



প্রাইমারি লেকচার শিট

লেকচার

১৬

Lecture Content

☑ লগারিদম (Logarithm)

Basic



Discussion

লগারিদম

প্রাথমিক তথ্য:

সর্বপ্রথম স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ 'জন নেপিয়র' (1550-1617) লগারিদম আবিষ্কার করেন।

শুধু ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম আছে। শূন্য এবং ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই।

যদি $a^x = M$ হয় তবে x কে M এর a ভিত্তিক লগারিদম বা সংক্ষেপে লগ বলা হয়। লগারিদমের প্রতীক ব্যবহার করে লেখা হয়: $\text{Log}_a M = x$

$\text{Log}_a M$ কে a ভিত্তিক লগ 'M' পড়া হয়।

ব্যবহারিক ক্ষেত্রে লগারিদমের ভিত্তি সাধারণত ১০ ধরা হয়। ১০ ভিত্তিক লগারিদমকে সাধারণ লগারিদম বলে। এই ক্ষেত্রে ভিত্তি উহ্য রাখা হয় অর্থাৎ $\log_{10} M$ বোঝাতে $\log M$ লেখা হয়।

* লগারিদমের প্রবর্তন করেন- জন নেপিয়র

☑ প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:

1. $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$ (অর্থাৎ গুণ থাকলে যোগ এবং ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়)
2. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ (অর্থাৎ ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়)
3. $\log_a M^n = n \log_a M$ (ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি, আবার ভিত্তি এর উপর পাওয়ার থাকলে পাওয়ারটি গুরুতে বসে) যেমন: $\log_a 10^5 = 5 \log_a 10$
4. $\log_a 1 = 0$ (যেকোনো ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি 1 হলে তার উত্তর 0 হয়)
5. $\log_a a = 1$ অর্থাৎ $\log_{10} 10 = 1$ (ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি মিলে গেলে তার মান সবসময় 1 হয়)
6. $\log_a a^2 = 2$ অর্থাৎ $\log_x x^4 = 4$ (অর্থাৎ কখনো \log এর ভিত্তিমূল ও ভিত্তি যদি সমান হয় তাহলে ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি উভয়ে উঠে যায় এবং ভিত্তির উপর যে পাওয়ার থাকে, তাই উত্তর লিখতে হয়)
7. $\log a + \log b + \log c = \log(abc)$ (\log কমন নেয়ার সময় যোগ থাকলে গুণ)
8. $\log a - \log b = \log\left(\frac{a}{b}\right)$ (\log কমন নেয়ার সময় বিয়োগ থাকলে ভাগ হয় এবং প্রথমটি উপরে বসে)

9. $\log_a y = x$ হলে $a^x = y$ (সূত্রটি সব থেকে গুরুত্বপূর্ণ)

ব্যাখ্যা: (কোনো পাওয়ার = কোনো মান দেয়া থাকলে \log তুলে দিয়ে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বদল করে অর্থাৎ পাওয়ার এর জায়গায় মানটি এবং মান এর জায়গায় পাওয়ার যায়) অর্থাৎ $\log_a x = b$ হলে $a^b = x$ লিখা যায়। ভালোভাবে আরেকটি দেখুন:

$$\log_x 4 = 2 \text{ হলে } x^2 = 4$$

$$10. \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} = \frac{\log x}{\log a}, \log_a b \times \log_b c = \log_a c, a^{\log_a b} = b, \log_a m = \log_b m \times \log_a b$$

Teacher's Discussion

১. 32 এর 2 ভিত্তিক লগারিদম কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা (১ম পর্যায়)-২০২২; প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা (৩য় পর্যায়): ১৯]

- ক. 3 খ. 4
গ. 5 ঘ. 6

উত্তর: গ

২. $\log_8 2 =$ কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ (৪র্থ পর্যায়): ১৯]

- ক. 1 খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{2}{3}$ ঘ. $\frac{1}{3}$

উত্তর: ঘ

৩. $\log_5 x = 3$ হলে $x =$ কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা (৪র্থ পর্যায়): ১৯]

- ক. 375 খ. 120
গ. 125 ঘ. 225

উত্তর: গ

৪. $\log_2 8 =$ কত?

- ক. 4 খ. 3
গ. 2 ঘ. 1

উত্তর: খ

৫. $\log_{232} \frac{1}{2} =$ কত?

