

Mise en œuvre d'un moteur à courant continu

Automatique des systèmes linéaires : Mini-Projet



LEMAIRE Etienne
HAMMOUD Moustafa
Encadrant: M.Sylvain Durola

Etudiant L3 EEA

23 mai 2021

Table des matières

1 Séance 1 : Modélisation de la machine à courant continu	3
1.1 Introduction	3
1.2 Modèle de comportement	3
1.3 Modèle de connaissance	4
1.4 Conclusion	5
2 Séance 2 : Analyse de l'asservissement avec une loi de commande proportionnelle K_P	6
2.1 Introduction	6
2.2 Analyse de Stabilité	6
2.2.1 Méthode Algébrique	6
2.2.2 Méthode Graphique	7
2.3 Analyse De Précision	9
2.4 Analyse de Performance	10
2.4.1 Performances temporelles	10
2.4.2 Performances fréquentielles	12
2.5 Conclusion	13
3 Séance 3 : Synthèse de correcteurs	14
3.1 Introduction	14
3.2 Correcteur proportionnel intégral(PI)	14
3.3 Correcteur par avance de phase	17

Introduction

Ce mini-projet a été réalisé dans le cadre du module d'automatique des systèmes linéaires par les élèves de la L3-EEA de l'Université Toulouse III - Paul Sabatier.

Plusieurs maquettes nous ont été proposés, nous avons choisi celle du moteur à courant continu dans le but d'essayer d'optimiser la compréhension des notions abordées à travers un exemple simple.

Durant la première séance "TP₀", nous avons appris à étudier un système linéaire quelconque, et le modéliser sur MATLAB-SIMULINK, cela nous a permis d'avoir les acquis nécessaires pour aborder le projet.

Ce mini-projet s'étale sur 3 séances :

- Modélisation du système à étudier.

- Analyse du système en termes de stabilité, précision et performances.

- Stratégie de synthèse. Autrement dit, proposer différents degrés de solutions.

Ce projet est un tronçon essentiel pour comprendre le module d'automatique des systèmes linéaires. Nous avons pu à travers les 4 séances de TP (dont le TP₀), mettre en pratique nos connaissances vu en cours et en TD et s'adapter à l'utilisation du logiciel MATLAB-SIMULINK.

Nous avons été encadré par M.Durola, qu'on remercie, pour sa contribution à la réussite de ce Mini-Projet.

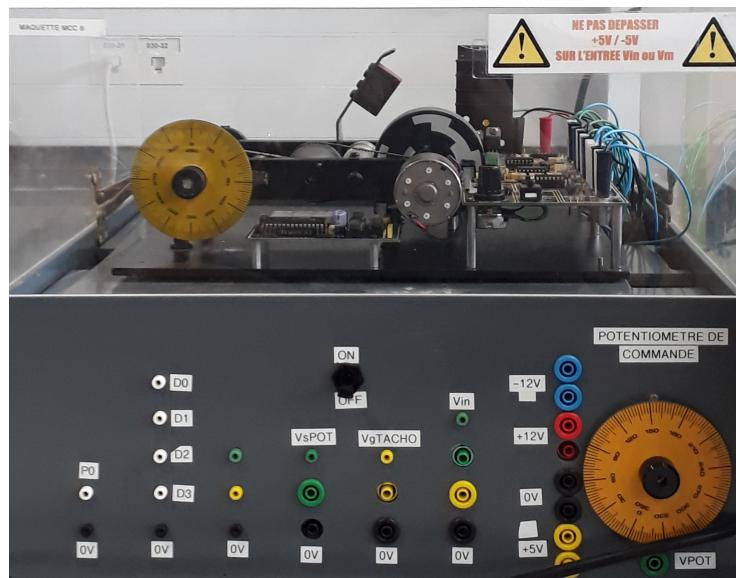


FIGURE 1 – Photographie du moteur

Séance 1 : Modélisation de la machine à courant continu

1.1 Introduction

Modéliser un modèle se fait de deux manières différentes : Il existe pour tout système linéaire un modèle de comportement et un modèle de connaissance.

Un modèle de connaissance est généralement élaboré soit à partir des principales lois de conservation de la physique (mécanique, électromagnétique, thermodynamique...) soit à partir de relations empiriques. Ces modèles se présentent sous forme d'équations différentielles dont les paramètres représentent des grandeurs caractéristiques du phénomène étudié.

Un modèle de comportement de système se présente sous la forme d'un programme informatique exécutable sur un logiciel de simulation dédié (Dans notre cas, c'était simplement une observation sur un oscilloscope). Lors de son exécution, on le soumet à des stimulations et on obtient des réponses. Il se présente sous la forme d'une relation mathématique donnant la réponse temporelle qui est en fonction. Ainsi, on écrira :

$$s = f(t, a, a_1, a_2, \dots, a_n)$$

Il existe un modèle hybride ou mixte, en cas de difficultés pour établir un modèle de connaissance. Dans ce cas, on complète ponctuellement le modèle global grâce à certaines lois de comportement obtenues expérimentalement (c'est ce qu'on fera partiellement à la fin de la première séance).¹

Cette modélisation est faite grâce au logiciel MATLAB-SIMULINK et une datasheet qui nous a été distribuée lors de cette séance.

1.2 Modèle de comportement

Pour étudier le comportement du moteur, nous l'alimentons à travers un GBF réglé à 1V (En visualisant sur l'oscilloscope sur la sortie 1). Ensuite nous avons observé la réponse indicelle du moteur en câblant la sortie V_g en sortie 2 de l'oscilloscope.²

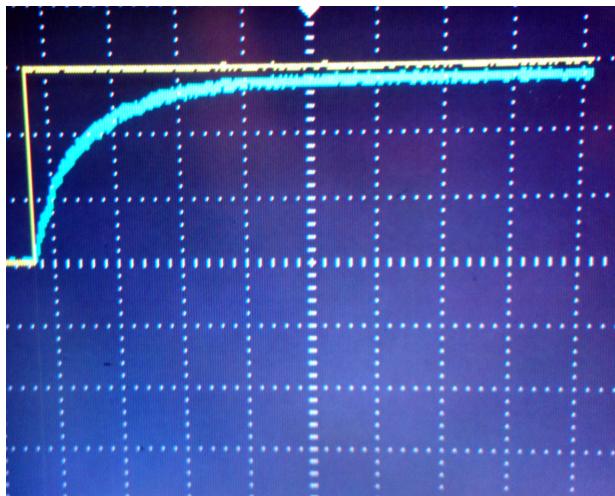


FIGURE 2 – Photographie du modèle de comportement

1. Ces définitions ont été extraites du site suivant : <http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/techniques/864/864-179-p22.pdf>
 2. Cette photographie est descriptive, elle ne représente pas notre réponse indicelle.

