

# Plano de Trabalho de Conclusão de Curso

## Implementação de uma biblioteca de lógica modal em Coq na versão 8.9.1

UDESC – Centro de Ciências Tecnológicas  
Departamento de Ciência da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação  
Turma 2019/2 – Joinville/SC

Ariel Agne da Silveira – ariel.agne95@gmail.com  
Karina Girardi Roggia – karina.roggia@udesc.br (*orientadora*)

Agosto de 2019

### Resumo

Um assistente de provas auxilia na formalização de provas matemática para uma modelagem e desenvolvimento de software confiável. O *Coq* é uma ferramenta de alto uso que coopera na construção dessas propriedades. Por outro lado, sistemas lógicos são necessários para especificar e modelar formalmente tais aspectos de software. O vigente trabalho visa a apresentação da lógica modal como um complemento da lógica proposicional clássica, que demonstra as características pertinentes e a utilização da mesma para áreas afins. O objetivo final é formalizar a lógica modal incorporando-a no *Coq*, de modo que contribua para a prova de correção e completude de sistemas.

**Palavras-chave:** *Lógica modal, Coq, biblioteca, correção, completude*

## 1 Introdução e Justificativa

Os aspectos teóricos da computação, incluindo as lógicas, têm fundamental importância para a Ciência da Computação (MALANOVICZ, 2002). A definição de lógicas não-clássicas abrange aspectos nos quais a lógica clássica não satisfaz. De acordo com Haack (1978), há um complemento da lógica clássica ou quebra de pelo menos um possível paradigma existente, seja o princípio do terceiro excluído, a não contradição ou a identidade.

Lógica modal, pertencente ao grupo da lógica não clássica, se caracteriza pelo tratamento de modos e tipos, no qual a limitação da lógica clássica não aborda estes conceitos (HUTH; RYAN, 2008). Segundo Wind (2001), Kripke desenvolveu pesquisas sobre a semântica da lógica modal

durante os anos de 1950 e 1960 e apresentou o termo de mundos possíveis. A noção de mundos possíveis é uma ilustração, obediente às regras da lógica, de como as coisas são ou podem ser (PRIMO, 2009), este conceito utiliza a aplicação da não contradição nos mundos do sistema analisado. Define-se um *frame*  $F = \langle W, R \rangle$ , onde:

- $W$  é um conjunto não vazio de mundos
- $R \subseteq W \times W$ , é a relação de acessibilidade.

A relação de acessibilidade define como os mundos se comunicam. Diferentes propriedades acerca da relação de acessibilidade definem diferentes sistemas de lógica modal. Deste modo, tem-se a definição de sistemas como  $K, T, S4$ , etc.

Para Gorsky et al. (2008) com o acréscimo de novos operadores, a lógica em sua forma alética trata sobre a veracidade de fórmulas vistas como necessárias ou possíveis, porém, ao tratar sobre o aspecto não alético, aborda novos conceitos em que surgem novas lógicas, tais quais a temporal, que analisa sentenças passadas e futuras, epistêmica, que representa o conhecimento dos agentes e deontica, que verifica a obrigatoriedade e permissão. Contudo, há diversas aplicações nas áreas, como a inteligência artificial (MASTOP, 2012), sistemas distribuídos (ALLWEIN; HARRISON, 2016) e verificação de programas (MALANOVICZ, 2001).

Devido à vasta aplicabilidade da lógica modal na ciência da computação, a sua formalização em assistentes de provas de teoremas auxilia na especificação e verificação de propriedades de software, como a análise de concorrência entre sistemas para um ambiente compartilhado ou a verificação de conhecimento das gerações passadas ou futuras em algoritmo cultural. Assistentes de provas são sistemas de software que auxiliam na formalização, construção e verificação de provas matemáticas (GEUVERS, 2009). O assistente de provas *Coq* é um ambiente para o desenvolvimento de fatos matemáticos (PAULIN-MOHRING, 2011), em que se utiliza táticas em premissas e hipóteses para chegar em uma conclusão válida. A linguagem utilizada no *Coq* é uma variedade de tipos, chamada de Cálculo de Construção Indutiva (CIC) (BARRAS et al., 1997), segundo Paulin-Mohring (2015), este formalismo representa programas funcionais como a linguagem ML e consegue caracterizar estruturas de dados, como listas e árvores binárias, onde essas árvores podem ter ramificações infinitas.

## 2 Objetivos

**Objetivo geral:** Implementação de uma biblioteca com foco em lógica modal para aplicação em um assistente de provas de teoremas denominado *Coq*, em sua versão 8.9.1.

**Objetivos específicos:**

- Apresentar de forma clara e objetiva a lógica modal.
- Implementar os diferentes sistemas de lógica modal.
- Representar fórmulas de lógica modal em *Coq*.

- Modelar a semântica da lógica modal em *Coq*.
- Provar a correção e completude da lógica modal com base na biblioteca criada.
- Demonstrar exemplos práticos de provas aplicadas.

