

Lösung Katalog S.9

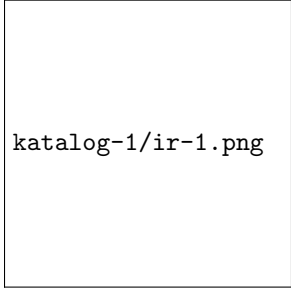
a) Um das Ersatzschaltbild zu berechnen, müssen 2 Größen berechnet werden:

- 1) Innenwiderstand
- 2) Leerlaufspannung oder Kurzschlussstrom

1) Für die Berechnung des Innenwiderstandes werden alle Quellen zu null gesetzt.

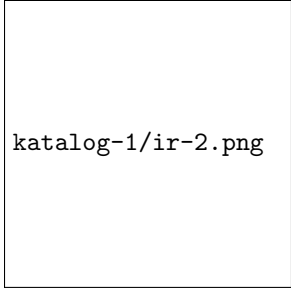
D.h. Spannungsquellen \rightarrow Kurzschluss, Stromquellen \rightarrow Leerlauf

Ersatzschaltbild



katalog-1/ir-1.png

Da der $5R$ Widerstand kurzgeschlossen ist, wird niemals Strom durch ihn hindurchfließen. Somit können wir ihn durch einen Leerlauf ersetzen.



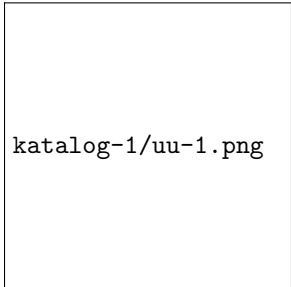
katalog-1/ir-2.png

$2R$ und $3R$ liegen Seriell, somit können sie zu einem Widerstand der Grösse $5R$ zusammengefasst werden. Dieser Widerstand ist wiederum parallel zu R , womit wir für den gesamten Widerstand und somit R_E folgendes erhalten.

$$R_E = (2R + 3R || R) = \frac{5R^2}{6R} = \frac{5}{6}R$$

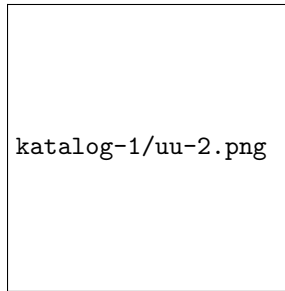
2) Nun müssen wir noch die Leerlaufspannung der Ersatzschaltung berechnen. Dazu wenden wir das Superpositionsprinzip an:

Zuerst berechnen wir die Spannung U_{AB} zwischen den Klemmen A und B in Abhängigkeit der Spannungsquelle:



katalog-1/uu-1.png

Die Widerstände $2R$ und $3R$ sind seriell.



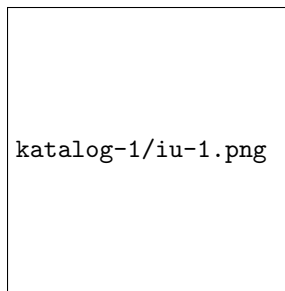
Da die Widerstände ($5R + R$ und $5R$) parallel sind, muss über beiden Ästen die Gleiche Spannung U abfallen.

Somit können wir die Spannungsteilerregel anwenden:

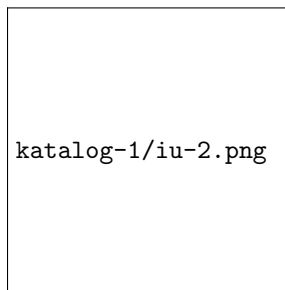
$$U_{AB}^{(1)} = U \cdot \frac{R}{R+5R} = U \cdot \frac{1}{6}$$

Nun müssen wir noch die Spannung $U_{AB}^{(2)}$ in Abhängigkeit der Stromquelle berechnen:


Dazu setzen wir die Spannungsquelle zu 0:



Der Widerstand R_5 wird wieder kurzgeschlossen.



Die Widerstände $2R$ und R können Seriell zusammengefasst werden, wodurch jedoch die Klemmen verschwinden :



katalog-1/iu-3.png

Nun können wir mithilfe der Stromteilerregel den Strom durch den roten Widerstand berechnen:

$$I_{Rot} = I \frac{3R}{3R+3R} = \frac{I}{2}$$

Dieser Strom fließt durch die beiden Widerstände R und $2R$ somit gilt für die Spannung über dem roten R Widerstand und somit für die Spannung $U_{AB}^{(2)}$:

$$U_{AB}^{(2)} = U_R = I_{Rot} \cdot R = \frac{I \cdot R}{2}$$

Somit gilt für die Leerlaufspannung gemäss Superposition:

