

KPB - ITS

EVALUASI AKHIR SEMESTER BERSAMA GASAL 2023/2024

Mata Kuliah/SKS : Kalkulus 1 (SM234101) / 3 SKS
Hari, Tanggal : Selasa, 12 Desember 2023
Waktu : 11.00-12.40 WIB (100 menit)
Sifat : Tertutup
Kelas : 38-43, 60

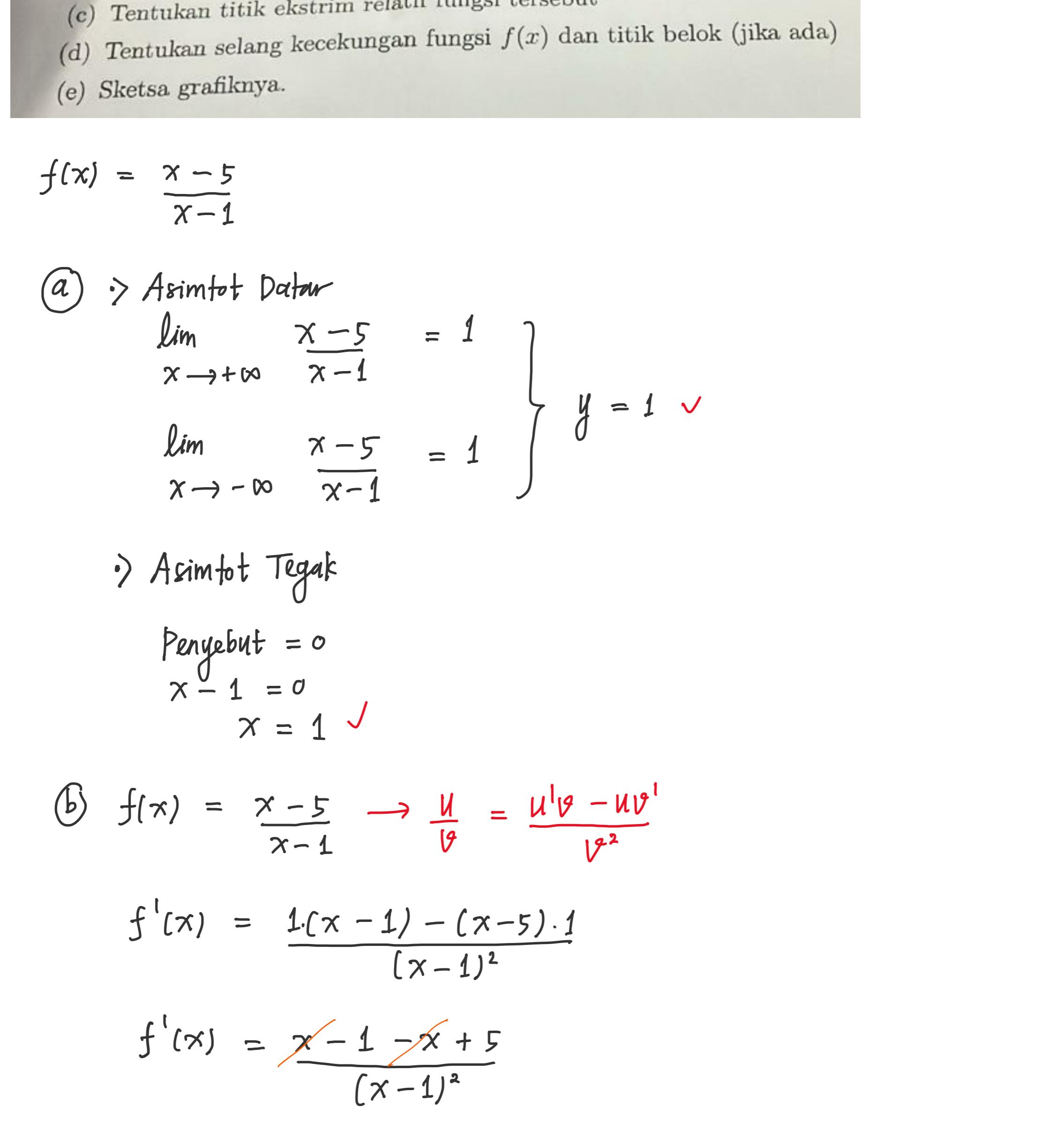
Periksa 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh dikerjakan tidak berurutan.

Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawaban Anda.

DILARANG MEMBAWA/MENGUNAKAN KALKULATOR DAN ALAT KOMUNIKASI
DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SELAMA UJIAN

"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik."

1. Papan kayu dengan panjang 15 m bersandar di tembok. Jika suatu saat bagian papan 3 m dari tembok dan ditekan ke tembok dengan laju 9 m/detik. Seberapa cepatkah bertambahnya sudut lancip yang dibuat papan tersebut dengan tanah?



