বৃত্ত, চতুর্ভূজ ও কার্তেসীয় জ্যামিতি

CLASS WORK — বৃত্ত, চতুর্ভূজ ও কার্তেসীয় জ্যামিতি

০১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করুন যে, $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ। *[৩৫ ও ২৫তম বিসিএস]*

০২. 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে। ত্রিভুজটি ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। *[২৯তম বিসিএস]*

০৩. প্রমাণ করুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। *[৩৪তম বিসিএস]*

০৪. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে A (– 2, 0), B (5, 1) এবং C (1, 4);
(ক) দেখান যে, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। *[৩৬তম বিসিএস]*

০৫. ABCD আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু A,B,C-এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 2), (2, – 1) (8, – 3)। এর চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D-এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

STUDENT STUDY (Self) — বৃত্ত, চতুর্ভূজ ও কার্তেসীয় জ্যামিতি

বৃত্ত সম্বন্ধীয়

০১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ করুন যে,
$\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$। *[৩৭তম বিসিএস]*

০২. প্রমাণ করুন যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যে কোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। *[৩৩তম বিসিএস]*

০৩. 5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে, যার একটি কোণ 30°। এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন। *[২৮তম বিসিএস]*

০৪. OABC একটি বর্গক্ষেত্র যার শীর্ষ বিন্দু একটি বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু O তে অবস্থিত। যদি চাপ AC = 4 একক লম্বা হয় তাহলে বর্গক্ষেত্র OABC এর পরিসীমা কত? *[১৮তম বিসিএস]*

০৫. প্রমাণ করুন যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোন একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান। *[১৫তম বিসিএস]*

০৬. প্রমাণ করুন যে, বহিঃস্থ কোনো বিন্দু হতে একটি বৃত্তে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করলে স্পর্শকদ্বয় পরস্পর সমান হবে।

০৭. প্রমাণ করুন যে, বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমান দূরবর্তী।

০৮. প্রমাণ করুন যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

০৯. দুইটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ বিন্দু সমরেখা হবে।

১০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে, $\angle ADB + \angle BEC =$ এক সমকোণ। প্রমাণ করুন যে, A, O এবং C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

চতুর্ভুজ ও ক্ষেত্রফল সম্বন্ধীয়

০১. প্রমাণ করুন যে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ যেখানে AB = BC = CA = a এবং AD, BC বাহুর মধ্যমা *[৩৬তম বিসিএস]*

০২. প্রমাণ করুন, যে কোনো চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু চারটি পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত করলে একটি সামান্তরিক উৎপন্ন হয়। *[২৫তম বিসিএস]*

০৩. ABCD একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র যার কর্ণদ্বয় AC এবং BD, O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, AB + AD > 2AO. *[১৮তম বিসিএস]*

০৪. ABCD রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 ইঞ্চি। AC এবং BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করলে $AO^2 + BO^2$-এর মান নির্ণয় করুন। *[১৫তম বিসিএস]*

০৫. সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও কোণগুলো পরস্পর সমান।

০৬. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

০৭. রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

কার্তেসীয় জ্যামিতি

০১. দেয়া আছে, A(1, 4a) এবং B(5, $a^2 - 1$) বিন্দুগামী রেখার ঢাল = – 1, a এর মান নির্ণয় করুন। 'a' এর মানের জন্য চারটি বিন্দু পাওয়া যায়; বিন্দু চারটি P, Q, R, S, PQRS এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। PQRS কি সামান্তরিক না আয়ত ব্যাখ্যা করুন। *[৩৭তম বিসিএস]*
(খ) শীর্ষবিন্দু স্থানাংক ব্যবহার করে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। *[৩৬তম বিসিএস]*

০২. $2x + y - 3 = 0$, $3x + 2y - 1 = 0$ এবং $2x + 3y + 4 = 0$ এই তিনটি সরলরেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। *[৩৫তম বিসিএস]*

০৩. একটি বিন্দুর কোটি এর ভুজের দ্বিগুণ। যদি (৪, ৩) বিন্দু থেকে এর দূরত্ব $\sqrt{10}$ হয়, তবে এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

০৪. (1, 2) ও (– 3, 5) বিন্দুগামী সরলরেখা থেকে (– 2, 0) বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় করুন। *[৩৮তম বিসিএস]*

Lecture: 16 & 17

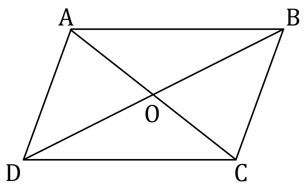
০১। ABCD একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র যার কর্ণদ্বয় AC এবং BD, O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করুন যে, AB + AD > 2AO.
(১৮তম BCS)

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ দেওয়া আছে, ABCD একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র যার কর্ণদ্বয় AC ও BD, O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।
প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AD > 2AO

বিশেষ নির্বচন ঃ ABCD একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র যার কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AD > 2AO

প্রমাণঃ যেহেতু, ABCD একটি সামান্তরিক। $\therefore$ AD = BC
আবার, আমরা জানি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
সুতরাং, OA = OC এবং OD = OB
আমরা জানি, ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।



সুতরাং, ΔABC হতে পাই

$AB + BC > AC \Rightarrow AB + AD > AC$ [$\because$ AD = BC]

$\Rightarrow AB + AD > OA + OC$ [$\because \therefore OC = OA$]

