Name, Vorname:
Matrikel-Nr.:

Aufgabe NUS I-2: Brückenschaltung

20 Punkte

Gegeben ist eine DC-Brückenschaltung gemäss **Fig. 2** bestehend aus vier Widerständen $R = 15\,\Omega$, der Spannungsquelle $U = 12\,\mathrm{V}$ und der Stromquelle $I = 1\,\mathrm{A}$. An den Klemmen A und B der Brückenschaltung kann ein Widerstandsnetzwerk, das aus den beiden Widerständen $R_1 = 390\,\Omega$, $R_2 = 1.2\,\mathrm{k}\Omega$ und dem einstellbaren Lastwiderstand R_3 besteht, angeschlossen werden.

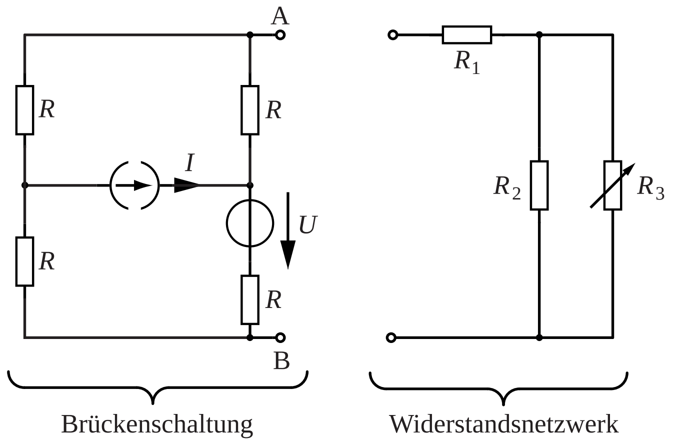


Fig. 2: DC-Brückenschaltung und Widerstandsnetzwerk.

Betrachten Sie für Teilaufgabe **a)** *nur die Brückenschaltung ohne das Widerstandsnetzwerk.*

a) Das Verhalten der Brückenschaltung bezüglich der Klemmen A und B soll durch eine Ersatzspannungsquelle mit der Leerlaufspannung U_{qE} und dem Innenwiderstand R_{iE} modelliert werden. Berechnen Sie zunächst algebraische Ausdrücke für U_{qE} und R_{iE} als Funktion von U, I und R. Geben Sie anschliessend Zahlenwerte für die Leerlaufspannung, den Innenwiderstand, sowie für den Kurzschlussstrom an.

(11 Pkt.)

Berücksichtigen Sie bei den folgenden Teilaufgaben nun das Widerstandsnetzwerk.
Rechnen Sie in den folgenden Teilaufgaben mit $U_{\mathrm{qE}} = 5\,\mathrm{V}$ *und* $R_{\mathrm{iE}} = 10\,\Omega$.

b) Berechnen Sie den numerischen Wert des Lastwiderstands R_3 so, dass die in R_3 umgesetzte Leistung maximal wird.

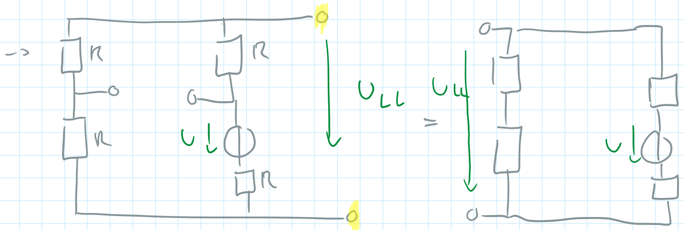
(4 Pkt.)

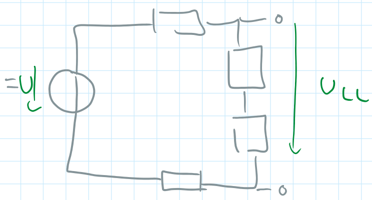
c) Wie gross ist in diesem Fall die Spannung am Widerstand R_3 und welche Leistung wird von R_3 aufgenommen? Berechnen Sie die numerischen Werte.

