

Aufgabensammlung PVK NuS 1

René Zurbrügg

1. Januar 2019

Aufgabe 1: Entwurf eines Hochspannungskondensator

Entwerfen Sie einen Hochspannungszylinderkondensator (Innendurchmesser d , Aussendurchmesser D) mit der Kapazität $C = 30\text{pF}$ für eine Maximalspannung $U_{\text{max}} = 140\text{kV}$. In **Fig. 1** ist die Geometrie des Kondensators gezeigt.

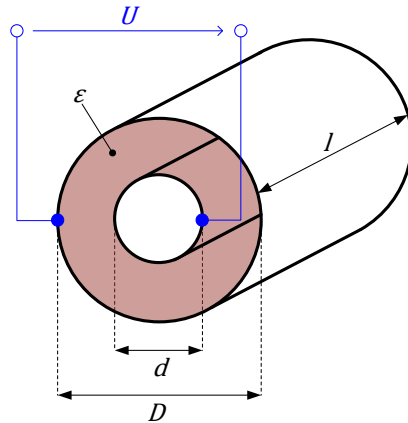


Fig. 1: Geometrie des Hochspannungszylinderkondensator

Für die wirksame axiale Länge stehen $l = 450\text{mm}$ zur Verfügung. Der Raum zwischen den beiden Elektroden sei mit SF_6 -Gas gefüllt. SF_6 -Gas wird in der Mittel- und Hochspannungstechnik als Isoliergas eingesetzt, da es bei Atmosphärendruck eine etwa dreimal höhere Durchschlagsfestigkeit als Luft aufweist. Die relative Permittivität von SF_6 -Gas beträgt $\epsilon_r \approx 1$.

Berechnen Sie die kleinstmöglichen Elektrodendurchmesser d und D des Kondensators derart, dass die maximale elektrische Feldstärke E_{max} unter der Ionisationsfeldstärke des SF_6 -Gases, $E_{\text{max}} = 60\text{kV/cm}$, bleibt. Vernachlässigen Sie Randstörungen.

Aufgabe NUS I-2: Brückenschaltung

20 Punkte

Gegeben ist eine DC-Brückenschaltung gemäss **Fig. 2** bestehend aus vier Widerständen $R = 15\ \Omega$, der Spannungsquelle $U = 12\text{V}$ und der Stromquelle $I = 1\text{A}$. An den Klemmen A und B der Brückenschaltung kann ein Widerstandsnetzwerk, das aus den beiden Widerständen $R_1 = 390\ \Omega$, $R_2 = 1.2\text{k}\Omega$ und dem einstellbaren Lastwiderstand R_3 besteht, angeschlossen werden.

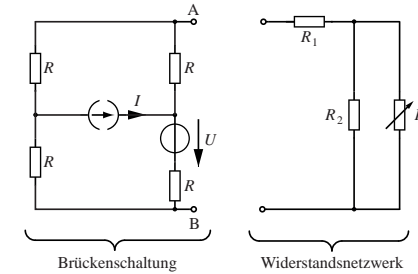


Fig. 2: DC-Brückenschaltung und Widerstandsnetzwerk.

Betrachten Sie für Teilaufgabe a) nur die Brückenschaltung ohne das Widerstandsnetzwerk.

- a) Das Verhalten der Brückenschaltung bezüglich der Klemmen A und B soll durch eine Ersatzspannungsquelle mit der Leerlaufspannung U_{qE} und dem Innenwiderstand R_{iE} modelliert werden. Berechnen Sie zunächst algebraische Ausdrücke für U_{qE} und R_{iE} als Funktion von U , I und R . Geben Sie anschliessend Zahlenwerte für die Leerlaufspannung, den Innenwiderstand, sowie für den Kurzschlussstrom an.

(11 Pkt.)

Berücksichtigen Sie bei den folgenden Teilaufgaben nun das Widerstandsnetzwerk.

Rechnen Sie in den folgenden Teilaufgaben mit $U_{\text{qE}} = 5\text{V}$ und $R_{\text{iE}} = 10\ \Omega$.

- b) Berechnen Sie den numerischen Wert des Lastwiderstands R_3 so, dass die in R_3 umgesetzte Leistung maximal wird.
- c) Wie gross ist in diesem Fall die Spannung am Widerstand R_3 und welche Leistung wird von R_3 aufgenommen? Berechnen Sie die numerischen Werte.

(4 Pkt.)

(5 Pkt.)

