# সূচক ও লগারিদম

## CLASS WORK — সূচক ও লগারিদম

০১. $p = xy^{a-1}$, $q = xy^{b-1}$, $r = xy^{c-1}$ হলে, [৪০তম বিসিএস]

(ক) $\left(\frac{p}{q}\right)^{c} \times \left(\frac{q}{r}\right)^{a} \times \left(\frac{r}{p}\right)^{b}$ = কত?

(খ) প্রমাণ করুন : $\log p^{b-c} + \log q^{c-a} + \log r^{a-b} = 0$

০২. সমাধান করুন: $4x - 3(2^{x+2}) + 25 = 0$ [৩৮তম বিসিএস]

০৩. $a = xy^{p-1}$, $b = xy^{q-1}$, $c = xy^{r-1}$ হলে, প্রমাণ করুন যে, $a^{q-r}, b^{r-p}, c^{p-q}=1$ [৩৮তম বিসিএস]

০৪. $a^x = b$, $b^y = c$ এবং $c^z = a$ হলে $xyz$ এর মান নির্ণয় করুন। [৩৭তম বিসিএস]

০৫. $\log_{2\sqrt{5}} 400$ এর মান কত? [৩৭তম বিসিএস]

০৬. সমাধান করুন:

(ক) $2^x + 2^{1-x} = 3$ [৩৭তম বিসিএস]

(খ) $\log_x\left(\frac{1}{16}\right) = -2$

(গ) $\left(\sqrt{3}\right)^{x+1} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x-1}$

০৭. যদি $\frac{\log a}{q-r} = \frac{\log b}{r-p} = \frac{\log c}{p-q}$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে, $a^{q+r} b^{r+p} c^{p+q}=1$. [৩৫তম বিসিএস]

০৮. $\log 360 = 3\log 2 + 2\log 3 + \log 5$

## STUDENT STUDY (Self) — সূচক ও লগারিদম

০৯. সমাধান করুন: $8y^x - y^{2x} = 16, 2^x = y^2$ ; [৩২তম বিসিএস]

১০. সরল করুন: $\frac{\left(p+\frac{1}{q}\right)^m\left(p-\frac{1}{q}\right)^m}{\left(q+\frac{1}{p}\right)^m\left(q-\frac{1}{p}\right)^m}$ [২২তম বিসিএস]

১১. সরল করুন: $a - \{a^{-1} + (b^{-1} - a)^{-1}\}^{-1}$ যেখানে $a, b \neq 0$ এবং $ab \neq 1$ [২০ তম বিসিএস]

১২. সরল করুন: $p - [p^{-1} + (t^{-1} - p)^{-1}]^{-1}$ [১৮তম বিসিএস]

১৩. $\left\{\frac{x^{(a-b)^2}}{x^{-3ab}}\right\}^{a-b}\left\{\frac{x^{(b-c)^2}}{x^{-3bc}}\right\}^{b-c}\left\{\frac{x^{(c-a)^2}}{x^{-3ca}}\right\}^{c-a}$ = কত? [১৮তম বিসিএস]

১৪. $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+pq+q^2} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2}$ = কত? [১৭তম বিসিএস]

১৫. $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} + \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$ = ? [১৭তম বিসিএস]

১৬. নিম্নলিখিত সম্পর্কটি প্রমাণ করুন: $\left(\frac{a^p}{a^q}\right)^{p+q} \times \left(\frac{a^q}{a^r}\right)^{q+r} \times \left(\frac{a^r}{a^p}\right)^{r+p} = 1$ [১৩তম বিসিএস]

১৭. $\dfrac{\left(p+\frac{1}{q}\right)^m \left(p-\frac{1}{q}\right)^m}{\left(q+\frac{1}{p}\right)^m \left(q-\frac{1}{p}\right)^m}$

১৮. $\dfrac{3.2^n - 4.2^{n-2}}{2^n - 2^n \div 2^1}$

১৯. $\dfrac{a^{-1}(ab^{-1}-1)^2}{b^{-2}(1+a^{-1}b)} \times \dfrac{b^2(a^{-2}+b^{-2})}{a(ab^{-1}-a^{-1}b)} \div \dfrac{1-a^{-1}b}{1+ab^{-1}}$

