



UNIVERSITÉ  
TOULOUSE III  
PAUL SABATIER



Université  
de Toulouse

# Rapport du TP de performances et robustesses: Asservissement d'un système à trois bacs d'eau

HAMMOUD Moustafa  
Encadrant: M.Sylvain Durola

M1 ISTR-RODECO

23 mai 2021

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Cahier des charges</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Analyse d'une commande proportionnelle intégrale</b>	<b>4</b>
3.1	Schéma block de l'asservissement . . . . .	4
3.2	Tracé assymptotique du correcteur . . . . .	5
3.3	Etudes préliminaire du système bouclé . . . . .	5
3.3.1	Stabilité . . . . .	5
3.3.2	Précision . . . . .	6
3.4	Les contraintes d'erreurs de précision et de vitesse sur le gabarit de la fonction de sensibilité .	7
3.5	Contraite imposée par la vitesse de convergence . . . . .	8
3.6	Contrainte imposé par le rejet du bruit . . . . .	10
3.7	Réglage des paramètres du correcteur . . . . .	11
3.7.1	Erreur de vitesse . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Loop-Shaping</b>	<b>16</b>
4.1	Contrainte sur l'erreur de précision . . . . .	16
4.2	Perturbation de commande . . . . .	16
4.3	Contraintes de dépassement sur le nombre de pôles . . . . .	17
4.4	Contrainte sur le bruit de mesure . . . . .	17
4.5	Contrainte de stabilité . . . . .	18
4.6	Compromis Stabilité-Précision . . . . .	19
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>21</b>
<b>6</b>	<b>Script MALAB</b>	<b>22</b>

# 1 Introduction

Ceci est le rapport des séances TP qui ont été réalisé dans le cadre du module de "Performances et Robustess des Systèmes linéaires" par les élèves de la M1 ISTR-RODECO de l'Université Toulouse III - Paul Sabatier. Nous avons eu 2 séances de TP, durant les quelles le but était d'illustrer la commande robuste d'un système à 3 bacs d'eau non linéaire linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

Durant la première séance, nous avons trouver les conditions à satisfaire pour atteindre les spécifications de notre cahier de charge, à travers cela nous avons créé un gabarit qui nous indique si notre système est valide. Durant la deuxième séance, nous avons mis en oeuvre une technique d'analyse et de synthèse de notre loi de commande : Loop-Shaping. Nous avons pu à travers les 2 séances de TP et notre travail fournis en dehors des séance mettre en pratique nos connaissances vu en cours et en TD et s'adapter à l'utilisation de nouvelles utilités du logiciel MATLAB-SIMULINK.

Nous avons été encadré par M.Durola, que je remercie, pour sa contribution à la rédaction de ce rapport.

## 2 Cahier des charges

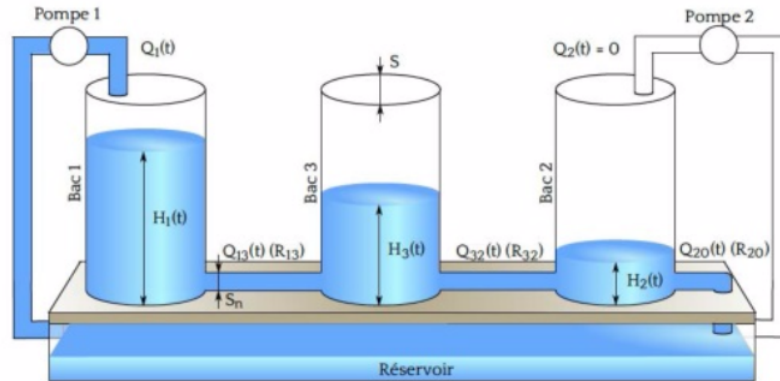


FIGURE 1 – Procédé trois bacs

$$G(p) = \frac{16p + 20}{p^3 + 7p^2 + 12.75p + 6.75} \quad (1)$$

Notre système est soumis à des perturbations exogènes suivantes :

- Un débit de fuite constant au niveau du bac 1.
- Un bruit de mesure sur le capteur permettant la mesure  $h_1(t)$ .

Nous désirons alors effectuer un asservissement permettant d'assurer les spécifications suivantes :

- (a) La stabilité du système en boucle fermée ;
- (b) Une erreur de position nulle ;
- (c) Une erreur de vitesse limitée à 1 lorsque l'entrée est une rampe de pente 1 ;
- (d) Une convergence vers la consigne en moins de 3 secondes, sans dépassement, ni oscillations ;
- (e) Un rejet de la perturbation de fuite ;
- (f) Un rejet du bruit de mesure au delà de 100 Hz d'au moins 60 db.

