Zusammenfassung NuS D-ITET

Manuel Meier

24. Dezember 2016

1 Elektrostatik

Elementarladung	e	$+1.602\cdot 10^{-19}$	As
Dielektrizitätskonst.	ε_0	$8.854\cdot 10^{-12}$	$\frac{As}{Vm}$
Magn. Permeabilität	μ_0	$4\pi\cdot 10^{-7}$	$\frac{Vs}{Am}$
Ruhemasse Elektron	$m_{0,e}$	$9.1094\cdot 10^{-31}$	kg
Ruhemasse Proton	$m_{0,p}$	$1.6726\cdot 10^{-27}$	kg
Lichtgeschwindigkeit	$c_{Vak.}$	$2.99792\cdot 10^{8}$	$\frac{m}{s}$

Sinussatz: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=\frac{abc}{2A}=2R$
Kosinussatz: $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$

1.1 Ladungsdichten

- *Linienladungsdichte:* $\lambda=\frac{dQ}{dl}=\left[\frac{As}{m}\right], Q=\int_l \lambda dl$
- *Flächenladungsdichte:* $\sigma=\frac{dQ}{dA}=\left[\frac{As}{m^2}\right], Q=\iint_A \sigma dA$
- *Raumladungsdichte:* $\rho=\frac{dQ}{dV}=\left[\frac{As}{m^3}\right], Q=\iiint_V \rho dV$

1.2 Grundgrössen

- **E-Feld einer Punktladung:** $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\quad[\frac{V}{m}]$
- **Kraft mehre. zweier Ladungen:** $\vec{F}=\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r\quad[N]$
- **E-Feld Punktldgn:** $\vec{E}(\vec{r_p})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\sum_k\frac{Q_k}{|\vec{r_p}-\vec{r_k}|^2}\frac{\vec{r_p}-\vec{r_k}}{|\vec{r_p}-\vec{r_k}|}$
- **E-Feld ∞-langer Leiter:** $E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r_\perp}$
- **Spannung, Innen-/Aussenleiter:** $\vec{E}(\rho)=\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\frac{1}{\rho}\vec{e_\rho}$
  $U=\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}(\rho)d\vec{\rho}=\int_{r_1}^{r_2}\frac{Q}{2\pi\cdot\varepsilon\cdot l}\frac{1}{\rho}d\rho=\frac{Q}{2\pi\cdot\varepsilon\cdot l}\ln\left|\frac{r_2}{r_1}\right|$
- **Leckstrom:**
  $I=\int_0^{2\pi}\int_0^{l}\vec{J}(\rho)\rho dz d\varphi=2\pi\kappa\rho l E(\rho)\Rightarrow E(\rho)=\frac{I}{2\pi\kappa l}\frac{1}{\rho}$
- **Elektr. Flussdichte** $\vec{D}(\vec{r})=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot\vec{E}(\vec{r})=\varepsilon\cdot\vec{E}(\vec{r})\quad[\frac{As}{m^2}]$

1.2.1 Arbeit & Potential (1-33)

$W_{P_1\to P_2}=-\int_{P_1}^{P_2}\vec{F}\cdot d\vec{s}$ weg-unabhängig
$W_e=-Q\int_{P_1}^{P_2}\vec{E}\cdot d\vec{s}=Q\left(\varphi(P_2)-\varphi(P_1)\right)=-U_{12}Q$
$\rightarrow [W]=Ws=J, [P]=\frac{J}{s}=W$

Potential:
Oftmals $P_{ref}=\infty$
$\varphi(P_1)=\frac{W(P_{ref}\to P_1)}{Q_1}=-\int_{P_{ref}}^{P_1}\vec{E}\cdot d\vec{s}\quad[V]$

1.2.2 Spannung

$U_{12}=\varphi(P_1)-\varphi(P_2)=\int_{P_1}^{P_2}\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{W_{12}}{Q}$

1.3 Das Gauss'sche Gesetz (1-45)

$$\boxed{\oint_A\vec{D}(\vec{r})d\vec{A}=\oint_A\vec{e}_rD(\vec{r})\vec{e}_rdA=Q}$$

E-Feldlinien von idealen Leitern, stehen senkrecht auf der Oberfläche.