A travers la réponse indicielle, nous pouvons déterminer la fonction de transfert du système. Nous remarquons, au premier abord, que la réponse indicielle représente un système du premier ordre (même si nous verrons plus tard que c'est un second ordre avec une dynamique dominante). L'équation ci-dessous représente la forme canonique d'une réponse indicielle du premier ordre :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$$

K : Gain statique

τ =constante de temps

La valeur du gain statique K est égale à la valeur finale de la réponse indicielle, on obtient $K = 11,3$.

La valeur de τ est égale à 63% de la valeur finale, on obtient $\tau=0.3$.

On en déduit :

$$G(p) = \frac{11,3}{1 + 0,3p} = \frac{37,6}{p + 3} \quad (1)$$

Ce modèle sera utile pour concevoir le modèle de connaissance. Il nous permettra d'ajuster les paramètres de ce dernier en s'assurant d'avoir des réponses indicielles quasiment similaires.

1.3 Modèle de connaissance

Pour extraire le modèle de connaissance nous allons, à partir des nos connaissances théoriques lister tout d'abord les équations qui décrit le fonctionnement du moteur :

- Force électromotrice :

$$E(p) = K_e \cdot \Omega(p)$$

- Couple mécanique :

$$C_m(p) = K_c \cdot I(p)$$

- Couple résistant :

$$C_r(p) = \mu \cdot \Omega(p)$$

- Loi des mailles :

$$U_m(p) = R \cdot I(p) + E(p) + L \cdot p \cdot I(p) \quad (2)$$

- Principe fondamental de la dynamique :

$$J \cdot p \cdot \Omega(p) = K_c \cdot I(p) - \mu \cdot \Omega(p) \quad (3)$$

A partir des équations précédentes, on obtient la fonction de transfert entre $U(p)$ et $\Omega(p)$:

$$\frac{\Omega(p)}{V(p)} = \frac{K_c}{Ke \cdot Kc + (R + Lp)(Jp + \mu)} \quad (4)$$

Grâce à la datasheet qui nous a été donné, nous avons tiré les valeurs suivantes :

R	6.2Ω
L	0.8mH
J_1	0.039kg.cm^2
μ	$\frac{\mathcal{I}}{\tau} = 1.98\text{kg.cm}^2.\text{s}$
K_e	3.6V.1000rpm^{-1}
K_c	3.5 N.cm.A^{-1}

FIGURE 3 – Valeurs extraites de la datasheet

Nous remarquons en traçant la réponse indicielle, que celle du modèle de connaissance n'était pas totalement conforme à la réalité donc au modèle du comportement en terme de gain, nous avons alors placé un gain proportionnelle variable que nous avons réglé de manière à avoir les deux réponses qui coïncident.

N.B : Ne pas oublier de convertir les valeurs en unité SI lors de l'insertion sur MATLAB

Le modèle que l'on a fini par adopter est le suivant (Ce modèle nous a été proposé par notre encadrant) :

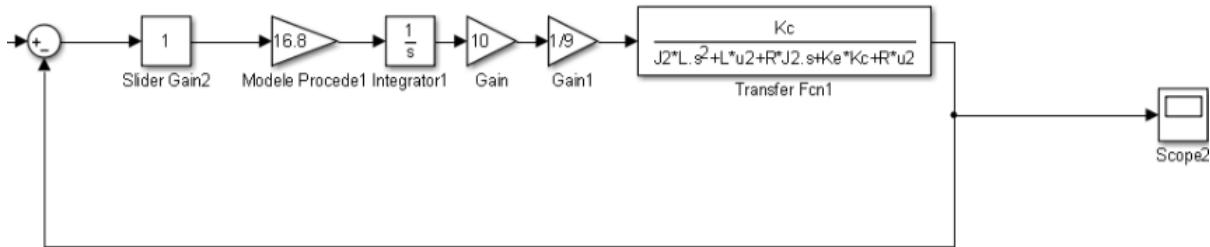


FIGURE 4 – Modèle de procédé

1.4 Conclusion

A la fin de cette séance, nous avons appris à modéliser un système de deux manières différentes. Nous déduisons en conséquence l'importance complémentaire des deux.

Nous avons bien vu, une confrontation aspect réel et modèle du système, les deux modèles nous permettent de faire une approche théorique en se basant sur une description réelle du comportement attendu.

Autrement dit, l'utilisation du modèle de comportement nous a permis de prévoir la forme de la réponse indicielle désirée. Le modèle de connaissance nous a permis de nous rapprocher théoriquement de la maquette. Avec ces deux modèles nous avons réalisé un troisième, le modèle de procédé, en se basant sur le modèle de connaissance en boucle ouverte asservi avec un gain proportionnelle pour obtenir des résultats plus fiable. Nous pouvons maintenant faire une analyse du système (stabilité, précision, etc...) en boucle fermé avec le procédé suivant :

$$G(p) = \frac{16.8 \cdot K_r \cdot K_g \cdot K_c}{p(K_e \cdot K_c + (R + Lp)(J_2 p + \mu_2))}$$

Séance 2 : Analyse de l'asservissement avec une loi de commande proportionnelle K_P

2.1 Introduction

Cette séance consiste à faire une analyse du modèle conçu à la première séance en présence d'une loi de commande proportionnelle de gain K_P (Correcteur proportionnelle).

Analyse de Stabilité : Nous allons adopter deux méthodes, une algébrique et une autre graphique, elles nous permettront de déterminer les marges de stabilité.

Analyse de précision : Nous allons effectuer des calculs théoriques pour calculer l'erreur de précision et de traînage à une rampe.

Analyse de performances :

- Temporelle : Analyser les caractéristiques de la réponse indicielle.
- Fréquentielle : Analyser les caractéristiques du diagramme de Bode en question. Ces mesures nous seront utiles pour le choix des correcteurs durant la séance 3.

2.2 Analyse de Stabilité

2.2.1 Méthode Algébrique

Pour l'analyse de stabilité théorique, on va appliquer le critère de Routh.

Le critère de Routh est une procédure algébrique permettant de déterminer si le polynôme a une racine à partie réelle positive ou nulle.