Perhatikan segitiga siku-siku

Note: saat $x = 3$, $\sin \theta = ?$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{x}{15} \\ \Rightarrow \frac{d}{dt} [\cos \theta] &= \frac{d}{dt} \left[\frac{x}{15} \right] \\ -\sin \theta \cdot \frac{dx}{dt} &= \frac{1}{15} \cdot \frac{dx}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{-\sin \theta \cdot 15} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{1}{-\frac{6\sqrt{6}}{15} \cdot 15} \cdot (-9) \\ &= \frac{g}{6\sqrt{6}} \\ &= \frac{3}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{3}{12} \sqrt{6} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{6} \text{ derajat/det} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{Diagram: } \begin{array}{c} \text{triangle} \\ \text{hypotenuse: 15} \\ \text{vertical leg: 3} \\ \text{angle: } \theta \end{array} \\ &\Rightarrow \sqrt{15^2 - 3^2} = \sqrt{225 - 9} \\ &= \sqrt{216} \\ &= \sqrt{36 \times 6} \\ &= 6\sqrt{6} \\ &\text{maka } \sin \theta = \frac{6\sqrt{6}}{15} \end{aligned}$$

2. Diberikan fungsi $f(x) = \frac{x-5}{x-1}$.

- (a) Tentukan asimtot datar dan tegaknya (jika ada).
(b) Tentukan selang dimana fungsi $f(x)$ naik atau turun
(c) Tentukan titik ekstrim relatif fungsi tersebut
(d) Tentukan selang kecekungan fungsi $f(x)$ dan titik belok (jika ada)
(e) Sketsa grafiknya.

$$f(x) = \frac{x-5}{x-1}$$

(a) \Rightarrow Asimtot Datar

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-5}{x-1} &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-5}{x-1} &= 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} y = 1 \\ \end{array} \right\} \quad \text{y = 1} \quad \checkmark$$

\Rightarrow Asimtot Tegak

$$\begin{aligned} \text{Penyebut} &= 0 \\ x-1 &= 0 \\ x &= 1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad f(x) = \frac{x-5}{x-1} \rightarrow \frac{u}{v} = \frac{u^{1/2} - uv^{1/2}}{v^{2/2}}$$

$$f'(x) = \frac{1(x-1) - (x-5) \cdot 1}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x-1 - x+5}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f'(x) = \frac{4}{(x-1)^2}$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

(c) Dari hasil (a), $f(x)$ tidak dapat difiturkan di $x = 1$, dan juga $x = 1$ adalah asimtot tegak.

$$\text{Untuk } x = 1, \text{ maka } y = f(0)$$

$$= \frac{1-5}{1-1} = \frac{-4}{0} = \frac{-4}{0} \rightarrow \text{tidak terdefinisi}$$

$$\text{Jadi } f \text{ tidak mempunyai titik ekstrim relatif.}$$

$x = 1 \rightarrow$ bukan maksimum relatif dan bukan minimum relatif

$$(d) f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3} = 4(x-1)^{-2}$$

$$f''(x) = 4 \cdot -2(x-1)^{-3}$$

$$f''(x) = \frac{-8}{(x-1)^3}$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f''(x) = \frac{-8}{(x-1)^3}$$

$$\text{cekung keatas : } (-\infty, 1) \quad \checkmark$$

$$\text{cekung kebawah : } (1, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\text{Karena } x = 1 \text{ adalah asimtot tegak, maka } f \text{ tidak mempunyai titik belok.}$$

(e) Sketsa Grafik :

$$f(x) = \frac{x-5}{x-1}$$

$$\Rightarrow \text{Titik potong thd sb. } x, \text{ maka } y = 0.$$

$$\begin{cases} x-5 = 0 \\ x-1 = 0 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} (5, 0) \\ \end{array} \right\} \quad (5, 0) \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \text{Titik potong thd sb. } y, \text{ maka } x = 0$$

$$y = f(0) = \frac{0-5}{0-1} = \frac{-5}{-1} = 5$$

$$(0, 5) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(0) = 5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(5) = -5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f'(1) = \frac{4}{(1-1)^2}$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f''(1) = \frac{-8}{(1-1)^3}$$

$$\text{cekung keatas : } (-\infty, 1) \quad \checkmark$$

$$\text{cekung kebawah : } (1, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\text{Karena } x = 1 \text{ adalah asimtot tegak, maka } f \text{ tidak mempunyai titik belok.}$$

$$\text{Uji titik ke } f(1) = 1$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(5) = -5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(-\infty) = -\infty$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(+\infty) = +\infty$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(0) = 5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(5) = -5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(0) = 5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(5) = -5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(0) = 5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(5) = -5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(0) = 5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak

$$\text{Uji titik ke } f(5) = -5$$

$$f \text{ naik : } (-\infty, +\infty) \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{c} + \\ \hline 1 \\ + \end{array}$$

Note: nilai x yang diplotting adalah asimtot tegak</p