$\Rightarrow AB + AD > OA + OA \Rightarrow AB + AD > 2OA$

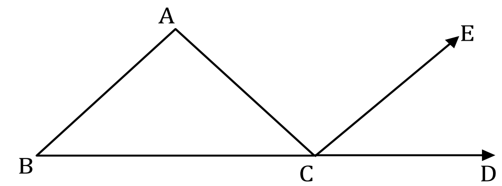
$\Rightarrow AB + AD > 2AO$ (প্রমাণিত)

০২। প্রমাণ করুণ যে, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের যোগফলের সমান।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন: মনেকরি, ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। ফলে বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ উৎপন্ন হলো।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

অঙ্কন ঃ C বিন্দু দিয়ে AB-এর সমান্তরাল CE রেখা টানি।



প্রমাণ ঃ যেহেতু BA||CE এবং AC ছেদক,
সুতরাং $\angle BAC = \angle ACE$ [একান্তর কোণ বলে]
আবার, BA || CE এবং BCD ছেদক
সুতরাং $\angle ABC = \angle ECD$ [অনুরূপ কোণ বলে]
$\therefore \angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD.$
বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD.$
$\therefore$ বহিঃস্থ $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ **[প্রমাণিত]**

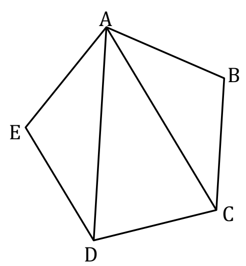
০৩। LMNOP একটি সুষম পঞ্চভুজ, LN এবং LO এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, LN = LO. *(৩২তম BCS)*

অথবা,

ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ, AC এবং AD-এর দুটি কর্ণ। প্রমাণ করুন যে, AC = AD. *(২০তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ ABCDE একটি সুষম পঞ্চভূজ AC ও AD এর দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = AD



বিশেষ নির্বচনঃ দেওয়া আছে, ABCDE একটি সুষম পঞ্চভূজ AC ও AD এর দুইটি কর্ণ।
প্রমাণ করতে হবে যে, AC = AD.
প্রমাণঃ যেহেতু ABCDE একটি সুষম পঞ্চভূজ।
সুতরাং AB = BC = CD = DE = EA এবং

$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEA = \angle EAB$

এখন, ΔABC ও ΔAED এ-$AB = AE$

[সুষম পঞ্চভুজের বাহু সমান]

$BC = DE$ [সুষম পঞ্চভুজের বাহু সমান]

ও অর্ন্তভূক্ত $\angle ABC$ = অর্ন্তভূক্ত $\angle DEA$ [সুষম পঞ্চভুজের কোণ গুলি সমান] $\therefore \Delta ABC \cong \Delta AED$

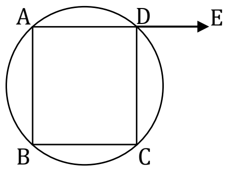
সুতরাং, $AC = AD$ (প্রমাণিত)

০৪। প্রমাণ করুন যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোন একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।

(১৫তম BCS)

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ বৃত্তস্থ চর্তুভূজের যেকোন একটি বাহুকে বর্ধিত করিলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।



বিশেষ নির্বচন ঃ মনে করি, ABCD একটি বৃত্তস্থ চর্তুভূজ। AD বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করি।

এখন প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC = \angle CDE$.

প্রমাণঃ আমরা জানি, বৃত্তস্থ চতুর্ভূজের বিপরীত কোণ দুইটির সমষ্টি দুই সমকোণ।

সুতরাং, $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ .... (i)

এবং বহিঃস্থ কোণ ও অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ

সুতরাং, $\angle ADC + \angle CDE = 180°$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই

$\angle ABC + \angle ADC = \angle ADC + \angle CDE$

$\Rightarrow \angle ABC = \angle CDE$

$\therefore \angle ABC = \angle CDE$ (প্রমাণিত)

০৫। প্রমাণ করুন, ত্রিভুজের দুটি শীর্ষ বিন্দু হতে এদের বিপরীত বাহু দুইটির উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় সমান হলে ত্রিভূজটি সমদ্বিবাহু হবে।

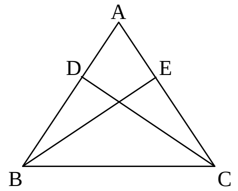
(২৫তম BCS)

সমাধান :

সাধারণ নির্বচনঃ ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দু হতে বিপরীত বাহু দুইটির উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

বিশেষ নির্বচনঃ মনেকরি, ΔABC এ BE ও CD যথাক্রমে শীর্ষবিন্দু B ও C হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব এবং $BE = CD$.