Aufgabe NuS I-4: Magnetischer Kreis und Induktivität

Gegeben sei die Anordnung einer Induktivität, welche gemäss Fig. 4.1 aus einer Wicklung mit Windungszahl N auf einem dreischenkligen Kern besteht. Die Schenkel 1 und 2 des Kerns weisen je einen Luftspalt mit den Spaltbreiten δ_1 bzw. δ_2 auf. Alle Querschnittsflächen des Kerns sind gleich gross und besitzen die Abmessungen $a = 5 \text{ mm}$ und $b = 12 \text{ mm}$. Sie dürfen von einer relativen Permeabilität $\mu_r \rightarrow \infty$ des Kernmaterials ausgehen.

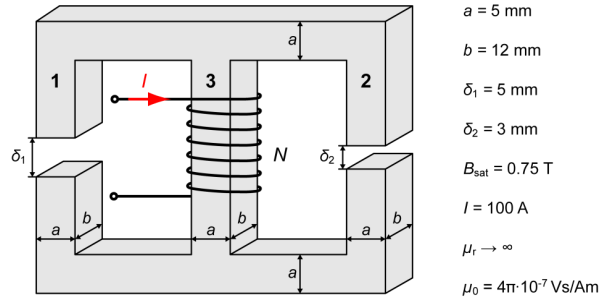


Fig. 4.1: Wicklung auf dreischenkligem Kern.

- Zeichnen Sie das zugehörige Reluktanzmodell der Anordnung in Fig. 4.1 und berechnen Sie die darin enthaltenen magnetischen Widerstände. (8 Pkt.)
- Wie gross kann die Windungszahl N der Induktivität maximal gewählt werden, damit für die magnetische Flussdichte noch folgendes gilt: $B < B_{\text{sat}}$. (8 Pkt.)
- Berechnen Sie die Induktivität L der Anordnung für das in b) berechnete N_{max} . (2 Pkt.)
- Was passiert (qualitativ), wenn die Spaltbreite δ_1 halbiert wird ($N = N_{\text{max}}$)? (2 Pkt.)

6.3 Level 2

Aufgabe 6.8 U-Kern mit bewegtem I-Joch, Induktionsgesetz

Gegeben ist die aus einem Ferritmaterial der Permeabilität μ bestehende Kombination aus einem U-Kern und einem I-Joch. Alle Schenkel haben einen quadratischen Querschnitt mit der Seitenlänge a . Die einzelnen Abschnitte der effektiven Weglängen sind in Abb. 1 eingezeichnet.

Auf dem U-Kern befindet sich eine Wicklung mit der Windungszahl N_1 , die vom Gleichstrom I_q in der angegebenen Richtung durchflossen wird. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die magnetische Flussdichte \vec{B} homogen über den Kernquerschnitt verteilt ist.

Nun wird das I-Joch, beginnend beim Startpunkt $s(t=0) = 0$, mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{e}_x v_0$ in Richtung der Koordinate x bewegt. Infolge des sich ändernden Flusses $\Phi(t)$ stellt sich an den offenen Klemmen der zweiten Wicklung mit der Windungszahl N_2 die Induktionsspannung $u(t)$ ein.

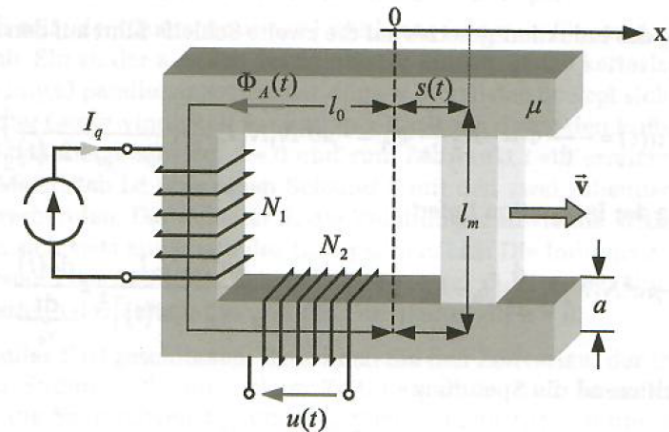


Abbildung 1: U-Kern mit bewegtem I-Joch

- Berechnen Sie den Fluss $\Phi_A(t)$ in Abhängigkeit des Stromes I_q .
- Geben Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung $u(t)$ an.

In **Abb. 1** ist ein Linearantrieb abgebildet, bei welchem sich eine Spule entlang eines Schenkels bewegt. Die Bewegungen sind dabei proportional zum Strom I_s . Ähnliche Aufbauten findet man beispielsweise in Lautsprechern zu finden.