(5 Pkt.)

Leerlaufspannung:

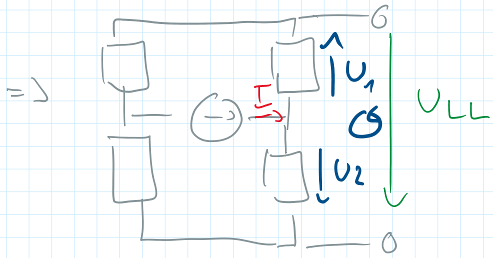
1) $I \overset{!}{=} 0$



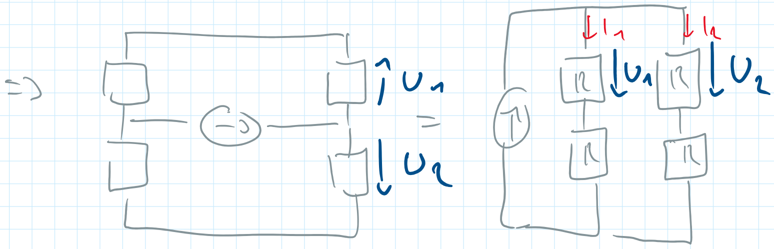


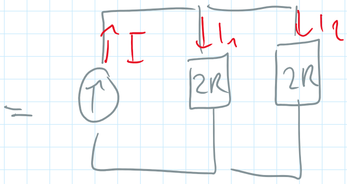
$$\Rightarrow \underline{\underline{U_{LL}}} = U \cdot \frac{2R}{4R} = \underline{\underline{\frac{U}{2}}}$$

2) $U \overset{!}{=} 0$



$\circlearrowleft$: $U_{LL} = -U_1 + U_2$





$\Rightarrow$ Stromteiler: $I_1 = I \cdot \frac{2R}{4R} = \underline{\underline{\frac{I}{2}}} = I_2$

$$\Rightarrow U_1 = I_1 \cdot R_1 = \frac{I \cdot R}{2}$$

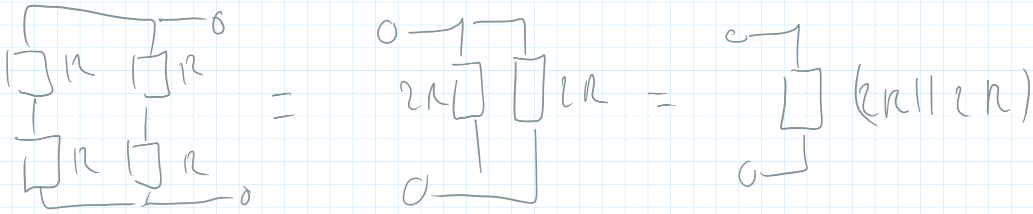
$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = \frac{I \cdot R}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{U_{LL}}} = U_2 - U_1 = \underline{\underline{0V}}$$

$\Rightarrow \underline{\underline{U_{LL,ges}}} = 0V + \frac{U}{2} = \underline{\underline{\frac{U}{2}}}$

Innenwiderstand:

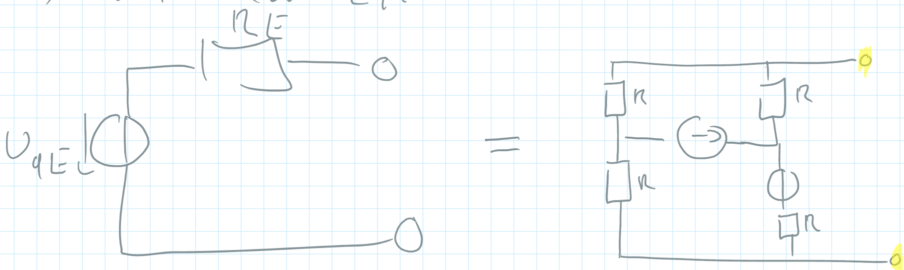
$U \overset{!}{=} 0, \; I \overset{!}{=} 0$