On calcule la fonction de sensibilité, on note $A(p)$ le dénominateur de cette fonction. Le polynôme $A(p)$ n'a que des racines à partie réelle strictement négative si et seulement si les $n+1$ termes de la première colonne du tableau sont tous strictement de même signe.

$$S(p) = \frac{1}{1 + K_P G(p)}$$

$$G(p) = \frac{16.8.K_r.K_g.K_c}{p(K_e.K_c + (R + Lp)(Jp + \mu))}$$

$$S(p) = \frac{p(K_e.K_c + (R + Lp)(Jp + \mu))}{J_2 L p^2 + (L\mu_2 + R J_2 + K_e K_c)p + R\mu_2 + 16.8 K_r K_g K_c K_P}$$

$$A(p) = J_2 L p^2 + (L\mu_2 + R J_2 + K_e K_c)p + R\mu_2 + 16.8 K_r K_g K_c K_P$$

$A(p)$	
$J_2 L$	$R\mu_2 + 16.8 K_r K_g K_c K_P$
$L\mu_2 + R J_2 + K_e K_c$	0
$R\mu_2 + 16.8 K_r K_g K_c K_P$	0

FIGURE 5 – Critère de Routh

Si on applique le critère de Routh, on doit avoir les 3 cases de la première colonne positives, on veut alors $16.8 * K_r K_g K_c K_P > 0$, donc $K_P > \frac{-R}{\mu_2} * 16.8 K_r K_g K_c K_P$.

2.2.2 Méthode Graphique

Pour vérifier la stabilité du système on pourra appliquer le critère du Revers sur le diagramme de Black du procédé.

Les boucles fermées associées à la boucle ouverte $G(p)$ sont stables EBSB si et seulement si le critère du revers est respecté :

Le point critique est dans le demi plan gauche du diagramme de Black.

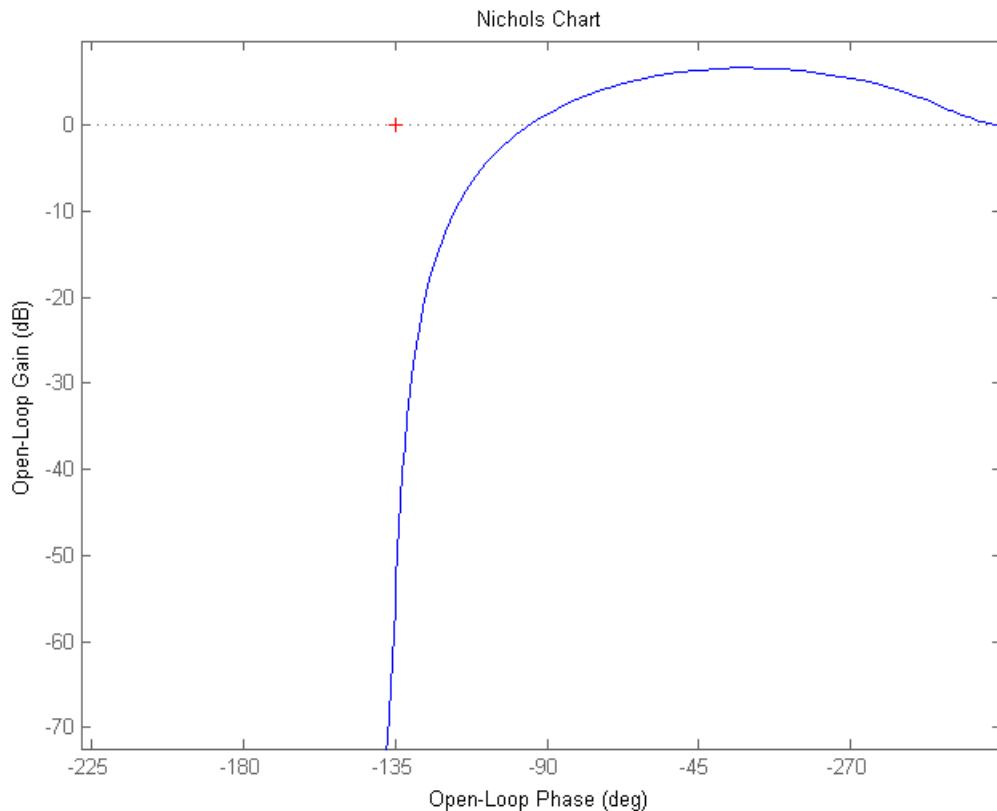


FIGURE 6 – Diagramme de Black du procédé

On voit bien sur le diagramme de Black de la figure 5 que le critère de revers est bien respecté.
Le point critique -1 est en rouge.

Le système est bien stable EBSB en Boucle Fermée.

On note que le sens de la courbe est de haut vers le bas.

Sur SIMULINK, nous avons mesuré les marges de stabilité sur les diagrammes de Black(figure 6) et de Bode(figure 7) ci-dessous :