২০. $\dfrac{\left(p^2-\frac{1}{q^2}\right)^p \left(p-\frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2-\frac{1}{p^2}\right)\left(q+\frac{1}{p}\right)^{p-q}}$

২১. দেখাও যে, $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} . \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} . \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p} = 1$

২২. $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+qr+r^2} . \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2} . \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2} = 1$

২৩. যদি $x^{x\sqrt{x}} = (x\sqrt{x})^x$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় করুন।

২৪. সমাধান করুন: $4^x - 3.2^{x+2} + 2^5 = 0$

২৫. (ক) প্রমাণ করুন যে, $\log_a \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \log_a x_i$ [৩৮তম বিসিএস]

২৬. $\log \frac{50}{147} = \log 2 + 2\log 5 - \log 3 - 2\log 7$

২৭. সরল করুন: $7\log\frac{10}{9} - 2\log\frac{25}{24} + 3\log\frac{81}{80}$

২৮. সরল করুন: $\log 5 + 16\log\frac{16}{15} + 12\log\frac{25}{24} + 7\log\frac{81}{80}$

২৯. $\log_{\sqrt{a}} b \times \log_{\sqrt{b}} c \times \log_{\sqrt{c}} a = 8$

৩০. যদি $\dfrac{\log_k(1+x)}{\log_k x} = 2$ হয়, তবে দেখান যে, D = $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

৩১. দেখান যে, $\log \dfrac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+\sqrt{x^2-1}} = 2\log\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

৩২. যদি $a^{3-x} b^{5x} = a^{5+x} b^{3x}$ হয়, তবে দেখান যে, $x \log_k \left(\frac{b}{a}\right) = \log_k a$

০১। $\left\{\frac{x^{(a-b)^2}}{x^{-3ab}}\right\}^{(a-b)}\left\{\frac{x^{(b-c)^2}}{x^{-3bc}}\right\}^{(b-c)}\left\{\frac{x^{(c-a)^2}}{x^{-3ca}}\right\}^{(c-a)}$ = কত?

(১৮তম BCS)

**সমাধান :** $\left\{\frac{x^{(a-b)^2}}{x^{-3ab}}\right\}^{(a-b)}\left\{\frac{x^{(b-c)^2}}{x^{-3bc}}\right\}^{(b-c)}\left\{\frac{x^{(c-a)^2}}{x^{-3ca}}\right\}^{(c-a)}$

$= \left(x^{a^2\ \ 2ab+b^2+3ab}\right)^{(a\ \ b)}\left(x^{b^2\ \ 2bc+c^2+3bc}\right)^{(b\ \ c)}$

$= \left(x^{c^2\ \ 2c+a^2+3ca}\right)^{(c\ \ a)}$

$= x^{(a^2+ab+b^2)(a\ \ b)}.x^{(b^2+bc+c^2)(b\ \ c)}.x^{(c^2+ca+a^2)(c\ \ a)}$

$= x^{a^3-b^3}.x^{b^3-c^3}.x^{c^3-a^3} = x^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3}$

$= x^0 = 1$ (Answer)

০২। $p-[p^{-1}+(t^{-1}-p)^{-1}]^{-1}$ = কত? (১৮তম BCS)

**সমাধান :** $p^{-[p^{-1}+(t^{-1}-p)^{-1}]^{-1}}$

$= p-\left[\frac{1}{p}+\left(\frac{1}{t}-p\right)^{-1}\right]^{-1} = p-\left[\frac{1}{p}+\left(\frac{1-pt}{t}\right)^{-1}\right]^{-1}$

$= p-\left[\frac{1}{p}+\frac{t}{1-pt}\right]^{-1} = p-\left[\frac{1-pt+pt}{p(1-pt)}\right]^{-1}$

$= p-\left[\frac{1}{p(1-pt)}\right]^{-1} = p-\frac{p(1-pt)}{1}$

$= p-p(1-pt) = p(1-1+pt) = p.pt$

$= p^2t$ **(Answer)**

০৩। লিখিত সম্পর্কটি প্রমাণ করুন : $\left(\frac{a^p}{b^q}\right)^{p+q}\left(\frac{a^q}{b^r}\right)^{q+r}\left(\frac{a^r}{b^p}\right)^{r+p}=1$

(১৩তম BCS)