1.4 Kondensator (1-61)

$$\boxed{C=\frac{Q}{U}=\frac{\oiint_A\vec{D}\cdot d\vec{A}}{\int_s\vec{E}\cdot d\vec{s}}=\frac{\oiint_A\sigma dA}{\int_s\vec{E}\cdot d\vec{s}}\quad[F]=[\frac{As}{V}]}$$

Einfache Kondensatorentladung: $U=U_0e^{\frac{-t}{RC}}$

- **Plattenkondensator:**
  $E=\frac{D}{\varepsilon}=\frac{\sigma}{\varepsilon}=\frac{Q}{\varepsilon A},\quad U=Ed\rightarrow C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon A}{d}$
  Das Feld einer Platte ist $E/2$
- **Kugel(schalen)kondensator: (1-62)(1-73)**
  $U_{ab}=\int_{r_i}^{r_a}\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{r_i}^{r_a}\frac{1}{r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{r_a-r_i}{r_ar_i}=\frac{Q}{C}\rightarrow C=4\pi\varepsilon\frac{r_ir_a}{r_a-r_i}$
- **Vielschichtenkondensator aus n Platten:**
  $C_{ges}=(2n-1)C$
- **Drehkondensator (1-68)**
  $C_{ges}=(2n-1)\frac{\varepsilon A}{d}=(2n-1)\frac{\varepsilon}{d}\frac{\alpha}{2\pi}(\pi r_\alpha^2-\pi r_i^2)$
  Für unendlich dünne Platten: $D=\sigma/2$

1.5 Energie im E-Feld (1-70)(1-72)

$$\boxed{W_e=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}CU^2=\iiint_V\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}dV}$$

2 Elektr., stationäres Strömungsfeld

2.1 Strom

$I=\frac{dQ}{dt}=\iint_A\vec{J}\cdot d\vec{A},\quad [I]=A,\quad J=\frac{dI}{dA},\quad [J]=\frac{A}{m^2}$
Stat. Strömungsfeld, wenn I konst.: $\oiint_A\vec{J}\cdot d\vec{A}=0$ (1-86)

- **Spezifische Leitfähigkeit:**
  Driftgeschw. $\vec{v}_{Drift}=-\mu_e\vec{E}$ wobei $\mu_e=$ "Beweglichkeit"
  $\vec{J}=\vec{V}_{Drift}\rho=\underbrace{-\rho\mu_e}_{\kappa}\vec{E},\quad\kappa=$spez.Leitf., $[\kappa]=\frac{A}{Vm}=\frac{1}{\Omega m}$
- **Spezifischer Widerstand:** $\rho_R=\frac{1}{\kappa}$, $[\rho_R]=\Omega m=\frac{Vm}{A}$
- **Temperaturabhängigkeit:**
  $\rho_R(T)=\rho_{R,20^\circ C}\left(1+\alpha(T-20^\circ C)\right)$
- **Ohmsches Gesetzt:** $\boxed{U=R\cdot I}$, $[R]=\frac{V}{A}=\Omega$
  $\vec{J}=\kappa\vec{E},\quad R=\frac{U}{I}=\frac{l}{\kappa A}=\frac{\rho_Rl}{A}=\frac{\int_S\vec{E}\cdot d\vec{s}}{\kappa\iint_A\vec{E}\cdot d\vec{A}}$
- **Leitwert:** $\boxed{G=\frac{1}{R}}$ $[G]=S$ (Siemens)

2.2 Sprungstellen bei Materialübergängen (1-99)

- *Normalkomponenten.:* $\boxed{J_{n1}=J_{n2}}$, $\boxed{\kappa_1E_{n1}=\kappa_2E_{n2}}$
  Die Normalkomponente der Stromdichte ist stetig.
- *Tangentialkomp.:* $\boxed{E_{t1}=E_{t2}}$, $\boxed{\frac{J_{t1}}{J_{t2}}=\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}$
  Die Tangentialkomponente des E-Feldes ist stetig.