↳ 

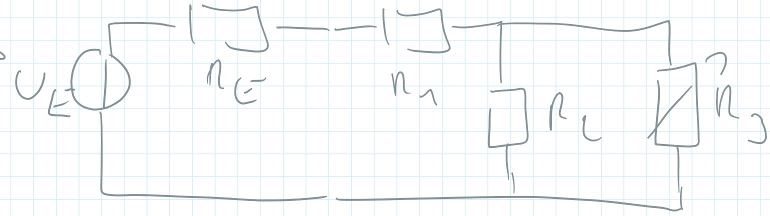
$R_i = \underline{\underline{R}}$

$$\boxed{\begin{aligned} U_{qE} &= \frac{U}{2} = 6V \\ R_E &= R = 15\Omega \\ \underline{\underline{I_q}} &= \underline{\underline{\frac{U}{2R}}} = \underline{\underline{0.4A}} \end{aligned}}$$

2) Wir haben:

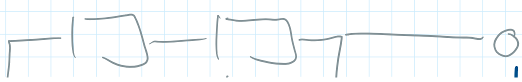


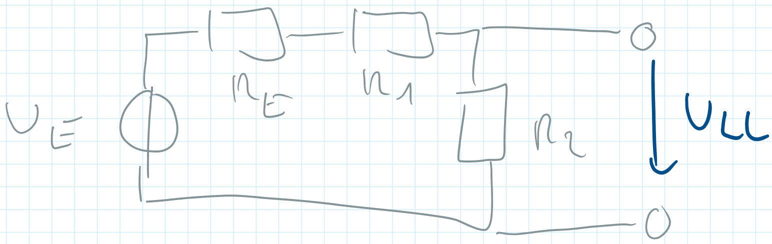
Wir hängen Last an:

$\Rightarrow$ 

Maximale Leistung in R_3

$\Rightarrow R_3$ entfernen, Ersatzquelle:



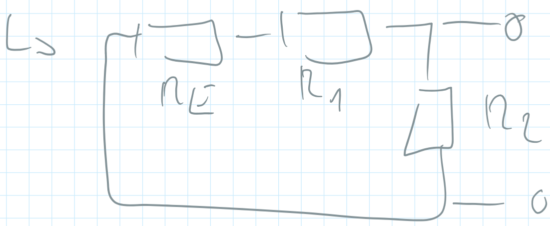


$$U_{LL} = U_E \cdot \frac{R_2}{R_E + R_1 + R_2} = 5V \cdot \frac{1.2k\Omega}{390\Omega + 1.2k\Omega + 10\Omega}$$

$$= 3.75V$$

R_E': $U_E \overset{!}{=} 0$

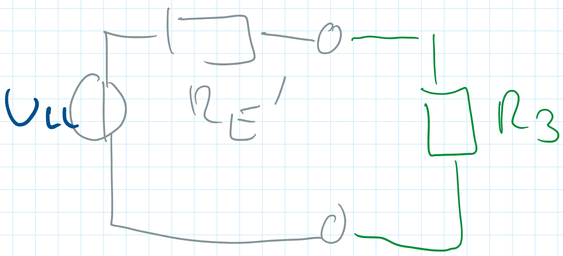
↳



$$\Rightarrow R_E' = (R_2 \| R_1 + R_E)$$

$$= \underline{\underline{300\Omega}}$$

⇒ Ersatzquelle:



P maximal für $R_3 = R_E' = \underline{\underline{300\Omega}}$

c) Spannungsteiler

$$U_{R_3} = U_{LL} \cdot \frac{R_3}{R_E' + R_3} = \frac{U_{LL}}{2} = \underline{\underline{1.875V}}$$

Leistung:

Leistung:

$$P_3 = \frac{U_3^2}{R_3} = \underline{\underline{11.72\,mW}}$$

Aufgabe NUS I-1: Plattenkondensator

25 Punkte

Gegeben ist ein Plattenkondensator gemäss **Fig. 1(a)**. Die Abmessungen des Plattenkondensators sind mit der Länge l_0 und der Tiefe t (senkrecht zur Zeichenebene) gegeben. In der Mitte des Kondensators befindet sich ein Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstante ε_1 und der Dicke $d/3$. Zunächst werde die Spannung U_0 wie eingezeichnet angelegt. Vernachlässigen Sie bei allen Berechnungen sämtliche Randeffekte und verwenden Sie $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{A\,s/(V\,m)}$.