**সমাধান :** $\left(\frac{a^p}{a^q}\right)^{p+q}\times\left(\frac{a^q}{a^r}\right)^{q+r}\times\left(\frac{a^r}{a^p}\right)^{r+p}$

$= a^{(p-q)(p+q)}\times a^{(q-r)(q+r)}\times a^{(r-p)(r+p)}$

$= a^{p^2-q^2}\times a^{q^2-r^2}\times a^{r^2-p^2} = a^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2} = a^0$

= 1 (প্রমাণিত)

০৪। সরল করুন : $\{(x+y)^{-1}-(x-y)^{-1}\}\div 2y(x^2-y^2)^{-1}$

(১৩তম BCS)

**সমাধান :** $\{(x+y)^{-1}-(x-y)^{-1}\}\div 2y(x^2-y^2)^{-1}$

$= \left\{\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}\right\}\div 2y\left(\frac{1}{x^2-y^2}\right)$

$= \frac{x-y-x-y}{x^2-y^2}\div\frac{2y}{x^2-y^2}$

$= \frac{-2y}{x^2-y^2}\times\frac{x^2-y^2}{2y}$

$= -1$ **Ans.**

০৫। সরল করুন : $a-\{a^{-1}+(b^{-1}-a)^{-1}\}^{-1}$ (২০তম ও ১১তম BCS)

**সমাধান :** $a-\{a^{-1}+(b^{-1}-a)^{-1}\}^{-1}$

$= a-\left\{\frac{1}{a}+\left(\frac{1}{b}-a\right)^{-1}\right\}^{-1}$

$= a-\left\{\frac{1}{a}+\left(\frac{1-ab}{b}\right)^{-1}\right\}^{-1}$

$= a-\left\{\frac{1}{a}+\frac{b}{1-ab}\right\}^{-1}$

$= a-\left\{\frac{1-ab+ab}{a(1-ab)}\right\}^{-1}$

$= a-\left\{\frac{1}{a(1-ab)}\right\}^{-1}$

$= a-\frac{a(1-ab)}{1}$

$= a-a+a^2b$

$= a^2b$ (Ans)

০৬। $\frac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}}+\frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$ = কত?

**সমাধান :** $\frac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}}+\frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$

$= \frac{a^2+b^2-\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}{a^2b^2-\frac{1}{a^2b^2}}+\frac{\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(b-\frac{1}{b}\right)}{ab+\frac{1}{ab}}$

$$= \frac{\frac{a^4b^2+a^2b^4-b^2-a^2}{a^2b^2}}{\frac{a^4b^4-1}{a^2b^2}} + \frac{\left(\frac{a^2-1}{a}\right)\left(\frac{b^2-1}{b}\right)}{\frac{a^2b^2+1}{ab}}$$

$$= \frac{\frac{a^2b^2(a^2+b^2)-1(a^2+b^2)}{a^2b^2}}{\frac{(a^2b^2+1)(a^2b^2-1)}{a^2b^2}} + \frac{\frac{(a^2-1)(b^2-1)}{ab}}{\frac{a^2b^2+1}{ab}}$$

$$= \frac{(a^2+b^2)(a^2b^2-1)}{(a^2b^2+1)(a^2b^2-1)} + \frac{(a^2-1)(b^2-1)}{a^2b^2+1}$$

$$= \frac{(a^2+b^2)}{(a^2b^2+1)} + \frac{a^2b^2-a^2-b^2+1}{a^2b^2+1}$$

$$= \frac{a^2+b^2+a^2b^2-a^2-b^2+1}{a^2b^2+1}$$

$= \frac{a^2b^2+1}{a^2b^2+1} = 1$ **(Ans.)**

০৭। $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+pq+q^2} \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2} \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2}$ **= কত?**

*(১৭তম BCS)*

**সমাধান :** $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p^2+pq+q^2} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q^2+qr+r^2} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r^2+rp+p^2}$

$= x^{(p-q)(p^2+pq+q^2)} \times x^{(q-r)(q^2+qr+r^2)} \times x^{(r-p)(r^2+rp+p^2)}$

$= x^{p^3-q^3} \times x^{q^3-r^3} \times x^{r^3-p^3}$

$= x^{p^3-q^3+q^3-r^3+r^3-p^3}$

$= x^0$

$= 1$ **(Ans)**

০৮। $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} + \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$ **= কত?** *(১৭তম BCS)*

