

EVALUASI TENGAH SEMESTER BERSAMA GAS.

Mata Kuliah/SKS : Kalkulus 1 (SM234101) /
 Hari, Tanggal : Senin, 16 Oktober 2023
 Waktu : 11.00-12.40 WIB (100 menit)
 Sifat : Tertutup
 Kelas : 31-37

Diberikan 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh

Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawab

DILARANG MEMBAWA/MENGGUNAKAN KALKULATOR DAN

DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SAMA

"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik"

1. Dapatkan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan

$$\frac{x-1}{2-x} \geq \frac{x+1}{x+2}$$

$$\begin{aligned} \boxed{1} \quad & \frac{x-1}{2-x} - \frac{x+1}{x+2} \geq 0 \\ & \frac{(x-1)(x+2) - (x+1)(2-x)}{(2-x)(x+2)} \geq 0 \\ & \frac{x^2 + x - 2 - (-x^2 + x + 2)}{(2-x)(x+2)} \geq 0 \\ & \frac{2x^2 - 4}{(2-x)(x+2)} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Pembilang : } 2x^2 - 4 = 0 ; \text{ Penyebut : } (2-x)(x+2) \neq 0 \\ 2(x^2 - 2) = 0 \quad x \neq 2 \text{ ; } x \neq -2 \\ 2(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 0 \\ x = -\sqrt{2} ; x = \sqrt{2}$$

$$- \frac{\boxed{-} / / + \boxed{-}}{-2} - \frac{\boxed{-} / / + \boxed{-}}{-\sqrt{2}} - \frac{\boxed{-} / / + \boxed{-}}{\sqrt{2}} - \frac{\boxed{-}}{2}$$

$$\text{Himpunan penyelesaian : } x : [-2, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2)$$

2. Diketahui $f(x) = \sqrt{x+1}$ dan $g(x) = \sqrt{4-x^2}$.

- (a) Dapatkan domain f dan g .
 (b) Dapatkan $(g \circ f)(x)$ beserta domainnya.

$$\boxed{2} \quad a). \quad (i). \quad f(x) = \sqrt{x+1} \quad (ii). \quad g(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$\begin{aligned} x+1 &\geq 0 \\ x &\geq -1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 4-x^2 &\geq 0 \\ -2 &\leq x \leq 2 \end{aligned}$$

$$D_f : [-1, +\infty) \quad D_g : [-2, 2]$$

$$\begin{aligned} b). \quad (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(\sqrt{x+1}) \\ &= \sqrt{4 - (\sqrt{x+1})^2} \\ &= \sqrt{4 - (x+1)} \\ &= \sqrt{3-x} \end{aligned}$$

$$D_{g \circ f} = \{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \}$$

$$\begin{aligned} x \in D_f &= [-1, +\infty), \quad f(x) = \sqrt{x+1} \\ &\downarrow \\ R_f &= [0, +\infty) \end{aligned}$$