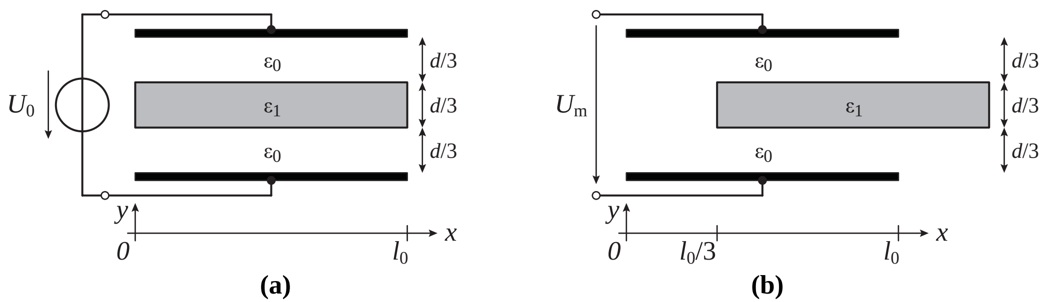


Fig. 1: Plattenkondensator mit unterschiedlichen Dielektrika.

a) Berechnen Sie die elektrische Flussdichte und das elektrische Feld (Betrag und Richtung) in den einzelnen Dielektrika in Abhängigkeit der Ladung Q des Kondensators.

(4 Pkt.)

b) Berechnen Sie die Ladung Q des Kondensators, die elektrische Flussdichte und das elektrische Feld in den einzelnen Dielektrika in Abhängigkeit der angelegten Spannung U_0 und der Kondensatorgeometrie.

(5 Pkt.)

c) Berechnen Sie die Gesamtkapazität C_ges der Anordnung.

(2 Pkt.)

Nun wird die Spannungsquelle U_0 vom Kondensator getrennt, wobei der Kondensator geladen bleibt. Zusätzlich wird das Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstante ε_1 gemäss **Fig. 1(b)** um $l_0/3$ nach rechts verschoben und es wird die Spannung U_m gemessen.

d) Zeichnen Sie das elektrische Ersatzschaltbild der entstehenden Anordnung und bestimmen Sie die Teilkapazitäten des linken ($0 < x < l_0/3$) und rechten ($l_0/3 < x < l_0$) Kondensatorteils. Betrachten Sie dabei nur den Bereich $0 < x < l_0$.

(6 Pkt.)

e) Vor dem Abtrennen der Spannungsquelle sei $U_0 = 15\,\mathrm{kV}$ gewesen. Weiterhin gilt $\varepsilon_{r,1} = 3.5$ und $\varepsilon_{r,0} = 1$. Berechnen Sie die resultierende Spannung U_m algebraisch und numerisch. Ist U_m grösser oder kleiner als U_0? Wie verteilt sich die Ladung über die Kondensatorplatten? Bestimmen Sie dabei algebraisch die Ladung auf dem linken ($0 < x < l_0/3$) und auf dem rechten ($l_0/3 < x < l_0$) Kondensatorteil.

(8 Pkt.)

