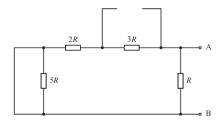
Lösung Katalog S.9

- a) Um das Ersatzschaltbild zu berechnen, müssen 2 Grössen berechnet werden:
- 1) Innenwiderstand
- 2) Leerlaufspannung oder Kurzschlussstrom
- 1) Für die Berechnung des Innenwiderstandes werden alle Quellen zu null Gesetzt.
- D.h. Spannungsquellen \rightarrow Kurzschluss, Stromquellen \rightarrow Leerlauf

Ersatzschaltbild



Da der 5R Widerstand kurzgeschlossen ist, wird niemals Strom durch ihn hindurchfliessen. Somit können wir ihn durch einen Leerlauf ersetzen.

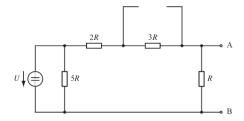


2R und 3R liegen Seriell, somit können sie zu einem Widerstand der Grösse 5R zusammengefasst werden. Dieser Widerstand ist wiederum parallel zu R, womit wir für den gesamten Widerstand und somit R_E folgendes erhalten.

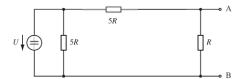
$$R_E = (2R + 3R||R) = \frac{5R^2}{6R} = \frac{5}{6}R$$

2) Nun müssen wir noch die Leerlaufspannung der Ersatzschaltung berechnen. Dazu wenden wir das Superpositionsprinzip an:

Zuerst berechnen wir die Spannung U_{AB} zwischen den Klemmen A und B in Abhängigkeit der Spannungsquelle:



Die Widerstände 2R und 3R sind seriell.

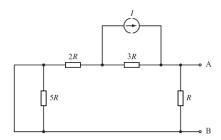


Da die Widerstandände (5R+R und 5R) parallel sind, muss über beiden Ästen die Gleiche Spannung U abfallen.

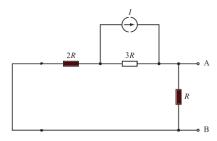
Somit können wir die Spannungsteilerregel anwenden:

$$U_{AB}^{(1)} = U \cdot \frac{R}{R+5R} = U \cdot \frac{1}{6}$$

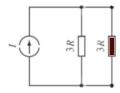
Nun müssen wir noch die Spannung $U_{AB}^{(2)}$ in Abhängigkeit der Stromquelle berechnen: Dazu setzen wir die Spannungsquelle zu 0:



Der Widerstand R_5 wird wieder kurzgeschlossen.



Die Widerstäde 2R und R können Seriell zusammengefasst werden, wodurch jedoch die Klemmen verschwinden :



Nun können wir mithilfe der Stromteilerregel den Strom durch den roten Widerstand berechnen:

$$I_{Rot} = I_{\frac{3R}{3R+3R}} = \frac{I}{2}$$

Dieser Strom fliesst durch die beiden Widerstände R und 2R somit gilt für die Spannung über dem roten R Widerstand und somit für die Spannung $U_{AB}^{(2)}$:

$$U_{AB}^{(2)} = U_R = I_{Rot} \cdot R = \frac{I \cdot R}{2}$$

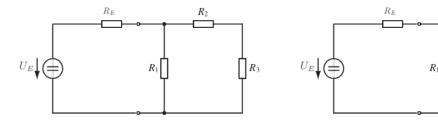
Somit gilt für die Leerlaufspannung gemäss Superposition:

$$U_E = U_{AB}^{(1)} + U_{AB}^{(2)} = \frac{U}{6} + \frac{I \cdot R}{2}$$

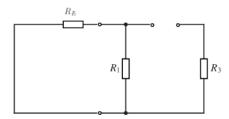
b) Es gilt: $R_E=\frac{5}{6}\cdot 12\Omega=10\Omega$ und $U_E=2V+3A\cdot 6\Omega=20V$ Für I_E gilt:

$$I_E = \frac{U_E}{R_E} = \frac{20V}{10\Omega} = 2A$$

c) Um die Leistung über dem Widerstand R_2 zu maximiere, schliessen wir zuerst das Lastnetzwerk an unsere Ersatzquelle an und ersetzen danach den Widerstand R_2 mit offenen Klemmen und Formen erneut das Netzwerk zu einer realen Quelle um. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass die Leistung über R_2 genau dann maximal ist, wenn $R_2 = R_i$ gilt, wobei R_i den Innenwiderstand gegenüber den Klemmen bezeichnet. Die Aufgabe reduziert sich als darauf, den Innenwiderstand gegenüber den Klemmen zu berechnen.



Um den Innenwiderstand zu berechnen setzen wir die Quellen zu 0 und formen das Netzwerk um, bis nur noch ein Widerstand vorhanden ist.



Im ESB sind die Widerstände R_E und R_1 parallel. Beide zusammen sind wiederum seriell zu R_3 . Somit gilt für den Innenwiderstand:

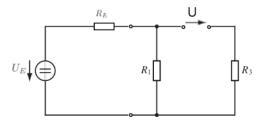
$$R_i = (R_E||R_1) + R_3$$

Um maximale Leistung an R_2 abzugeben, muss folgendes gelten:

$$R_2 = R_i = (R_E||R_1) + R_3 \Rightarrow R_3 = R_2 - (R_E||R_1)$$

 $R_3 = 11.5\Omega - (5\Omega||20\Omega) = 7.5\Omega$

d) Um den Spannungsabfall über \mathbb{R}_2 zu berechnen, berechnen wir die Leerlaufspannung an den Klemmen:



Da durch den Widerstand R_3 kein Strom fliesst, gilt für die Spannung U:

$$U = U_{R_1} - U_{R_3} = U_{R_1} - 0A \cdot R_3 = U_{R_1}$$

Die Spannung über R_1 können wir mithilfe des Spannungsteilers berechnen:

$$U_{R_1} = U_E \cdot \frac{R_1}{R_E + R_1} = 15V \cdot \frac{20\Omega}{25\Omega} = 12V$$

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass bei maximaler Leistungabgabe, die Spannung über dem Lastwiderstand gerade die hälfte der Leerlaufspannung beträgt. Somit gilt für die Spannung über R_2 :

$$U_2 = \frac{U}{2} = 6V$$

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{36V^2}{11.5\Omega} = 3.13W$$