

## MN lab - zadanie domowe nr 1

Zadanie składa się z dwóch części:

1. Napisać funkcję rozwiązującą LZNK metodą Householdera dla macierzy  $A$  wymiaru  $m \times n$ ,  $m > n$ , o kolumnach liniowo niezależnych, oraz wektora  $y$  długości  $m$ :

`function [x,R,B]=Householder(A,y)`

Jako dane wejściowe przyjmujemy macierz  $A$  z LZNK oraz wektor  $y$ .

Funkcja ma zwracać:

- wektor  $x$  będący rozwiązaniem LZNK,
  - macierz górnotrójkątną  $R$  wymiaru  $n \times n$  z odpowiedniego rozkładu QR macierzy  $A$  (macierz  $R$  spełnia  $A = Q * \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix}$ ),
  - macierz  $B$ , której kolumny to wektory  $\vec{h}_i$  definiujące kolejne macierze Householdera  $H_i$  takie, że  $Q = H_1 H_2 \cdots H_n$ .
2. Napisać program (skrypt `demoLZNK.m`) testujący działanie funkcji na przykładzie zadania znalezienia współczynników wielomianu  $y = ax^2 + bx + c$  przybliżającego dane punkty  $(x_k, y_k)$ ,  $k = 1, \dots, m$ , w sensie LZNK:

- (a) Dla  $m = 10, 20, 100$  punktów  $x_k$  równomiernie rozłożonych w przedziale  $[0, 10]$  policzyć  $y_k = x_k^2 - 5x_k + 2 + \varepsilon_k$ , dla losowych  $\varepsilon_k \in [-10^{-2}, 10^{-2}]$  (wartość dla każdego punktu jest obciążona innym błędem).

Testujemy, czy funkcja zwróci wartości zbliżone do  $a = 1$ ,  $b = -5$ ,  $c = 2$ . W tym celu należy rozwiązać odpowiednie LZNK i wypisać rozwiązanie.

- (b) Sprawdzić poprawność otrzymanego rozkładu QR obliczając błąd  $\frac{\|A - QR\|_2}{\|A\|_2}$  (nie można wyznaczać macierzy  $H_i$  ani  $Q$  do obliczenia  $QR$ ).

Po uruchomieniu programu wyniki *wszystkich* testów wraz z opisem powinny wyświetlić się na ekranie. Proszę nie wypisywać na ekran żadnych macierzy, ani wektorów  $x$  i  $y$ .

**UWAGA!**

1. W rozwiązaniach nie można jawnie wyznaczać macierzy  $H_i$  ani  $Q$ .
2. Można definiować dodatkowe funkcje (nie wyszczególnione powyżej).
3. Skrypt `demoLZNK.m` musi być tak napisany, aby wywołanie `demoLZNK` w linii poleceń Octave wypisało żądane wartości.