Zusatzaufgabe - Kondensator Lösung

Wednesday, 2 January 2019 10:40

1) a) D konstant da $\perp$ auf Material

$\hookrightarrow \oint\!\!\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$

$\perp$ und konst

$\hookrightarrow D \cdot A_{eff} = Q$

$\hookrightarrow \underline{\underline{D}} = \frac{Q}{A_{eff}} = \underline{\underline{\frac{Q}{l_0 \cdot t}}}$

$\underline{\underline{\vec{D} = D \cdot (-\vec{e}_y)}}$

Für E:

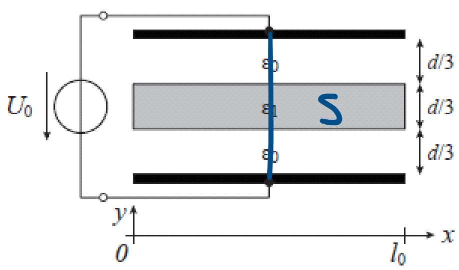
$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_0}$ in Luft

$E_2 = \frac{D}{\varepsilon_1}$ im Dielektrika

mit

$\underline{\underline{\vec{E}_1 = E_1 \cdot (-\vec{e}_y)}}$, $\underline{\underline{\vec{E}_2 = E_2 \cdot (-\vec{e}_y)}}$

b) Es gilt: $U = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$



(a)

Da Weg parallel und stückweise konstant

$U = E_1 \cdot \frac{d}{3} + E_2 \cdot \frac{d}{3} + E_1 \cdot \frac{d}{\ldots}$

$$U = E_1 \cdot d/3 + E_2 \cdot d/3 + E_1 \cdot \frac{d}{3}$$

$$= \frac{d}{3}\left(2E_1 + E_2\right)$$

$$= \frac{d}{3}\left(2 \cdot \frac{Q}{l_0 \cdot t \cdot \varepsilon_0} + \frac{Q}{l_0 \cdot t \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}\right)$$

$$= \frac{Q \cdot d}{3 \cdot l_0 \cdot t \cdot \varepsilon_0}\left(2 + \frac{1}{\varepsilon_r}\right)$$

$$\Rightarrow Q = U \cdot \frac{3 \cdot l_0 \cdot t \cdot \varepsilon_0}{d} \cdot \left(\frac{\varepsilon_r}{2\varepsilon_r + 1}\right)$$

$$D = \frac{Q}{A_{eff}} = U \cdot \frac{3 \cdot \varepsilon_0}{d}\left(\frac{\varepsilon_r}{2\varepsilon_r + 1}\right)$$

$$E_1 = U \cdot \frac{3}{d} \cdot \frac{\varepsilon_r}{2\varepsilon_r + 1}$$

$$E_2 = U \cdot \frac{3}{d} \cdot \frac{1}{2\varepsilon_r + 1}$$

c) $$C_{ges} = \frac{Q}{U} = \frac{3 \cdot l_0 \cdot t \cdot \varepsilon_0}{d}\left(\frac{\varepsilon_r}{2\varepsilon_r + 1}\right)$$

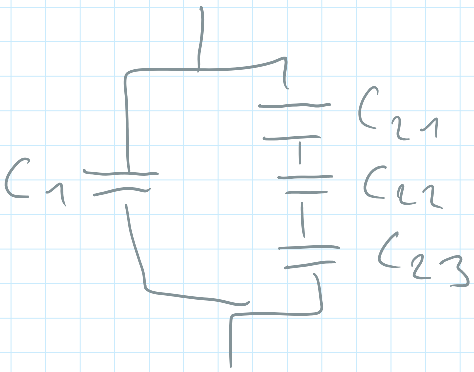
$$= (C_1 \| C_2 \| C_1) \text{ mit}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot t \cdot l_0}{d/3}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot t \cdot l_0}{d/3}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot t \cdot l_0}{d/3}$$

d) ESB:



Es gilt:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \overbrace{\frac{l_0}{3} \cdot t}^{A_{eff}}}{d}$$

und

$$C_{21} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \frac{2}{3} l_0 \cdot t}{d/3} = \frac{\varepsilon_0 \cdot 2 \cdot l_0 \cdot t}{d}$$

$$C_{22} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot 2 \cdot l_0 \cdot t}{d}$$

$$C_{23} = C_{21}$$

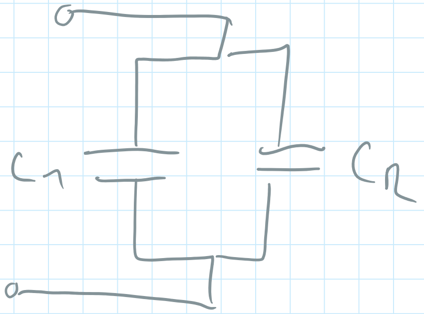
somit für den rechten Teil:

$$C_R = (C_{21} \| C_{22} \| C_{23}) = \frac{2}{3} \cdot C_{ges}$$

$$= \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot l_0 \cdot t \, (\varepsilon_r)}{d \, (\dots)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2\cdot\varepsilon_0\cdot l_0\cdot t\,(\varepsilon_r)}{d\cdot(2\varepsilon_r+1)}}}$$

e) von ESB:



es gilt $U_{C1} = U_{CR} = U_m$ und

$$Q_1 + Q_R = Q_{ges} = U_0 \cdot C_{ges}$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U_m$$

$$Q_R = C_R \cdot U_m$$

$$\Rightarrow Q_1 + Q_R = U_m(C_1 + C_R) = U_0 \cdot C_{ges}$$

$$\Rightarrow U_0 = U_m \cdot \underbrace{\frac{C_1 + C_R}{C_{ges}}}_{①}$$

mit $C_R = \frac{2}{3} C_{ges}$ folgt:

$$① = \frac{C_1}{C_{ges}} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{\cancel{\varepsilon_0}\cdot\frac{\cancel{l_0}}{3}\cdot\cancel{t}}{\cancel{d}\cdot 2\cdot\cancel{\varepsilon_0}\cdot\cancel{l_0}\cdot\cancel{t}\cdot\varepsilon_r}\cdot\cancel{d}(2\varepsilon_r+1) + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2\cdot\varepsilon_r+1}{2\,\varepsilon} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2 \cdot \varepsilon_r + 1}{2\varepsilon_r} + \frac{2}{3}$$

$$= \underline{\underline{\frac{10\,\varepsilon_r + 3}{6\,\varepsilon_r}}}$$

$$\Rightarrow U_m = \frac{6\,\varepsilon_r}{10\,\varepsilon_r + 3} \cdot U_0 \approx \underline{\underline{8{,}29\,kV}}$$

Ladungen:

$\underline{\underline{Q_1 = U_m \cdot C_1}}$ $\underline{\underline{Q_2 = U_m \cdot C_R}}$

Wobei

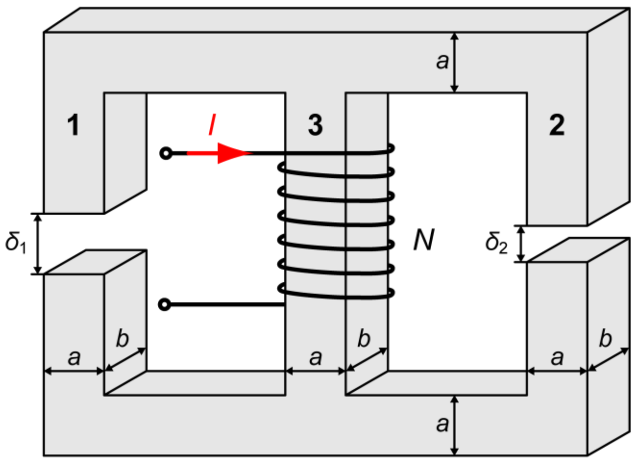
$\underline{\underline{Q_1}}$ ladung $(0 < x < {}^{10}/_{3})$ und

$\underline{\underline{Q_2}}$ = Ladung $({}^{10}/_{3} < x < l_0)$

Aufgabe Nr.	Thema	Punkte max.	Punkte	Visum 1	Visum 2
NuS I-4	Magnetischer Kreis	20			
Name:		**ETH-Nr.:**			

