

# Plano de Trabalho de Conclusão de Curso

## Lógicas multimodais em assistentes de provas

UDESC – Centro de Ciências Tecnológicas  
Departamento de Ciência da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação  
Turma 2022/2 – Joinville/SC

Miguel Alfredo Nunes – miguel.nunes@edu.udesc.br  
Karina Girardi Roggia – karina.roggia@udesc.br (orientadora)

Agosto de 2022

### Resumo

Um assistente de provas é um software que auxilia no desenvolvimento de provas matemáticas, mas não as faz diretamente. Assistentes como *Coq* e *Lean* são ambientes que permitem modelar objetos matemáticos complexos, assim como propriedades e componentes de software. Ademais, é possível modelar componentes de sistemas de software em sistemas lógicos, porém sistemas de software complexos não são facilmente modelados em linguagens simples. Por exemplo, podemos modelar o conhecimento de agentes em um sistema multiagentes por meio de múltiplas modalidades, onde o conhecimento do agente  $i$  pode ser representado pela modalidade  $\Box_i$ . Para obter uma linguagem lógica que seja capaz de expressar propriedades complexas pode-se combinar sistemas lógicos mais simples. Uma das formas de combinar lógicas é a fusão de lógicas modais. O objetivo deste trabalho é modelar, em assistentes de provas, lógicas multimodais resultantes da fusão de sistemas lógicos.

**Palavras-chave:** *Lógicas Multimodais, Coq, Fusão de Lógicas*

## 1 Introdução e Justificativa

Lógica modal é uma lógica não clássica que estende a lógica clássica com a adição de dois operadores de modalidade: o operador de necessidade, representado por  $\Box$ , e o operador de possibilidade, representado por  $\Diamond$  (GARSON, 2021). O foco da lógica modal é estudar argumentos que tratam de proposições que *devem* ser verdadeiras, e proposições que *podem* ser verdadeiras, em um dado contexto ou mundo (ZALTA, 1995). Muito do desenvolvimento da semântica da lógica modal se deve à Saul Kripke, que desenvolveu o conceito de mundos possíveis e deu definições rigorosas para o conceito de proposições necessariamente verdadeiras e possivelmente verdadeiras (WIND, 2001).

O sistema semântico que desenvolveu recebe o nome de Semântica de Kripke(WIND, 2001) ou Semântica de Mundos Possíveis(GARSON, 2021).

A lógica modal que contém apenas as modalidades de necessidade e possibilidade é chamada de lógica alética, a inclusão de novas modalidades ou alteração do significado das modalidades básicas gera novas lógicas modais, por exemplo, a lógica temporal (GORANKO; RUMBERG, 2022) contém as modalidades **P**, **F**, **H** e **G**, ou a lógica epistêmica (RENDSEVIG; SYMONS, 2021), que contém as modalidades **K<sub>a</sub>** e **B<sub>a</sub>**.

Combinação de lógicas é um tópico relativamente recente no estudo de lógica moderna (CARNIELLI; CONIGLIO, 2020), linguagens lógicas resultantes de combinações são de interesse filosófico, por exemplo para representar necessidade histórica (THOMASON, 1984), assim como de interesse prático, em particular como uma ferramenta para especificação formal de *software* (CARNIELLI et al., 2008). Em particular, a fusão de lógicas modais é uma método simples para combinar lógicas modais normais e não-normais (CARNIELLI et al., 2008; CARNIELLI; CONIGLIO, 2020). Neste método, duas lógicas modais  $\mathcal{L}_1$  (cuja classe de modelos é  $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_1, \mathcal{V} \rangle, \mathcal{R}_1 \subseteq \mathcal{W}^2$  e contém operador  $\Box_1$ ) e  $\mathcal{L}_2$  (cuja classe de modelos é  $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_2, \mathcal{V} \rangle, \mathcal{R}_2 \subseteq \mathcal{W}^2$  e contém operador  $\Box_2$ ), definidas sobre o mesmo conjunto de átomos  $\mathcal{P}$  e sobre o mesmo conjunto de conectivos, são unidas numa única lógica modal  $\mathcal{L}_{12}$ , cuja classe de modelos é  $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{V} \rangle, \mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2 \subseteq \mathcal{W}^2$  e contém operadores  $\Box_1$  e  $\Box_2$ , sendo  $\Box_1$  interpretado com relação à  $\mathcal{R}_1$  e  $\Box_2$  interpretado com relação à  $\mathcal{R}_2$ .