### 3 Analyse d'une commande proportionnelle intégrale

#### 3.1 Schéma block de l'asservissement

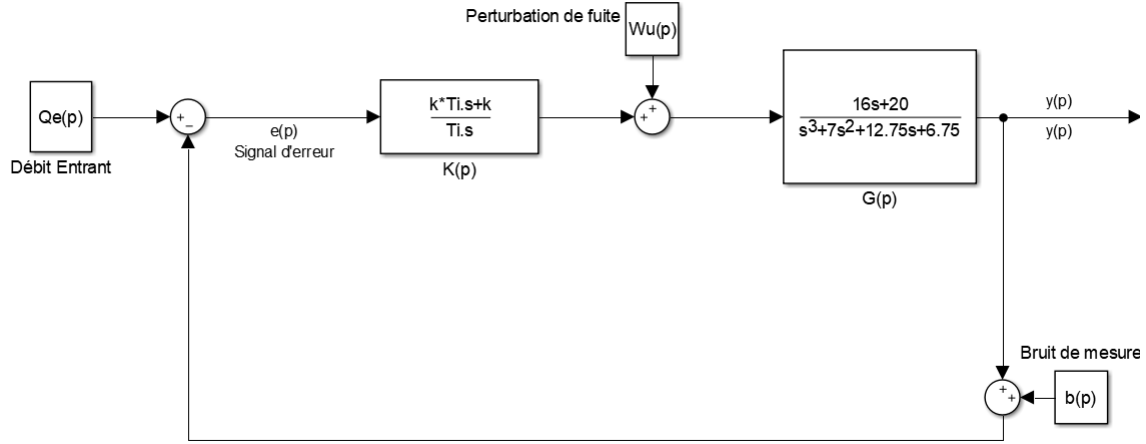


FIGURE 2 – Schéma bloc de l'asservissement du systèmes à 3 bacs d'eau

1.  $G(p)$  : modèle Entrée/Sortie du procédé à servir
2.  $K(p)$  : Correcteur PI
3.  $\epsilon(t)$  : erreur
4.  $W_u(P)$  : Perturbation en entrée
5.  $b(t)$  : Bruit de mesure
6.  $q_e(t)$  : Signal de référence

Analyser les performances d'un système bouclé, c'est analyse les différentes fonctions de transfert suivantes<sup>1</sup>(the gang of four) :

1. la fonction de sensibilité  $S(p)$
2. la fonction de co-sensibilité  $T(p)$
3. la fonction  $K(p).S(p)$
4. la fonction  $G(p).S(p)$

Pour cela nous allons calculer ces fonctions :

$$S(p) = \frac{\tau_i p^4 + 7\tau_i p^3 + 12.75\tau_i p^2 + 6.75\tau_i p}{\tau_i p^4 + 7\tau_i p^3 + \tau_i p^2(16K + 12.75) + p[6.75\tau_i + K(20\tau_i + 16)] + 20K} \quad (2)$$

$$T(p) = \frac{16K\tau_i p^2 + Kp(20\tau_i + 16) + 20K}{\tau_i p^4 + 7\tau_i p^3 + \tau_i p^2(16K + 12.75) + p[6.75\tau_i + K(20\tau_i + 16)] + 20K} \quad (3)$$

1. CM1 de M.GOUAISBAUT

### 3.2 Tracé assymptotique du correcteur

$$K(p) = K \frac{\tau_i p + 1}{\tau_i p} \quad (4)$$

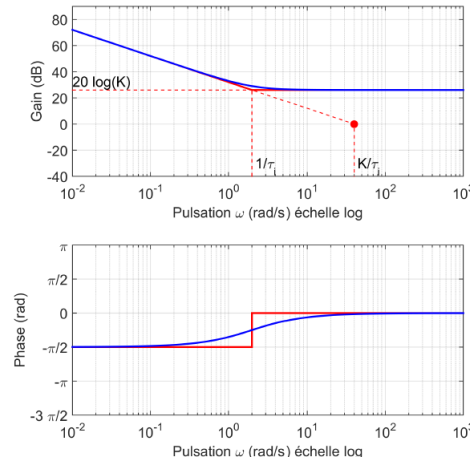


FIGURE 3 – Effet d'un correcteur PI sur le tracé de Bode  
Ce tracé a été pris du cours d'ASL de la L3EEA

### 3.3 Etudes préliminaire du système bouclé

#### 3.3.1 Stabilité

Un système est stable si et seulement si tous ses pôles sont à partie réelle strictement négative.

Nous allons essayer de prédire la stabilité ou les conditions de stabilité de ce système en analysant  $S(p)$  :

Dans un premier temps on va essayer d'appliquer une méthode algébrique qui est le critère de Routh. Pour cela, on utilisera une fonction MATLAB<sup>2</sup>, qui calcule le critère de routh d'un polynôme. Nous obtenons :

$\tau_i$	$12.75\tau_i + 16K\tau_i$	$20K$
$7\tau_i$	$16K + (27\tau_i)/4 + 20K\tau_i$	0
$92K\tau_i^2 + \frac{165\tau_i^2}{2} - 16K\tau_i$	$20K$	0
$7\tau_i \frac{1840K^2\tau_i^2}{7} + \frac{1152K^2\tau_i}{7} - \frac{256K^2}{7} + \frac{271K\tau_i^2}{7} + \frac{232K\tau_i}{7} + \frac{4455\tau_i^2}{56}$	0	0
$92K\tau_i^2 + \frac{165\tau_i^2}{2} - 16K\tau_i$	0	0
...	0	0

TABLE 1 – Critère de Routh

Notre systèmes en boucle fermé est stable si les 5 valeurs de première colonne du tableau de Routh sont de mêmes signe, nous pouvons surement résoudre ce système, mais cela m'est clairement pas évident à faire, même sur MATLAB. Nous allons procéder alors sur une méthode graphique qui est le critère du Revers dans le plan de Black.

2. <https://fr.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/58-routh-m> by Edmundo Rivera-Santos

Un système bouclé est stable si en décrivant le lieu de la fonction de transfert de la boucle ouverte  $G(j\omega)$  dans le sens croissant des  $\omega$ , le point critique ( $0dB, -180^\circ$ ) du plan de Black est laissé à droite.