**সমাধান :** $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

$= \frac{3^{m+1}}{3^{m^2-m}} \div \frac{(3^2)^{m+1}}{3^{m^2-1}} = 3^{m+1-m^2+m} \div 3^{2m+2-m^2+1}$

$= 3^{2m-m^2+1} \div 3^{2m-m^2+3} = 3^{2m-m^2+1-2m+m^2-3}$

$= 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ **(Ans)**

০৯। $\sqrt[mn]{\left(\frac{x^m}{x^n}\right)} \times \sqrt[nl]{\left(\frac{x^n}{x^l}\right)} \times \sqrt[lm]{\left(\frac{x^l}{x^m}\right)}$ **= কত?**

**সমাধান :** $mn\sqrt{\left(\frac{x^m}{x^n}\right)} \times nl\sqrt{\left(\frac{x^n}{x^l}\right)} \times lm\sqrt{\left(\frac{x^l}{x^m}\right)}$

$= \left(x^{m-n}\right)^{\frac{l}{mn}} \times \left(x^{n-l}\right)^{\frac{l}{nl}} \times \left(x^{l-m}\right)^{\frac{l}{ml}}$

$= x^{\frac{l}{n}-\frac{l}{m}} \times x^{\frac{l}{l}-\frac{l}{n}} \times x^{\frac{l}{m}-\frac{l}{l}} = x^{\frac{l}{n}-\frac{l}{m}+\frac{l}{l}-\frac{l}{n}+\frac{l}{m}-\frac{l}{l}} = x^0 = 1$

১০। $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} - 66 = 0$ **হলে x এর মান কত?**

**সমাধান :** $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} - 66 = 0$

বা, $3^{2x} . 3^{-2} - 5.3^x . 3^{-2} - 66 = 0.$

বা, $3^x . 3^{-2} (3^x - 5) = 66$ বা, $\frac{3^x}{9} (3^x - 5) = 66$

বা, $3^x (3^x - 5) = 66 \times 9 = 594$

বা, $3^{x2} - 5 . 3^x - 594 = 0.$

ধরি, $3^x = a \therefore a^2 - 5a - 594 = 0.$

বা, $a^2 - 27a + 22a - 594 = 0.$

বা, $(a - 27) (a + 22) = 0.$

$\therefore a = 27$ বা, $3^x = 3^3 \therefore x = 3.$

১১। $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ **হলে x এর মান কত?**

**সমাধান :** $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা, $\frac{5^{3x-7}}{3^{3x-7}} = 1$ [উভয়পক্ষকে $3^{3x-7}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$ [ $\therefore a^0 = 1$]

বা, $3x - 7 = 0$ বা, $3x = 7$ $\therefore$ x এর মান $\frac{7}{3}$

১২। $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ **হলে x এর মান কত?**

**সমাধান :** $2^{x-4} = 4a^{x-6}$

বা, $2^{x-4} = 2^2 . a^{x-6}$ বা, $\frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6}$

বা, $2^{x-4-2} = a^{x-6}$ বা, $2^{x-6} = a^{x-6}$

বা, $\frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1$ বা, $\frac{2}{a}^{x\ 6} = \frac{2}{a}^{0}$ [ $\therefore a^0 = 1$]

বা, $x - 6 = 0$ $\therefore x = 6$

১৩। $2^{2x} - 3.\ 2^{x+2} = -32$ হলে নিচের কোনটি **x** এর সঠিক মান?

**সমাধান :** $2^{2x} - 3.\ 2^{x+2} = -32$

বা, $2^x . 2^x - 3 .\ 2^x . 2^2 = -32$

বা, $a . a - 3 . a . 4 = -32$ $\quad$ [$2^x = a$ ধরে]

বা, $a^2 - 12a + 32 = 0$

বা, $a^2 - 8a - 4a + 32 = 0$

বা, $a(a-8) - 4(a-8) = 0$

বা, $(a-8)(a-4) = 0$

$\therefore a - 8 = 0$

বা, $a = 8$ বা, $2^x = 2^3$ [a এর মান বসিয়ে ]

$\therefore x = 3$

অথবা $a - 4 = 0$

বা, $a = 4$ বা, $2^x = 4$ $\quad$ [ a এর মান বসিয়ে ]

বা, $2^x = 2^2$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় **x** এর মান = 3, 2.