Devido à alta complexidade de sistemas modernos de *software* provar corretude destes sistemas é algo muito difícil, logo ferramentas como assistentes de provas são empregados para auxiliar no desenvolvimento destas provas (CHLIPALA, 2010; CHLIPALA, 2022). Assistentes de provas são software que permite seu usuário expressar, provar e raciocinar sobre proposições matemáticas(GEUVERS, 2009). *Coq* é um assistente de provas desenvolvido desde 1984 baseado no Cálculo de Construções Indutivas(TEAM, 2022), que pode ser utilizado como uma ferramenta para formalização de fatos matemáticos quanto para verificação de *software*(PAULIN-MOHRING, 2012). *Lean* é também um assistente de provas, desenvolvido desde 2015 baseado em teoria dos tipos dependentes, que, assim como *Coq* pode ser utilizado como uma ferramenta para formalização de fatos matemáticos e verificação de *software*, mas também inclui diversas ferramentas provenientes de provadores automáticos de teoremas para facilitar o desenvolvimento de provas(MOURA et al., 2015).

Esse trabalho será uma continuação do que foi desenvolvido em (SILVEIRA, 2020) e (SILVEIRA et al., 2022). A biblioteca será expandida para permitir fusões de sistemas lógicos.

## 2 Objetivos

**Objetivo Geral:** Modelar em assistente de provas lógicas multimodais resultantes da fusão de lógicas modais mais simples, preservando propriedades das lógicas combinadas.

**Objetivos Específicos:**

- Estudar os principais conceitos de combinações de lógicas, em especial, a fusão

- Modelar os sistemas sintáticos e semânticos de lógicas multimodais resultantes de fusão de lógicas modais
- Provar a preservação de propriedades de corretude e completude de lógicas resultantes de fusão
- Modelar algum problema de combinações de lógicas, por exemplo a tese *is-ought* de Hume (CARNIELLI; CONIGLIO, 2020), como estudo de caso

### 3 Metodologia

O desenvolvimento do trabalho se dará em duas fases, inicialmente haverá uma ampla revisão da literatura sobre os tópicos abordados, após será modelado nos assistentes de provas escolhidos as lógicas multimodais definidas. Destacam-se as seguintes etapas:

1. Estudo sobre utilização de assistentes de provas, em particular Coq
2. Estudo sobre representação de lógicas não clássicas nos assistentes de provas selecionados
3. Estudo sobre fusão de lógicas e lógicas multimodais
4. Modelar uma fusão específica de algum par de lógicas modais, por exemplo **K4** e **T**
5. Modelar fusão de lógicas modais de forma paramétrica
6. Provar a preservação de propriedades das lógicas multimodais resultantes de fusão
7. Escrita do texto

### 4 Cronograma proposto

| Etapas | 2022/2 |     |     |     |     | 2023/1 |     |     |     |     |     |
|--------|--------|-----|-----|-----|-----|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
|        | Ago    | Set | Out | Nov | Dez | Jan    | Fev | Mar | Abr | Mai | Jun |
| 1      |        |     |     |     |     |        |     |     |     |     |     |
| 2      |        |     |     |     |     |        |     |     |     |     |     |
| 3      |        |     |     |     |     |        |     |     |     |     |     |
| 4      |        |     |     |     |     |        |     |     |     |     |     |
| 5      |        |     |     |     |     |        |     |     |     |     |     |
| 6      |        |     |     |     |     |        |     |     |     |     |     |
| 7      |        |     |     |     |     |        |     |     |     |     |     |

## 5 Linha e Grupo de Pesquisa

O tema proposto para o trabalho se enquadra nos temas pesquisados pelo Grupo de Pesquisa em Fundamentos da Computação (FUNÇÃO). O tema é pertinente à linha de pesquisa em lógicas não clássicas e assistentes de provas.