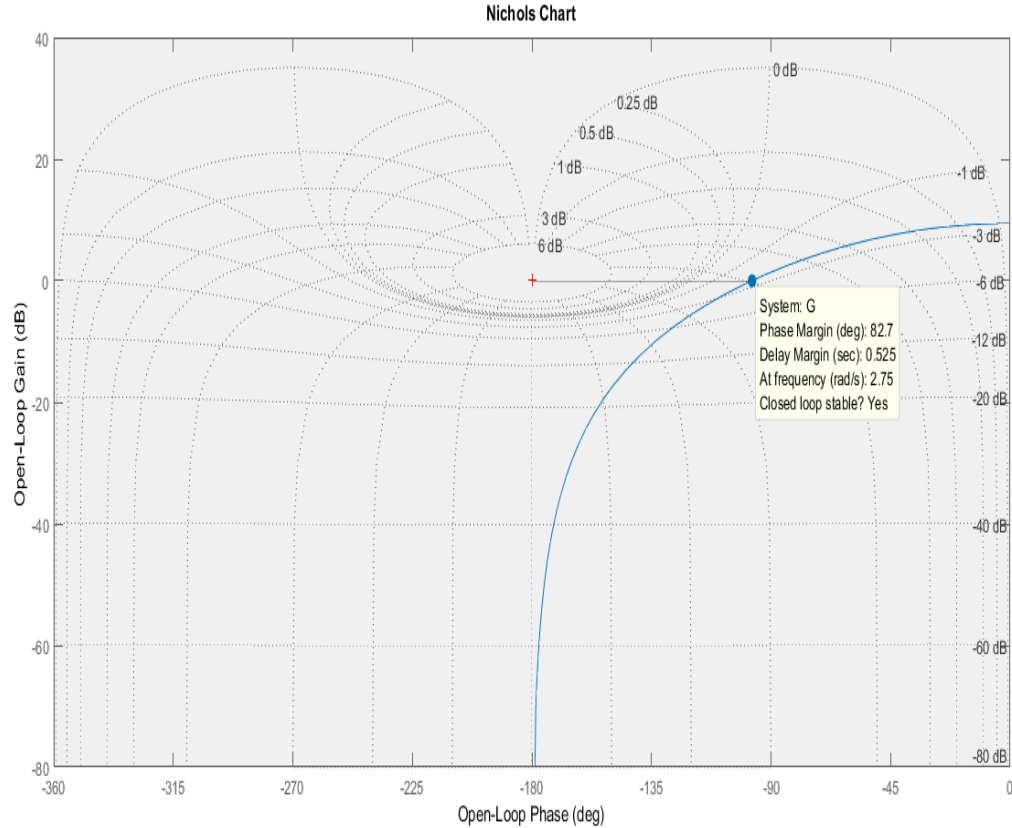


FIGURE 4 – Diagramme de Black de  $G(p)$  en boucle fermée

Sur la Figuree 3, MATLAB nous indique une marge de phase de  $82.7^\circ$

D'ailleurs le diagramme de bode indique que le correcteur PI enlève  $\frac{-\pi}{2}$  de phase pour les pulsations inférieurs à  $\frac{1}{\tau_i}$ .

On prévoit un compromis sur le réglage du correcteur déjà. Enlever  $\frac{-\pi}{2}$  de phase peut déstabiliser le système si le réglage de  $K$  et  $\frac{1}{\tau_i}$  n'est pas convenable.

### 3.3.2 Précision

L'erreur est calculé à travers l'égalite suivante :

$$\epsilon(p) = S(p) \cdot \frac{1}{p}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |\epsilon_p(t)|$$

$$\Leftrightarrow \lim_{p \rightarrow 0} |p\epsilon_p(p)|$$

$$\Leftrightarrow \lim_{p \rightarrow 0} |S(p)|$$

$$\Leftrightarrow \lim_{p \rightarrow 0} |S(p)| = S(0)$$

Or,  $S(0)=0$ , donc on peut espérer satisfaire la condition (b) pour une erreur de position nulle en présence d'un correcteur proportionnelle intégrale.

### 3.4 Les contraintes d'erreurs de précision et de vitesse sur le gabarit de la fonction de sensibilité

Pour étudier la suivi du trajectoire d'un systèmes, nous devons étudier le signal d'erreur  $\epsilon$ , or on a :

$$\epsilon(p) = S(p).r(p) \quad (5)$$

Erreur de vitesse :

$$\epsilon(p) = S(p) \cdot \frac{1}{p}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |\epsilon(t)_t| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{p \rightarrow 0} |p\epsilon(p)| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{p \rightarrow 0} |S(p) \frac{1}{p}| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{\omega \rightarrow 0} |S(j\omega) \frac{1}{j\omega}| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega \leq \omega_p \quad |S(j\omega) \frac{1}{j\omega}| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega \leq \omega_p \quad |S(j\omega)| \leq |j\omega|$$