প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।



প্রমাণঃ যেহেতু, BE ও CD বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব।

সুতরাং, $\angle BEC = \angle BDC = 90^0$

অতএব, ΔBDC ও ΔBEC উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ

এখন, ΔBDC ও ΔBEC এ-(i) $CD = BE$ ও (ii) BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।

সুতরাং, $\Delta BDC \cong \Delta BEC$ [দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুদ্বয় পরস্পর সমান হলে তারা পরস্পর সর্বসম]

$\therefore \angle DBC = \angle ECB$;

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$

এখন, ΔABC এ-$\angle ABC = \angle ACB$;

$\therefore AB = AC$

সুতরাং, ΔABC সমদ্বিবাহু। (প্রমাণিত)

০৬। প্রমাণ করুন যে, একটি সুষম ষড়ভুজের প্রতিটি শীর্ষবিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদূরবর্তী এবং এই দূরত্ব ষড়ভুজের যেকোনো একটি বাহুর দৈর্ঘ্যর সমান। *(২১তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচনঃ একটি সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী এবং এ দূরত্ব ষড়ভুজের যে কোনো একটি বাহুর দৈর্ঘ্যর সমান।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনেকরি, ABCDEF একটি সুষম ষড়ভুজ। এর প্রতিটি শীর্ষবিন্দু যোগ করা হল উহারা পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণঃ ΔFGE ও ΔBGC এর মধ্যে

$\angle FGE = \angle BGC$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\angle FEG = \angle GBC$ [একান্তর কোণ]

ও $FE = BC$ [$\therefore$ সুষম ষড়ভুজ]

$\Delta FEG \cong \Delta BGC$

অনুরূপভাবে প্রমাণ কর যায়, $\Delta EGD \cong \Delta AGB$

ও $\Delta CGD \cong \Delta AGF$

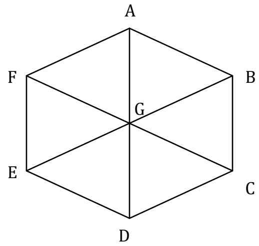
$\therefore$ বলা যায়, $FG = CG$; $EG = BG$; $DG = AG$

G বিন্দু ষড়ভুজের প্রতিটি শীর্ষবিন্দু হতে সমান দূরত্বে অবস্থিত।

আবার, $\angle AGF = \angle FGE = \angle EGD$

$= \angle DGC = \angle CGB$

$= \angle BGA = \dfrac{360^\circ}{6} = 60^\circ$



এখন, Δ FGE-এর $\angle FGE = 60^0$

$\therefore \angle GFE + \angle GEF = 180^0 - 60^0 = 120^0$

$\therefore \angle GFE = \angle GEF = \dfrac{120^0}{2} = 60^0$ [$\because$ GF = GE]

$\therefore$ Δ FGE-একটি সমবাহু ত্রিভুজ ; $\therefore$ EF = EG

$\therefore$ একটি সুষম ষড়ভুজের প্রত্যেকটি শীর্ষ বিন্দু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সমদুরবর্তী

এবং এ দূরত্ব ষড়ভুজের যে কোনো একটি বাহুর সমান (প্রমাণিত)

০৭। **ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখান যে, $4AD^2 = 3AB^2$.** *(২১তম BCS)*

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC এর উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

প্রমাণ ঃ AD লম্ব হওয়ায় ΔADC ও ΔABD দুটি সমকোণী ত্রিভুজ। পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে–

ΔADC-এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$

ও ΔABD- এ $AB^2 = AD^2 + BD^2$

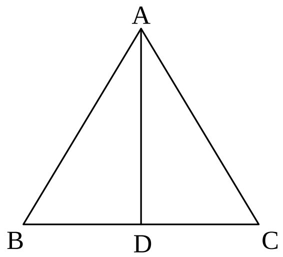
$\because$ AB = AC

$\therefore AB^2 = AC^2$

অতএব, $AD^2 + CD^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $CD^2 = BD^2$

$\therefore$ CD = BD



আবার ABD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই–

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \left(\dfrac{1}{2}BC\right)^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \dfrac{1}{4}BC^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \dfrac{1}{4}AB^2$ [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore$BC = AB]

বা, $AB^2 = \dfrac{4AD^2 + AB^2}{4}$

বা, $4AD^2 + AB^2 = 4AB^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$

$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$ **(প্রমাণিত)**

০৮। **ΔABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ করুন যে, AB + AC > 2AD** *(২০তম BCS)*

সমাধান :

বিশেষ নির্বাচন: দেওয়া আছে, ΔABC-এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে প্রমাণ করতে হবে যে, AB + AC > 2AD

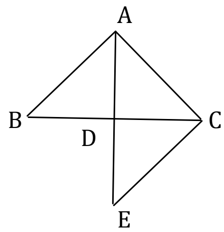
অংকন ঃ A, D, যোগ করে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন AD = DE হয়। C, E যোগ করি।

প্রমাণ ঃ Δ ABD এবং ΔCDE-এর মধ্যে

AD = DE [অংকনানুসারে]

BD = CD [প্রশ্নানুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle$ADB = অন্তর্ভুক্ত $\angle$CDE (বিপ্রতীপ কোণ)



$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$

$\therefore$ AB = CE .... (i)

ΔAEC-এর AC + CE > AE

[ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

বা, AC+AB > AD+DE বা, AB+AC > AD+AD

$\therefore$ AB + AC > 2AD (প্রমাণিত)

০৯। **ত্রিভুজের একটি বাহু অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, প্রমাণ করুন যে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীতে কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।** *(৩০তম BCS)*

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন ঃ মনে কবি, ABC ত্রিভুজের $AC > AB$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC > \angle ACB$.

