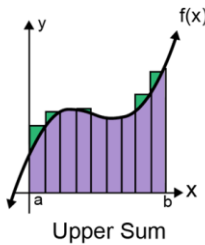
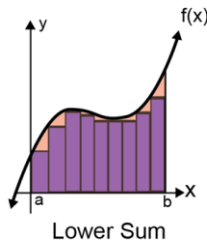
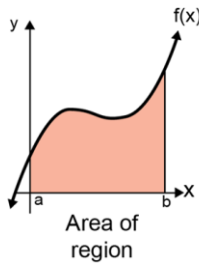


Misal: $u = 4 - x^2$; $du = -2x dx \rightarrow dx = \frac{du}{-2x}$

$$\int x\sqrt{4-x^2}dx = \int \cancel{x\sqrt{4-x^2}} \cdot \frac{du}{-2\cancel{x}} = -\frac{1}{2} \int u^{1/2} du$$



Integral

Daryono Budi Utomo

Bab 8 Integral

- ✓ 8.1 Integral sebagai Anti Turunan
- ✓ 8.2 Rumus dan Sifat-sifat Integral
- ✓ 8.3 Integral Dengan Substitusi
- ✓ 8.4 Luas Sebagai Limit
- ✓ 8.5 Hampiran Numerik Untuk Luas
- 8.6 Integral Tertentu
- 8.7 Integral tertentu sebagai Luasan
- 8.8 Integral Teretentu Dengan Substitusi

8.1 Integral sebagai anti turunan

▪ Pengertian Integral

Pada bab sebelumnya telah dipelajari turunan dari $y = f(x)$, perhatikan contoh dibawah ini:

$$1. y = x^3 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2$$

$$2. y = x^3 + 5 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2$$

$$3. y = x^3 - 2 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2$$

Untuk mendapatkan $y = f(x)$ dilakukan pengintegralan dari $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ yang dinyatakan sebagai berikut:

$$y = \int 3x^2 dx = x^3 + c, \quad c = \text{konstanta}$$

$$1. c = 0 \text{ didapat: } y = x^3$$

$$2. c = 5 \text{ didapat: } y = x^3 + 5$$

$$3. c = -2 \text{ didapat: } y = x^3 - 2$$

Secara umum, hasil integral selalu diberi tambahan nilai c untuk mewakili nilai konstanta dari $y = f(x)$

Dari contoh, pengertian integral adalah anti turunan artinya turunan dari $y = f(x)$ yaitu $\frac{dy}{dx} = f'(x)$. Untuk mendapatkan kembali $y = f(x)$, hasil turunan fungsi yaitu: $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ di integral

Jadi:

$$\text{Jika } y = f(x) \rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(x), \text{ maka } y = \int f'(x) dx = f(x) + c$$

$$y = f(x) \rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(x) ; dy = f'(x) dx ; \int dy = \int f'(x) dx \rightarrow y + c_1 = f(x) + c_2$$

$$y = f(x) + c ; c = c_2 - c_1$$

▪ Grafik Integral

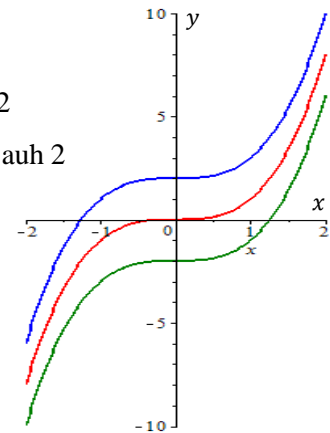
$$\text{Hasil } y = \int 3x^2 dx = x^3 + c,$$

Grafik integral digambarkan dengan mengganti nilai c ,

- ✓ $c = 0, y = x^3$
- ✓ $c = 2, y = x^3 + 2$ grafik $y = x^3$ digeser **keatas** sejauh 2
- ✓ $c = -2, y = x^3 - 2$ grafik $y = x^3$ digeser **kebawah** sejauh 2

Pada Gambar grafik

- Kurva warna merah adalah grafik dari $y = x^3$
- Kurva warna biru adalah grafik dari $y = x^3 + 2$
- Kurva warna hijau adalah grafik dari $y = x^3 - 2$



8.2 Rumus dan Siat-Sifat Integral

▪ Rumus Integral

$$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + c, \quad n \neq -1$$

Bagaimana jika $n = 0$,

$$\int ax^0 dx = \int a dx = \frac{a}{0+1} x^{0+1} + c = ax + c$$

Bagaimana jika $n = -1$, jika digunakan rumus maka terjadi pembagian oleh bilangan 0 tidak boleh, untuk masalah ini akan dipelajari pada Matematika 2

Contoh 1.