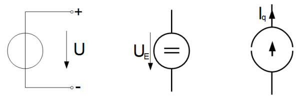
2.3 Energie und Leistung (1-102)

$W_e=\int_0^tP(\tau)d\tau$ und $P(t)=\frac{dW_e}{dt}$
$P=UI=I^2R=U^2/R$
Verlustleistungsdichte: $p_V=\frac{dP}{dV}=\vec{E}\cdot\vec{J}$
$P=\iiint_V p_VdV=\iiint_V\vec{E}\cdot\vec{J}dV$

3 DC-Netzwerke

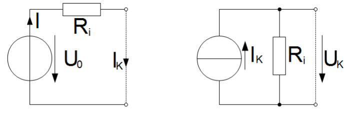
3.1 Spannungs- und Stromquellen

- **Ideale Quellen:**



$\rightarrow$ Keine Verlustleistung

- **Reale Stromquelle** Leerlaufspannung: $U_0=R_i\cdot I_0$
- **Reale Spannungsquelle** Kurzschlussstrom: $I_K=\frac{U_0}{R_i}$



Reale Spannungsquelle — Reale Stromquelle

Umwandlung: $_{[U-Quelle]}\,U_0=R_i\cdot I_0\,_{[I-Quelle]}$

- **Kirchhoff'sche Maschenregel:** $\sum_{Masche}U_k=0$
- **Kirchhoff'sche Knotenregel:** $\sum_{Knoten}I_k=0$
- **Leistungsanpassung**
  Die Leistung wird maximiert, wenn gilt: $\boxed{R_L=R_i}$

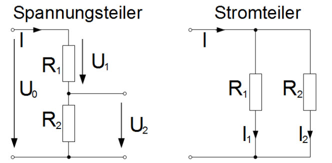
Wechselwirkung Quelle $\Leftrightarrow$ Verbraucher

- Gleichmässige Energieabgabe ist nur bei identischen Quellen möglich.
- Leistungsabgabe von zusammengeschalteten Spannungsquellen ist unterschiedlich, wenn sie über versch. R_i oder U_L verfügen.
- Quellen können zu *Verbrauchern* werden.

3.2 Einfache Netzwerkberechnungen

[R] Seriell:	$R_{ges}=\sum_{k=1}^nR_k$	
[R] Parallel:	$\frac{1}{R_{ges}}=\sum_{k=1}^n\frac{1}{R_k}$	$n=2\rightarrow R_{ges}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$
[C] Seriell:	$\frac{1}{C_{ges}}=\sum_{k=1}^n\frac{1}{C_k}$	$n=2\rightarrow C_{ges}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$
[C] Parallel:	$C_{ges}=\sum_{k=1}^nC_k$	
[L] Seriell:	$L_{ges}=\sum_{k=1}^nL_k$	
[L] Parallel:	$\frac{1}{L_{ges}}=\sum_{k=1}^n\frac{1}{L_k}$	$n=2\rightarrow L_{ges}=\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}$

3.3 Spannungs-/Stromteiler



$U_2=U\frac{R_2}{R_1+R_2}\qquad I_2=I\frac{R_1}{R_1+R_2}$

Belasteter Spannungsteiler:

$R_2'=\frac{R_2R_L}{R_2+R_L}\rightarrow\frac{U_2}{U}=\frac{R_2'}{R_1+R_2'}=\frac{R_2R_L}{R_1(R_2+R_L)+R_2R_L}$

3.4 Wirkungsgrad

$\eta=\frac{P_L}{P_{ges}}\cdot 100\%=\frac{I^2R_L}{I^2(R_i+R_L)}\cdot 100\%=\frac{R_L/R_i}{1+R_L/R_i}\cdot 100\%$

Umgeformt (1-140): $\eta=\left(1-\frac{I}{I_{max}}\right)\cdot 100\%$

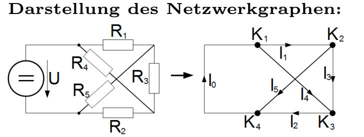
Bei der Leistungsanpassung beträgt der Wirkungsgrad 50%.

