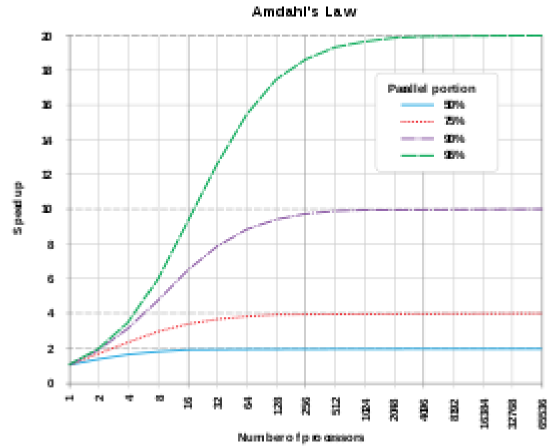
WIKIPÉDIA

Lei de Amdahl

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

A **lei de Amdahl**, também conhecida como **argumento de Amdahl**,[1] é usada para encontrar a máxima melhora esperada para um sistema em geral quando apenas uma única parte do mesmo é melhorada. Isto é frequentemente usado em computação paralela para prever o máximo speedup teórico usando múltiplos processadores. A lei possui o nome do Arquiteto computacional Gene Amdahl, e foi apresentada a AFIPS na Conferência Conjunta de Informática na primavera de 1967.



O speedup de um programa usando múltiplos processadores em computação paralela é limitado pela fração sequencial do programa. Por exemplo, se 95% do programa pode ser paralelo, teoricamente o speedup máximo usando computação paralela seria 20× como apresentado no diagrama, não importando quantos processadores estão sendo usados.

O speedup de um programa usando múltiplos processadores em computação paralela é limitado pelo tempo necessário para a fração sequencial de um programa. Por exemplo, se o programa precisa de 20 horas usando um único núcleo de processamento, e a parte específica de um programa que demora uma hora para executar não pode ser paralelizado, enquanto as 19 horas restantes (95%) do tempo da execução pode ser paralelizado, independente de quantos processadores são dedicados a execução paralela deste programa, o tempo de execução mínima não pode ser menor que aquela crítica uma hora. Por isso o aumento de velocidade é limitado em no máximo 20x.

Índice

Ligações externas

Speedup

Speedup pode ser definido como a relação entre o tempo gasto para executar uma tarefa com um único processador e o tempo gasto com N processadores, ou seja, Speedup é a Medida do ganho em tempo.

$$S = \frac{T(1)}{T(N)}$$

Onde 'S' é o speedup e 'T'(N) é o tempo gasto para 'N' processadores

Definição

Fórmulas:

- $n \in \mathbb{N}$, o número de threads de execução,
- $B \in [0, 1]$, fração de um algoritmo estritamente serial,

O tempo $T\left(n\right)$ que um algoritmo demora para terminar a execução utilizando n thread(s) de execução, corresponde a:

$$T(n) = T(1)\left(B + \frac{1}{n}\left(1 - B\right)\right)$$

Portanto,o speedup teórico $S(n)$ que pode ser obtido pela execução de um dado algoritmo, em um sistema capaz da execução de n threads de execução, é:

$$S(n) = \frac{T\left(1\right)}{T\left(n\right)} = \frac{T\left(1\right)}{T\left(1\right)\left(B + \frac{1}{n}\left(1 - B\right)\right)} = \frac{1}{B + \frac{1}{n}\left(1 - B\right)}$$

Descrição

A Lei de Amdahl é um modelo de "speedup esperado" sobre a relação entre implementação paralelizada de um algoritmo e sua implementação sequencial, sob a suposição de que o tamanho do problema continua a ser o mesmo quando paralelizado. Por exemplo, se para um determinado problema de execução em paralelo de um algoritmo, pode ser executado apenas 12% das operações do algoritmo deste modo (enquanto os restantes 88% das operações não são paralelizável), a Lei de Amdahl afirma que o speedup máximo da versão paralelizada é 1/(1 – 0.12) = 1.136 vezes mais rápido que uma versão não paralelizada.