অংকন ঃ AC থেকে AB এর সমান করে AD অংশ নিই।

B, D যোগ করি।

প্রমাণ ঃ ΔABD এ $AB = AD$

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$

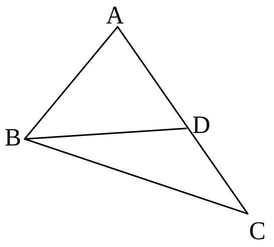
এখন ΔBCD এ বহিঃস্থ $\angle ADB > \angle BCD$

$\therefore \angle ABD > \angle BCD$, $[\therefore \angle ABD = \angle ADB]$

কিন্তু $\angle ABC > \angle ABD$ [$\therefore \angle ABD$, $\angle ABC$ এর একটি অংশ]

$\therefore \angle ABC > \angle BCD$

বা, $\angle ABC > \angle ACB$ [প্রমাণিত]



১০। **প্রমাণ করুন যে, যদি ত্রিভুজের একটি বাহুর বর্গ অন্য দুটি বাহুর বর্গের সমষ্টির সমান হয়, তাহলে এই দুটি বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণটি একটি সমকোণ হবে।** *(২২তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ যদি ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর বর্গ অন্য দুইটি বাহুর বর্গের

সমষ্টির সমান হয়, তাহলে এই দুইটি বাহুর অর্ন্তভূক্ত কোণটি সমকোণ হবে।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনেকরি, ΔABC এ $AC^2 = AB^2+BC^2$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC$ = এক সমকোণ।

অঙ্কনঃ একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যেন $AB = DE$ ও $BC = EF$ হয়।

প্রমাণঃ এখন সমকোণী ΔDEF হতে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই-

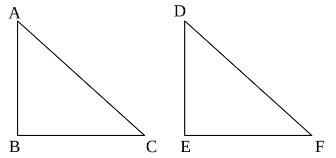
$DF^2 = DE^2 + EF^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow DF^2 = AC^2$

$\therefore DF = AC$

এখন, ΔABC ও ΔDEF এ-

(i) $AB = DE$

(ii) $BC = EF$ ও (iii) $AC = DF$



$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$

$\therefore \angle ABC = \angle DEF$ = এক সমকোণ

$\therefore \angle ABC$ = এক সমকোণ। (প্রমাণিত)

১১। **ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90$, AB = 5 সে.মি.ও BC = 12 সে.মি.। যদি D, শীর্ষবিন্দু B থেকে বাহুর ওপর লম্বের পাদ বিন্দু হয়, তাহলে AD-এর দৈর্ঘ্য কত?** *(২১তম BCS)*

সমাধান :

দেওয়া আছে ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle B = 90^0$

AB = 5 সে.মি. ও BC = 12 সে.মি.

BD, শীর্ষবিন্দু B থেকে AC এর উপর লম্ব।

AD এর মান বের করতে হবে

ABC সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 269$

$\therefore AC = 13$

আবার,

BD লম্ব হওয়া BCD ও ABD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ

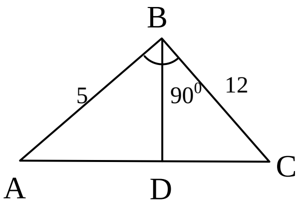
ΔBCD এ- $BC^2 = CD^2 + BD^2$ .... (i)

ΔABD এ- $AB^2 = AD^2 + BD^2$ .... (ii)

সমীকরণ (i) হতে সমীকরণ (ii) বিয়োগ করে পাই

$BC^2 - AB^2 = CD^2 - AD^2$

বা, $12^2 - 5^2 = (AC - AD)^2 - AD^2$



বা, $144 - 25 = (13 - AD)^2 - AD^2$

বা, $119 = (169 - 26AD + AD^2) - AD^2$

বা, $119 - 169 = -26AD$

বা, $26AD = 50$

বা, $AD = \dfrac{50}{26}$

বা, $AD = 1.923$

উত্তর ঃ AD =1.923 সে.মি.

১২। একটি ত্রিভুজ ABC-এর ভূমি BDC যেখানে BD = 4 cm. DC = 25 cm. AD রেখাটি BC-এর ওপর লম্ব এবং AD = 10 cm. হলে ABC কি ধরনের ত্রিভুজ হবে তা নির্ণয় করুন।

(১৮তম BCS)

সমাধান :

ABC ত্রিভুজে AD, ভূমি BC–এর ওপর লম্ব।

AD = 10cm. BD = 4cm এবং DC = 25 cm

$\therefore$ BC = BD + DC = (4 + 25)cm = 29cm

যেহেতু ABD ত্রিভুজটি সমকোণী সেহেতু পীথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী,

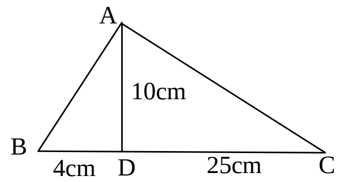
$AB^2 = AD^2 + BD^2 = 10^2 + 4^2$

$= 100 + 16 = 116 = 4 \times 29$

আবার ত্রিভুজ ADC সমকোণী হওয়ায় –

$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 10^2 + 25^2$

$= 100 + 625 = 725 = 25 \times 29$



এক্ষেত্রে $AB^2 + AC^2 = 4 \times 29 + 25 \times 29$

$= 29 \times (4 + 25) = 29 \times 29 = 29^2 = BC^2$

$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$

$\therefore$এ থেকে প্রমাণিত হয় ত্রিভুহ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার A কোণ সমকোণ।

১৩। ΔABC-এ AB =AC এবং BE ও CD যথাক্রমে ∠ABC ও ∠ACB কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়। প্রমাণ করুণ যে, ΔBDC ≅ ΔBCE

(২৩তম BCS)