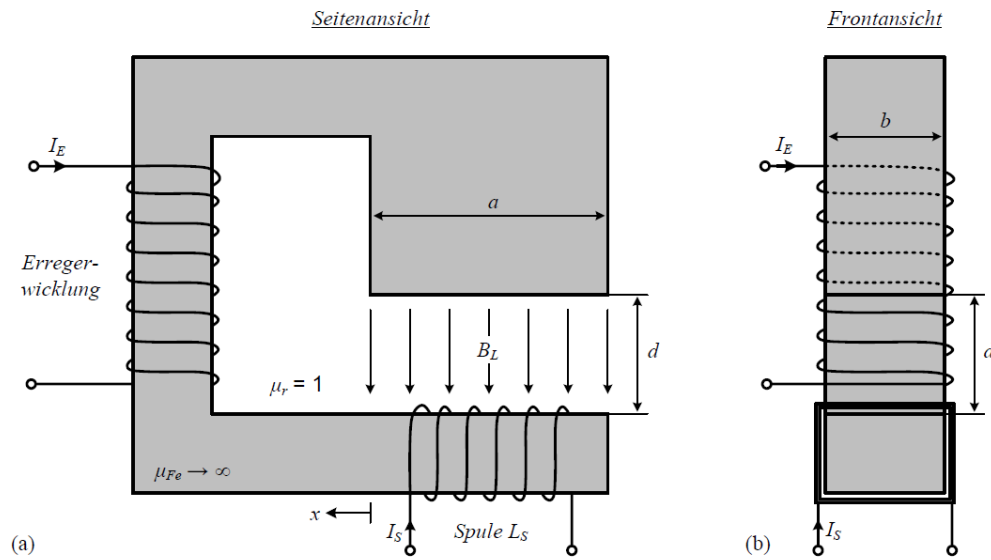


Abb. 1: Seitenansicht (a) und Frontansicht (b) des Linearantriebs.

Luftspalt:	$d_1 = 5\text{mm}$
Erregerstrom:	$I_E = 10\text{A}$
Abmessungen des Eisenkreises:	$a = 35\text{mm}$
	$b = 15\text{mm}$
Leitfähigkeit von Kupfer:	$\sigma = 5.8 \cdot 10^7 \text{ } 1/\Omega\text{m}$
Magnetische Feldkonstante:	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$
Permeabilität des Eisenkreises:	$\mu_{Fe} \rightarrow \infty$

- 1) Skizziere in **Abb. 2** den Verlauf der Feldlinien und trage deren Richtung ein. Dabei kann angenommen werden, dass das magnetische Feld im Bereich des Luftspaltes senkrecht aus dem oberen Schenkel austritt, linienförmig zum unteren Schenkel verläuft und in diesen wieder senkrecht eintritt. Welche Windungszahl N_E der Erregerwicklung ist erforderlich, um im Luftspalt ein magnetisches Feld mit $B_L = 0.8\text{T}$ zu erzeugen?

- 2) Die Spannung zur Speisung der Erregerwicklung beträgt $U_E = 12\text{V}$. Welcher Drahtdurchmesser D_W ist vorzusehen, damit sich der gewünschte konstante Erregerstrom von $I_E = 10\text{A}$ einstellt? Die Länge einer Windung beträgt $l_W = 80\text{mm}$.
- 3) Wie hoch ist dann die Verlustleistung P_E in der Erregerwicklung?
- 4) Welche Induktivität L_E weist der Erregerkreis auf?
- 5) Welche Kraft F_x wird auf die Spule ausgeübt, wenn sich alle Leiter der Spule im Magnetfeld befinden? Die Windungszahl der Spule betrage $N_S = 200$ und der Spulenstrom $I_S = 4\text{A}$.
- 6) Der Luftspalt wird durch einen Fabrikationsfehler auf $d_2 = 6\text{mm}$ aufgeweitet. Auf welchen Wert sinkt die Kraft F_x ? Auf welchen Wert müsste der Erregerstrom I_E erhöht werden, um dieselbe Kraft wie für einen Luftspalt der Größe d_1 zu erreichen?
- 7) Die Spule bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit $v_x = 2\text{m/s}$. Alle Leiter der Spule liegen im Feld und der Luftspalt sei wieder d_1 groß. Welche Spannung U_S tritt dabei an den Klemmen der Spule auf?