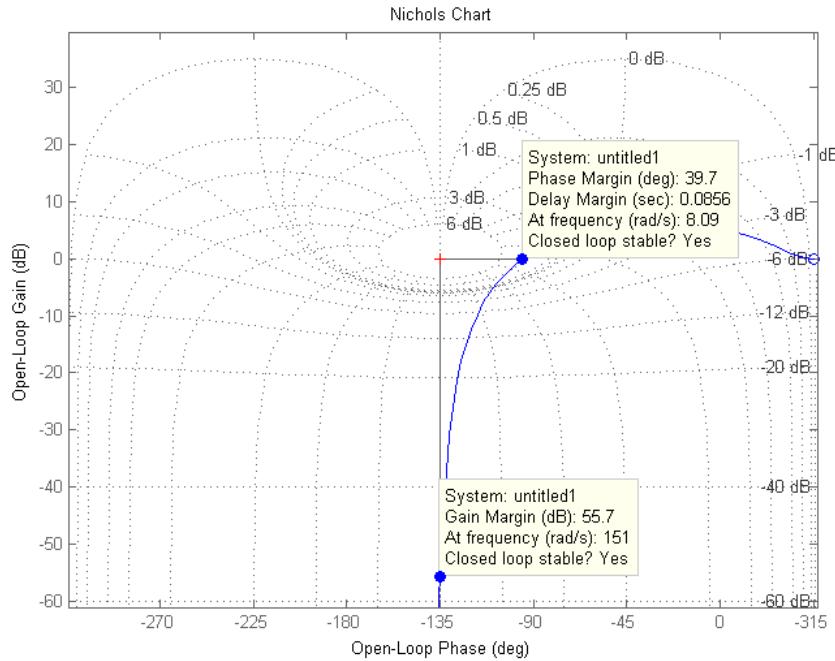


FIGURE 7 – Marge De Stabilité à partir du Diagramme de Black-Nichols

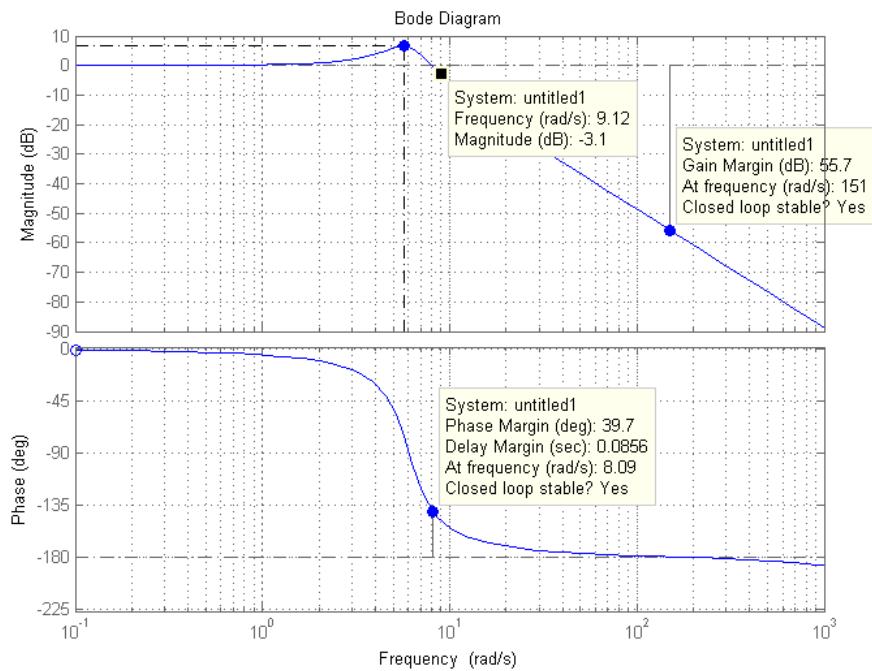


FIGURE 8 – Marge De Stabilité à partir du Diagramme de Bode

On constate alors une marge de gain égale à 55.7dB et une marge de phase égale à 39.7° .

Si nous voulons mesurer les marges de stabilité sans MATLAB, voilà la méthode à suivre :

1. Tracer le diagramme de Black de la boucle ouverte non modifiée de $G(p)$.
2. Déterminer les points d'intersections avec 0 dB et $-\pi$.
3. Mesurer Φ_{0dB} en 0 dB et le $G_{-\pi}$ gain en $-\pi$.
4. Conclure : $MG = -G_{-\pi}$ et $M\Phi = \pi + \Phi_{0dB}$

2.3 Analyse De Précision

On cherche à calculer l'erreur de position et l'erreur de traînage à une rampe :

Nous allons utiliser pour le calcul de précision, le modèle de comportement en BO vue qu'il présente le même comportement basse fréquence que le modèle de connaissance.

L'erreur statique est calculée lorsqu'on a en entrée un échelon unitaire comme consigne ($Y_c = \frac{1}{p}$).

L'erreur de traînage à une rampe est calculé lorsqu'on a en entrée une rampe unitaire comme consigne ($Y_c = \frac{1}{p^2}$).

On a $G(P) = \frac{37.6K_P}{p(p+3)}$

L'équivalent en basse fréquence de $G(P)$ est $\frac{37.6K_P}{3} p^{-1}$

On a alors :

- une erreur statique nulle $E_s = 0$.
- Une erreur de traînage à une rampe $E_t = 0.08/K_p$.

On remarque qu'une augmentation de K_P peut annuler l'erreur de traînage, mais en augmentant le gain K_P , la marge de phase diminue. Autrement dit, annuler l'erreur de traînage à une rampe n'est pas possible sans déstabiliser le système.

2.4 Analyse de Performance

2.4.1 Performances temporelles

Analyser une performance temporelle revient à étudier sa réponse indicielle :

Le temps de montée : C'est la durée $T_m = t_{90} - t_{10}$ avec :

- t_{10} le premier instant où $s(t_{10}) = 0.1K$
- t_{90} le premier instant où $s(t_{90}) = 0.9K$

Le temps de réponse : C'est une mesure du temps de stabilisation du système. Ce phénomène est produit à plus ou moins 5% de la valeur finale (gain statique K).

Gain statique : Valeur finale de la réponse indicielle.

Dépassements : - Les dépassements sont les intervalles de temps t tels que $s(t) > K$.

- Un pic de dépassement est un maximum local s_{max} de $s(t) > K$.
- La valeur de dépassement est la valeur $\frac{s_{max}-K}{K}$ exprimée en %.