১৪। $\left(\sqrt{3}\right)^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$ হলে **x** এর মান কত?

**সমাধান :** $\left(\sqrt{3}\right)^{x+5} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x+5}$

বা, $3^{\frac{1}{2}(x+5)} = 3^{\frac{1}{3}(2x+5)}$

বা, $\dfrac{x+5}{2} = \dfrac{2x+5}{3}$

বা, $4x + 10 = 3x + 15$ [ বজ্রগুণন করে ]

বা, $4x - 3x = 15 - 10$

$\therefore x = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় x এর মান = 5.

## লগারিদম

০১। **x এর মান নির্ণয় করুন।**

**i) $\log_{10}x = 2$ ii) $\log_{10}x = -2$ iii) $\log_x 400 = 4$**

**সমাধান :**

**(i) $\log_{10}x = 2$**

$\log_{10}x = 2$

তাহলে, $10^2 = x$

বা, $x = 100$ **Ans.**

**(ii) $\log_{10}x = -2$**

$\log_{10}x = -2$

তাহলে, $10^{-2} = x$ বা, $x = 10^{-2}$

বা, $x = \dfrac{1}{100}$ **Ans.**

**(iii) $\log_x 400 = 4$**

দেওয়া আছে, $\log_x 400 = 4$

$\therefore x^4 = 400$ বা, $x^4 = \left(2\sqrt{5}\right)^4$

$\therefore x = \left(2\sqrt{5}\right)$ **Ans.**

০২। সরল করুন: **$\log_5 \sqrt[3]{5} + \log_5 \sqrt[3]{5}\ \sqrt{5} + \log_{12} \sqrt{12}$**

**সমাধান :**

$\log_5 \sqrt[3]{5} + \log_5 \left(\sqrt[3]{5}\right) \sqrt{5} + \log_{12} \sqrt{12}$

$= \log_5 5^{\frac{1}{3}} + \log_5 5^{\frac{1}{3}} . 5^{\frac{1}{2}} + \log_{12} 12^{\frac{1}{2}}$

$= \log_5 5^{\frac{1}{3}} + \log_5 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} + \log_{12} 12^{\frac{1}{2}}$

$= \dfrac{1}{3}\log_5 5 + \log_5 5^{\frac{2+3}{6}} + \dfrac{1}{2}\log_{12} 12$

$= \dfrac{1}{3}\log_5 5 + \log_5 5^{\frac{5}{6}} + \dfrac{1}{2}\log_{12} 12$

$= \dfrac{1}{3}\log_5 5 + \dfrac{5}{6}\log_5 5 + \dfrac{1}{2}\log_{12} 12$

$= \dfrac{1}{3}.1 + \dfrac{5}{6}.1 + \dfrac{1}{2}.1$ $\qquad [\because \log_a a = 1]$

$= \dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{6} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{2+5+3}{6} = \dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3}$ **Ans.**

০৩। সরল করুন: **$\log_5 \sqrt[3]{5} + \log_5 \left(\sqrt[3]{5}\right) - \log_{2\sqrt{5}} 400.$**

**সমাধান :**

$\log_5 \sqrt[3]{5} + \log_5 \left(\sqrt[3]{5}\right) - \log_{2\sqrt{5}} 400.$

$= \log_5 5^{\frac{1}{3}} + \log_5 5^{\frac{1}{3}} - \log_{2\sqrt{5}} \left(2\sqrt{5}\right)^4$

$= \dfrac{1}{3}\log_5 5 + \dfrac{1}{3}\log_5 5 - 4\log_{2\sqrt{5}} 2\sqrt{5}$

$= \dfrac{1}{3}.1 + \dfrac{1}{3}.1 - 4.1$ $\qquad [\because \log_a a = 1]$

$= \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3} - 4 = \dfrac{2}{3} - 4 = \dfrac{2-12}{3} = \dfrac{10}{3}$ **Ans.**