Mais tecnicamente, a lei se dedica ao aumento do speedup realizável com um melhoramento do cálculo que afeta a proporção "P" de um cálculo onde o melhoramento tem um speedup de “S”. (Por exemplo, se 30% do cálculo pode ser objeto de um melhoramento da velocidade, “P" será 0.3, se o melhoramento fizer a porção afetada duas vezes mais rápida, “S" será 2). A Lei de Amdahl afirma que o aumento do speedup aplicando o melhoramento será:

$$\frac{1}{(1-P)+\frac{P}{S}}=\frac{1}{(1-0.3)+\frac{0.3}{2}}=1.1765$$

Para ver como essa fórmula foi derivada, assume-se que o tempo de execução do antigo cálculo era 1, por alguma unidade de tempo. O tempo de funcionamento do novo cálculo será a duração da fração não melhorada (que é 1 – ''P"*), mais a duração da fração de tempo melhorada. O período de tempo para a parte melhorada do cálculo é a duração do tempo de execução das partes melhoradas dividida pelo speedup, ou seja "P"/"S". O speedup final é calculado pela divisão do antigo tempo de duração pelo novo tempo de duração, que é a função da fórmula acima.*

Aqui, outro exemplo, nos é dado uma tarefa sequencial que é dividido em quatro partes consecutivas: P1, P2, P3 e P4 com as porcentagens de tempo de execução começando em 11%, 18%, 23% e 48% respectivamente. Em seguida, houve a informação que P1 não é acelerado, então S1 = 1, enquanto P2 é acelerado 5x, P3 é acelerado 20x, e P4 é acelerado 1.6x. Utilizando a fórmula P1/S1 + P2/S2 + P3/S3 + P4/S4, então encontra-se uma nova execução sequencial, que é:

$$\frac{0.11}{1}+\frac{0.18}{5}+\frac{0.23}{20}+\frac{0.48}{1.6}=0.4575.$$

ou um pouco menos que ½ do tempo de execução original. Usando a fórmula $(P1/S1 + P2/S2 + P3/S3 + P4/S4)^{-1}$, o aumento de velocidade geral é 1 / 0.4575 = 2.186, ou seja, um pouco mais que o dobro da velocidade original. Note como o aumento de 20x e 5x não possui muito efeito sobre a velocidade total quando P1 (11%) não é acelerado, e P4 (48%) é acelerado apenas 1.6 vezes.

Paralelização

No caso da paralelização, a lei de Amdahl afirma que ''P" *é a proporção de um programa que pode ser feito paralelamente (i.e, benefício da paralelização), e (1 -* P*) é a proporção que não pode ser paralelizada (permanece serial), o speedup máximo que pode ser atingido usando ''N"* processadores é

$$S(N)=\frac{1}{(1-P)+\frac{P}{N}}.$$

No limite, como ''N" *tende ao infinito, o speedup máximo tende ser 1 / (1 - ''P'*). Na prática, o desempenho à relação preço cai rapidamente como *N* é aumentada uma vez que há mesmo um pequeno componente de (1 - *P*).

Como exemplo, se "P" é 90%, então (1 - "P") é 10%, e o problema pode ser acelerado por um fator máximo de 10, não interessa o quão grande o valor usado para "N". Por essa razão, computação paralela é apenas útil para qualquer pequeno número de processadores, ou problemas com valores muito grandes de "P": chamado "problemas embaraçosamente paralelos". Uma grande parte do ofício de programação paralela consiste em tentar reduzir o componente (1 - *P*) para o menor valor possível.

"*P"* pode ser estimada por meio do aumento de velocidade (*SU*) sobre um número específico de processadores (*NP*) usando:

$$P_{\text{estimated}} = \frac{\frac{1}{SU} - 1}{\frac{1}{NP} - 1}.$$

P estimado desta forma pode então ser utilizado na Lei de Amdahl para prever o aumento de velocidade para um número diferente de processadores.

