

বীজগণিত সরলীকরণ

CLASS WORK

বীজগণিত সরলীকরণ

০১. $\frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$

[৩৮তম বিসিএস]

০২. সরল করুন: $\frac{1}{a-b} - \frac{2}{2a+b} + \frac{1}{a+b} - \frac{2}{2a-b}$

[৩০তম বিসিএস]

০৩. সরল করুন: $\left\{ \frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$

[২৯তম বিসিএস]

০৪. সরল করুন: $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) - \frac{1}{x^2+1}$

[২৪ তম বিসিএস]

০৫. সরল করুন: $\frac{\frac{a^2}{x-a} + \frac{b^2}{x-b} + \frac{c^2}{x-c} + a+b+c}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$

[১৫ তম বিসিএস]

০৬. সরল করুন: $\{(x+y)^{-1} - (x-y)^{-1}\} + y^2(x^2-y^2)^{-1}$

[১৩ তম বিসিএস]

০৭. সরল করুন: $a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$

[১১ তম বিসিএস]

০৮. $\frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right)$ কে $\frac{x-y-1}{x}$ দ্বারা ভাগ করুন।

[১১তম বিসিএস]

০৯. সরল করুন: $\frac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}} \cdot \frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$

[১০ম বিসিএস]

১০. $a^4(b-c) + b^4(c-a) + c^4(a-b)$

১১. $\frac{1}{1-x+x^2} - \frac{1}{1+x+x^2} - \frac{2x}{1+x^2+x^4}$

STUDENT



STUDY

বীজগণিত সরলীকরণ

০১। সরল করুন : (২৯তম BCS)

সমাধান : $\left\{ \frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$

$\left\{ \frac{b + \frac{a-b}{1+ab}}{1 - \frac{(a-b)b}{1+ab}} - \frac{a - \frac{a-b}{1-ab}}{1 - \frac{a(a-b)}{1-ab}} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$

$= \left\{ \frac{b(1+ab) + (a-b)}{1+ab} - \frac{a(1-ab) - (a-b)}{1-ab} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$

$= \left\{ \frac{b+ab^2+a-b}{1+ab-ab+b^2} - \frac{a-a^2b-a+b}{1-ab-a^2+ab} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$

$= \left\{ \frac{ab^2+a-b-a^2b}{1+b^2} - \frac{b-a^2b}{1-a^2} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$

$= \left\{ \frac{a(1+b^2)}{1+b^2} - \frac{b(1-a^2)}{1-a^2} \right\} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$

$= (a-b) \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) = (a-b) \div \left(\frac{a^2-b^2}{ab} \right)$

$= (a-b) \div \frac{(a+b)(a-b)}{ab}$

$= (a-b) \times \frac{ab}{(a+b)(a-b)}$

$= \frac{ab}{a+b} \text{ (Ans)}$

০২। সরল করুনঃ $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) - \frac{1}{x^2+1}$ (২৪তম BCS)

সমাধান : $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) - \frac{1}{x^2+1}$
 $= \frac{1}{2} \left\{ \frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)} \right\} - \frac{1}{x^2+1}$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+1}$
 $= \frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+1}$
 $= \frac{x^2+1-x^2+1}{(x^2-1)(x^2+1)}$
 $= \frac{2}{x^4-1}$ (Ans)

০৩. সরল করুনঃ $\frac{\frac{a^2}{x-a} + \frac{b^2}{x-b} + \frac{c^2}{x-c} + a+b+c}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$ (১৫তম BCS)

সমাধান : $\frac{\frac{a^2}{x-a} + \frac{b^2}{x-b} + \frac{c^2}{x-c} + a+b+c}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$
 $= \frac{\left(\frac{a^2}{x-a} + a \right) + \left(\frac{b^2}{x-b} + b \right) + \left(\frac{c^2}{x-c} + c \right)}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$
 $= \frac{\frac{a^2+ax-a^2}{x-a} + \frac{b^2+bx-b^2}{x-b} + \frac{c^2+cx-c^2}{x-c}}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$
 $= \frac{\frac{ax}{x-a} + \frac{bx}{x-b} + \frac{cx}{x-c}}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}} =$
 $x \left(\frac{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}} \right)$
 $= x$ (Ans)

০৪। $\frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right)$ কে $\frac{x-y-1}{x}$ দ্বারা ভাগ করুন। (১১তম BCS)