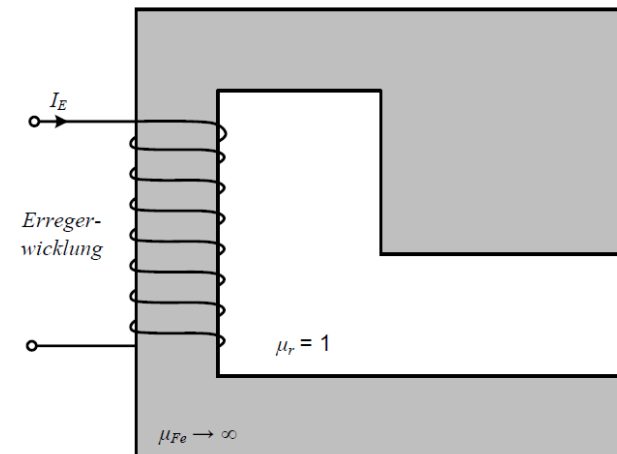


Abb. 2: Verlauf der Feldlinien im Linearantrieb.

1 Zusatzaufgaben

Aufgabe NUS I-1: Plattenkondensator

25 Punkte

Gegeben ist ein Plattenkondensator gemäss **Fig. 1(a)**. Die Abmessungen des Plattenkondensators sind mit der Länge l_0 und der Tiefe t (senkrecht zur Zeichenebene) gegeben. In der Mitte des Kondensators befindet sich ein Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstante ε_1 und der Dicke $d/3$. Zunächst werde die Spannung U_0 wie eingezeichnet angelegt. Vernachlässigen Sie bei allen Berechnungen sämtliche Randeffekte und verwenden Sie $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ A s/(V m)}$.

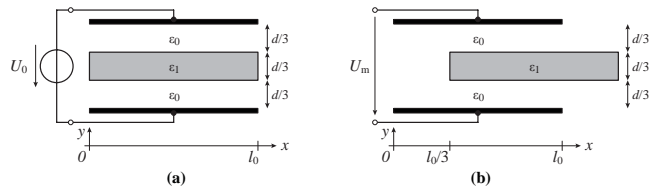


Fig. 1: Plattenkondensator mit unterschiedlichen Dielektrika.

- Berechnen Sie die elektrische Flussdichte und das elektrische Feld (Betrag und Richtung) in den einzelnen Dielektrika in Abhängigkeit der Ladung Q des Kondensators. **(4 Pkt.)**
- Berechnen Sie die Ladung Q des Kondensators, die elektrische Flussdichte und das elektrische Feld in den einzelnen Dielektrika in Abhängigkeit der angelegten Spannung U_0 und der Kondensatorgeometrie. **(5 Pkt.)**
- Berechnen Sie die Gesamtkapazität C_{ges} der Anordnung. **(2 Pkt.)**

Nun wird die Spannungsquelle U_0 vom Kondensator getrennt, wobei der Kondensator geladen bleibt. Zusätzlich wird das Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstante ε_1 gemäss **Fig. 1(b)** um $l_0/3$ nach rechts verschoben und es wird die Spannung U_m gemessen.

- Zeichnen Sie das elektrische Ersatzschaltbild der entstehenden Anordnung und bestimmen Sie die Teilkapazitäten des linken ($0 < x < l_0/3$) und rechten ($l_0/3 < x < l_0$) Kondensatoranteils. Betrachten Sie dabei nur den Bereich $0 < x < l_0$. **(6 Pkt.)**
- Vor dem Abtrennen der Spannungsquelle sei $U_0 = 15 \text{ kV}$ gewesen. Weiterhin gilt $\varepsilon_{r,1} = 3.5$ und $\varepsilon_{r,0} = 1$. Berechnen Sie die resultierende Spannung U_m algebraisch und numerisch. Ist U_m grösser oder kleiner als U_0 ? Wie verteilt sich die Ladung über die Kondensatorplatten? Bestimmen Sie dabei algebraisch die Ladung auf dem linken ($0 < x < l_0/3$) und auf dem rechten ($l_0/3 < x < l_0$) Kondensatorteil. **(8 Pkt.)**