Relação à lei dos rendimentos decrescentes

A lei de Amdahl é muitas vezes confundida com a lei dos rendimentos decrescentes, enquanto apenas um caso especial da aplicação da Lei de Amdahl se comporta como esta. Se alguém pega ótimamente (em termos de speed-up alcançado) o que melhorar, então verá melhorias monotonicamente decrescentes. Se, no entanto, pega algo não-ideal, depois de melhorar um componente sub-ótimo e seguir em frente para melhorar o componente não-ideal, pode-se ver um aumento no retorno. Note-se que muitas vezes é racional para melhorar um sistema numa ordem que é "não-ótima", melhorias que são mais difíceis, ou que consomem mais tempo de desenvolvimento do que os outros.

Lei de Amdahl representa a "lei de rendimentos decrescentes" se você está considerando qual ordem de retorno que você obterá adicionando mais processadores a uma máquina, se você estiver realizando uma executação em computação de tamanho fixo que vai usar todos os processadores disponíveis para a sua capacidade. Cada novo processador que você adicionar ao sistema irá aumentar menos o poder de execução do que o anterior. Cada vez que você dobrar o número de processadores a relação de aumento de velocidade vai diminuir, como a taxa de transferência total para o limite de $1/(1-P)$.

Esta análise negligencia outros gargalos potenciais, tais como banda de memória e largura de banda de I/O, se eles não se ajustarem junto ao número de processadores; no entanto, tendo em conta esses gargalos tenderia a demonstrar ainda mais os retornos decrescentes por acrescentar apenas processadores.

Speedup em um programa sequencial

O speedup máximo de um programa sequencial melhorado, onde uma parte foi acelerada p vezes, é limitada pela irregularidade.

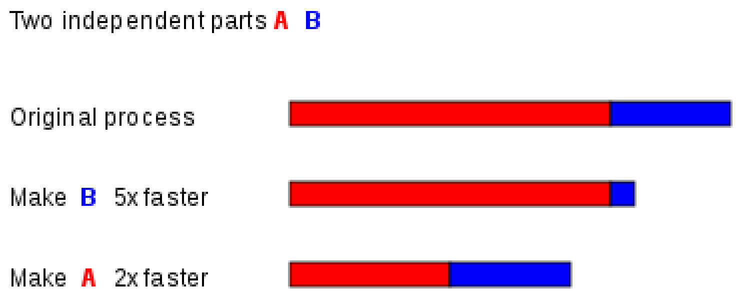
$$\text{máximo speedup} \le \frac{p}{1 + f \cdot (p-1)}$$

onde f ($0 < f < 1$) é a fração de tempo (antes do melhoramento) gasto na parte que não foi melhorada. Por exemplo (veja a figura ao lado direito):

- Se a parte B é executada cinco vezes mais rápida ($p = 5$), $t_A = 3$, $t_B = 1$, e $f = t_A/(t_A + t_B) = 0.75$, então

$$\text{máximo speedup} \le \frac{5}{1 + 0.75 \cdot (5-1)} = 1.25$$

- Se a parte A é executada duas vezes mais rápida ($p = 2$), $t_B = 1$, $t_A = 3$, e $f = t_B/(t_A + t_B) = 0.25$, então



Supõe-se que uma tarefa possui duas partes independentes, A e B. B utiliza 25% do tempo da execução completa. Ao trabalhar arduamente, um pode ser capaz de executar sua parte 5x mais rápido, mas isto só reduz um pouco o tempo de toda a execução. Em contrapartida, um pode precisar de menos esforço para fazer a parte A duas vezes mais rápida. Isto fará a execução muito mais rápida do que otimizar a parte B, mesmo que a velocidade de B seja maior na relação, (5× versus 2×).

$$\text{máximo speedup } \leq \frac{2}{1 + 0.25 \cdot (2 - 1)} = 1.60$$

Portanto, tornando A duas vezes mais rápido é melhor que tornar B cinco vezes mais rápido. A porcentagem de melhoria da velocidade pode ser calculada como:

$$\text{porcentagem melhorada} = \left(1 - \frac{1}{\text{fator de speedup}}\right) \cdot 100$$

- Melhorando a parte A por um factor de dois irá aumentar a velocidade global do programa por um factor de 1,6, o que faz com que seja 37,5% mais rápido do que o cálculo inicial.
- No entanto, a melhoria da parte B por um fator de cinco, que, presumivelmente, exige mais esforço, só irá atingir um fator de aceleração geral de 1,25, o que o torna 20% mais rápido.