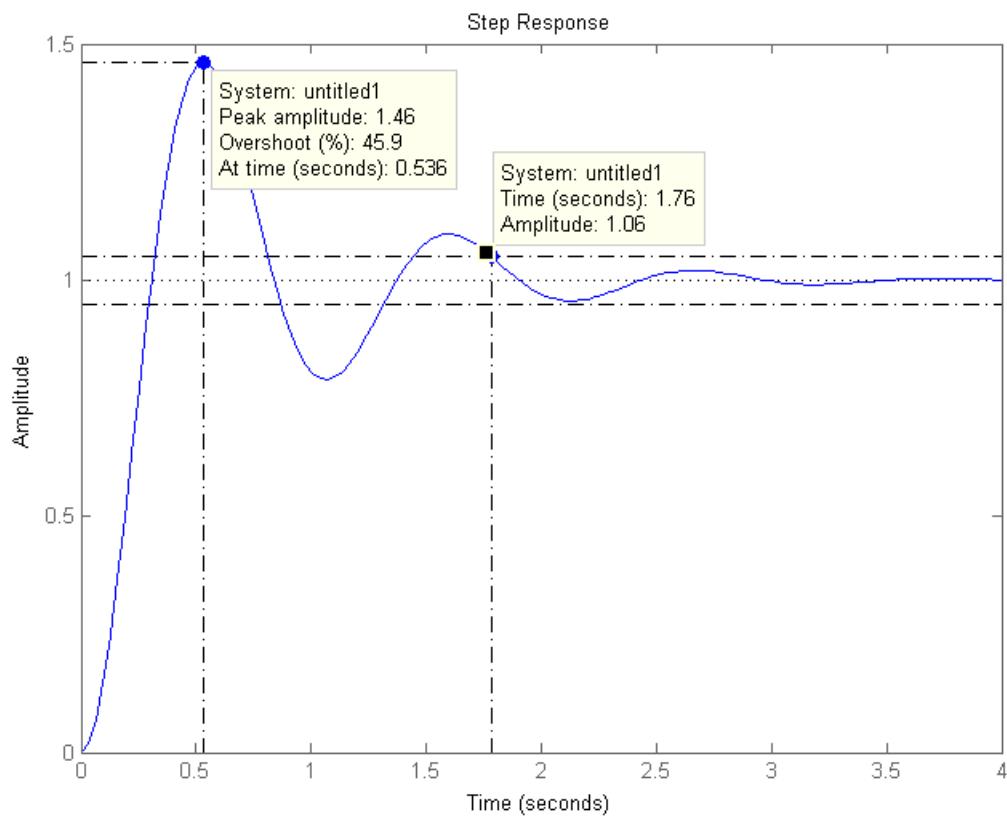


FIGURE 9 – Temps de réponse et dépassements

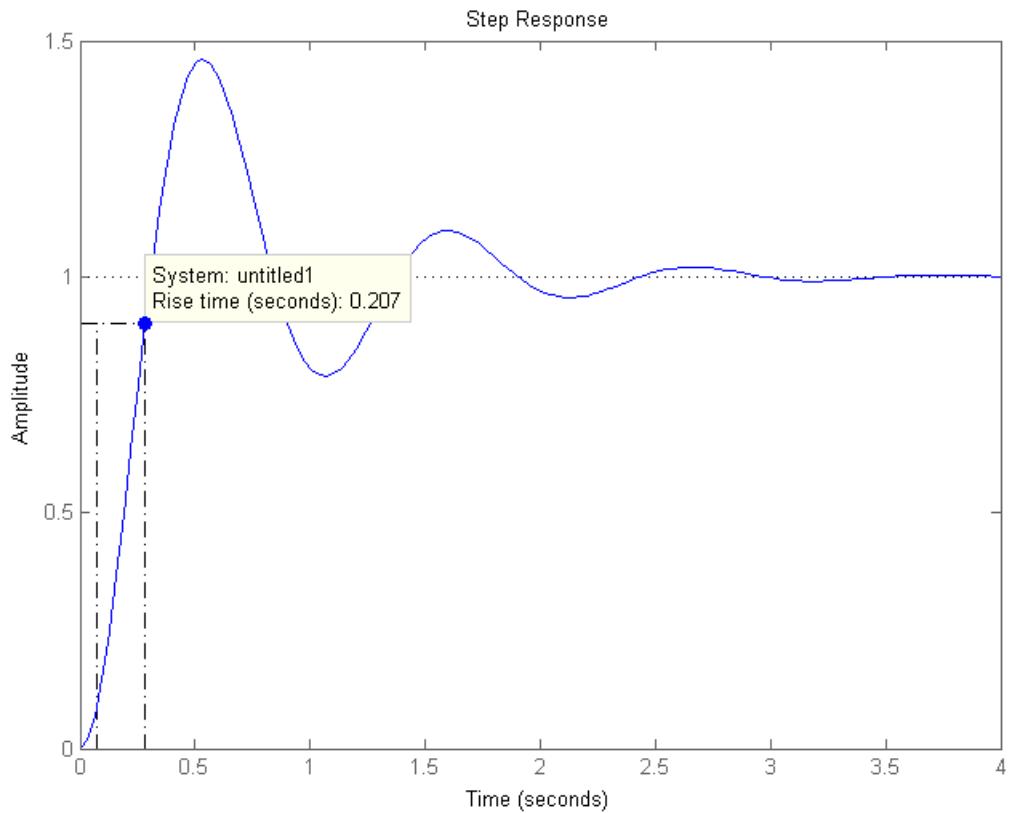


FIGURE 10 – Temps de montée

D'après les graphes de la figure 8, nous avons les mesures suivantes :

- $T_m = 2.69$
- $T_r = 0.207$
- $K = 1$
- $T_{D1} = 0.536, D = 45.9\%$

En augmentant la valeur du gain correcteur proportionnelle K_P on remarque que notre temps de montée diminue, par contre, on a des dépassements et des oscillations plus importants donc un temps de réponse plus lent, cela est normal puisque notre marge de phase est entrain de diminuer.

2.4.2 Performances fréquentielles

Analyser une performance fréquentielle revient à analyser les caractéristiques de la bande passante :

La résonance : c'est la bande de fréquence telle que $|H(j)| > K$ à cause de modes oscillants peu amortis.

La pulsation de résonance : c'est la pulsation du maximum de $|H(j)|$.

Gain de résonance : c'est la différence $G_r = 20 \log(|H(j\omega_r)|) - 20 \log(K)$.

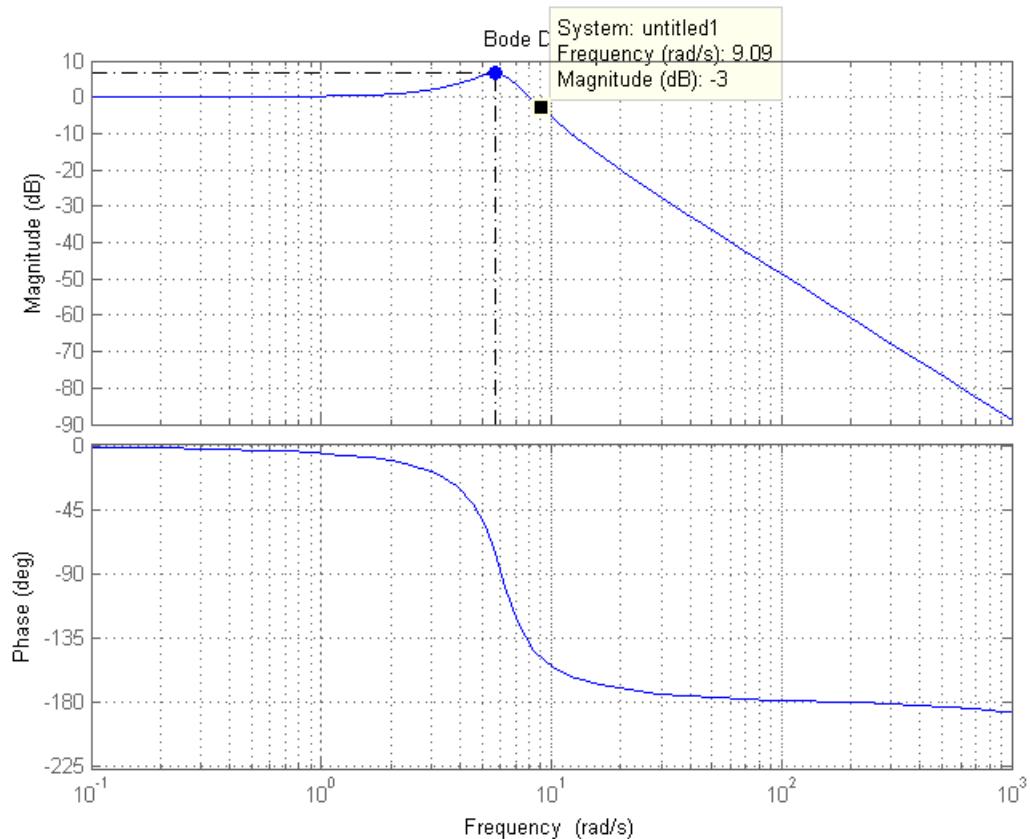


FIGURE 11 – Diagramme de Bode du procédé présentant les fréquence de coupure à -3dB