Aufgabe NUS I-3: Temperaturmessung

20 Punkte

Mit der in **Fig. 3** dargestellten Brückenschaltung soll ein Temperaturmessgerät aufgebaut werden. Zur Anzeige wird ein Spannungsmessinstrument verwendet, das die Brückenspannung U_m abgreift. Für das Spannungsmessinstrument kann ein unendlicher Innenwiderstand angenommen werden. Die Temperaturmessung soll in einem Bereich von -20°C bis 50°C einsetzbar sein. Als Temperatursensor wird ein temperaturabhängiger Widerstand $R(\vartheta)$ eingesetzt, dessen Widerstands Temperatur Kennlinie durch

$$R(\vartheta) = R_0(1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0))$$

mit den Parametern

$$\begin{aligned} R_0 &= 1 \text{ k}\Omega && \text{Widerstand bei } \vartheta_0 \\ \vartheta_0 &= 20^\circ\text{C} && \text{Referenztemperatur} \\ \alpha &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} && \text{Temperaturkoeffizient} \end{aligned}$$

beschreiben wird. Ausserdem gilt $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$.

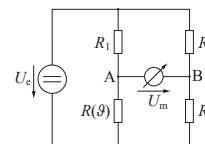


Fig. 3: Brückenschaltung zur Temperaturmessung.

- Geben Sie zunächst die Spannung $U_{R\vartheta}$ und die Leistung $P_{R\vartheta}$ am Widerstand $R(\vartheta)$ algebraisch als Funktion von U_e an. Bei welcher Temperatur tritt an $R(\vartheta)$ die höchste Verlustleistung auf und welchen Wert weist $R(\vartheta)$ bei dieser Temperatur auf? Bestimmen Sie die Spannung U_e so, dass die im Messbereich maximal auftretende Verlustleistung am Messwiderstand $R(\vartheta)$ den Wert $P_{\text{max}} = 50 \text{ mW}$ erreicht. **(7 Pkt.)**

Für alle weiteren Teilaufgaben gelte nun $U_e = 12 \text{ V}$.

- Das Spannungsmessinstrument soll bei einer Temperatur von $\vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$ einen Wert von $U_0 = 0 \text{ V}$ anzeigen. Gleichzeitig soll die Verlustleistung der beiden Widerstände R_2 und R_3 zusammen einen Wert von $P_{(R_2, R_3)} = 10 \text{ mW}$ nicht überschreiten ($P_{R_2} + P_{R_3} = 10 \text{ mW}$). Berechnen Sie R_2 und R_3 . **(6 Pkt.)**

Verwenden Sie für die folgende Teilaufgabe $R_2 = 22737 \Omega$ und $R_3 = 20463 \Omega$.

- Die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 weisen bauartbedingt jeweils eine Toleranz von $\pm 1\%$ auf. Wie gross ist der maximal auftretende Temperaturmessfehler aufgrund dieser Widerstandstoleranz und bei welcher Temperatur tritt dieser auf? Beachten Sie, dass alle Widerstände gleichzeitig Abweichungen aufweisen können. **(7 Pkt.)**

Aufgabe 5.9 Induktivitätsberechnung

Die beiden Außenschenkel des aus Ferritmaterial (Permeabilitätszahl μ_r) bestehenden Kerns besitzen die Querschnittsfläche A und die effektive Weglänge l_A . Der Mittelschenkel besitzt die Querschnittsfläche $2A$ und die effektive Weglänge l_M . Aus dem Mittelschenkel wird ein Teil des Ferritmaterials entfernt, sodass ein Luftspalt der Länge l_g entsteht.

Auf dem Kern befinden sich drei in Reihe geschaltete Wicklungen mit den Windungszahlen N_1 , N_2 und N_3 . Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die magnetische Flussdichte \vec{B} homogen über den Kernquerschnitt verteilt ist. Der Streufluss beim Luftspalt wird vernachlässigt, sodass für den Luftspalt der gleiche Querschnitt wie für den Mittelschenkel angenommen werden kann.

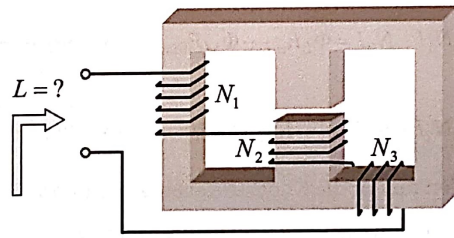


Abbildung 1: Permeabler Kern mit Luftspalt

1. Erstellen Sie ein vollständiges magnetisches Ersatzschaltbild.
2. Berechnen Sie die Flüsse Φ_L und Φ_R durch den linken und den rechten Schenkel sowie Φ_M durch den Mittelschenkel.
3. Berechnen Sie die Induktivität der Anordnung in Abhängigkeit von den gegebenen Parametern.