### 3 Metodologia

O desenvolvimento deste trabalho será dividido em dois componentes: revisão literária e implementação da biblioteca no assistente de provas *Coq*. A revisão literária será realizada com a busca de trabalhos que abordam a lógica modal e assistente de provas *Coq*. A implementação se aplica no segundo semestre, e em seguida será demonstrada a prova de correção e completude da lógica na biblioteca recém criada. As etapas seguintes conduzirão o andamento do trabalho.

1. Revisão bibliográfica sobre lógica modal
2. Estudo de programação e prova de teoremas em *Coq*
3. Revisão bibliográfica sobre implementações de lógica modal em *Coq*
4. Implementação da biblioteca de lógica modal em *Coq*
5. Provas da lógica a partir da biblioteca criada
6. Texto escrito

### 4 Cronograma proposto

Etapas	2019/2						2020/1					
	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J
1	x	x										
2	x	x	x									
3	x	x	x	x								
4					x	x	x	x	x	x		
5									x	x	x	
6	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

### 5 Linha e Grupo de Pesquisa

O tema proposto para o trabalho é um dos temas tratados na linha de pesquisa no Grupo de Pesquisa em Fundamentos da Computação (FUNÇÃO), com o foco em lógicas não-clássicas em *Coq*, no qual a lógica modal se enquadra.

## 6 Forma de Acompanhamento/Orientação

O acompanhamento das atividades desenvolvidas será realizada em reuniões semanais, presenciais e/ou via *chat*, com até uma hora de duração. Também serão utilizados recursos como correio eletrônico para, caso necessário, orientação ao longo da semana. A adição de novos encontros pode vir a ser necessária de acordo com o desenvolvimento do trabalho.

A orientadora, através dos *e-mails* ou anotações realizadas durante as reuniões, realizará um controle de acompanhamento (data das reuniões, tarefas realizadas pelo aluno, tarefas que devem ser realizadas pelo aluno durante a semana e observações adicionais como o cumprimento ou não dos prazos estabelecidos para as tarefas). A orientadora solicitará tarefas a serem realizadas durante a semana. Caso o aluno não cumpra alguma tarefa e/ou cumpra após o prazo estipulado (de forma que o orientador não possua tempo hábil para realizar as correções necessárias), a orientadora poderá solicitar seu desligamento da orientação. O desligamento também poderá ser solicitado caso o aluno não compareça às reuniões agendadas.

Os artefatos produzidos pelo orientado serão disponibilizados à orientadora em ambientes de acesso mútuo para acompanhamento contínuo.

## Referências

- ALLWEIN, G.; HARRISON, W. L. Distributed modal logic. In: **J. Michael Dunn on Information Based Logics**. [S.l.]: Springer, 2016. p. 331–362.
- BARRAS, B. et al. **The Coq Proof Assistant Reference Manual: Version 6.1**. [S.l.], 1997.
- GEUVERS, H. Proof assistants: History, ideas and future. **Sadhana**, Springer, v. 34, n. 1, p. 3–25, 2009.
- GORSKY, S. et al. **A semântica algébrica para as lógicas modais e seu interesse filosófico**. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade de Campinas, Campinas, 2008.
- HAACK, S. **Philosophy of Logics**. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1978. ISBN 0-521-29329-4.
- HUTH, M.; RYAN, M. **Lógica em Ciência da Computação: modelagem e argumentação sobre sistemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- MALANOVICZ, A. V. **Lógicas modais: fundamentos e aplicações**. 56 p. (Projeto de Diplomação) — Bacharelado em Ciência da Computação–Instituto de Informática, UFRGS, Porto Alegre, 2001.
- MALANOVICZ, A. V. **Sistemas de dedução para lógicas modais proposicionais**. Dissertação (Mestrado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, 2002.
- MASTOP, R. **Modal Logic for Artificial Intelligence**. [S.l.]: np, 2012.
- PAULIN-MOHRING, C. Introduction to the coq proof-assistant for practical software verification. In: 0001, B. M.; NORDIO, M. (Ed.). **LASER Summer School**. [S.l.]: Springer, 2011. (Lecture Notes in Computer Science, v. 7682), p. 45–95. ISBN 978-3-642-35745-9; 978-3-642-35746-6.

PAULIN-MOHRING, C. Introduction to the calculus of inductive constructions. In: PALEO, B. W.; DELAHAYE, D. (Ed.). **All about Proofs, Proofs for All**. College Publications, 2015, (Studies in Logic (Mathematical logic and foundations), v. 55). Disponível em: <https://hal.inria.fr/hal-01094195>.

PRIMO, G. A. L. **A linguagem dos mundos possíveis**. [S.l.]: Filogenese, 2009.

WIND, P. de. **Modal logic in coq**. Dissertação (Mestrado) — Vrije Universiteit, 2001.

---

*Karina Girardi Roggia*  
*Orientadora*

---

*Ariel Agne da Silveira*

---

*Karina Girardi Roggia*  
*(Líder do Grupo de Pesquisa Fundamentos da Computação)*