০৪। সরল করুন:

$$\log\frac{16}{15}+12\log\frac{25}{24}+7\log\frac{81}{80}-\log 5.$$

**সমাধান :** $\log\frac{16}{15}+12\log\frac{25}{24}+7\log\frac{81}{80}\quad \log 5$

$$=\log\left(\frac{2^4}{3.5}\right)^{16}+\log\left(\frac{5^2}{2^3.3}\right)^{12}+\log\left(\frac{3^4}{2^4.5}\right)^{4}-\log 5$$

$$=\log\frac{2^{64}}{3^{16}.5^{16}}+\log\frac{5^{24}}{2^{36}.3^{12}}+\log\frac{3^{28}}{2^{28}.5^{7}}-\log 5$$

$$=\log\left\{\frac{2^{64}}{3^{16}.5^{16}}\times\frac{5^{24}}{2^{36}.3^{12}}\times\frac{3^{28}}{2^{28}.5^{7}}\div 5\right\}$$

$$=\log\left\{\frac{2^{64}}{3^{16}.5^{16}}\times\frac{5^{24}}{2^{36}.3^{12}}\times\frac{3^{28}}{2^{28}.5^{7}}\times\frac{1}{5}\right\}$$

$$=\log\left\{\frac{2^{64}\times3^{28}\times5^{24}}{2^{64}\div3^{28}\times5^{24}}\right\}$$

$= \log 1$

$= 0$ **Ans.**

০৫। সরল করুন: $\dfrac{\log\sqrt{125}+\log 8-\log\sqrt{100}}{\log 2}.$

**সমাধান :** $\dfrac{\log\sqrt{125}+\log 8-\log\sqrt{100}}{\log 2}$

$$=\frac{\log 5\sqrt{5}+\log 8-\log 10}{\log 2}$$

$$=\frac{\log\left(5\sqrt{5}\times 8\div 10\right)}{\log 2}$$

$$=\frac{\log\left(5\sqrt{5}\times 8\times\frac{1}{10}\right)}{\log 2}$$

$$=\frac{\log 4\sqrt{5}}{\log 2}\ \textbf{Ans.}$$

০৬। সরল করুন: $3\log\frac{36}{25}+\log\left(\frac{2}{9}\right)^3-2\log\frac{16}{125}.$

**সমাধান :** $3\log\frac{36}{25}+\log\left(\frac{2}{9}\right)^3-2\log\frac{16}{125}.$

$$=\log\left\{\left(\frac{36}{25}\right)^3\times\left(\frac{2}{3^2}\right)^3\div\left(\frac{2^4}{5^3}\right)^2\right\}$$

$$=\log\left\{\left(\frac{2^2.3^2}{5^2}\right)^3\times\frac{2^3}{3^6}\div\left(\frac{2^8}{5^6}\right)\right\}$$

$$=\log\left\{\left(\frac{2^6.3^6.2^3.5^6}{5^6.3^6.2^8}\right)\right\}:$$

$$=\log\left(\frac{2^9}{2^8}\right)=\log\left(2^{9-8}\right):$$

$$=\log\left(2^{9-8}\right)$$

$$=\log 2^1=\log 2.$$

০৭। সরল করুন:

$$\log\frac{a^3b^3}{c^3}+\log\frac{b^3c^3}{d^3}+\log\frac{c^3d^3}{a^3}-3\log b^2c$$

**সমাধান :** $\log\frac{a^3b^3}{c^3}+\log\frac{b^3c^3}{d^3}+\log\frac{c^3d^2}{a^3}-3\log b^2c$

$$=\log\left(\frac{a^3b^3}{c^3}\times\frac{b^3c^3}{d^3}\times\frac{c^3d^3}{a^3}\right)-3\log b^2c$$

$= \log b^6c^3 - 3\log b^2c$

$= \log (b^2c)^3 - 3\log b^2c$

$= 3\log b^2c - 3\log b^2c$

$= 0$ **Ans.**

০৮। $\log_2\sqrt{6}+\log_2\sqrt{\frac{2}{3}}=$ কত?

**সমাধান :** $\log_2\sqrt{6}+\log_2\sqrt{\frac{2}{3}}=\log_2\sqrt{2\times3}+\log_2\sqrt{\frac{2}{3}}$

$$=\log_2\sqrt{2}+\log_2\sqrt{3}+\log_2\sqrt{2}-\log_2\sqrt{3}$$

$$=2\log_2\sqrt{2}=2\log_2 2^{1/2}=2\times\frac{1}{2}\log_2 2=2\times\frac{1}{2}=1$$