

# Tópicos em Fundamentos da Computação

## Aula 09

### SAT – Método DPLL

Karina Girardi Roggia  
karina.roggia@udesc.br

Departamento de Ciência da Computação  
Centro de Ciências Tecnológicas  
Universidade do Estado de Santa Catarina

2024



$\{\varphi \mid \varphi \text{ é fórmula satisfazível na LPC}\}$

- Problema decidível
- NP-Completo
- Força bruta: tabelas verdade. Tempo exponencial.
- Algoritmos para melhoria na eficiência
  - Completos: decisores
  - Incompletos: reconhecedores



- 1960: artigo sobre satisfazibilidade publicado por Davis e Putnam
- 1962: método publicado por Davis, Logemann e Loveland
- Algoritmo não determinístico
- Construção de valoração para uma fórmula clausal
- Inicialmente todos os átomos recebem valor \*



- 1 Simplificação do conjunto de cláusulas
- 2 Escolha de literal  $L$  pertencente a uma cláusula, tornando  $\mathcal{V}(L) = 1$
- 3 Simplificação do conjunto de cláusulas, propagando a valoração do átomo correspondente
- 4 Caso alguma cláusula for falsificada, retorna-se ao conjunto anterior de cláusulas e muda-se o valor do átomo de  $L$ , tornando  $\mathcal{V}(L) = 0$  e simplifica-se o conjunto de cláusulas
- 5 Se o conjunto de cláusulas não contém  $\perp$  e não for vazio, retorna a 2



## DPLL(F)

---

**Entrada:** um conjunto  $F$  de cláusulas.

**Saída:** verdadeiro, se  $F$  é satisfazível, ou falso, caso contrário

1. Fazer  $\mathcal{V}(p) = *$  para todo átomo  $p$
2.  $F' \leftarrow \text{Simplifica}(F)$
3. Se  $F' = \emptyset$
4.     então retorne verdadeiro
5.     senão se  $F'$  contém  $\perp$
6.     então retorne falso
7. Escolha um literal  $L$  com  $\mathcal{V}(L) = *$
8. se  $\text{DPLL}(F' \cup \{L\}) = \text{verdadeiro}$
9.     então retorne verdadeiro
10.    senão se  $\text{DPLL}(F' \cup \{\neg L\}) = \text{verdadeiro}$
11.     então retorne verdadeiro
12.     senão retorne falso



## Simplifica(F)

---

**Entrada:** um conjunto F de cláusulas.

**Saída:** um conjunto mais simples de cláusulas que é satisfazível  
caso F for satisfazível

1. Enquanto F possui alguma cláusula unitária L faça
  2.     Apague de F toda cláusula que contém L
  3.     Apague  $\sim L$  das cláusulas restantes
  4.    retorne F
- 



## Eliminação de Literais Puros

- Literal Puro: literal que ocorre sempre com a mesma polaridade no conjunto de cláusulas.
- Faz-se com que tal literal seja verdadeiro. Pode-se eliminar todas as cláusulas em que ele ocorre.
- Custo: detecção de literais puros



## Resolução de Literais Simples

- Literal Simple: literal que ocorre na forma positiva em uma única cláusula ou na forma negativa em uma única cláusula.
- Satisfaz-se o literal simples.
- Resolve-se todas as cláusulas que o contêm.





## Eliminação de cláusulas duplicadas

- Cláusulas duplicadas trazem informações redundantes
- Elimina-se uma delas.

## Eliminação de literais opostos

- Eliminar as cláusulas que possuem dois literais opostos.



# Heurísticas de Seleção do Literal

MOM: **M**áximo número de **O**corrências de **M**ínimo comprimento.

- Selecionar o literal que apresente o maior número de ocorrências em cláusulas de tamanho mínimo
- Aumenta a probabilidade de detectar rapidamente uma cláusula falsificável
- Cláusulas de tamanho mínimo: pelo menos tamanho 2 (tamanho 1 é resolvido na simplificação)



# Heurísticas de Seleção do Literal

## SATO

- Variação da heurística MOM
- $f(L)$ : número de cláusulas de tamanho mínimo que contêm  $L$   
+ 1
- $X = f(L) * f(\neg L)$
- Escolhe o literal  $L$  que maximiza  $X$
- O respectivo átomo será valorado com base no maior fator de  $X$



# Heurísticas de Seleção do Literal

## Desempate por Simulação

- Caso exista mais de um literal com mesma pontuação
- Simulação da simplificação
- Escolhe-se o literal que mais gera cláusulas unitárias