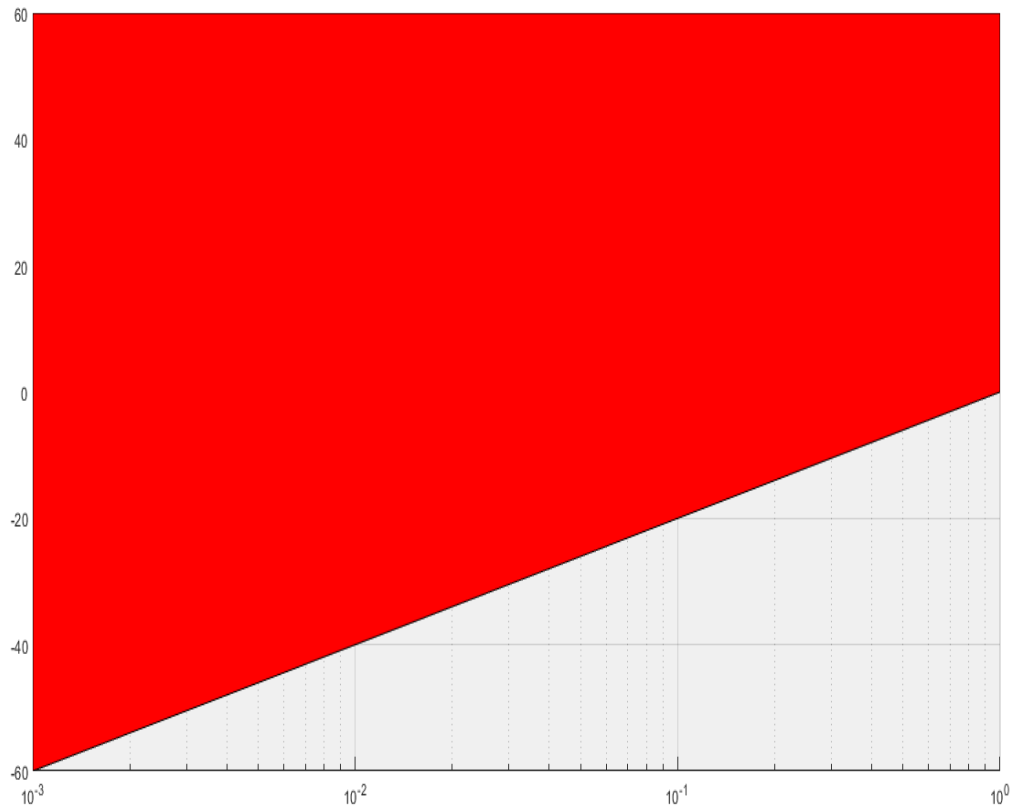


FIGURE 5 – Gabarit représentant les régions interdites pour satisfaire la spécification de l'erreur de vitesse

```
h1b=patch([wmin w1 w1 wmin],[n1*20*log10(wmin/w1) 0 Gmax Gmax],[1 0 0]);
set([h1b],'FaceAlpha',0.2);
```

### 3.5 Contrainte imposée par la vitesse de convergence

Une réponse indicielle sans dépassements ni oscillations, a un temps de réponse à peu près égale à 1,5 fois le temps de réponse. Commençons d'abord pour trouver un moyen pour ne pas avoir de dépassements ou d'oscillations. Pour assurer une réponse sans dépassements, nous devons assurer la condition suivante :

$$|T(j\omega)| \leq 1.$$

Mais cette relation n'est pas possible, en fait,  $20 \log |T(j\omega)| - 20 \log |T(0)| \leq -dB$  et  $T(0) = 1$ , nous allons alors permettre un léger dépassement.

$$20 \log(T(j\omega)) \leq -3dB.$$

Donc,

$$|T(j\omega)| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Or, nous savons que :

$$\Leftrightarrow \forall \omega, |S(j\omega)| + |T(j\omega)| = 1$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega, |T(j\omega)| - |S(j\omega)| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega, |S(j\omega)| \geq |T(j\omega)| - 1$$

A travers ces deux inégalité, nous pouvons tirer la suivante :

$$\Leftrightarrow \forall \omega, |S(j\omega)| \geq 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega, 20 \log |S(j\omega)| \geq -10.66dB$$

Nous devons maintenant trouver la condition pour converger dans la tranche de temps voulue.

Notre système est un ordre 2 amorti, avec  $\xi$  le facteur d'amortissement. On va choisir le cas le plus extrême possible avec  $\xi = 1$ . Danc ce cas pour avoir  $T_r < 3s$  on a l'inégalité suivante  $\frac{4.8}{\omega_n} < 3s$ . Donc :

$$\forall \omega_c \leq \omega_n, \omega_n > 1.6rad/s.$$

Fonction de transfert Dynamique dominante	Pulsation de coupure	Temps de montée (10 à 90%)	Temps de réponse (5%)
ORDRE 1 (Un pôle réel) $H(p) = \frac{K}{1+Tp}$	$\omega_c = 1/T$	$2.2 T$	$3 T$
ORDRE 2 (Deux pôles conjugués) $H(p) = \frac{K\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n p + p^2}$	$\omega_c \approx \omega_n$	entre $\frac{1}{\omega_n}$ et $\frac{3.4}{\omega_n}$	entre $\frac{2.93}{\omega_n}$ et $+\infty$
ORDRE 2 OSCILLANT (Amortissement faible) $\xi \in [0, \sqrt{2}/2]$	$\omega_c \geq \omega_n$	entre $\frac{\xi+1}{\omega_n}$ et $\frac{\xi+1.5}{\omega_n}$	entre $\frac{2}{\xi\omega_n}$ et $\frac{3.3}{\xi\omega_n}$
ORDRE 2 CRITIQUE (Amortissement critique) $\xi = \sqrt{2}/2$	$\omega_c = \omega_n$	$\frac{2.15}{\omega_n}$	$\frac{2.93}{\omega_n}$
ORDRE 2 AMORTI (Amortissement élevé) $\xi \in [\sqrt{2}/2, 1]$	$\omega_c \leq \omega_n$	entre $\frac{3\xi}{\omega_n}$ et $\frac{3.4\xi}{\omega_n}$	entre $\frac{4.1\xi}{\omega_n}$ et $\frac{4.8\xi}{\omega_n}$

$$\text{PASSE-BAS ORDRE 2 : } H(p) = \frac{K\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n p + p^2} \quad H(p) = \frac{K}{1 + 2\xi p/\omega_n + p^2/\omega_n^2}$$