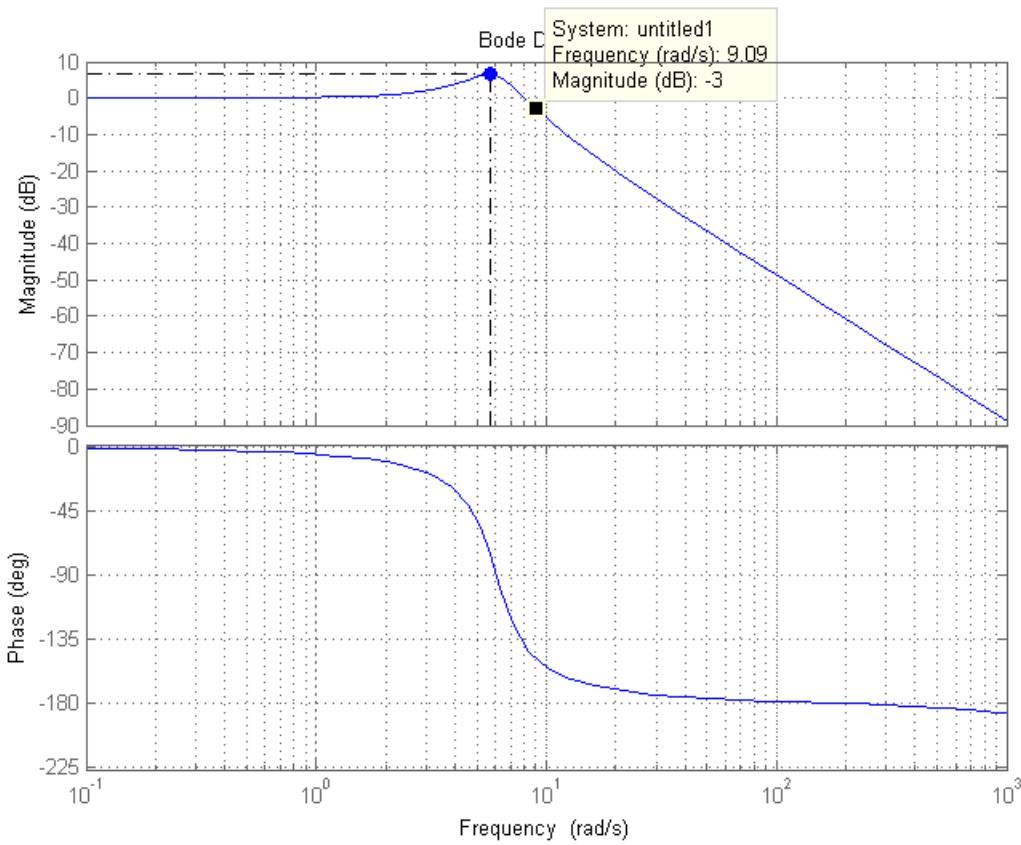


FIGURE 12 – Diagramme de Bode du procédé présentant les fréquence de coupure à -3dB

Nous déduisons les caractéristiques suivantes de notre réponse fréquentielle :

- filtre passe-bas.
- passe bande égale à 9.09rad/s
- pulsation de résonance de 5.72 rad/s .
- Gain de résonance 6.62dB .

Nous remarquons en augmentant le gain K_P que la bande passante devient plus grande mais que la marge de phase diminue, ainsi que le gain de la bande atténuee augmente, ce qui va nuire au rejet de perturbation de mesure.

2.5 Conclusion

Nous possédons maintenant les informations nécessaires concernant notre modèle en termes de stabilité, de précision, d'oscillations et de rapidité. En fonctions de ces résultats, nous pouvons constituer un cahier des charges décrivant un comportement désirée (Plus ou moins rapide, Diminution d'erreur, Maintien de stabilité).

Nous remarquons qu'on aura à faire un compromis entre la rapidité et la stabilité du système.

Séance 3 : Synthèse de correcteurs

3.1 Introduction

Cette séance est la partie la plus difficile de l'ensemble d'une étude d'un système linéaire. Il s'agit d'une synthèse de correcteurs en fonction d'un cahier des charges désirée. Donc, en fonction des analyses qu'on a fait auparavant et les attentes du cahier des charges, nous allons choisir le bon correcteur avec les paramètres qui conviennent.

3.2 Correcteur proportionnel intégral(PI)

Notre premier cahier des charges est le suivant :

- Stabilité : Maintien de stabilité.
- Erreur de traînage (vitesse) nulle.
- Temps de montée inférieur à 0,12s.

Pour atteindre ce cahier des charges, nous avons décidé d'élaborer un correcteur proportionnelle intégrale. Un correcteur proportionnelle intégrale est de la forme :

$$C(p) = \frac{K + K.T_i p}{T_i p} \quad (5)$$

Voila le diagramme de bode d'un correcteur PI :

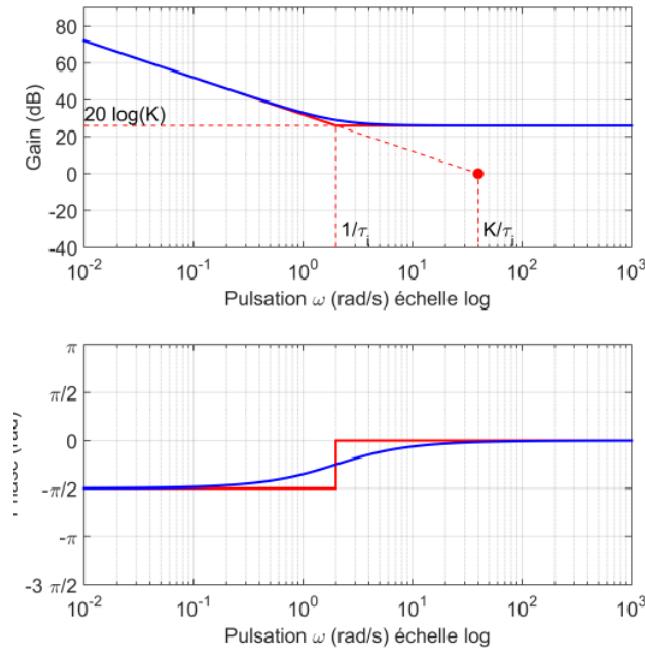


FIGURE 13 – Diagramme de Bode d'un Correcteur PI

Tout d'abord, nous calculons les valeurs pour lesquelles K et T_i maintiennent la stabilité du système. Notre nouvelle fonction en boucle ouverte est la suivante :

$$BO(p) = C(p).G(p) = \frac{K(1 + T_i.p)}{T_i p} \cdot \frac{37.6}{p(p + 3)} \quad (6)$$

La nouvelle fonction de sensibilité est alors :

$$S(p) = \frac{T_i p^2 \cdot (p + 3)}{T_i p^2 (p + 3) + 37.6K(1 + T_i p)} \quad (7)$$

T_i	$37.6K_P T_i$
$3T_i$	$37.6K$
$37.6K(T_i - 1)$	0
$37.6K$	0

FIGURE 14 – Critère de Routh en présence du correcteur PI

On en déduit que pour maintenir une stabilité du système il faut $K > 0$ et $T_i > 1$.

