১। $\sqrt[4]{x}$ = 0.1 হলে, x = কত?

(ক) 0.1
(খ) 0.01
(গ) 0.001
(ঘ) 0.0001*

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\sqrt[4]{x}$ = 0.1

$\Rightarrow x^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{10}$

$\Rightarrow \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^4 = \left(\frac{1}{10}\right)^4$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{4} \times 4} = \frac{1}{(10)^4}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{10000}$

$= 0.0001$ (উত্তর)

২। $x^{-3} - 0.001 = 0$ হলে, x^2- এর মান কত?

(ক) 100*

(খ) $\frac{1}{10}$

(গ) 10

(ঘ) $\frac{1}{100}$

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$x^{-3} - 0.001 = 0$

$\Rightarrow x^{-3} = 0.001$

$\Rightarrow \frac{1}{x^3} = \frac{1}{1000}$

$\Rightarrow x^3 = 1000$

$\Rightarrow (x)^3 = (10)^3$

$\Rightarrow x = 10$

$\Rightarrow (x)^2 = (10)^2$ [উভয় পাশে বর্গ করে]

$\therefore x^2 = 100$ (উত্তর)

৩। $36.2^{3x-8} = 3^2$ হলে, x এর মান কত?

(ক) $\frac{7}{3}$
(খ) 3
(গ) $\frac{8}{3}$
(ঘ) 2*

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$36 \cdot 2^{3x-8} = 3^2$

$\Rightarrow 36 \cdot 2^{3x-8} = 9$

$\Rightarrow \frac{36 \cdot 2^{3x-8}}{9} = 1$

$\Rightarrow 4 \cdot 2^{3x-8} = 1$

$\Rightarrow 2^2 \cdot 2^{3x-8} = 1$

$\Rightarrow 2^{2+3x-8} = 1$

$\Rightarrow 2^{3x-6} = (2)^0 \ [\because a^0 = 1]$

$\Rightarrow 3x - 6 = 0$

$\Rightarrow 3x = 6$

$\therefore x = 2$ (উত্তর)

৪। $\sqrt[3]{\sqrt[3]{\frac{1}{x^{-3}}}}$ = কত?

(ক) $x^{\frac{1}{2}}$

(খ) $x^{\frac{1}{3}}$*

(গ) $x^{\frac{2}{3}}$

(ঘ) $x^{\frac{3}{2}}$

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\sqrt[3]{\sqrt[3]{\frac{1}{x^{-3}}}}$

$= \sqrt[3]{\sqrt[3]{x^3}}$

$= \sqrt[3]{(x^3)^{\frac{1}{3}}}$

$= \sqrt[3]{x}$

$= x^{\frac{1}{3}}$ (উত্তর)

৫। যদি $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$ হয়, তবে x এর মান কত?

(ক) 8
(খ) 3
(গ) 5
(ঘ) 4*

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$

$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-(x-5)}$

$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-x+5}$

$\Rightarrow x - 3 = -x + 5$

$\Rightarrow x + x = 5 + 3$

$\Rightarrow 2x = 8$

$\therefore x = 4$ (উত্তর)

৬। $3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$ হলে, x এর মান কত?

(ক) $\frac{2}{m}$*
(খ) 2m
(গ) $\frac{m}{2}$
(ঘ) কোনোটিই নয়

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$3^{mx-1} = 3a^{mx-2}$

$\Rightarrow \frac{3^{mx-1}}{3} = a^{mx-2}$

$\Rightarrow 3^{mx-1-1} = a^{mx-2}$

$\Rightarrow 3^{mx-2} = a^{mx-2}$

$\Rightarrow \frac{3^{mx-2}}{a^{mx-2}} = 1$

$\Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = 1$

$\Rightarrow \left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^{0}$ [$\because a^0 = 1$]

$\Rightarrow mx - 2 = 0$

$\Rightarrow mx = 2$

$\therefore x = \frac{2}{m}$ (উত্তর)

৭। $\log_{10}(0.001) = $ কত?