## 6 Forma de Acompanhamento/Orientação

O acompanhamento das atividades desenvolvidas será realizada em reuniões semanais, presenciais e/ou via chat, com até uma hora de duração. Com a possibilidade de agendar encontros extras, caso necessário. Também serão utilizados recursos como correio eletrônico para, caso necessário, orientação ao longo da semana.

A orientadora, através dos e-mails ou anotações realizadas durante as reuniões, realizará um controle de acompanhamento (data das reuniões, tarefas realizadas pelo aluno, tarefas que devem ser realizadas pelo aluno durante a semana e observações adicionais como o cumprimento ou não dos prazos estabelecidos para as tarefas).

A orientadora solicitará tarefas a serem realizadas durante a semana. Caso o aluno não cumpra alguma tarefa e/ou cumpra após o prazo estipulado (de forma que o orientador não possua tempo hábil para realizar as correções necessárias), a orientadora poderá solicitar seu desligamento da orientação. O desligamento também poderá ser solicitado caso o aluno não compareça às reuniões agendadas.

Os artefatos produzidos pelo orientado serão disponibilizados à orientadora em ambientes de acesso mútuo para acompanhamento contínuo.

## Referências

CARNIELLI, W. et al. **Analysis and Synthesis of Logics: how to cut and paste reasoning systems**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. v. 35.

CARNIELLI, W.; CONIGLIO, M. E. Combining Logics. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Fall 2020. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2020.

CHLIPALA, A. An introduction to programming and proving with dependent types in coq. **Journal of Formalized Reasoning**, v. 3, n. 2, p. 1–93, 2010.

CHLIPALA, A. **Certified programming with dependent types: a pragmatic introduction to the Coq proof assistant**. [S.l.]: MIT Press, 2022.

GARSON, J. Modal Logic. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Summer 2021. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2021.

GEUVERS, H. Proof assistants: History, ideas and future. **Sadhana**, Springer Science and Business Media LLC, v. 34, n. 1, p. 3–25, feb 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s12046-009-0001-5>.

GORANKO, V.; RUMBERG, A. Temporal Logic. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Summer 2022. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2022.

MOURA, L. de et al. The lean theorem prover (system description). In: FELTY, A. P.; MIDDELDORP, A. (Ed.). **Automated Deduction - CADE-25**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 378–388. ISBN 978-3-319-21401-6.

PAULIN-MOHRING, C. Introduction to the coq proof-assistant for practical software verification. In: \_\_\_\_\_. **Tools for Practical Software Verification: LASER, International Summer School 2011, Elba Island, Italy, Revised Tutorial Lectures**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. p. 45–95. ISBN 978-3-642-35746-6. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-35746-6\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-642-35746-6_3).

RENDSVIG, R.; SYMONS, J. Epistemic Logic. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Summer 2021. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2021.

SILVEIRA, A. A. da. **Implementação de uma biblioteca de lógica modal em Coq**. Dissertação ((Projeto de Diplomação)) — Bacharelado em Ciência da Computação—Centro de Ciências Tecnológicas, UDESC, Joinville, 2020.

SILVEIRA, A. A. da et al. A sound deep embedding of arbitrary normal modal logics in coq. Em fase de pré-publicação. 2022.

TEAM, T. C. development. **The Coq proof assistant reference manual**. [S.l.], 2022. Version 8.15.0. Disponível em: <http://coq.inria.fr>.

THOMASON, R. H. Combinations of tense and modality. In: **Handbook of philosophical logic**. [S.l.]: Springer, 1984. p. 135–165.

WIND, P. de. **Modal logic in coq**. Dissertação (Mestrado) — Vrije Universiteit, 2001.

ZALTA, E. N. **Basic Concepts In Modal Logic**. Center for the Study of Language and Information Stanford University, 1995. Disponível em: <http://mally.stanford.edu/notes.pdf>.

---

**Karina Girardi Roggia**  
*Orientadora*

---

**Miguel Alfredo Nunes**

---

**Karina Girardi Roggia**  
*(Líder do Grupo de Pesquisa Fundamentos da Computação)*