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ ΔABC এ AB = AC এবং BE ও CD যথাক্রমে ∠ABC ও ∠ACB কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔBDC ≅ ΔBCE

বিশেষ নির্বচন ঃ ΔABC এ AB = AC এবং BE ও CD যথাক্রমে ∠ABC ও ∠ACB কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে যে, ΔBDC ≅ ΔBCE

প্রমাণঃ দেওয়া আছে, ΔABC এ AB = AC

সুতরাং, ∠ABC =∠ACB

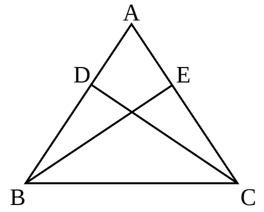
আবার, BE ও CD যথাক্রমে ∠ABC ও ∠ACB কোণদ্বয় কে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

অতএব, ∠EBC = ∠DCB

আবার, আমরা জানি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিস্থ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর সমান।

$\therefore$ BE = CD

এখন, ΔBCD ও ΔBCE এ- (i) BE = CD



(ii) BC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু ও (iii) ∠EBC = ∠DCB

অতএব, ΔBDC ≅ ΔBCE (প্রমাণিত)

১৪। ΔABC-এর AD একটি মধ্যমা।

দেখান যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2+AD^2)$.

সমাধান :

সাধারণ নির্বচনঃ ΔABC-এর AD একটি মধ্যমা।

দেখাতে হবে যে, $AB^2+AC^2 = 2(BD^2+AD^2)$.

বিশেষ নির্বচনঃ মনে করি, ΔABC-এর AD একটি মধ্যমা।

অর্থাৎ, AD, BC কে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2+AC^2 = 2(BD^2+AD^2)$

অঙ্কনঃ BC-এর উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণঃ যেহেতু AE, BC-এর উপর লম্ব, সুতরাং AEB এবং AEC দুটি সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন, AEB সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ।

$\therefore AB^2 = AE^2 + BE^2$

$= AE^2 + (BD+DE)^2$ [$\because$ BE = BD + DE]

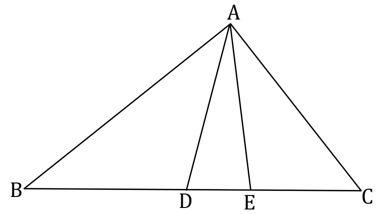
$= AE^2 + BD^2 + DE^2 + 2BD.\ DE$ .... (i)

ADE সমকোণী ত্রিভুজে AD অতিভুজ।

$\therefore AD^2 = AE^2 + DE^2$

সমীকরণ (i)-এ $AE^2+DE^2 = AD^2$ বসিয়ে পাই,

$AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.\ DE$................ (ii)



$\therefore AC^2 = AE^2 + CE^2$

$= AE^2 + (CD - DE)^2$ [$\because$ CE = CD - DE]

$= AE^2 + (BD - DE)^2$ [$\because$ BD = CD]

$= AE^2 + BD^2 + DE^2 - 2BD.\ DE$

$= AD^2 + BD^2 - 2BD.\ DE$ .... (iii)

[$\therefore AE^2 + DE^2 = AD^2$]

সমীকরণ (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.$

$DE + AD^2 + BD^2 – 2BD.\ DE$

$= 2AD^2 + 2BD^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ (প্রমাণিত)।

১৫। **ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90°$, $AB = 5cm$, $BC = 12cm$। যদি D, শীর্ষবিন্দু B থেকে AC বাহুর উপর লম্বের পাদ বিন্দু হয়, তাহলে AD এর দৈর্ঘ্য কত?**

সমাধান :

ΔABC সমকোণী [$\therefore \angle ABC = 90°$]

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$

$\therefore AC = 13$

এখন, ΔADB ও ΔBDC সমকোণী অতএব ত্রিভুজদ্বয় হতে পাই-

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ ....(i)

$BC^2 = BD^2 + CD^2$ .... (ii)

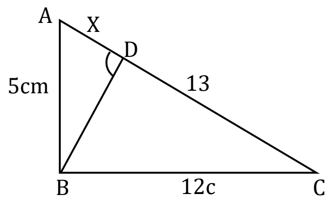
(ii) ও (i) হতে পাই

$BC^2 - AB^2 = CD^2 - AD^2$

$\Rightarrow 12^2 - 5^2 = (AC - AD)^2 - AD^2$

$= AC^2 - 2AC.AD + AD^2 - AD^2$

$\Rightarrow 144 - 25 = 13^2 - 26\,AD$

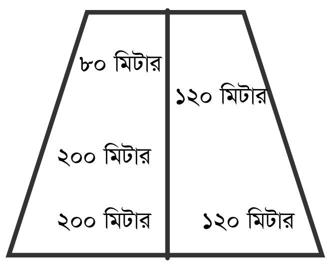


$\Rightarrow 119 = 169 - 26\,AD$

$\Rightarrow 26\,AD = 169 - 119 = 50$

$\therefore AD = 1.923$

১৬। **সংসদ ভবনের উত্তর প্লাজার একটি স্কেচ পরিমাপসহ নিচে দেয়া হলো। প্রতি বর্গমিটার ১২৫ টাকা হিসাবে এটাতে নতুন করে ঘাস লাগাতে কত খরচ পড়বে?** *(১১তম BCS)*



সমাধান :