- a. $\int 2x^5 dx = \frac{2}{5+1} x^{5+1} + c = \frac{1}{3} x^6 + c$
- b. $\int 3\sqrt{x} dx = \int 3x^{1/2} dx = \frac{3}{1+1/2} x^{1/2+1} + c = \frac{2}{3} x^{3/2} + c$
- c. $\int \frac{2}{x^3} dx = \int 2x^{-3} dx = \frac{2}{-3+1} x^{-3+1} + c = -x^{-2} + c = -\frac{1}{x^2} + c$

▪ Sifat – sifat integral

1. $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$; $k = \text{konstanta}$
2. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
3. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

Contoh 2

$$\begin{aligned}
 \int \left(2x^4 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} \right) dx &= \int 2x^4 dx - \int 2x^{-\frac{1}{2}} dx + \int x^{-2} dx \\
 &= \frac{2}{4+1} x^{4+1} + c_1 - \frac{2}{-\frac{1}{2}+1} x^{-\frac{1}{2}+1} + c_2 + \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + c_3 \\
 &= \frac{2}{5} x^5 - 4x^{\frac{1}{2}} - x^{-1} + c ; c = c_1 + c_2 + c_3
 \end{aligned}$$

Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

7

▪ Rumus Integral Trigonometri

Rumus integral trigonometri dicari dengan menggunakan turunan fungsi trigonometri sebagai berikut:

1. $y = \sin x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos x$; $\int \cos x dx = \sin x + c$
2. $y = \cos x \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\sin x$; $\int \sin x dx = -\cos x + c$
3. $y = \tan x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \sec^2 x$; $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$
4. $y = \cot x \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\operatorname{cosec}^2 x$; $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$
5. $y = \sec x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \tan x \sec x$; $\int \tan x \sec x dx = \sec x + c$
6. $y = \operatorname{cosec} x \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\cot x \operatorname{cosec} x$; $\int \cot x \operatorname{cosec} x dx = -\operatorname{cosec} x + c$

Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

8

Contoh 3

$$a. \int \sin x \operatorname{cosec} x \, dx = \int \sin x \frac{1}{\sin x} \, dx = \int 1 \, dx = x + c$$

$$b. \int \tan t \cos t \, dt = \int \frac{\sin t}{\cos t} \cos t \, dt = \int \sin t \, dt = -\cos t + c$$

$$c. \int \tan^2 \theta \, d\theta = \int (\sec^2 \theta - 1) \, d\theta = \int \sec^2 \theta \, d\theta - \int d\theta = \tan \theta - \theta + c$$

$$d. \int \tan t \cot t \, dt = \int \frac{\sin t}{\cos t} \frac{\cos t}{\sin t} \, dt = \int dt = t + c$$

$$e. \int \frac{\tan \theta}{\cos \theta} \, d\theta = \int \tan \theta \sec \theta \, d\theta = \sec \theta + c$$

8.3 Integral Dengan Substitusi

Integral dengan substitusi menyederhanakan bentuk integral, pemisalan diambil bagian yang membuat integral sulit setelah pemisalan disubstitusikan integral menjadi mudah dengan menggunakan rumus dasar.