সমাধান : $\frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \div \frac{x-y-1}{x}$
 $= \frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x^3-y^3}{xy} \right) \div \frac{x-y-1}{x}$
 $= \frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} - \frac{x^3-y^3}{(x+y)xy} \div \frac{x-y-1}{x}$
 $= \frac{x^3-xy^2+x^2y-y^3-xy-x^3+y^3}{xy(x+y)} \div \frac{x-y-1}{x}$
 $= \frac{x^2y-xy^2-xy}{xy(x+y)} \times \frac{x}{x-y-1}$
 $= \frac{xy(x-y-1)}{xy(x+y)} \times \frac{x}{(x-y-1)} = \frac{x}{x+y}$ (Ans)

০৫. সরল করুনঃ $\frac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}} + \frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$ (১০তম BCS)

সমাধান : $\frac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}} + \frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$
 $= \frac{a^2+b^2-\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}{a^2b^2-\frac{1}{a^2b^2}} + \frac{(a-\frac{1}{a})(b-\frac{1}{b})}{ab+\frac{1}{ab}}$
 $= \frac{\frac{a^4b^2+b^4a^2-b^2-a^2}{a^2b^2}}{\frac{a^4b^4-1}{a^2b^2}} + \frac{ab-\frac{a}{b}-\frac{b}{a}+\frac{1}{ab}}{\frac{a^2b^2+1}{ab}}$
 $= \frac{a^4b^2+b^4a^2-a^2-b^2}{a^4b^4-1} + \frac{\frac{a^2b^2-a^2-b^2+1}{ab}}{\frac{a^2b^2+1}{ab}}$
 $= \frac{a^4b^2+b^4a^2-a^2-b^2}{a^4b^4-1} + \frac{a^2b^2-a^2-b^2+1}{a^2b^2+1}$
 $= \frac{a^4b^2+b^4a^2-a^2-b^2+a^4b^4-a^4b^2-b^4a^2+a^2b^2-a^2b^2+a^2+b^2-1}{a^4b^4-1}$
 $= \frac{a^4b^4-1}{a^4b^4-1} = 1$ (Ans)

০৬. সরল করুনঃ $\frac{1}{a^2 + ab + b^2} \times \frac{2a}{a^3 + b^3} \times \frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{4a^2}$

সমাধান : $\frac{1}{a^2 + ab + b^2} \times \frac{2a}{a^3 + b^3} \times \frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{4a^2}$
 $= \frac{1}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{2a}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} \times \frac{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)}{4a^2}$
 $= \frac{1}{2a(a+b)}$

∴ নির্ণেয় সরল $\frac{1}{2a(a+b)}$ (Ans)

০৭. সরল করুনঃ $\frac{1}{a+b} + \frac{b}{a^2 - b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}$

সমাধান : $\frac{1}{a+b} + \frac{b}{a^2 - b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}$
 $= \frac{(a-b) + b}{a^2 - b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}$
 $= \frac{a - b + b}{a^2 - b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}$
 $= \frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}$
 $= a \left\{ \frac{1}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a^2 + b^2} \right\}$
 $= a \left\{ \frac{a^2 + b^2 - a^2 + b^2}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} \right\}$
 $= a \left\{ \frac{2b^2}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} \right\} = \frac{2ab^2}{a^4 - b^4}$
∴ নির্ণেয় সরল $\frac{2ab^2}{a^4 - b^4}$ (Ans)

০৮. সরল করুনঃ $\frac{a^2 - x^2}{a+b} \times \frac{a^2 - b^2}{ax + x^2} \times \left(a + \frac{ax}{a-x} \right)$

সমাধান : $\frac{a^2 - x^2}{a+b} \times \frac{a^2 - b^2}{ax + x^2} \times \left(a + \frac{ax}{a-x} \right)$
 $= \frac{a^2 - x^2}{a+b} \times \frac{a^2 - b^2}{ax + x^2} \times \left(\frac{a^2 - ax + ax}{a-x} \right)$
 $= \frac{(a+x)(a-x)}{(a+b)} \times \frac{(a+b)(a-b)}{x(a+x)} \times \frac{a^2}{(a-x)}$
 $= \frac{a^2(a-b)}{x}$ (Ans)

০৯। সরল করুনঃ

$$\frac{a}{a^2 - a(b+c) + bc} + \frac{b}{b^2 - b(c+a) + ca} + \frac{c}{c^2 - c(a+b) + ab}$$