Dans notre cahier des charges, nous voulons une erreur de traînage à une rampe nulle, or, un correcteur augmente de 1 la multiplicité des pôles en 0 de BO(p). Donc autrement dit, notre équivalent en basse fréquence sera de la forme Kp^{-2} , ce qui implique une erreur de traînage à une rampe nulle.

Nous allons maintenant faire un compromis entre K et T_i :

- On commence par régler le gain K pour donner de la rapidité à notre système. Pour un gain $K=3$, nous avons un temps de montée égale à 0.11s.

Pour ne pas trop diminuer la marge de phase et avoir des gros dépassements, nous allons tout d'abord fixer une valeur élevée pour T_i (pour avoir $\frac{1}{T_i}$ le plus loin possible sans affecter largement la marge de phase et la bande passante), et puis nous diminuons progressivement la valeur de T_i jusqu'à avoir le meilleur compromis entre le dépassement et le temps de montée.

Pour le réglage de T_i , on remarque qu'un $T_i > 10$ ne fait plus une différence importante sur la marge de phase.

Les buts que nous avons fixé dans notre cahier des charges sont bien atteints. Cependant, on constate un dépassement plus élevé que l'asservissement précédent (avec le correcteur P) ; nous essayerons de régler cela à travers un correcteur par avance de phase.

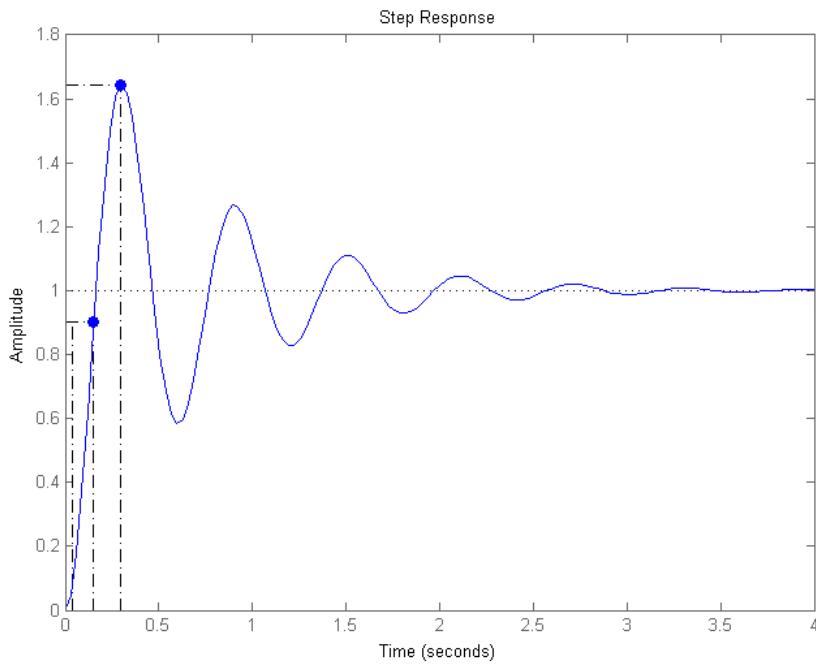


FIGURE 15 – Réponse indicielle de l'asservissement avec un correcteur PI

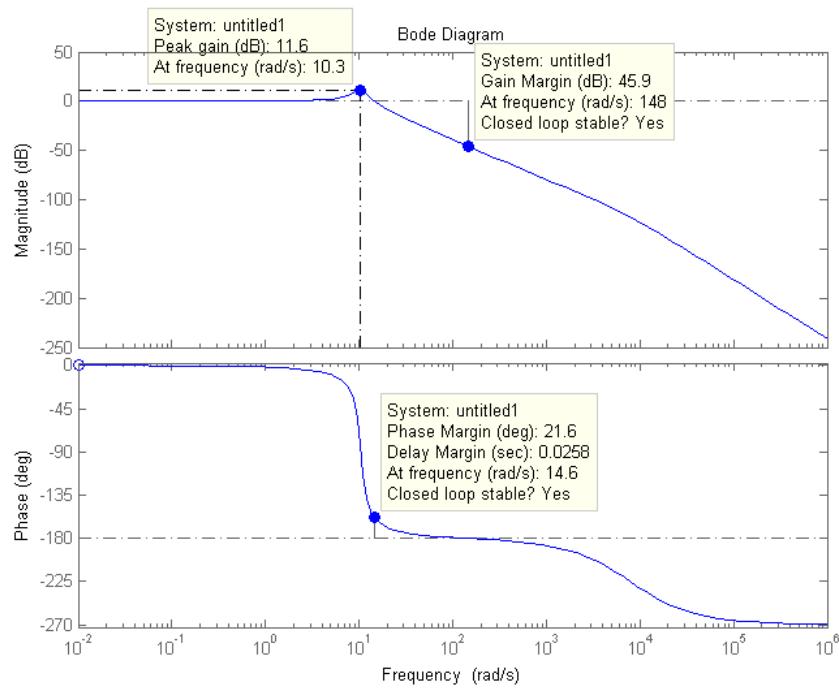


FIGURE 16 – Diagramme de Bode de l'asservissement avec un correcteur PI

3.3 Correcteur par avance de phase

Notre deuxième cahier des charges constituée est le suivant :

- Nous souhaitons une marge de phase supérieur à 40° .
- Bande Passante supérieur à 13rad/s .
- Un maintien de stabilité.

Un correcteur par avance de phase est de la forme :

$$C(p) = K \frac{1 + aTp}{1 + Tp} \quad (8)$$

Voici le diagramme de Bode du correcteur par avance de phase :

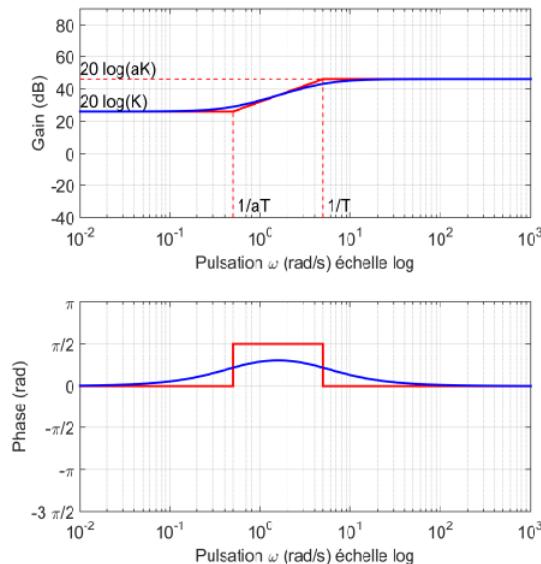


FIGURE 17 – Diagramme de Bode d'un correcteur par avance de phase

Nous commencerons par fixer le paramètre 'a' du correcteur, pour atteindre la marge de phase souhaitée. La marge de phase qu'on a eu après avoir mis en place un correcteur PI était 21.6° , pour atteindre notre marge de phase désirée, nous devons rajouter 18.4° ($40 - 21.6 = 18.4$). Or la marge de phase à ajouter est de la forme :

$$M_\Phi = \arcsin \frac{a - 1}{a + 1} \quad (9)$$

Cependant le gain K va rester égale à 1, vue que nous avons réglé le gain K dans le correcteur précédent.

