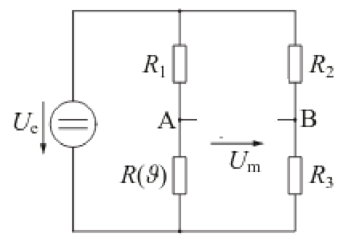
Lösung Katalog S.15

- a) Da es sich beim Spannungsmessgerät um ein Messgerät mit unendlich hohem Widerstand handelt, dürfen wir davon ausgehen, dass zwischen den Klemmen A und B kein Strom fliessen kann. Somit können wir die Verbindung zwischen A und B als Leerlauf modelieren.



Da die beiden Widerstandsäste parallel gescchaltet sind, muss über beiden Ästen die gleiche Spannung abfallen:

$$U_e = U_{R_1} + U_{R_\vartheta} = U_{R_2} + U_{R_3}$$

Somit können wir die Spannung über R_ϑ mithilfe des Spannungsteilers berechnen:

$$U_{R_\vartheta} = U_e \cdot \frac{R_\vartheta}{R_1 + R_\vartheta}$$

Die Leistung über einem Widerstand ist definiert als:

$$P_R = U_R \cdot I_R = \frac{U_R^2}{R}$$

Somit gilt für die Leistung über dem Widerstand R_ϑ ;

$$P_{R_\vartheta} = \frac{U_{R_\vartheta}^2}{R_\vartheta} = (U_e \cdot \frac{R_\vartheta}{R_1 + R_\vartheta})^2 \cdot \frac{1}{R_\vartheta} = \frac{U_e^2 \cdot R_\vartheta}{(R_1 + R_\vartheta)^2}$$

Um den Maximalwert dieser Leistung in Abhängigkeit des Widerstandes R_ϑ herauszufinden, leiten wir die Leistung nach R_ϑ ab und setzen sie zu 0:

$$\frac{d}{dR_\vartheta}(P_{R_\vartheta}) \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow R_\vartheta = R_1 = 1k\Omega$$

Die benötigte Temperatur berechnet sich zu:

$$R(\vartheta) = 1k\Omega(1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0)) \stackrel{!}{=} 1k\Omega$$
$$\Rightarrow \vartheta = \vartheta_0 = 20^\circ$$

Für die Spannung U_e erhalten wir:

$$50mW \stackrel{!}{=} P_{R_\vartheta} = \frac{\left(U_e^2 \cdot \frac{1k\Omega}{4k\Omega}\right)}{R_\vartheta}$$
$$\rightarrow 200mW = \frac{U_e^2}{R_\vartheta}$$
$$\rightarrow U_e = \sqrt{200mW \cdot 1 \cdot 10^3\Omega} = 14.14V$$

- b) Für die Spannung U_m können wir folgende Masche aufstellen:

$$U_m = U_{R_\vartheta} - U_{R_3}$$

Wobei wir U_{R_ϑ} und U_{R_3} mit dem Spannungsteiler berechnen können:

$$U_{R_\vartheta} = U_e \frac{R_\vartheta}{R_\vartheta + R_1}$$
$$U_{R_3} = U_e \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

Somit gilt für U_m:

$$U_m = U_e \left(\frac{R_\vartheta}{R_\vartheta + R_1} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right)$$

Mit der Bedingung, $U_m(\vartheta = \vartheta_0 = 0°) = 0V$ erhalten wir:

$$0V = U_e \left(\frac{R(\vartheta_0)}{R(\vartheta_0) + R_1} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) = U_e \left(\frac{0.9k\Omega}{1.9k\Omega} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right)$$
$$\rightarrow \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{0.9k\Omega}{1.9k\Omega}$$
$$\rightarrow R_3 = \frac{0.9}{1.9} \cdot (R_2 + R_3)$$

Für die Leistung gilt:

$$P_{(R_2, R_3)} = \frac{U_e^2}{R_2 + R_3} \stackrel{!}{=} 10mW$$
$$\rightarrow (R_2 + R_3) = \frac{U_e^2}{10mW} = 14400\Omega$$

Somit gilt:

$$R_3 = \frac{0.9k\Omega}{1.9k\Omega} \cdot (14400\Omega) = 6821.05\Omega$$
$$R_2 = 14400\Omega - R_3 = 7578.95\Omega$$