3.5 Widerstandsmessung (1-131)

- **Mit korrekter Spannungsmessung:**
  $R=\frac{U_R}{I_R}=\frac{U_V}{I_A-I_V}=\frac{U_V}{I_A-U_V/R_V}=\frac{U_VR_V}{I_AR_V-U_V}$
- **Mit korrekter Strommessung:**
  $R=\frac{U_R}{I_R}=\frac{U_V-U_A}{I_A}=\frac{U_V-R_AI_A}{I_A}$

3.6 Analyse umfangreicherer Netzwerke (1-143)

1. **Darstellung des Netzwerkgraphen:**



2. **Zählrichtung festlegen:** Für jeden Zweig die Richtung festlegen (muss konsequent beibehalten werden!).
3. **Knotengleichungen aufstellen:** $k-1$ lin. un. Gleichu.:

K_1:	I_0	$-I_1$			$-I_4$		$=0$
K_2:		I_1		$-I_3$		$-I_5$	$=0$
K_3:			$-I_2$	$+I_3$	$+I_4$		$=0$

4. **Aufstellen der Maschengleichungen:**
   #Maschengl.=#Zweige−(#Knoten−1)

- **Prinzip des vollständigen Baumes:**
  Ein vollständiger Baum ist eine Verbindung aller Knoten ohne einen geschlossenen Kreis. Danach muss jede Maschengleichung genau einen Zweig enthalten, der nicht zum vollständigen Baum gehört.
- **Prinzip der Auftrennung der Maschen:**
  Dabei wird nach dem Aufstellen einer Maschengl. Jeweils einer der verwendeten Zweige aufgetrennt und nie mehr verwendet.

3.7 Superpositionsprinzip

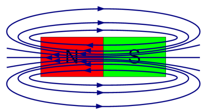
Für jede Quelle das Netzwerk analysieren, die Anderen ausschalten, Resultate addieren.

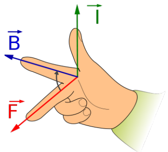
- Spannungsquellen $\rightarrow$ Kurzschliessen

- Stromquellen → Leerlauf

4 Magnetostatik

- **Magnetfeld:** Feldlinien von N nach S (innen S → N) Magnetfelder sind immer geschlossen.





- *Mag. Flussdichte eines Leiters:* $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{\rho}$, $[T] = [\frac{Vs}{m^2}]$
  ρ Abstand zum Leiter
- *Mag. Feldstärke eines Leiters:* $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\rho}$, $[H] = \frac{A}{m}$
- *Lorenzkraft (1-180):* $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = I\vec{l} \times \vec{B}$
- *F auf Ladung (1-183):* $\vec{F}_L = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ $\quad \vec{F} = Q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Analogie: Elektrisch, Magnetisch (1-209)

Grösse	Elektrisch	Magnetisch
Leitfähigkeit	κ	μ
Widerstand	$R = \frac{1}{\kappa \cdot A}$	$R_m = \frac{1}{\mu \cdot A}$
Spannung	$U_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$	$V_{m12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{H} \cdot d\vec{s}$ $= R_{m12} \cdot \Phi_{12}$
Strom/Fluss	$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A}$ $= \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$	$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$ $= \mu \iint_A \vec{H} \cdot d\vec{A}$
Ohm. Gesetzt	$U = R \cdot I$	$V_m = R_m \cdot \Phi$
Maschengl.	$U_0 = \sum_{Masche} RI$	$\Theta = \sum_{Masche} R_m\Phi$
Knotengl.	$\sum_{Knoten} I = 0$	$\sum_{Knoten} \Phi = 0$