Donc on aura :

$$\frac{a - 1}{a + 1} = \sin(M_\Phi) \quad (10)$$

Pour déterminer T, on a :

$$T = \frac{1}{\omega_{max}\sqrt{a}} = 0.047 \quad (11)$$

avec $\omega_{max} = 10.3 \text{ rad/s}$

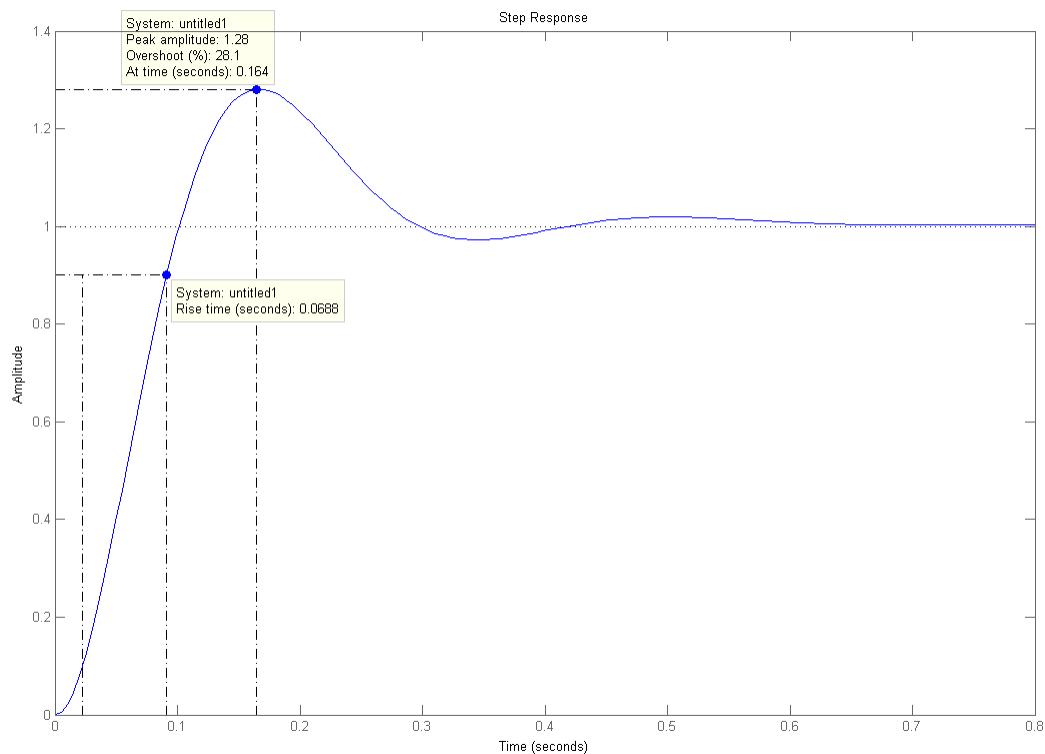


FIGURE 18 – Réponse indicielle de l'asservissement final

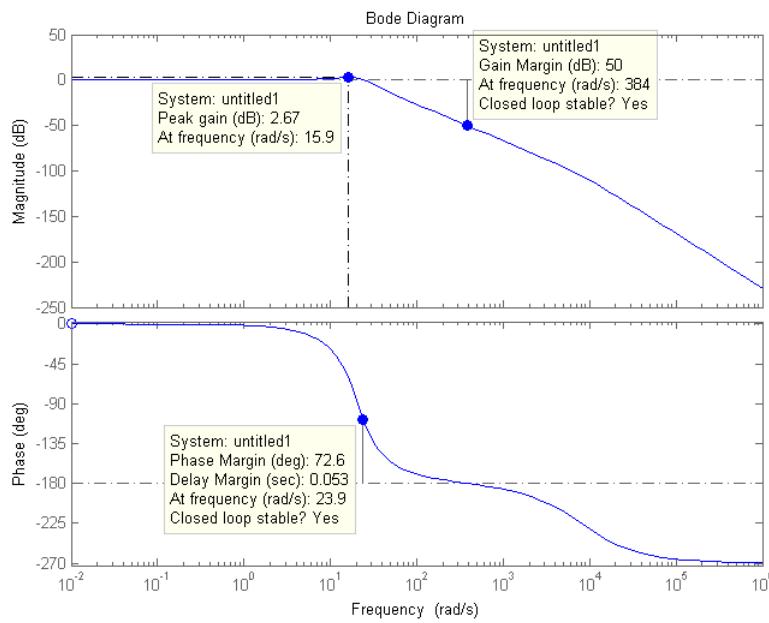


FIGURE 19 – Diagramme de Bode l'asservissement final

A la fin de cette séance, tous nos buts sont atteints, mais on remarque que la marge de phase qu'on a eu est plus grande que celle que nous avons obtenus théoriquement. Cela n'est pas mauvais, en fait c'est un meilleur résultat qui correspond en même temps aux cahier des charges. Par manque de temps, on n'a pas pu chercher la raison.

Finalement, on a réussi à faire un compromis entre la rapidité, la précision et la stabilité du système.

Conclusion

Ces trois séances de TP ont été très instructives pour comprendre comment fonctionne en pratique l'automatisme. Nous avons pu appliquer nos connaissances apprises en cours dans un sujet propre à l'EEA. Nous avons aussi abordé de différentes façons un problème. La première étude du moteur était sur son comportement, la seconde était sur ses caractéristiques physiques. Cependant ces deux modèles n'étaient pas suffisants, il a fallu créer un 3^{ème} modèle à partir des 2 premiers. Cette subtilité est importante dans la résolution d'un problème en automatique.

Nous n'avons malheureusement pas pu essayer nos solutions à nos cahier des charges sur le moteur mais ceci pourrait être intéressant pour confirmer que notre approche finale correspond bien à la réalité. Nous sommes désormais confiants dans notre approche d'un projet de niveau L3 quelconque en automatique.