স্কেচটি একটি ট্রাপিজিয়াম সদৃশ

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২}$ (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের যোগফল)$\times$ উচ্চতা

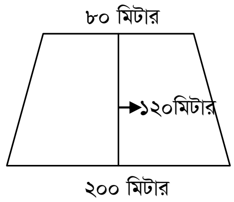
$= \frac{১}{২}$ (২০০ + ৮০) $\times$ ১২০ $= \frac{১}{২} \times$ ২৮০ $\times$ ১২০

$=$ ২৮০ $\times$ ৬০ $=$ ১৬৮০০ বর্গমিটার

১ বর্গমিটারে ঘাস লাগাতে লাগে = ১২৫ টাকা

$\therefore$ ১৬৮০০ " " " " = (১৬৮০০০$\times$১২৫) টাকা

= ২১০০০০০ টাকা।



১৭। **ABC সমকোণী ত্রিভুজ $\angle A = 90°$. BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $4\,(BE^2+CF^2) = 5BC^2$.** *(২৪তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচনঃ BC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90°$, BE ও CF মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4\,(BE^2+CF^2) = 5\,BC^2$

বিশেষ নির্বচন ঃ

মনেকরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90°$, BE ও CF মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4\,(BE^2 + CF^2) = 5\,BC^2$

প্রমাণঃ যেহেতু BE, AC বাহুর মধ্যমা

$\therefore AE = CE = \frac{1}{2}AC$ আবার, CF, AB বাহুর মধ্যমা

$AF = FB = \frac{1}{2}AB$

এখন, ΔABC এ- $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .... (i)

আবার, ΔABE এ- $BE^2 = AB^2 + AE^2$ .... (ii)

এবং, ΔACF এ- $CF^2 = AF^2 + AC^2$ .... (iii)

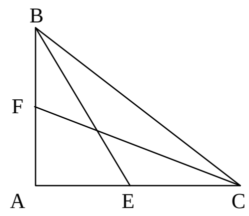
এখন (ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই

$BE^2 + CF^2 = AB^2 + AE^2 + AF^2 + AC^2$

$= AB^2 + AC^2 + AE^2 + AF^2$

$= BC^2 + (\frac{1}{2}AC)^2 + (\frac{1}{2}AB)^2$ [(i) হতে পাই]

$= BC^2 + \frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{4}AB^2$



$= BC^2 + \frac{1}{4}(AC^2 + AB^2)$

$= BC^2 + \frac{1}{4}BC^2$ [(i) হতে পাই]

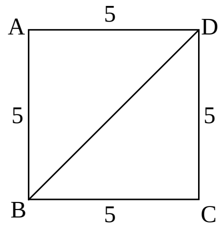
$\Rightarrow BE^2 + CF^2 = \frac{5}{4}BC^2$

$\Rightarrow 4\,(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$

$\therefore 4\,(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$ (প্রমাণিত)

১৮। একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য ৫ ফুট হলে, ঐ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের ওপর অংকিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত? *(১৭তম BCS)*

সমাধান :



ΔABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ

$\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25$

$\therefore BD^2 = 50$

$\therefore$ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে ৫০ বর্গমিটার।

১৯। ৫ ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অর্ন্তলিখিত আছে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন। *(২৯তম BCS)*

সমাধান :

মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ABC একটি অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজ।

OB = OC = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = ৫ ইঞ্চি (দেওয়া আছে)।

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ $60°$।

যেহেতু OC এবং OB রেখা $\angle OCB$ এবং $\angle OBC$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে তাই $\angle OBC = \angle OCB = 30°$ হবে।

আবার, O বিন্দু হতে BC রেখার উপর OP লম্বা আঁকি যা BC রেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। সুতরাং BP = PC.

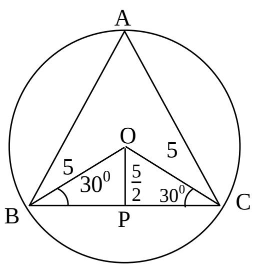
এখন, OBP সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$\sin 30° = \dfrac{OP}{OB} = \dfrac{OP}{5} \therefore OP = \dfrac{5}{2}$ $[\because \sin 30° = \dfrac{1}{2}]$

আবার, ΔOBP-এ $OB^2 = BP^2 + OP^2$

$\Rightarrow 25 = BP^2 + \left(\dfrac{5}{2}\right)^2$

$\Rightarrow BP^2 = 25 - \dfrac{25}{4} = \dfrac{75}{4} \Rightarrow \left(\dfrac{BC}{2}\right)^2 = \dfrac{75}{4}$



$\Rightarrow \dfrac{BC^2}{4} = \dfrac{75}{4} \Rightarrow BC^2 = 75$

$\therefore \Delta ABC = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 75 = 32.475$ বর্গ ইঞ্চি (উত্তর)

২০। ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোনো বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$. *(২২তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যেকোন একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$

বিশেষ নির্বচন ঃ দেওয়া আছে,

ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যেকোন একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$

অঙ্কন ঃ O বিন্দু হতে AB ও DC বাহুর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব অঙ্কন করি।

প্রমাণ ঃ যেহেতু OE ও OF একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে একটি আয়ত ক্ষেত্রের বিপরীত দুই বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব সুতরাং EOF একই সরল রেখায় অবস্থিত এবং AD ও BC এর সমান ও সমান্তরাল।