FIGURE 6 – LIENS TEMPS / FREQUENCE

Ce tableau a été pris du cours d'ASL de la L3EEA

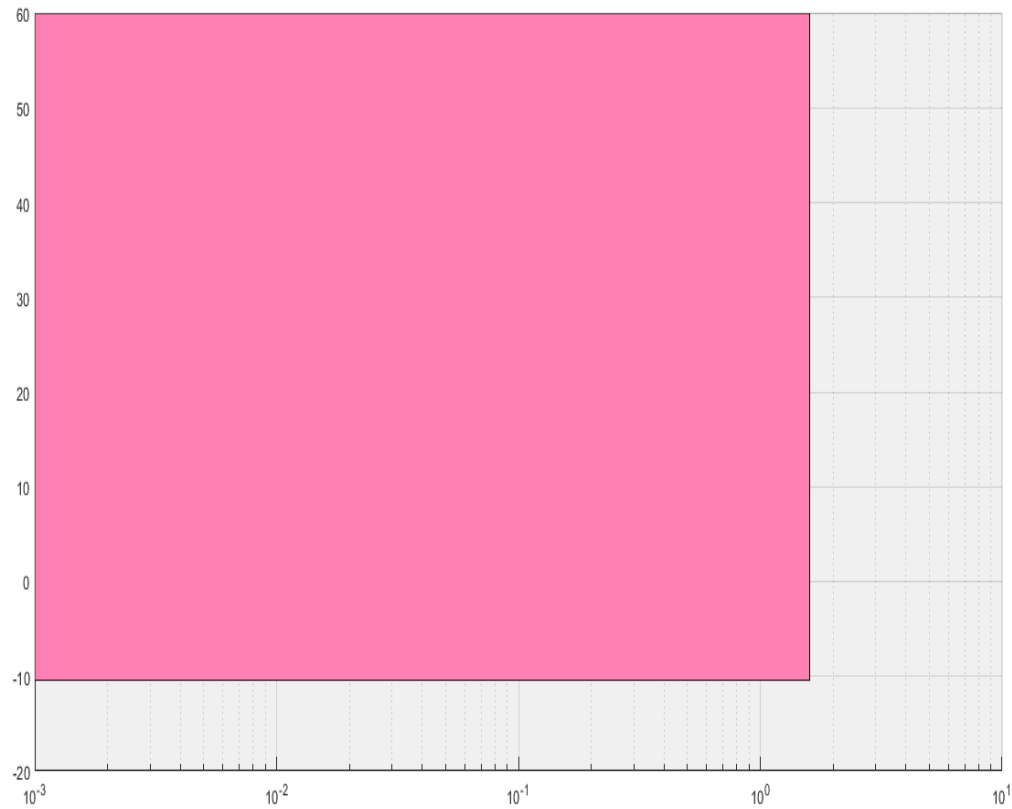


FIGURE 7 – Gabarit représentant les régions interdites pour satisfaire la spécification sur temps de réponse et le dépassement

### 3.6 Contrainte imposé par le rejet du bruit

Nous souhaitons un rejet du bruit de mesure au delà de 100Hz d'au moins 60db par décade. Ceci s'écrit :

$$\forall \omega_c \geq 200\pi \text{rad/s}, 20 \log(T(j\omega)) \leq -60 \text{dB}$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega_c \geq 200\pi \text{rad/s}, |T(j\omega)| \leq \frac{1}{1000}$$

Or,

$$\Leftrightarrow \forall \omega, |S(j\omega)| + |T(j\omega)| = 1$$

Donc

$$\Leftrightarrow \forall \omega \geq 200\pi \text{rad/s}, \frac{999}{1000} \leq |S(j\omega)| \leq \frac{1001}{1000}$$



FIGURE 8 – Gabarit représentant les régions interdites pour satisfaire le rejet de bruit

---

```

hold on
h4_1b=patch([w4 w4 wmax wmax],[Gmin 20*log10(a4_1) 20*log10(a4_1) Gmin],[1 1 0.7]);
h4_2b=patch([w4 w4 wmax wmax],[Gmax 20*log10(a4_2) 20*log10(a4_2) Gmax],[1 1 0.7]);
set([h4_1b;h4_2b],'FaceAlpha',0.2);

```

---

### 3.7 Réglage des paramètres du correcteur

#### 3.7.1 Erreur de vitesse

L'équivalent en basse fréquence de la fonction  $K(p).G(p)$  est  $\frac{20K}{6.75\tau_i}p^{-1}$  dont de la forme  $\frac{1}{\alpha}p^{-1}$  Donc notre erreur de vitesse est :

$$E_v = \left(\frac{20K}{6.75\tau_i}\right)^{-1} = \frac{6.75\tau_i}{20K}$$

$$E_v < 1$$

Soit une boucle ouverte dont l'équivalent basse fréquence est  $K p^{-d}$ .

Équivalent basse fréquence de la BO	Erreur statique	Erreur de traînage à une rampe	Erreur de traînage à une parabole
$BO(p) \sim K$	$\frac{1}{K+1}$	$\infty$	$\infty$
$BO(p) \sim K p^{-1}$	0	$\frac{1}{K}$	$\infty$
$BO(p) \sim K p^{-2}$	0	0	$\frac{1}{K}$