Aufgabe NuS I-4: Magnetischer Kreis und Induktivität

Gegeben sei die Anordnung einer Induktivität, welche gemäss **Fig. 4.1** aus einer Wicklung mit Windungszahl N auf einem dreischenkligen Kern besteht. Die Schenkel **1** und **2** des Kerns weisen je einen Luftspalt mit den Spaltbreiten δ_1 bzw. δ_2 auf. Alle Querschnittsflächen des Kerns sind gleich gross und besitzen die Abmessungen a = 5 mm und b = 12 mm. Sie dürfen von einer relativen Permeabilität $\mu_r \rightarrow \infty$ des Kernmaterials ausgehen.



a = 5 mm

b = 12 mm

δ_1 = 5 mm

δ_2 = 3 mm

B_{sat} = 0.75 T

I = 100 A

$\mu_r \rightarrow \infty$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am

Fig. 4.1: Wicklung auf dreischenkligem Kern.

a) Zeichnen Sie das zugehörige Reluktanzmodell der Anordnung in **Fig. 4.1** und berechnen Sie die darin enthaltenen magnetischen Widerstände. **(8 Pkt.)**

b) Wie gross kann die Windungszahl N der Induktivität maximal gewählt werden, damit für die magnetische Flussdichte noch folgendes gilt: $B < B_{sat}$. **(8 Pkt.)**

c) Berechnen Sie die Induktivität L der Anordnung für das in **b)** berechnete N_{max}. **(2 Pkt.)**

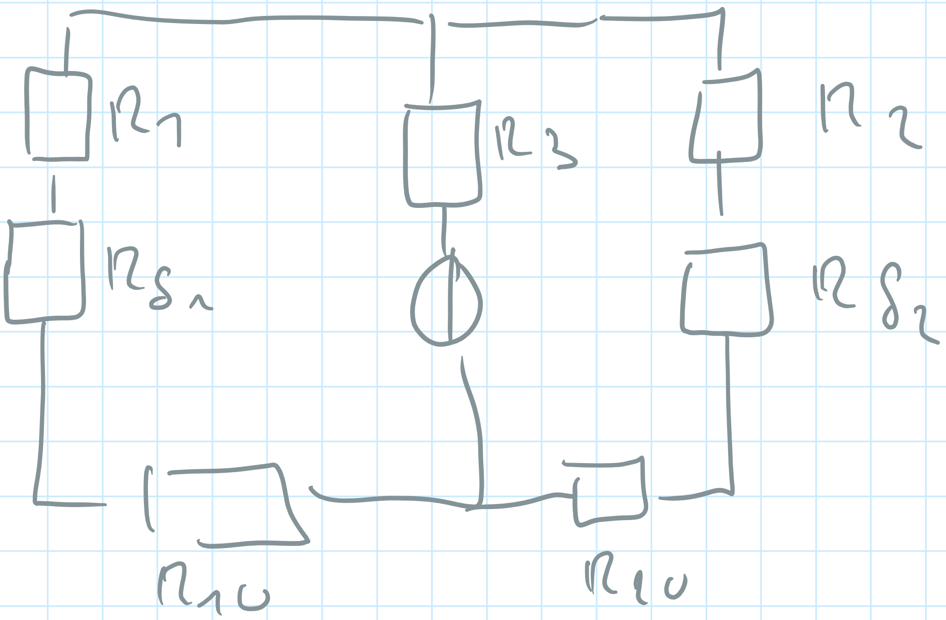
d) Was passiert (qualitativ), wenn die Spaltbreite δ_1 halbiert wird ($N = N_{max}$)? **(2 Pkt.)**