(ক) −2
(খ) −3*
(গ) $\frac{1}{2}$
(ঘ) $\frac{1}{3}$

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

ধরি, $\log_{10}(0.001) = x$

$\Rightarrow 10^x = 0.001$

$\Rightarrow 10^x = \frac{1}{1000}$

$\Rightarrow (10)^x = \frac{1}{(10)^3}$

$\Rightarrow (10)^x = (10)^{-3}$

$\Rightarrow x = -3$ (উত্তর)

৮। $\log_x 324 = 4$ হলে, x এর মান কত?

(ক) $2\sqrt{3}$
(খ) $3\sqrt{2}$*
(গ) $\sqrt{3}$
(ঘ) 3

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\log_x 324 = 4$

$\Rightarrow x^4 = 324$

$\Rightarrow x^4 = 81 \times 4$

$\Rightarrow x^4 = 3^4 . 2^2$

$\Rightarrow x^4 = 3^4 . \{(\sqrt{2})^2\}^2$

$\Rightarrow x^4 = 3^4 . (\sqrt{2})^4$

$\Rightarrow x^4 = (3.\sqrt{2})^4$

$\therefore x = 3\sqrt{2}$ (উত্তর)

৯। $\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 81 = ?$

(ক) 2
(খ) 3
(গ) 1
(ঘ) 4*

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 81$

$= \log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 3^4$

$= \log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^8$

$= \log_3\log_2 8\log_{\sqrt{3}}{}^{\sqrt{3}}$

$= \log_3\log_2 8^{\times 1} \; [\because \log_a{}^a = 1]$

$= \log_3\log_2 8$

$= \log_3\log_2 2^3$

$= \log_3{}^3\log_2{}^2 \; [\because \log_a{}^a = 1]$

$= \log_3{}^3$

$= 1$ (উত্তর)

১০। $\log_b a^2 . \log_c b^2 . \log_a c^2$ এর মান কত?

(ক) 1
(খ) 2
(গ) 6
(ঘ) 8*

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\log_b a^2 . \log_c b^2 . \log_a c^2$

$= \dfrac{\log a^2}{\log b} \times \dfrac{\log b^2}{\log c} \times \dfrac{\log c^2}{\log a}$ [সূত্র প্রয়োগ]

$= \dfrac{2 \log a}{\log b} \times \dfrac{2 \log b}{\log c} \times \dfrac{2\log c}{\log a}$

$= 2 \times 2 \times 2$

$= 8$ (উত্তর)

১১। $\log_a \log_a \log_a(a a^b) = ?$

(ক) b^2
(খ) b*
(গ) a
(ঘ) ab

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\log_a \log_a \log_a ({}_a a^{a^b})$

$= \log_a \log_a a^{a^b} \log_a{}^a$

$= \log_a \log_a a^{a^b} \times 1 \; [\because \log_a{}^a = 1]$

$= \log_a a^b \log_a{}^a$

$= b \log_a{}^a \times 1 \; [\because \log_a{}^a = 1]$

$= b \times 1$

$= b$ (উত্তর)

১২। $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ হলে, $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ এর মান কত?

(ক) 1
(খ) $\sqrt{5}$
(গ) 3*
(ঘ) $2\sqrt{5}$

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$x^2 - \sqrt{5}\,x + 1 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{5}\,x$

$\Rightarrow \dfrac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{5}$

$\Rightarrow \dfrac{x^2}{x} + \dfrac{1}{x} = \sqrt{5}$

$\Rightarrow x + \dfrac{1}{x} = \sqrt{5}$

$\therefore x^2 + \dfrac{1}{x^2} = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - 2. x. \dfrac{1}{x}$

$\qquad = (\sqrt{5})^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$\qquad = 5 - 2$

$\qquad = 3$ (উত্তর)

১৩। $a + b = \sqrt{5}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$ হলে, $8ab (a^2 + b^2) = $ কত?

(ক) 24*
(খ) 21
(গ) 23
(ঘ) 25

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$a + b = \sqrt{7}$

$a - b = \sqrt{5}$

$\therefore 8ab (a^2 + b^2) = 4ab. 2 (a^2 + b^2)$

$\qquad = \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} \times \{(a + b)^2 + (a - b)\}$

$\qquad = \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \times \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$

$\qquad = (7 - 5)(7 + 5)$

$\qquad = 2 \times 12$

$\qquad = 24$ (উত্তর)

১৪। $x + \dfrac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $\dfrac{x^4 + 1}{x^2}$ এর মান কত?