Feldgrössen	Elektrisch	Magnetisch
Intensität/Wirkung(Kraft)	$\vec{E}$	$\vec{B} = \mu\vec{H}$
Quantität/Ursache(Ladung)	$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$	$\vec{H}$

4.1 Oersted'sches Gesetz (Durchfl.satz)(1-187)

$$NI = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = \Theta = \oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_k H_k l_k$$

Θ Durchflutung, N Windungszahl
Prinzip gilt insbesondere für $N = 1$, sprich Einzelne Leiter

4.2 Verschiedene magnetische Komponenten

- **∞-langer Leiter (1-189):**

$$\vec{H}(\rho) = \vec{e}_\varphi \cdot \frac{I}{2\pi} \begin{cases} \rho/R^2 & \rho \le R \\ 1/\rho & \rho \ge R \end{cases}$$

- **Toroidspule (1-190):**

$$NI = \Theta = \int_0^{2\pi} \vec{e}_\varphi H_\varphi \rho d\varphi = 2\pi\rho H_\varphi(\rho) \to \vec{H} = \frac{NI}{2\pi\rho}\vec{e}_\varphi$$

- **Reluktanzmodell:** $H = \frac{NI}{l}\vec{e}_x$
- **Spannung über Spule:** Wenn sich die Spule bewegt, gilt nach dem Induktionsgesetz: $U_s = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$
  Dies vereinfacht sich zu: $U_s = l_s \cdot B \cdot v$ mit l_s: Leiterlänge im B-Feld, v: Geschwindigkeit mit der sich die Spule über den Kern bewegt.

4.3 Reluktanzmodell (1-206)

- **Magn. Spannung:** $V_m = \int_{P_1}^{P_2} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = NI \quad [\Theta] = A$
- **Magn. Strom:** $\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$, $\quad [\Phi] = Vs = Wb$ (Weber)
- **Magn. Widerstand:** $R_m = \frac{l}{\mu A}$, $\quad [R_m] = \frac{1}{H} = \frac{A}{Vs}$
- **Magnetische spezifische Leitfähigkeit:** μ
- **Magnetischer Leitwert:** $\Lambda_m = \frac{1}{R_m}$, $\quad [\Lambda_m] = \frac{Vs}{A}$
- **Ohm'sches Gesetz:** $V_m = R_m\Phi$, $\quad [V_m] = A$

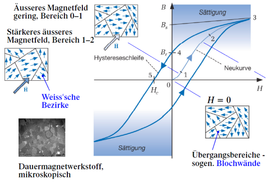
4.4 Magnetische Polarisation(1-199)

Magnetische Polarisation: $\vec{J}_m = \mu_0\mu_r\vec{H} - \mu_0\vec{H}$
Magnetisierung: $\vec{M} = \mu_r\vec{H} - \vec{H}$

Diamagnetismus:
Materialien, die das B-Feld schwächen, $\mu_r < 1$

Paramagnetismus:
Materialien, die das B-Feld leicht stärken, $\mu_r > 1$

Ferromagnetismus:
Nebenan die Hysteresekurve eines Ferrit Materials



Remanenz: oberer Schnittpunkt mit y-Achse, $\mu_r >> 1$, μ_r nicht konstant

Dauermagnete: Ferromagnetische Stoffe im Remanenzzustand.

