
    for (int i=0;i<n;i++){
        if (Array[i][i]==1){
            p++;           }
                          }
    if (p==n)
            {cout<<"The matrix is reflective"<<endl;}
    else if (p==0)
            { cout<<"The matrix is antireflective"<<endl;}
    else {cout<<"The matrix is not reflective"<<endl;}
    /////////////////////симетричність/////////////////////
    p=0;
     for (int i=0; i<n;i++){
            for( int j=0; j<n;j++){
```

```cpp
            for( int j=0; j<n;j++){
                    if (Array[i][j]==Array[j][i])
                    {
                        p++;
                    }           }
                            }
    if (p == n*n)
        {cout <<"The matrix is symmetric"<<endl;}
    else if (p == n)
      {cout <<"The matrix is antisymmetric"<<endl;}
    else {cout <<"The matrix is not symmetric"<<endl;}
    ///////////////Транзитівність//////
    int trans = 0,numb=0;
        for(int i=0;i<n;i++){
        for(int j=0;j<n;j++){
        if(Array[i][j]==1 && i!=j){
        int tr = 0;
        numb++;
        for(int k=0;k<n;k++){
            if(Array[j][k]==1 && Array[k][i]==1 && i!=j && j!=k && k!=i){tr = 1;break;}
        }

        if(tr==1) trans++;
        }}}
        if(trans== numb && trans!=0)cout<<endl<<"Matrix is transitive"<<endl;
    else if(trans=0)cout<<"Matrix is antitransative"<<endl;
    else cout<<endl<<"Matrix is not transitive"<<endl;
    p=0;
     for (int i=0; i<n;i++){
            for( int j=0; j<n;j++){
```

```
        for(int i=0;i<n;i++){
        for(int j=0;j<n;j++){
        if(Array[i][j]==1 && i!=j){
        int tr = 0;
        numb++;
        for(int k=0;k<n;k++){
            if(Array[j][k]==1 && Array[k][i]==1 && i!=j && j!=k && k!=i){tr = 1;break;}
        }

        if(tr==1) trans++;
        }}}
        if(trans== numb && trans!=0)cout<<endl<<"Matrix is transitive"<<endl;
    else if(trans=0)cout<<"Matrix is antitransative"<<endl;
    else cout<<endl<<"Matrix is not transitive"<<endl;
    p=0;
     for (int i=0; i<n;i++){
            for( int j=0; j<n;j++){
                    if(Array[i][j]==1){
                        p++;
                    }             }
                          }
    ///////////////////Повнота/////////////////////

        if(p==0){cout<<"The matrix is empty"<<endl;}
        if(p==n*n){cout<<"The matrix is full"<<endl;}
       // else{cout<<" ";}
    delete []M1;
    delete []M2;
    return 0;
}
```

Результати виконання програми:

```
"D:\Julia\1 ═ └ ┬─┴\фшёъЁхЄ\ырс3\yra.exe"
Please,enter the size of your sets
1
 Size should be bigger than 2
2
 Size should be bigger than 2
4
Please,enter your set ,it have 4 elements
5 6 7 8
Please,enter your set ,it have 4 elements
2 3 4 6
Your matrix:
1 1 1 0
1 1 1 0
1 1 1 1
1 1 1 1
The matrix is reflective
The matrix is not symmetric

Matrix is not transitive

Process returned 0 (0x0)   execution time : 14.185 s
Press any key to continue.
```



Висновок: на даній лабораторній роботі я набула практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та при визначені їх типів.