Contoh 4

$$\int \cos(5x) \, dx =$$

Tidak dalam bentuk rumus dasar $\int \sin x \, dx$, untuk itu dibuat bentuk dasar dengan pemisalan yang mengarah ke bentuk dasar

Misal: $t = 5x$; $dt = 5 \, dx$

Teknik substitusi,

pada soal dx diganti $5 \, dx \frac{1}{5}$ dengan tujuan akan diganti dengan dt

$$\int \cos 5x \, dx = \int \cos(5x) 5 \, dx \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \int \cos t \, dt = \frac{1}{5} \sin t + c = \frac{1}{5} \sin(5x) + c$$

Contoh 5.

$$\int x\sqrt{4-x^2} dx =$$

Bentuk yang membuat integral sulit adalah nilai didalam akar, maka:

Misal: $u = 4 - x^2$; $du = -2x dx$

Teknik substitusi:

Pada soal $x dx$ diganti $-2x dx \left(-\frac{1}{2}\right)$ dengan tujuan akan diganti dengan du

$$\begin{aligned}\int x\sqrt{4-x^2} dx &= \int \sqrt{4-x^2}(-2x dx) \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} du = -\frac{1}{2} \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + c \\ &= -\frac{1}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} + c = -\frac{1}{3} (4-x^2)\sqrt{4-x^2} + c\end{aligned}$$

Contoh 6.

$$\int \cos^3 \theta \sin \theta d\theta =$$

Bentuk yang membuat integral sulit adalah bentuk $\cos^3 \theta$, maka:

Misal: $t = \cos \theta$; $dt = -\sin \theta d\theta$

Teknik substitusi

Pada soal $\sin \theta d\theta$ diganti $-\sin \theta d\theta(-1)$ dengan tujuan akan diganti dengan dt

$$\begin{aligned}\int \cos^3 \theta \sin \theta d\theta &= \int \cos^3 \theta (-\sin \theta d\theta)(-1) = -\int t^3 dt \\ &= -\frac{1}{4} t^4 + c = -\frac{1}{4} \cos^4 \theta + c\end{aligned}$$

$$y = -\frac{1}{4} \cos^4 \theta + c \rightarrow \frac{dy}{d\theta} = -\frac{1}{4} (4 \cos^3 \theta) (-\sin \theta) = \cos^3 \theta \sin \theta$$

Contoh yang salah.

$$\int \cos^3 \theta \sin \theta \, d\theta =$$

Bentuk yang membuat integral sulit adalah bentuk $\cos^3 \theta$, maka:

Misal:

$$t = \cos \theta ; dt = -\sin \theta \, d\theta \rightarrow d\theta = \frac{dt}{-\sin \theta}$$

Teknik substitusi

$$\int \cos^3 \theta \sin \theta \, d\theta = \int \cos^3 \theta \sin \theta \frac{dt}{-\sin \theta} = - \int t^3 \, dt$$

Peubah dalam integral hanya boleh satu peubah

Contoh 7.

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} \, dx =$$

Bentuk yang membuat integral sulit adalah nilai didalam akar, maka:

$$\text{Misal: } u = 9 - x^2 ; du = -2x \, dx$$

Teknik substitusi:

Pada soal $x \, dx$ diganti $-2x \, dx \left(-\frac{1}{2}\right)$ dengan tujuan akan diganti dengan du

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} \, dx = \int \frac{x^2(-2x \, dx) \left(-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{9-x^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{x^2 \, du}{\sqrt{u}} \quad (\text{salah})$$

Mengapa ?

Karena didalam integral ada 2 peubah x dan u

Apabila disubstitusikan, masih ada peubah x^2 (tidak bisa menjadi peubah u) untuk itu pemisalan: $u = 9 - x^2$ diubah: $x^2 = 9 - u$

$$\begin{aligned}
 \int \frac{x^3}{\sqrt{9-x^2}} dx &= \int \frac{x^2(-2x dx) \left(-\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{9-x^2}} = -\frac{1}{2} \int \frac{(9-u)du}{\sqrt{u}} \\
 &= -\frac{1}{2} \int (9-u)u^{-\frac{1}{2}} du = -\frac{1}{2} \int (9u^{-1/2} - u^{1/2}) du \\
 &= -\frac{1}{2} \left(9 \cdot 2 u^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right) + c = \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} - 9u^{\frac{1}{2}} + c \\
 &= \frac{1}{2} (9-x^2)^{\frac{3}{2}} - 9\sqrt{9-x^2} + c
 \end{aligned}$$

Langkah yang sering dilakukan dan **SALAH**

$$\int x\sqrt{4-x^2} dx =$$

Misal:

$$\begin{aligned}
 u &= 4 - x^2 ; du = -2x dx \rightarrow dx = \frac{du}{-2x} \\
 \int x\sqrt{4-x^2} dx &= \int x\sqrt{4-x^2} \frac{du}{-2x} = -\frac{1}{2} \int u^{1/2} du
 \end{aligned}$$

SALAH, Mengapa?