সমাধান : $\frac{a}{a^2 - a(b+c) + bc} + \frac{b}{b^2 - b(c+a) + ca} + \frac{c}{c^2 - c(a+b) + ab}$
 $= \frac{a}{a^2 - ab - ac + bc} + \frac{b}{b^2 - bc - ab + ca} + \frac{c}{c^2 - ca - bc + ab}$
 $= \frac{a}{a(a-b) - c(a-b)} + \frac{b}{b(b-c) - a(b-c)} + \frac{c}{c(c-a) - b(c-a)}$
 $= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$
 $= -\frac{a}{(a-b)(c-a)} - \frac{b}{(b-c)(a-b)} - \frac{c}{(c-a)(b-c)}$
 $= -\left[\frac{a}{(a-b)(c-a)} + \frac{b}{(a-b)(b-c)} + \frac{c}{(b-c)(c-a)} \right]$
 $= -\frac{a(b-c) + b(c-a) + c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$
 $= -\frac{ab - ac + bc - ab + ca - bc}{(a-b)(b-c)(c-a)}$
 $= -\frac{0}{(a-b)(b-c)(c-a)}$
 $= 0$

∴ নির্ণেয় সরল 0 (Ans)

১০। সরল করুনঃ $\frac{(a^2 + b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 2$

সমাধান : $\frac{(a^2 + b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 2$
 $= \frac{(a^2 + b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \left(\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{ab} \right)$
 $= \frac{(a^2 + b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2}{ab} = \frac{(a^2 + b^2)^2 - (a+b)^2(a-b)^2}{ab(a-b)^2}$
 $= \frac{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2}{ab(a-b)^2}$
 $= \frac{(a^2 + b^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - a^2 + b^2)}{ab(a-b)^2}$
 $= \frac{2a^2 \cdot 2b^2}{ab(a-b)^2} = \frac{4ab}{(a-b)^2}$ (Ans)

১১। সরল করুন :

$$\frac{1}{1+x+x^2} - \frac{1}{1-x+x^2} - \frac{2x}{1-x^2+x^4}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{1+x+x^2} - \frac{1}{1-x+x^2} + \frac{2x}{1-x^2+x^4}$$

$$= \frac{1-x+x^2-1-x-x^2}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} + \frac{2x}{1-x^2+x^4}$$

$$= \frac{-2x}{1+x^2+x^4} + \frac{2x}{1-x^2+x^4}$$

$$= -2x \left[\frac{1}{1+x^2+x^4} - \frac{1}{1-x^2+x^4} \right]$$

$$= -2x \cdot \frac{(-2x^2)}{1+x^4+x^8}$$

$$= \frac{4x^3}{1+x^4+x^8} \text{ (Ans)}$$

১২। সরল করুন :

$$\left(\frac{2x(a^2-b^2)}{a^2y} \times \frac{a^3}{(x+y)^2} \times \frac{x^2-y^2}{a^2x+abx} \times \frac{y}{2x-2y} \right)$$

সমাধান :

$$\left(\frac{2x(a^2-b^2)}{a^2y} \times \frac{a^3}{(x+y)^2} \times \frac{x^2-y^2}{a^2x+abx} \times \frac{y}{2x-2y} \right)$$

$$= \frac{2x(a+b)(a-b)}{a^2y} \times \frac{a^3}{(x+y)^2} \times \frac{(x+y)(x-y)}{ax(a+b)} \times \frac{y}{2(x-y)}$$

$$= \frac{(a-b)(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{a-b}{x+y}$$

∴ নির্ণেয় সরল $\frac{(a-b)}{(x+y)}$ (Ans)

১৩. সরল করুনঃ

$$\frac{a(a-b)^2+4a^2b}{ab+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{ab} \times \frac{b(a+b)^2-4ab^2}{a^2-ab}$$

সমাধান :

$$\frac{a(a-b)^2+4a^2b}{ab+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{ab} \times \frac{b(a+b)^2-4ab^2}{a^2-ab}$$

$$= \frac{a \{ (a-b)^2+4ab \}}{ab+b^2} \div \frac{a^2-b^2}{ab} \times \frac{b \{ (a+b)^2-4ab \}}{a^2-ab}$$

$$= \frac{a(a+b)^2}{b(a+b)} \div \frac{(a+b)(a-b)}{ab} \times \frac{b(a-b)^2}{a(a-b)}$$

$$= \frac{a(a+b)^2}{b(a+b)} \times \frac{ab}{(a+b)(a-b)} \times \frac{b(a-b)^2}{a(a-b)}$$

$$= ab$$

∴ নির্ণেয় সরল ab (Ans)

১৪. সরল করুনঃ

$$\frac{\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b}}{\frac{a-b}{b} - \frac{a+b}{b}} \div \frac{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a-b}{a-b} - \frac{a+b}{a+b}} \times \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right)$$