Apakah $R_f = [0, +\infty)$ seluruhnya berada dalam $D_g = [-2, 2]$? Tidak

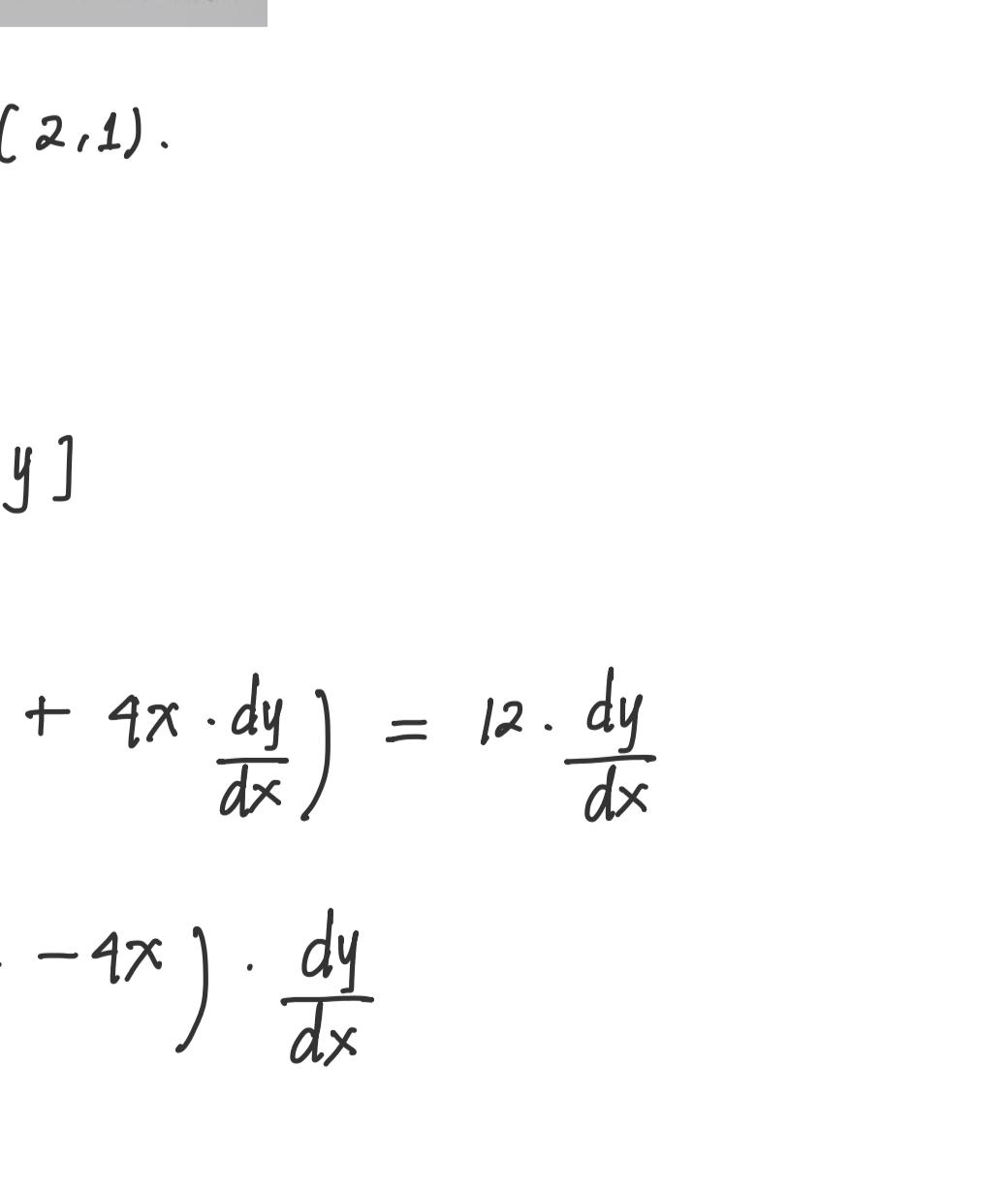
$(x, +\infty) \in R_f$ tidak berada dalam D_g ,

maka buang $x \in D_f$ yang menghasilkan $R_f : (2, +\infty)$

$\underbrace{(1, +\infty)}$ harus dibuang dari D_f

$$\text{Jadi } D_{g \circ f} = D_f - (1, +\infty)$$

$$= [-1, 1]$$



Agar f punya invers, maka f harus

fungsi satu-satu, jadi diambil

$$D_f : [0, 2]$$

Jadi nilai $a = 0$.

$$D_f : [0, 2]$$

$$b). \quad y = 2 + \sqrt{4-x^2}$$

|| tukar variabel

$$x = 2 + \sqrt{4-y^2}$$

$$x-2 = \sqrt{4-y^2}$$

$$(x-2)^2 = 4 - y^2$$

$$y^2 = 4 - (x-2)^2$$

$$y = \sqrt{4 - (x-2)^2}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{4 - (x-2)^2} ; D_{f^{-1}} = [2, 4]$$

- c). $y = 2 + \sqrt{4-x^2}$

$$f(x) \rightarrow \text{setengah lingkaran atas}$$

$$4 - x^2 \geq 0$$

$$-2 \leq x \leq 2$$

$$D_f : [-2, 2]$$

$$y = 2 + \sqrt{4-x^2}$$

$$(y-2)^2 = 4 - x^2$$

$$x^2 + (y-2)^2 = 4$$

lingkaran $P(0,2)$; $r=2$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{4 - (x-2)^2}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{4 - (x-2)^2}$$