Karena peubah x dan u jadi satu dalam integral, seharusnya hanya satu peubah

Seharusnya gunakan teknik cara mengubah sebagai berikut:

$$\int x\sqrt{4-x^2}dx =$$

Misal:

$$u = 4 - x^2 ; du = -2x dx$$

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{4-x^2}dx &= \int \sqrt{4-x^2} x dx = \int \underbrace{\sqrt{4-x^2}}_{u^{1/2}} \underbrace{(-2x) dx}_{du} \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{2} \int u^{1/2} du \\ &= -\frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} u^{3/2} \right) + c \\ &= -\frac{1}{3} \left(\sqrt{4-x^2} \right)^{3/2} + c \end{aligned}$$

Langkah yang sering dilakukan dan **SALAH**

$$\int \sin^2 3t \cos 3t dt =$$

Misal:

$$u = \sin 3t ; du = 3 \cos 3t dt \rightarrow dt = \frac{du}{3 \cos 3t}$$

$$\int \sin^2 3t \cos 3t dt = \int \sin^2 3t \cos 3t \frac{du}{\cos 3t} = -\frac{1}{2} \int u^{1/2} du$$

SALAH, Mengapa?

Karena peubah t dan u jadi satu dalam integral, seharusnya hanya satu peubah

Seharusnya gunakan teknik cara mengubah sebagai berikut:

$$\int \sin^2 3t \cos 3t \, dt =$$

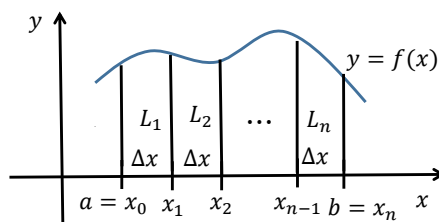
Misal:

$$u = \sin 3t ; \, du = 3 \cos 3t \, dt \rightarrow \cos 3t \, dt = \frac{1}{3} du$$

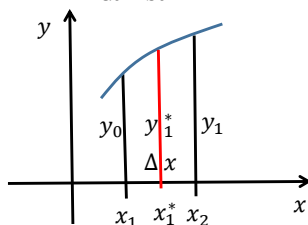
$$\begin{aligned} \int \sin^2 3t \cos 3t \, dt &= \int \sin^2 3t \cdot 3 \cos 3t \, dt \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{3} \int u^2 du \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} u^3 \right) + c = \frac{1}{9} \sin^3 3t + c \end{aligned}$$

8.4 Luas Sebagai Limit

Perhatikan berikut:



Gambar 1



Gambar 2

Luas bidang datar dibawah kurva $y = f(x)$ dengan $a \leq x \leq b$ dibagi n pias (Gambar 1).

$$\text{Lebar pias: } \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

Luas bidang datar adalah :

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n = \sum_{k=1}^n L_k$$

Ambil satu pias (Gambar 2) jika luas pias dianggap persegi panjang maka luas satu pias $L = p \times l$.