- ক. $\frac{1}{25}$ খ. -5
গ. $\frac{1}{5}$ ঘ. $-\frac{1}{5}$

উত্তর: খ

৬. $\log_{3\sqrt{2}} \frac{1}{324} =$ কত?

- ক. $162\sqrt{2}$ খ. 4
গ. $\frac{1}{162\sqrt{2}}$ ঘ. -4

উত্তর: ঘ

৭. $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত?

- ক. $\sqrt{5}$ খ. $\frac{2}{3}$
গ. $\frac{3}{2}$ ঘ. 4

উত্তর: গ

৮. $\log_5 \sqrt[3]{5} =$ কত?

- ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{2}$
গ. $\frac{1}{4}$ ঘ. $\frac{1}{5}$

উত্তর: ক

৯. $\log_{12} \sqrt{12} =$ কত?

- ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{6}$
গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{5}$

উত্তর: গ

১০. $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} =$ কত?

- ক. 0 খ. 2
গ. 1 ঘ. 3

উত্তর: গ

১১. $\log_{2\sqrt{5}} 20 =$ কত?

- ক. 400 খ. 10
গ. 2 ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: গ

১২. $\log_2 \sqrt{\frac{1}{64}} =$ কত?

- ক. -3 খ. $-\frac{1}{6}$
গ. 6 ঘ. $\frac{1}{6}$

উত্তর: ক

১৩. $\log_x 8 = -2$ হলে, $x =$ কত?

[৩৮তম বিসিএস]

- ক. 2 খ. $\sqrt{2}$
গ. $2\sqrt{2}$ ঘ. 4

উত্তর: গ

১৪. $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x এর মান-

[৩৭তম বিসিএস]

- ক. $\frac{4}{9}$ খ. $\frac{9}{4}$
গ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ. $\sqrt{\frac{2}{3}}$

উত্তর: ক

১৫. $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ হলে, $a =$ কত?

- ক. $\sqrt{2}$ খ. 0
গ. 6 ঘ. 8

উত্তর: ঘ

১৬. $\log_{10} (0.001) =$ কত?

- ক. -2 খ. -3
গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{3}$

উত্তর: খ

১৭. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

- ক. 400 খ. 10
গ. 4 ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: গ

১৮. $\log_x 324 = 4$ হয়, তবে $x =$ কত?

- ক. $3\sqrt{2}$ খ. $2\sqrt{3}$
গ. $5\sqrt{2}$ ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: ক

১৯. 400 এর $\log 4$ হলে ভিত্তিক কত?

- ক. 10 খ. 20
গ. 2 ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: ঘ

২০. $\log_{\sqrt{a}} b \times \log_{\sqrt{b}} c \times \log_{\sqrt{c}} a$ এর মান কত?

- ক. 1 খ. 2
গ. 6 ঘ. 8

উত্তর: ঘ

২১. $\frac{\log\sqrt{27} + \log 8 - \log\sqrt{512}}{\log 1.5} =$ কত?

- ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{3}{4}$ গ. $\frac{3}{2}$ ঘ. 10

উত্তর: গ

২২. $\log_{\sqrt{8}} x = 3\frac{1}{3}$

- ক. 25 খ. 32
গ. 34 ঘ. 22

উত্তর: খ

Student's Practice

১. $2\log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 = ?$

[৪৪তম বিসিএস]

- ক. 2 খ. 100
গ. 37 ঘ. 4.6

উত্তর: ক

২. যদি $\log_{10} x = -1$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি x এর মান?

[৪৪তম বিসিএস]

- ক. 0.1 খ. 0.01
গ. $\frac{1}{10000}$ ঘ. 0.001

উত্তর: ক

৩. $2\log_2 3 + \log_2 5 = ?$

[৪৩তম বিসিএস]

- ক. - 8 খ. 2
গ. 15 ঘ. 10

উত্তর: গ

৪. $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 = ?$

[৪১তম বিসিএস]

- ক. - 2 খ. - 1
গ. 1 ঘ. 2

উত্তর: ঘ

৫. কোন শর্তে $\log_a a = 1$?