Zusatzaufgabe - Reluktanzmodel Katalog

Wednesday, 2 January 2019 09:53

I-4

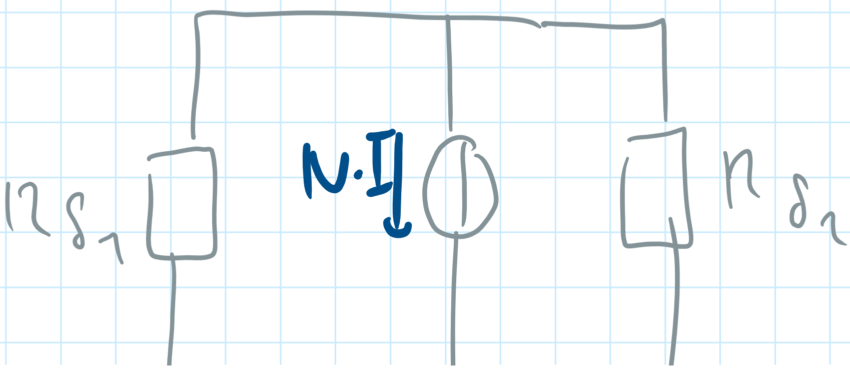
a) Modell:

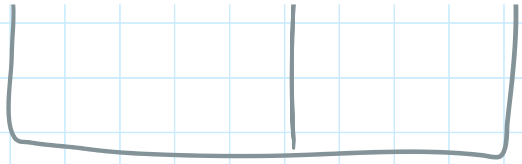


Mit: $R_1 = R_2 = R_3 = R_{1U} = R_{2U} \stackrel{!}{=} 0$

Da $\mu_r \to \infty$

$\Rightarrow$





Mit $R_{S_1} = \dfrac{\delta_1}{\mu_0 \cdot a \cdot b} = \underline{\underline{6.63 \cdot 10^{7}\ H^{-1}}}$

und $R_{\delta_2} = \dfrac{\delta_2}{\mu_0 \cdot a \cdot b} = \underline{\underline{3.979\ 10^{7}\ H^{-1}}}$

b) es gilt:

$$\Phi_1 = \frac{N \cdot I}{R_{S_1}}$$

und $\Phi_2 = \dfrac{N \cdot I}{R_{S_2}}$

$\Rightarrow \Phi_2 > \Phi_1$

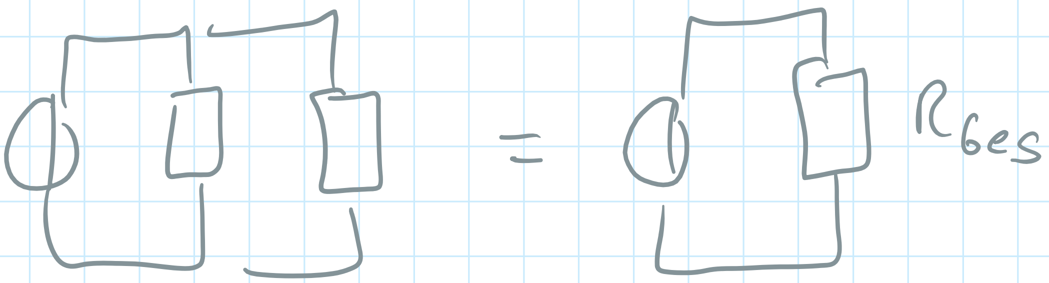
$\Rightarrow \Phi_2 = B_i A = N \cdot I \cdot \dfrac{\mu_0 \cdot A}{\delta_1}$

$$\Rightarrow B_2 = \frac{N \cdot I \cdot \mu_0}{\delta_2} \overset{!}{=} B_{sat}$$

$$\hookrightarrow N = \frac{B_{sat} \cdot \delta_2}{I \cdot \mu_0} = 17.9$$

$$\rightarrow N_{max} = \underline{\underline{17}}$$

c)



mit $R_{ges} = (R_{\delta_1} \| R_{\delta_2})$

$$\Rightarrow R_{ges} \approx 2.487 \cdot 10^{7} \, H^{-1}$$

$$\Rightarrow L = \frac{N^2}{R_{ges}} = \underline{\underline{11.62 \cdot 10^{-11} \, H}}$$

d) δ_1 kleiner

δ_1 kleiner als δ_2

$\Rightarrow B_1 > B_2 = B_{sat}$

$\Rightarrow$ Material sättigt.