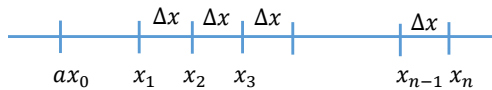
Berkaitan dengan panjang (y) ada tiga jenis yaitu:

- Luas tepi kiri $L_1 = y_0 \Delta x$
- Luas tepi kanan $L_1 = y_1 \Delta x$
- Luas titik tengah $L_1 = y_1^* \Delta x$ dengan $y_1^* = \frac{y_1 + y_2}{2}$

Panjang dari:

- Titik ujung kiri $y_0 = f(x_0) ; y_1 = f(x_1) \dots y_{n-1} = f(x_{n-1})$
- Titik ujung kanan $y_1 = f(x_1) ; y_2 = f(x_2) \dots y_n = f(x_n)$
- Titik tengah $y_1 = f(x_1^*) ; y_2 = f(x_2^*) \dots y_n = f(x_n^*) ; x_k^* = \frac{1}{2}(x_{k-1} + x_k)$

Menentukan nilai x_i



Nilai titik x untuk $k = 1, 2, 3, \dots$ dari :

- Ujung kiri $x_k^* = x_{k-1} = a + (k-1)\Delta x$
- Ujung kanan $x_k^* = x_k = a + k\Delta x$
- Titik Tengah $x_k^* = \frac{1}{2}(x_{k-1} + x_k)$
 $= a + \left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta x$

Untuk : $\Delta x = \frac{b-a}{n} ; \Delta x \rightarrow 0, n \rightarrow +\infty$

Luas bidang datar adalah :

$$L = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_k^*) \Delta x \text{ atau } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n f(x_k^*) \left(\frac{b-a}{n}\right)$$

Jumlah Deret

1. $\sum_{k=1}^n a = a + a + a + \dots + a = na ; a = \text{konstanta}$
2. $\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{n(n+1)}{2}$
3. $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
4. $\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

Contoh

Tentukan luas bidang datar $y = 2x + 1$ yang dibatasi oleh sumbu x , $x = 1$ dan $x = 3$ dengan menggunakan titik ujung kiri

Jawab

Bagi bidang datar sebanyak n pias

$$\Delta x = \frac{3-1}{n} = \frac{2}{n} ; \text{ Titik ujung kiri : } x_k^* = x_{k-1} = a + (k-1)\Delta x = 1 + (k-1)\frac{2}{n} = 1 + \frac{2k}{n} - \frac{2}{n}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (2x_k^* + 1)\Delta x &= \sum_{k=1}^n \left(2 \left(1 + \frac{2k}{n} - \frac{2}{n} \right) + 1 \right) \frac{2}{n} = \sum_{k=1}^n \left(3 + \frac{4k}{n} - \frac{4}{n} \right) \frac{2}{n} \\ &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{6}{n} + \frac{8k}{n^2} - \frac{8}{n^2} \right) = 6 + \frac{8}{n^2} \frac{n(n+1)}{2} - \frac{8}{n^2} = 6 + 4 + \frac{4}{n^2} - \frac{8}{n^2} = 10 - \frac{4}{n^2} \end{aligned}$$

$$L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n f(x_k^*) \left(\frac{b-a}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(10 - \frac{4}{n^2} \right) = 10$$

Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

23

Contoh

Tentukan luas bidang datar $y = 3x^2 - 1$ yang dibatasi oleh sumbu x , $x = 1$ dan $x = 2$ dengan menggunakan titik ujung kanan

Jawab

Bagi bidang datar sebanyak n pias

$$\Delta x = \frac{2-1}{n} = \frac{1}{n} ; \text{ Titik ujung kanan : } x_k^* = x_k = a + k\Delta x = 1 + \frac{k}{n}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (3(x_k^*)^2 - 1)\Delta x &= \sum_{k=1}^n \left(3 \left(1 + \frac{k}{n} \right)^2 - 1 \right) \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^n \left(3 \left(1 + \frac{2k}{n} + \frac{k^2}{n^2} \right) - 1 \right) \frac{1}{n} \\ &= \sum_{k=1}^n \left(\left(3 + \frac{6k}{n} + \frac{3k^2}{n^2} \right) - 1 \right) \frac{1}{n} = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n 1 + \frac{6}{n^2} \sum_{k=1}^n k + \frac{3}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{n} \cdot n + \frac{6}{n^2} \frac{n(n+1)}{2} + \frac{3}{n^3} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 2 + 3 + \frac{3}{n} + 1 + \frac{3}{2n} + \frac{1}{2n^2} = 6 + \frac{3}{2n} + \frac{1}{2n^2}$$

Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

24

Luas bidang datar:

$$L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n f(x_k^*) \left(\frac{b-a}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(6 + \frac{3}{2n} + \frac{1}{2n^2} \right) = 6$$

8.5 Hampiran Numerik Untuk Luas

Pada luas sebagai limit $\Delta x \rightarrow 0$ atau $n \rightarrow +\infty$ yang penghitungannya rumit, apalagi untuk fungsi yang bukan polinomial tambah rumit. Metoda lain untuk menghitung luas dengan menggunakan pendekatan numerik yang hasil perhitungan merupakan pendekatan.