সমাধান :

$$\frac{\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b}}{\frac{a-b}{b} - \frac{a+b}{b}} \div \frac{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a-b}{a-b} - \frac{a+b}{a+b}} \times \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right)$$

$$= \frac{\frac{a(a+b)-a(a-b)}{(a-b)(a+b)}}{\frac{(a-b)(a+b)-b(a-b)}{(a-b)(a+b)}} \div \frac{\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}}{\frac{(a-b)-(a+b)}{(a-b)(a+b)}} \times \left(\frac{a^2+b^2}{a^2} \right)$$

$$= \frac{\frac{a^2+ab-a^2+ab}{a^2-b^2}}{\frac{a^2-b^2-ab+b^2}{a^2-b^2}} \div \frac{\frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}}{\frac{a^2-b^2-a^2+2ab-b^2}{a^2-b^2}} \times \left(\frac{a^2+b^2}{a^2} \right)$$

$$= \frac{\frac{2ab}{a^2-b^2}}{\frac{a^2-b^2}{4ab}} \div \frac{\frac{2a^2+2b^2}{a^2-b^2}}{\frac{a^2-b^2}{4ab}} \times \left(\frac{a^2+b^2}{a^2} \right)$$

$$= \left\{ \frac{2ab}{(a^2-b^2)} \times \frac{(a^2-b^2)}{2b^2} \right\} \div \left\{ \frac{2(a^2+b^2)}{(a^2-b^2)} \times \frac{(a^2-b^2)}{4ab} \right\} \times \left(\frac{a^2+b^2}{a^2} \right)$$

$$= \frac{a}{b} \div \frac{a^2+b^2}{2ab} \times \left(\frac{a^2+b^2}{a^2} \right)$$

$$= \frac{a}{b} \times \frac{2ab}{(a^2+b^2)} \times \left(\frac{a^2+b^2}{a^2} \right)$$

$$= 2$$

∴ নির্ণেয় সরল 2 (Ans)

১৫. সরল করুনঃ $\frac{(a-b)\{(a+b)^2 - ab\}}{(a-b)^2 + 2ab} \div \frac{(a-b)^2 + 3ab}{(a+b)\{(a-b)^2 + ab\}} \times \frac{(a+b)^2 - 2ab}{(a-b)^2 + 3ab}$

সমাধান : $\frac{(a-b)\{(a+b)^2 - ab\}}{(a-b)^2 + 2ab} \div \frac{(a-b)^2 + 3ab}{(a+b)\{(a-b)^2 + ab\}} \times \frac{(a+b)^2 - 2ab}{(a-b)^2 + 3ab}$

$$= \frac{(a-b)\{a^2 + 2ab + b^2 - ab\}}{a^2 - 2ab + b^2 + 2ab} \div \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 3ab}{(a+b)\{a^2 - 2ab + b^2 + ab\}} \times \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{a^2 - 2ab + b^2 + 3ab}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 + b^2)} \div \frac{(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} \times \frac{(a^2 + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 + b^2)} \times \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a^2 + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)}$$

$$= \frac{(a-b)(a^3 + b^3)}{(a^2 + ab + b^2)}$$

∴ নির্ণেয় সরল : $\frac{(a-b)(a^3 + b^3)}{(a^2 + ab + b^2)}$ (Ans)

১৬। সরল করুনঃ $\frac{\frac{a^3}{b^3} - \frac{b^3}{a^3}}{\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1\right)} \times \frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{ab}}$

সমাধান : $\frac{\frac{a^3}{b^3} - \frac{b^3}{a^3}}{\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 1\right)} \times \frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{ab}}$

$$= \frac{\frac{a^6 - b^6}{b^3 a^3}}{\left(\frac{a^2 - b^2}{ab}\right)\left(\frac{a^2 + b^2 - ab}{ab}\right)} \times \frac{\frac{a-b}{ab}}{\frac{a^2 + b^2 + ab}{a^2 b^2}}$$

$$= \frac{\frac{(a^3)^2 - (b^3)^2}{a^3 b^3}}{(a+b)(a-b)\frac{(a^2 - ab + b^2)}{a^2 b^2}} \times \frac{\frac{a-b}{ab}}{\frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 b^2}}$$

$$= \frac{(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)}{a^3 b^3} \times \frac{a-b}{b^2 + a^2 + ab} \times \frac{a^2 b^2}{a^2 b^2}$$

$$= \left\{ \frac{(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)}{a^3 b^3} \times \frac{a^2 b^2}{(a-b)(a^3 + b^3)} \right\} \times \left\{ \frac{a-b}{ab} \times \frac{a^2 b^2}{a^2 + ab + b^2} \right\}$$

$$= \frac{(a^3 - b^3)}{ab(a-b)} \times \frac{(a-b)ab}{(a^2 + ab + b^2)}$$

$$= \frac{(a^3 - b^3)(a-b)}{(a^3 - b^3)} = (a-b) \text{ (Ans)}$$