(ক) $5 + 2\sqrt{6}$
(খ) $3 + 2\sqrt{6}$ *
(গ) $7 + 2\sqrt{6}$
(ঘ) $13 + 2\sqrt{2}\sqrt{3}$

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$\dfrac{x^4 + 1}{x^2} = \dfrac{x^4}{x^2} + \dfrac{1}{x^2}$

$\qquad = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2. x. \frac{1}{x}$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2$$

$$= (\sqrt{3})^2 + 2. \sqrt{3} . \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 2$$

$$= 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2$$

$$= 3 + 2\sqrt{6} \text{ (উত্তর)}$$

১৫। $a - \frac{1}{a} = 2$ হয়, তবে $a^4 + \frac{1}{a^4} =$ কত?

(ক) 44
(খ) 24
(গ) 34*
(ঘ) 54

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2. a^2. \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{\left(a^2 - \frac{1}{a}\right)^2 + 2. a. \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$$

$$= \{(2)^2 + 2\}^2 - 2$$

$$= (4 + 2)^2 - 2$$

$$= (6)^2 - 2$$

$$= 36 - 2$$

$$= 34 \text{ (উত্তর)}$$

১৬। $x + \frac{1}{x} = 5$ হয়, তবে $\frac{x}{x^2 + x + 1}$ এর মান কত?

(ক) $\frac{1}{5}$
(খ) $\frac{1}{6}$*
(গ) $\frac{1}{4}$
(ঘ) $\frac{1}{7}$

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে,

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 5$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = 5x$$

প্রদত্ত রাশি,

$$= \frac{x}{x^2 + x + 1}$$

$$= \frac{x}{x^2 + 1 + x}$$

$$= \frac{x}{5x + x} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{x}{6x}$$

$$= \frac{1}{6} \text{ (উত্তর)}$$

১৭। যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

(ক) 3
(খ) 2
(গ) 1
(ঘ) 0*

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে

$$x^4 - x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^4 + 1 = x^2$$

$$\Rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2. x. \frac{1}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

প্রদত্ত রাশি,

$$= x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3. x. \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$= 0 \text{ (উত্তর)}$$

১৮। $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) $18\sqrt{3}$
(খ) $18\sqrt{2}$
(গ) $22\sqrt{2}$*
(ঘ) $22\sqrt{3}$

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে,

$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$\therefore \frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 . x . \frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$\qquad = (2\sqrt{2})^3 + 3(2\sqrt{2})$

$\qquad = 8 . 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$\qquad = 16\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$\qquad = 22\sqrt{2}$ (উত্তর)

১৯। $4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হলে, $8a^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

(ক) 0*
(খ) 1
(গ) 2
(ঘ) 5

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে,

$4a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$

$\Rightarrow (2a)^2 + \left(\frac{1}{a}\right)^2 = 2$

$\Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 . 2a . \frac{1}{a} = 2$

$\Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = 2$

$\Rightarrow \left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 = 6$

$\therefore 2a + \frac{1}{a} = \sqrt{6}$

এখন,

$8a^3 + \frac{1}{a^3} = (2a)^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3$

$\qquad = \left(2a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 . 2a . \frac{1}{a}\left(2a + \frac{1}{a}\right)$

$\qquad = (\sqrt{6})^3 - 6\sqrt{6}$

$\qquad = 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$

$\qquad = 0$ (উত্তর)

২০। $x + y = 2$ এবং $x^2 + y^2 = 4$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান কত?

(ক) 9
(খ) 10
(গ) 7
(ঘ) 8*

বিদ্যাবাড়ি ব্যাখ্যা:

$x^2 + y^2 = 4$

$\Rightarrow (x + y)^2 - 2xy = 4$

$\Rightarrow -2xy = 4 - (x + y)^2$

$\Rightarrow -2xy = 4 - (2)^2$

$\Rightarrow -2xy = 4 - 4$

$\Rightarrow -2xy = 0$

$\therefore xy = 0$

এখন,

$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3.xy (x + y)$

$\qquad = (2)^3 - 3.0.2$

$\qquad = 8 - 0$

$\qquad = 8$