Metoda ini rumus yang digunakan sama dengan Luas sebagai limit bedanya adalah banyaknya pias terhitung, pengambilan **besar Δx tidak harus sama**

Contoh

Tentukan luas bidang datar $y = 3x^2 - 1$ yang dibatasi oleh sumbu x , $x = 1$ dan $x = 2$ dengan $n = 10$ menggunakan titik ujung kiri, kanan dan titik tengah

Jawab

$\Delta x = \frac{2-1}{10} = 0,1$, buat tabel untuk ketiga metoda sebagai berikut:

Pias ke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x_i	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$f(x_i) = 3x^2 - 1$	2,0	2,63	3,32	4,07	4,88	5,75	6,68	7,67	8,72	9,83	11

Luas ujung kiri

$$L = \sum_{k=1}^{10} (3(x_k^*)^2 - 1)\Delta x = (2,00 + 2,63 + 3,32 + \dots + 9,83)(0,2) = (55,55)(0,1) = 5,555$$

Luas ujung kanan

$$L = \sum_{k=1}^{10} (3(x_k^*)^2 - 1)\Delta x = (2,00 + 2,63 + 3,32 + \dots + 9,83)(0,1) = (64,55)(0,1) = 6,455$$

Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

27



Untuk Luas titik tengah: $\bar{x}_i = \frac{x_1 + x_{i+1}}{2}$

Buat tabel sebagai berikut:

Pias ke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	1,05	1,15	1,25	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75	1,85	1,95
$f(x_i) = 2x_i + 1$	2,3075	2,9675	3,6875	4,4675	5,3075	6,2075	7,1675	8,1875	9,2675	10,4075

$$L = \sum_{k=1}^{10} (3(x_k^*)^2 - 1)\Delta x = (2,3075 + 2,9675 + \dots + 10,4075)(0,1) = (59,975)(0,1) = 5,9975$$

Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

28

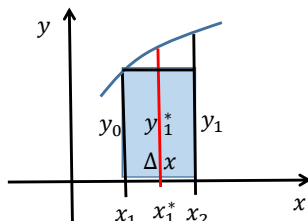
Analisis

Hasil eksak $L = 6$ (Metoda luasan sebagai limit)

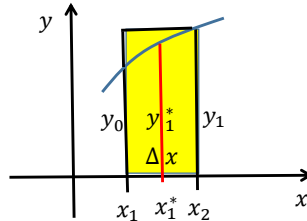
$y = 3x^2 - 1$ untuk $x = 1$ sampai dengan $x = 2$ adalah fungsi naik,

Luas bidang datar dianggap persegi panjang

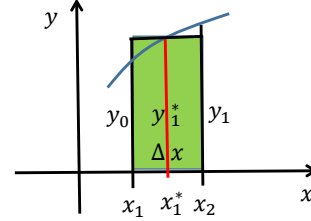
- Metode ujung kiri hasil pendekatan < 6 , panjang lebih pendek maka luas bidang datar kurang dari luas sebenarnya (Gambar 1)
- Metode ujung kanan hasil pendekatan > 6 , ada daerah yang terhitung (Gambar 2)
- Metode titik tengah hasil pendekatan ≈ 6 , ada yang kurang tapi ada yang lebih (Gambar 3)



Gambar 1 Luas Ujung kiri



Gambar 2 Luas ujung kanan



Gambar 3 Luas titik tengah

Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

29

*Bersambung ...
ke Integral tertentu*



Daryono, Matematika 1: Bab 8 Integral

30