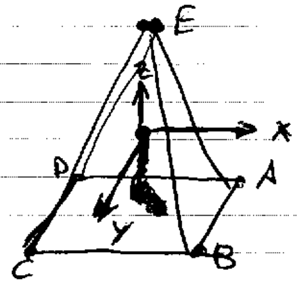
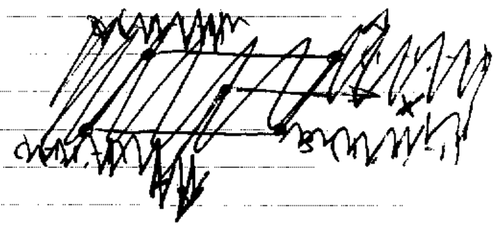
A (1, -1, -1)
B (1, 1, -1)
C (-1, 1, -1)
D (-1, -1, -1)
E (0, 0, 1)

$$M_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





a) Coordenadas Universales

$$A' = M_N \times A$$

Coord. Homog.

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

b) Si aplicamos a la pirámide una traslación de 3 unidades en Y del SRU y una rotación de 45° respecto a su eje X local.

① ¿Cuáles son sus nuevas coordenadas universales de los vértices?

② ¿Y las coordenadas locales (de Modelo) de los vértices?

Apartado ①

1º Con los puntos de Apartado A tenemos las coordenadas Universales

2º Trasladamos al origen de coordenadas $\Rightarrow T_0$

3º Aplicamos traslación de 3 en Y $\Rightarrow T_y(3)$

4º Aplicamos Rotación sobre X de $\pi/4$ $\Rightarrow R_X(\pi/4)$

5º Volvemos a colocar la pirámide en su punto original $\Rightarrow T_0^{-1}$

$$\underset{\text{Geometrico}}{\text{Centro}} = Z = (0,0,0) \qquad \cos\pi/4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \operatorname{sen}\pi/4 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Z' = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{M_N} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{Z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$M_N' = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T_0} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T_y(3)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\pi/4 & -\operatorname{sen}\pi/4 & 0 \\ 0 & \operatorname{sen}\pi/4 & \cos\pi/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R_X(45°) = \pi/4} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T_0^{-1}}$$

$$M_N' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas Universales

$$A'' = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{M_N'} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}}_{A'} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2}+1 \\ 2\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ \sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\sqrt{2}+1 \\ 2\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas locales

$$A''' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\qquad\quad M_N' \qquad\qquad\quad A$$

$$B''' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2}+1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B$$

$$C''' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ \sqrt{2}+1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C$$

$$D''' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D$$

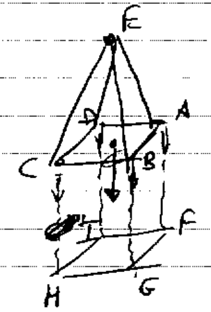
$$E''' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2+1 \\ \sqrt{2}/2+2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E$$

c) Partiendo de la posición obtenida en b), aplicamos a los vértices de la base una traslación de una unidad negativa respecto de su vector normal.

① ¿Cuáles serían las nuevas coordenadas universales de los vértices de la pirámide?

② ¿Cuáles serían las coordenadas locales (de Modelo) de los vértices?



1º Partiendo de M'_N del apartado b)

2º Aplicando una traslación en Z de -1

$$M''_N = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{M'_N} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & \\ 0 & 0 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$M''_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2+1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2+2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} M''_N \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2}+1 \\ 2\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{A''} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2}-1 \\ 2\sqrt{2}+3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} M''_N \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B''} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2}+3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} M''_N \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ \sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{C''} = \ldots$$

$$I = \begin{bmatrix} M''_N \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{D''} = \ldots$$

Ißertech

Coordenadas locales

$$F' = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2+1 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2+2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{M_N''} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{A'''} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2}+2 \\ 2\sqrt{2}+1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$G' = \begin{bmatrix} & M_N'' & \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2}+1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B'''} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2}+2 \\ 2\sqrt{2}+3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H' = \begin{bmatrix} & M_N'' & \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ \sqrt{2}+1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}}_{C'''} = \ldots$$

$$I' = \begin{bmatrix} & M_N'' & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -\sqrt{2}+2 \\ 1 \end{bmatrix} = \ldots$$