সুতরাং, ADFE ও BCFE দুইটি আয়তক্ষেত্র।

অতএব, AE = DF ও FC = EB এবং ΔOAE; ΔOBE; ΔODF ও ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজ।

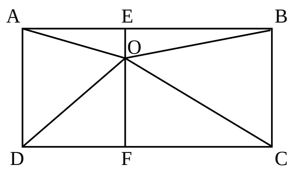
এখন, পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে চর্তুভূজ গুলো হতে যথাক্রমে পাই-

$OA^2 = OE^2 + AE^2$ .... (i)

$OB^2 = OE^2 + BE^2$ .... (ii)

$OC^2 = OF^2 + FC^2$ .... (iii)

$OD^2 = OF^2 + DF^2$ .... (iv)



এখন (i) + (iii)

$\Rightarrow OA^2 + OC^2 = OE^2 + AE^2 + OF^2 + FC^2$

$= OE^2 + DF^2 + OF^2 + BE^2$ [$\because$ AE = DF I FC = BE]

$= (OE^2 + BE^2) + (OF^2 + DF^2)$

$= OB^2 + OD^2$ [(ii) + (iv) হতে পাই]

$\therefore OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$ (প্রমাণিত)

২১। O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের দুটি জ্য AB, CD, বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে।

প্রমাণ করুন যে, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ। *(২৫তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের দুটি জ্য AB, CD, বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ।

বিশেষ নির্বচন ঃ মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ADBC বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি M বিন্দুতে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে। A, O; O, D; O, C ও O, B যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD$ এবং $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ।

অংকন ঃ A, C যোগ করি।

প্রমাণ ঃ CB চাপের উপর, কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ = বৃত্তস্থ ২ $\angle CAB$

বা, $\angle BOC = 2\angle CAM$ .... (i)

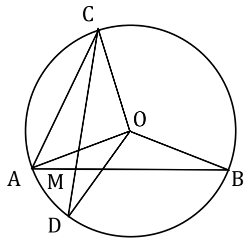
AD চাপের উপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ = বৃত্তস্থ 2 $\angle ACD$

বা, $\angle AOD = 2\angle ACM$ .... (ii)

(i) + (ii) হতে পাই- $\angle AOD + \angle BOC$

$= 2(\angle ACM+\angle CAM)$

কিন্তু সমকোণী ΔACM-এ $\angle ACM+\angle CAM = 1$ সমকোণ



$\angle AOD + \angle BOC = 2 \times 1$ সমকোণ = 2 সমকোণ

$\therefore$ $\angle AOD$ ও $\angle BOC$ সম্পূরক কোণ (প্রমাণিত)।

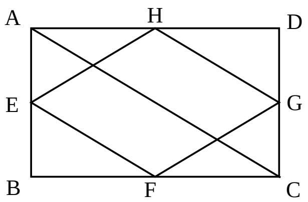
২২। প্রমাণ করুন যে, কোনো চতুর্ভূজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু চারটি পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত করলে একটি সামান্তরিক উৎপন্ন হয়। *(২৫তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন ঃ চর্তুভূজের বাহুগুলের মধ্যবিন্দু চারটি পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত করলে একটি সামন্তরিক উৎপন্ন হয়।

বিশেষ নির্বচনঃ মনেকরি ABCD একটি চর্তুভূজ। যাহার AB, BC, CD ও DA বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, F, G ও H. প্রমাণ করতে হবে যে, EFGH একটি সামন্তরিক।

অঙ্কন ঃ A, C যোগ করি।



প্রমাণ ঃ ΔABC-এ AB ও BC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F

আমরা জানি, কোন ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।

$\therefore$ EF $\parallel$ AC এবং $EF = \frac{1}{2} AC$ .... (i)

আবার, ΔACD-এ AD ও CD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে H ও G

সুতরাং GH $\parallel$ AC এবং $GH = \frac{1}{2} AC$ .... (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই EF = GH ও EF $\parallel$ GH

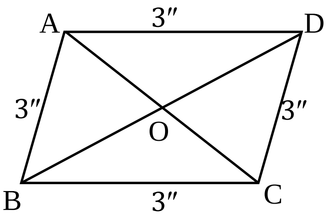
অনুরূপ ভাবে, B, D যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে-

EH = FG ও EH $\parallel$ FH

সুতরাং,EF GH অবশ্যই একটি সামন্তরিক হবে। (প্রমাণিত)

২৩। ABCD রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 ইঞ্চি। AC এবং BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে ছেদ করলে $AO^2 + BO^2$ এর মান নির্ণয় করুন। *(১৫তম BCS)*

সমাধান :



আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore$ $\angle AOB$ = এক সমকোণ।

$\therefore$ Δ AOB সমকোণী ত্রিভুজে।

$AO^2 + BO^2 = AB^2 = 3^2 = 9$

২৪। একটি রম্বসের প্রত্যেকটি বাহু 250 ফুট এবং একটি কর্ণ 400 ফুট। রম্বসটির ক্ষেত্রফল কত? *(১৩তম BCS)*

সমাধান :

দেওয়া আছে, AB = BC = CD = AD = 250;

BD = 400

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore OB = OD = \frac{1}{2} BD = 200$