[৪০তম বিসিএস]

- ক. $a > 0, a \neq 1$ খ. $a \neq 0, a > 1$
গ. $a > 0, 1 = 1$ ঘ. $a \neq 1, 1 < 0$

উত্তর: ক

৬. $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x এর মান-

[৩৭তম বিসিএস]

- ক. $\frac{4}{9}$ খ. $\frac{9}{4}$
গ. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ঘ. $\sqrt{\frac{2}{3}}$

উত্তর: ক

৭. $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে $x =$ কত?

[৩৮তম বিসিএস]

- ক. $2\sqrt{2}$ খ. $\sqrt{2}$
গ. ২ ঘ. 4

উত্তর: ক

৮. $\log_{\sqrt{3}} 81 =$ কত?

[৩৬তম বিসিএস]

- ক. 4 খ. $27\sqrt{3}$
গ. 8 ঘ. $\frac{1}{8}$

উত্তর: গ

৯. $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)$ এর মান-

[৩৫তম বিসিএস]

- ক. 2 খ. - 2
গ. 3 ঘ. - 3

উত্তর: খ

১০. $\log_a x = 1, \log_a y = 2$ এবং $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z}\right)$ এর মান কত?

[৩৫তম বিসিএস]

- ক. 1 খ. 2
গ. 4 ঘ. 5

উত্তর: গ

১১. $\log_2 \left(\frac{1}{32}\right)$ এর মান -

[৩১তম বিসিএস]

- ক. $\frac{1}{25}$ খ. - 5
গ. $\frac{1}{5}$ ঘ. $-\frac{1}{5}$

উত্তর: খ

১২. $\log_a \left(\frac{m}{n}\right) =$ কত?

[৩০তম বিসিএস]

- ক. $\log_a m - \log_a n$ খ. $\log_a m + \log_a n$
গ. $\log_a m \times \log_a n$ ঘ. কোনোটিই নয়

উত্তর: ক

১৩. $\frac{1}{\log_a (abc)} + \frac{1}{\log_b (abc)} + \frac{1}{\log_c (abc)} =$ কত?

- ক. 0 খ. 1
গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{3}$

উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{1}{\log_a (abc)} + \frac{1}{\log_b (abc)} + \frac{1}{\log_c (abc)}$
 $= \log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c$
 $= \log_{abc} abc = 1$

১৪. $\log_5(\sqrt[3]{5})(\sqrt{5}) = \text{কত?}$

ক. 1

খ. $\frac{1}{5}$ গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{6}{3}$

উত্তর: গ

সমাধান:

$$\begin{aligned}\log_5(\sqrt[3]{5})(\sqrt{5}) &= \log_5\left(5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right) \\ &= \log_5\left(5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}\right) = \log_5\left(5^{\frac{2+3}{6}}\right) \\ &= \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_5 5 = \frac{5}{6} \cdot 1 = \frac{5}{6}\end{aligned}$$

Class

Exam

১. $\log_8 2 = \text{কত?}$

ক. 1

খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{2}{3}$ ঘ. $\frac{1}{3}$

২. $\log_3 9 = \text{কত?}$

ক. 2

খ. -2

গ. 3

ঘ. -3

৩. $\log_2 8 = \text{কত?}$

ক. 4

খ. 3

গ. 2

ঘ. 1

৪. $\log_{3\sqrt{2}} \frac{1}{324} = \text{কত?}$

ক. $162\sqrt{2}$

খ. 4

গ. $\frac{1}{162\sqrt{2}}$

ঘ. -4

৫. $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ হলে, $a = \text{কত?}$

ক. $\sqrt{2}$

খ. 0

গ. 6

ঘ. 8

৬. $\log_4 256 = \text{কত?}$

ক. 1

খ. 2

গ. 3

ঘ. 4

৭. $24\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত?

ক. $\frac{5}{2}$ খ. $\frac{3}{2}$ গ. $\frac{4}{2}$ ঘ. $\frac{1}{2}$

৮. $\log_{x8} \frac{1}{8} = -2$ হলে, $x = \text{কত?}$

ক. 2

খ. $\sqrt{2}$ গ. $2\sqrt{2}$

ঘ. 4

৯. $\log_{\sqrt{3}} 81$ কত?

ক. 4

খ. $27\sqrt{3}$

গ. 8

ঘ. $\frac{1}{8}$

১০. $\log_2 16$ এর মান কত?

ক. 5

খ. 3

গ. 4

ঘ. $\frac{1}{4}$