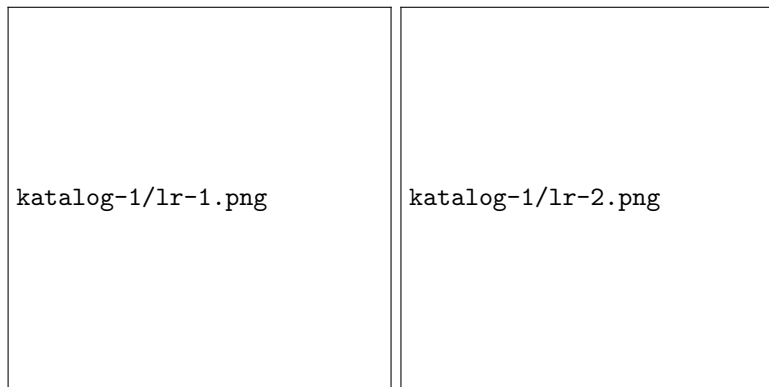
$$U_E = U_{AB}^{(1)} + U_{AB}^{(2)} = \frac{U}{6} + \frac{I \cdot R}{2}$$

b) Es gilt: $R_E = \frac{5}{6} \cdot 12\Omega = 10\Omega$ und $U_E = 2V + 3A \cdot 6\Omega = 20V$

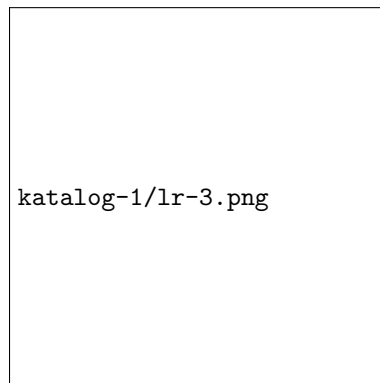
Für I_E gilt:

$$I_E = \frac{U_E}{R_E} = \frac{20V}{10\Omega} = 2A$$

c) Um die Leistung über dem Widerstand R_2 zu maximiere, schliessen wir zuerst das Lastnetzwerk an unsere Ersatzquelle an und ersetzen danach den Widerstand R_2 mit offenen Klemmen und formen erneut das Netzwerk zu einer realen Quelle um. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass die Leistung über R_2 genau dann maximal ist, wenn $R_2 = R_i$ gilt, wobei R_i den Innenwiderstand gegenüber den Klemmen bezeichnet. Die Aufgabe reduziert sich als darauf, den Innenwiderstand gegenüber den Klemmen zu berechnen.



Um den Innenwiderstand zu berechnen setzen wir die Quellen zu 0 und formen das Netzwerk um, bis nur noch ein Widerstand vorhanden ist.



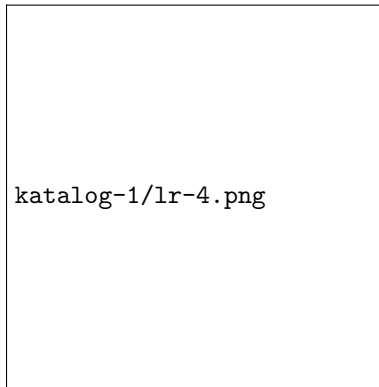
Im ESB sind die Widerstände R_E und R_1 parallel. Beide zusammen sind wiederum seriell zu R_3 . Somit gilt für den Innenwiderstand:

$$R_i = (R_E || R_1) + R_3$$

Um maximale Leistung an R_2 abzugeben, muss folgendes gelten:

$$\begin{aligned} R_2 = R_i &= (R_E || R_1) + R_3 \Rightarrow R_3 = R_2 - (R_E || R_1) \\ R_3 &= 11.5\Omega - (5\Omega || 20\Omega) = 7.5\Omega \end{aligned}$$

d) Um den Spannungsabfall über R_2 zu berechnen, berechnen wir die Leerlaufspannung an den Klemmen:



Da durch den Widerstand R_3 kein Strom fließt, gilt für die Spannung U :

$$U = U_{R_1} - U_{R_3} = U_{R_1} - 0A \cdot R_3 = U_{R_1}$$

Die Spannung über R_1 können wir mithilfe des Spannungsteilers berechnen:

$$U_{R_1} = U_E \cdot \frac{R_1}{R_E + R_1} = 15V \cdot \frac{20\Omega}{25\Omega} = 12V$$

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass bei maximaler Leistungabgabe, die Spannung über dem Lastwiderstand gerade die Hälfte der Leerlaufspannung beträgt. Somit gilt für die Spannung über R_2 :

$$U_2 = \frac{U}{2} = 6V$$
$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{36V^2}{11.5\Omega} = 3.13W$$