FIGURE 9 – Liens equivalent basse fréquence/erreur

Ce tableau a été pris du cours d'ASL de la L3EEA

Donc,

$$\frac{6.75\tau_i}{20K} < 1$$

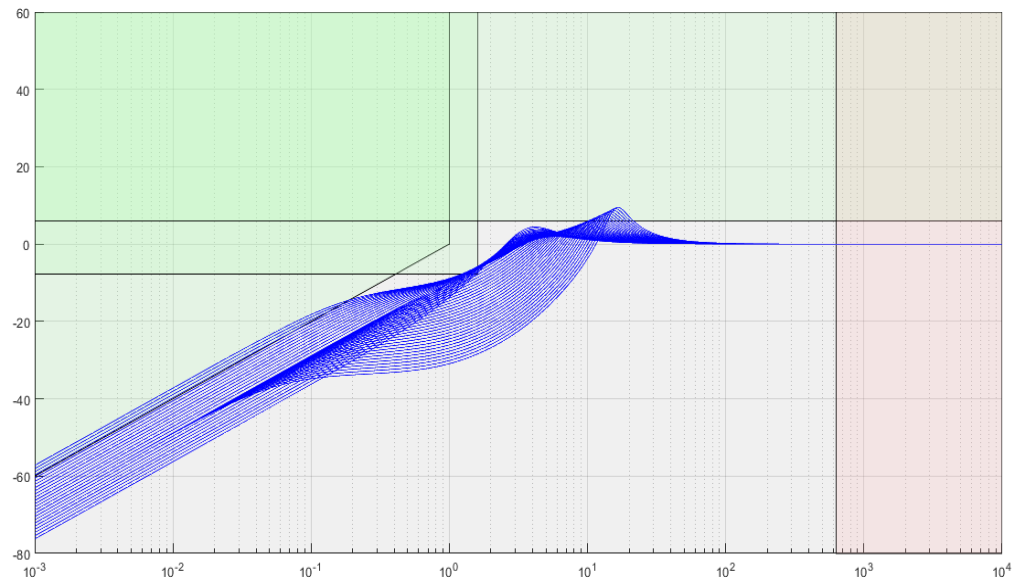


FIGURE 10 – Comparaison des différents tracés en fonction de différents paramètres de réglage

```
k=15.86313;
a=1.07253;
ti=a*k;
S = tf([ti 7*ti 12.75*ti 6.75*ti 0],[ti 7*ti ti*16*k+12.75*ti 6.75*ti+k*20*ti+16*k 20*k]);
GS = 20*log10(squeeze(abs(freqresp(S,w))));
```

```
hBodeS = plot(w,GS,'b-');
set(hBodeS,'YData',GS);
```

Sur le code MATLAB ci-dessus, nous avons paramétré  $a$  comme le rapport  $\frac{ti}{k}$  qui doit être environ inférieur à 3 et le gain  $K$  du correcteur PI. En modifiant ces 2 paramètres, nous pouvons comprendre l'effet qu'ils portent sur la satisfaction des spécifications attendues.

Nous remarquons qu'en augmentant les valeurs de  $a$ , la contrainte d'erreur n'est plus vérifiée. Or, en diminuant  $a$  suffisamment, nous observons des dépassements. Donc, nous avons un compromis entre la contrainte de dépassement et la contrainte de précision. Un rapport  $a = 2$ , avec un gain  $k = 2$ , semble satisfaire le gabarit proposé.

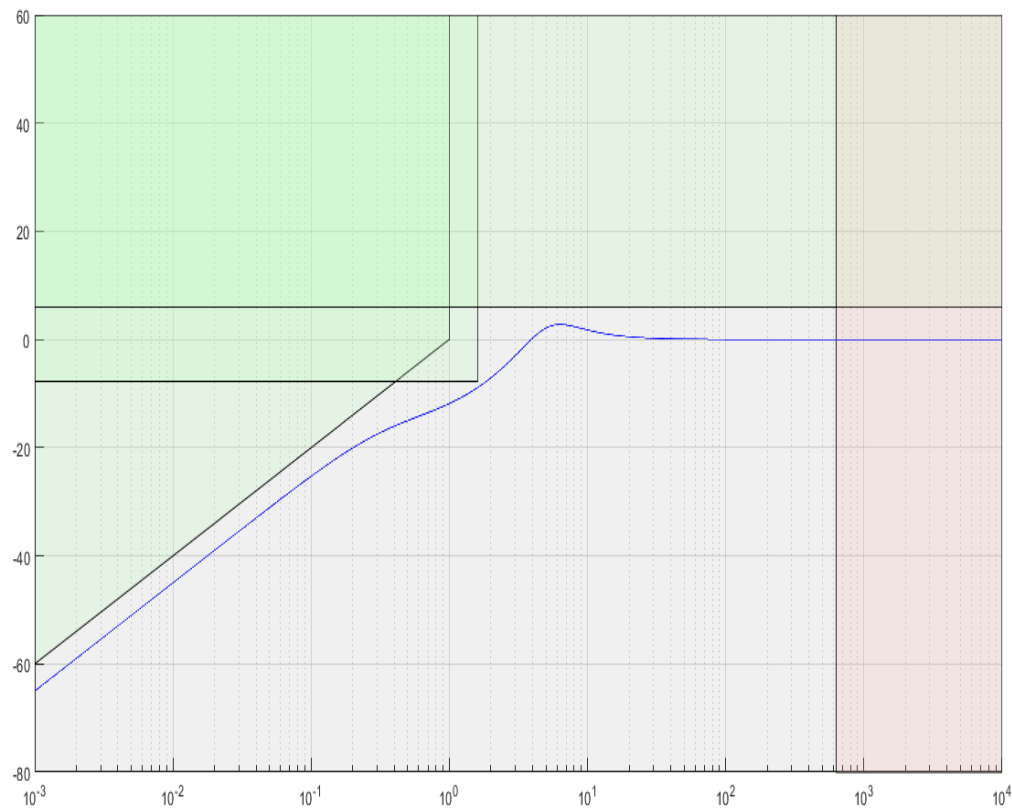


FIGURE 11 – Tracé final

Le script MATLAB complet qui nous a été communiqué pour nous permettre de générer le tracé ci-dessus est disponible en fin de document.