$\therefore OC = OA = \frac{1}{2} AC$

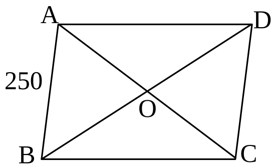
এখন, সমকোণী ত্রিভুজ AOB এ -

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

$\Rightarrow OA^2 = AB^2 - OB^2 = 250^2 - 200^2$

$= 62500 - 40000 = 22500$

$\therefore OA = 150$; $\therefore AC = 300$



$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BD \times AC$

$= \frac{1}{2} \times 400 \times 300$

= 60000 বর্গফুট।

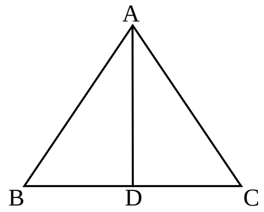
২৫। **ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$** *(২৮তম ও ২৭তম BCS)*

সমাধান :

সাধারণ নির্বচনঃ ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বিশেষ নির্বচনঃ ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD মধ্যমা।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

প্রমাণঃ আমরা জানি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা বিপরীত বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে ও তার উপর লম্ব।

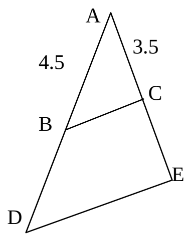


$\therefore AD \perp BC$ ও $BD = CD$
$\therefore \angle ADB = 90°$
সুতরাং ΔADB একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
এখন, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পীথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই- $AB^2 = AD^2 + BD^2$ (প্রমাণিত)

২৬। **ABC একটি ত্রিভুজ। BC-এর সমান্তরাল রেখা DE অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। AB = 4.5, AC = 3.5 এবং AD = 7.2 হলে, AE-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।** *(২৭তম BCS)*

সমাধান :

ΔABC এর BC বাহুর সামান্তরাল DE অর্থাৎ, BC II DE.



$\therefore$ BC II DE হওয়ায় $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE} \Rightarrow AE = \dfrac{AC}{AB} \times AD$

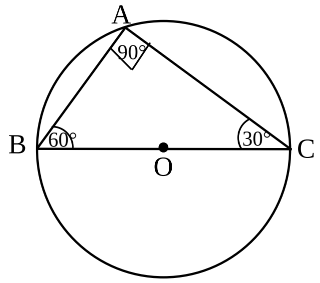
$\therefore AE = \dfrac{3.5}{4.5} \times 7.5 = 5.6$; $\therefore AE = 5.6$ **(Ans)**

২৭। **5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে, যার একটি কোণ 30°। এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।** *(২৮তম BCS)*

সমাধান :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ ABC অন্তর্নিহিত আছে যার $\angle BAC = 90°$, $\angle ACB = 30°$ এবং অতিভূজ হচ্ছে BC। AB, BC ও AC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে হবে।
আমরা জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমান এক সমকোণ এবং যেহেতু $\angle BAC$ = এক সমকোণ;
সুতরাং $\angle BAC$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ হবে।

অতএব, ABC ত্রিভূজের অতিভূজ BC বৃত্তটির ব্যাস হবে।
তাহলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ্য OB = OC = 5 ইঞ্চি
$\therefore$ বৃত্তটির ব্যাস BC = OB + OC = (5 + 5) ইঞ্চি = 10 ইঞ্চি
অর্থাৎ ত্রিভুজটির অতিভূজ BC = 10 ইঞ্চি
যেহেতু ত্রিভূজের তিন কোণের সমষ্টি 180°
$\therefore \angle ABC = 180° - (\angle BAC + \angle ACB)$
$= 180° - (90° + 30°) = 180° - 120° = 60°$
আমরা জানি, 30°, 60°, 90°, কোণ বিশিষ্ঠ কোন ত্রিভূজের অতিভূজ x হলে সবচেয়ে ছোট বাহুটির দৈর্ঘ্য হবে $\dfrac{x}{2}$



এবং অপর বাহুটির দৈর্ঘ্য হবে $\dfrac{\sqrt{3}\ x}{2}$

$\therefore AB = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{10}{2}$ ইঞ্চি = 5 ইঞ্চি।

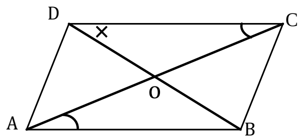
এবং $AC = \dfrac{\sqrt{3}}{2} BC = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 10\right)$ ইঞ্চি = $5\sqrt{3}$ ইঞ্চি।

$\therefore$ ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 ইঞ্চি, $5\sqrt{3}$ ইঞ্চি ও 5 ইঞ্চি।

২৮। **প্রমাণ করুন যে, সামন্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।** *(৩৪তম বিসিএস)*

সমাধান :

মনেকরি, ABCD একটি সামন্তরিক এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ করতে হবে যে, AO = CO এবং BO = DO



প্রমাণ: যেহেতু AB ও DC পরস্পর সমান্তরাল এবং AC ও BD তাদের দুটি ছেদক।
সেহেতু, $\angle BAC$ = একান্তর কোণ $\angle DCA$
এবং $\angle BDC$ = একান্তর কোণ $\angle ABD$
এখন, ΔAOB ও ΔCOD এর মধ্যে
$\angle OAB = \angle OCD$; $\angle OBA = \angle ODC$; এবং AB = DC
সুতরাং $\Delta AOB \cong \Delta COD$; $\therefore$ AO = CO
অনুরূপভাবে, ΔAOD এবং ΔBOC –এ BO = DO.
অতএব, AO = CO এবং BO = DO (প্রমাণিত)