4.5 Sprungstellen bei Materialübergängen (1-205)

- *Normalkomponenten:* $\boxed{B_{n1} = B_{n2}}$, $\boxed{\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\tan(\alpha_2)}{\tan(\alpha_1)}}$
- *Tangentialkomp.:* $\boxed{H_{t1} = H_{t2}}$, $\boxed{\frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)}}$

4.6 Induktivität (1-211)

$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N^2}{R_m}$, $\quad [L] = \frac{Vs}{A} = H$ (Henry)

- **A_L-Wert:** $L = N^2 A_L = N^2 \Lambda_m$, $\quad A_L = \Lambda_m = \frac{1}{R_m} = [nH]$
- **Toroidspule:** $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N\Phi A}{I} = N^2 \frac{\mu H}{2\pi} \ln\left(\frac{r_{aussen}}{r_{innen}}\right)$
- **Luftspalt:** $L = N^2 \frac{\mu_0 \mu_{rel} A}{l_m \mu_{rel} d} \approx N^2 \frac{\mu_0 A}{d}$ $\quad d$ Spaltgrösse
- **Kraft Magnetfeld:** $F_A = \frac{B^2}{2\mu_0}A$

4.7 Induktion und Selbstinduktion(1-249)

- **Induktionsgesetz:** $u(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$
- **Selbstinduktion:** $u_L(t) = L\frac{di_L}{dt}$ (vgl. $i_C = C\frac{du_C}{dt}$)
- **Energie:** $W_m = W_L = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\Phi I = \iiint_V \frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H} dV$

5 Allgemeines

5.1 Einheiten

	Einheit	Bedeutung
$\vec{B}$	Vs/m^2	Magnetische Flussdichte
B_r	Vs/m^2	Remanenz
C	$As/V = F$	Kapazität
$\vec{D}$	As/m^2	Elektr. Flussdichte, el. Erregung
$\vec{E}$	V/m	Elektrische Feldstärke
G	$1/\Omega = A/V$	Elektr. Leitwert
$\vec{H}$	A/m	Magn. Feldstärke
H_c	A/m	Koerzitivfeldstärke
I	A	Gleichstrom
I_K	A	Kurzschlussstrom
i	A	Zeitabhängiger Strom
$\vec{J}$	A/m^2	(räuml. vert.) Stromdichte
$\vec{J}$	Vs/m^2	Magn. Polarisation
$\vec{J}$	Vsm	Magn. Dipolmoment
k		Koppelfaktor
L	Vs/A	Induktivität
$\vec{M}$	A/m	Magnetisierung
$\vec{m}$	Am^2	Magnetisches Moment
N		Windungszahl
P	$VA = W$	Leistung
p_V	W/m^3	Verlustleistungsdichte
$\vec{P}$	As/m^2	Dielektr. Polarisation
$\vec{p}$	Asm	Elektr. Dipolmoment
Q	$As = C$	Ladung, Punktladung
R	$V/A = \Omega$	Ohmscher Widerstand
R_m	A/Vs	Magn. Widerstand
U	V	Gleichspannung
u	V	Zeitlich veränderliche Spannung
ü		Übersetzungsverhältnis
V_m	A	Magnetische Spannung
W	$VAs = J$	Energie
w	WAs/m^3	Energiedichte
Φ	Vs	Magnetischer Fluss
Λ_m	Vs/A	Magnetischer Leitwert
Θ	A	Durchflutung
Ψ	As	Elektr. Fluss
α	$1/K$	Temperaturkoeffizient
χ		Dielekt. & magn. Suszeptibilität
ε	As/Vm	Dielektrizitätskonstante
ε_r		Dielektrizitätszahl
φ		Phasenwinkel
φ_e	V	Elektrostatisches Potential
η		Wirkungsgrad
κ	A/Vm	Spezifische Leitfähigkeit
λ	As/m	Linienladungsdichte
μ	Vs/Am	Permeabilität
μ_e	m^2/Vs	Beweglichkeit der Ladungsträger
ρ	As/m^3	Raumladungsdichte
ρ_R	Vm/A	Spezifischer Widerstand
σ	As/m^2	Flächenladung
σ		Streugrad
ω	$1/s \cdot 2\pi$	Kreisfrequenz