Nous remarquons que notre tracé ne coupe aucun des gabarits sur le graphe, normalement, toutes les spécifications sont bien satisfaites.

Suffit encore de vérifier que notre système est stable en boucle fermée.

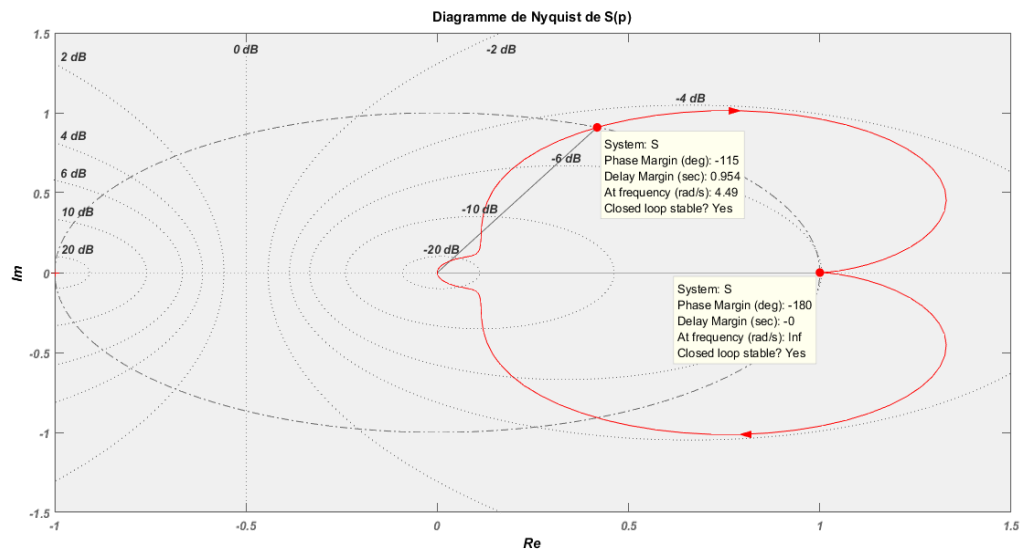
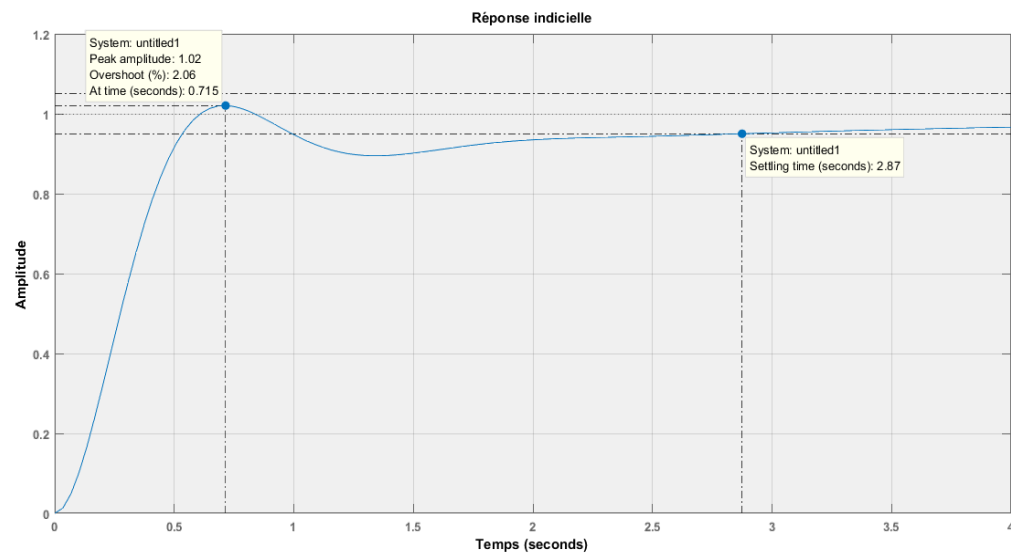
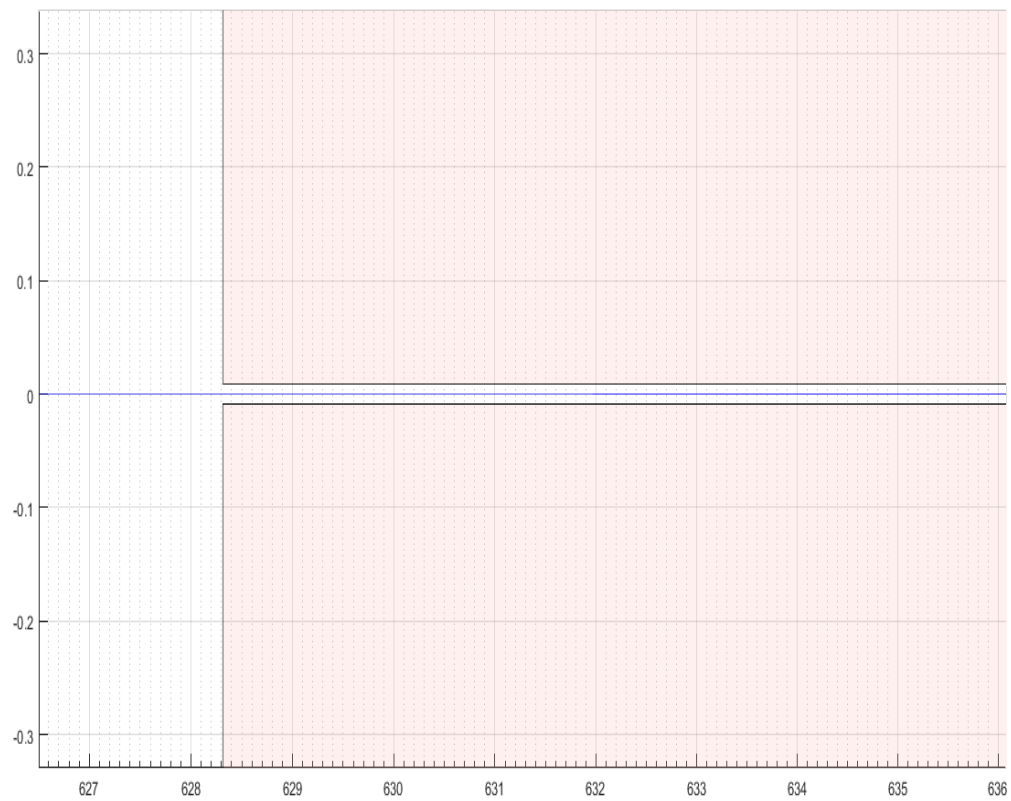
FIGURE 12 – Diagramme de Nyquist de  $S(p)$ 