Limitações

A lei de Amdahl só se aplica aos casos em que o tamanho do problema está corrigido. Na prática, como mais recursos de computação se tornam disponíveis, eles tendem a se acostumar com problemas maiores (maiores conjuntos de dados), e o tempo gasto na parte paralelizável geralmente cresce muito mais rápido do que o trabalho inerentemente seqüencial. Neste caso, lei de Gustafson dá uma avaliação mais realista do desempenho paralelo.[2]

Notas

1. (Rodgers 1985, p. 226)
2. Michael McCool; James Reinders; Arch Robison (2013). *Structured Parallel Programming: Patterns for Efficient Computation*. [S.l.]: Elsevier. 61 páginas

Ver também

- Caminho crítico

- Lei de Moore

Referências

- Rodgers, David P. (Junho de 1985). «Improvements in multiprocessor system design» (http://portal.acm.org/citation.cfm?id=327215). New York, NY, USA: ACM. *ACM SIGARCH Computer Architecture News archive*. **13** (3): 225–231. ISBN 0-8186-0634-7. ISSN 0163-5964 (https://www.worldcat.org/issn/0163-5964). doi:10.1145/327070.327215 (https://dx.doi.org/10.1145%2F327070.327215)

Leitura complementar

- Amdahl, Gene M. (1967). «Validity of the Single Processor Approach to Achieving Large-Scale Computing Capabilities» (http://www-inst.eecs.berkeley.edu/~n252/paper/Amdahl.pdf) (PDF). *AFIPS Conference Proceedings* (30): 483–485. doi:10.1145/1465482.1465560 (https://dx.doi.org/10.1145%2F1465482.1465560)

Ligações externas

- Cases where Amdahl's law is inapplicable (https://archive.is/20130414224506/http://www.futurechips.org/thoughts-for-researchers/parallel-programming-gene-amdahl-said.html)
- Oral history interview with Gene M. Amdahl (http://purl.umn.edu/104341) Charles Babbage Institute, University of Minnesota. Amdahl debateu seu trabalho de graduação na Universidade Wisconsin e seu projeto na WISC. Discutiu seu papel na concepção de vários computadores para a IBM, incluindo o STRETCH, IBM 701, e o IBM 704. Ele discutiu seu trabalho com Nathaniel Rochester e com o gerente de processos de design da IBM. Menções do trabalho com Ramo-Wooldridge, Aeronutronic, e a Computer Sciences Corporation
- A simple interactive Amdahl's Law calculator (http://www.julianbrowne.com/article/viewer/amdahls-law)
- "Amdahl's Law" (http://demonstrations.wolfram.com/AmdahlsLaw/) por Joel F. Klein, Wolfram Demonstrations Project, 2007.
- Amdahl's Law in the Multicore Era (http://www.cs.wisc.edu/multifacet/amdahl/)
- Blog Post: "What the $#@! is Parallelism, Anyhow?" (https://web.archive.org/web/20080909202955/http://www.cilk.com/multicore-blog/bid/5365/What-the-is-Parallelism-Anyhow)
- Amdahl's Law applied to OS system calls on multicore CPU (https://web.archive.org/web/20100622015542/http://www.multicorepacketprocessing.com/how-should-amdahl-law-drive-the-redesigns-of-socket-system-calls-for-an-os-on-a-multicore-cpu/)
- Evaluation of the Intel Core i7 Turbo Boost feature (https://www.cs.sfu.ca/~fedorova/papers/TurboBoostEvaluation.pdf), por James Charles, Preet Jassi, Ananth Narayan S, Abbas Sadat e Alexandra Fedorova
- Calculation of the acceleration of parallel programs as a function of the number of threads (https://www.researchgate.net/publication/228569958_Calculation_of_the_acceleration_of_parallel_programs_as_a_function_of_the_number_of_threads), por George Popov, Valeri Mladenov e Nikos Mastorakis