FIGURE 13 – Réponse indicielle

Vérifions si toutes les performances temporelles sont atteintes sur notre réponse indicielle :

1. Temps de réponse : 2.87.
2. Dépassements : 2
3. Stable (confaire Diagramme de Nyquist)

FIGURE 14 – Vérification du respect de la spécification  $f$



## 4 Loop-Shaping

La méthode du Loop-Shaping est une stratégie de synthèse qui décrit l'ensemble des contraintes à régler dans une boucle ouverte noté  $L_o(p)$  :

$$L_o(p) = \frac{\prod_{i=0}^n (p - p_i)}{\prod_{j=0}^m (p - p_j)} \quad (6)$$

### 4.1 Contrainte sur l'erreur de précision

Supposons que  $L_o(p)$  ne contient pas un pôle en 0, l'équivalent en BF de  $L_o(p)$  sera :

$$\frac{\sum_{j=0}^m (p_j)}{\sum_{i=0}^n (p_i)} = \alpha$$

L'erreur de précision sera égale à  $\frac{1}{\alpha + 1}$   
Donc, l'erreur de précision ne sera jamais nulle si nous n'avons pas un effet intégrateur.

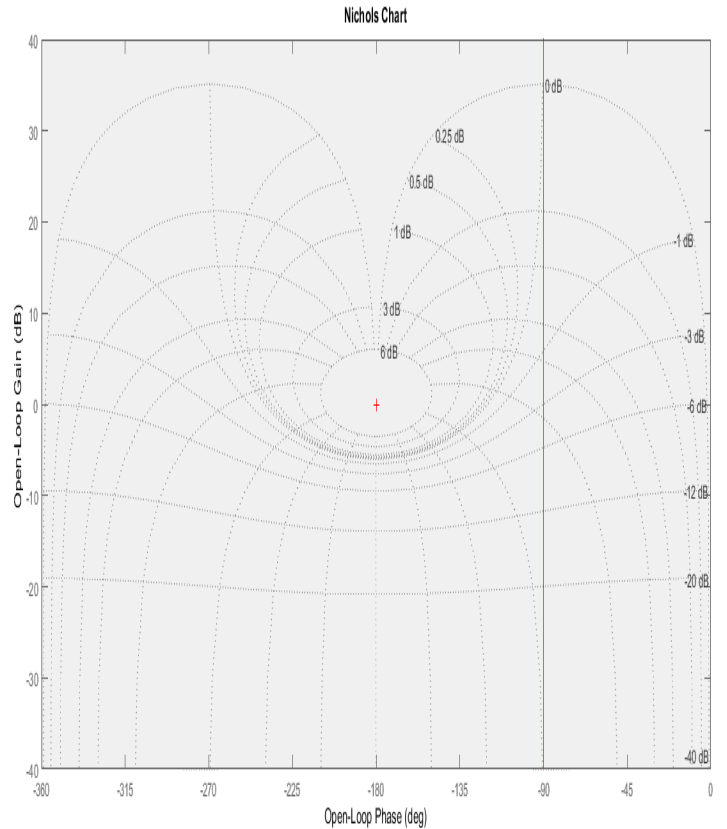


FIGURE 15 – Tracé de Black de  $\frac{1}{p}$

### 4.2 Perturbation de commande

La perturbation de fuite est une constante, donc elle est de la forme  $\alpha p^{-1}$ , c'est une perturbation basse fréquence.

Rejeter la perturbation de commande revient à assurer que  $G(p)S(p)$  est petit lorsque la perturbation de fuite  $W_u(p)$  est grande. Or, comme  $W_U$  est une perturbation basse fréquence,  $W_U(p)$  est grande lorsque

$p \rightarrow 0$ , donc nous devons trouver une forme de  $L_0(p)$  tel que  $\lim_{p \rightarrow 0} S(p) = 0$  lorsque  $p \rightarrow 0$ .

$$S(p) = \frac{\prod_{j=0}^m (p - p_j)}{\prod_{j=0}^m (p - p_j) + \prod_{i=0}^n (p - p_i)}$$

Pour avoir  $S(p) = 0$  il faut que  $\prod_{i=0}^n (p - p_i) = 0$ .

L'ajout d'un intégrateur va annuler  $\prod_{i=0}^n (p - p_i)$  en basse fréquence.

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{p \prod_{j=0}^m (p - p_j)}{p \prod_{j=0}^m (p - p_j) + \prod_{i=0}^n (p - p_i)} = 0$$

donc

$$\lim_{p \rightarrow 0} T(p) \simeq 1,$$

$$U(p) = -W_u(p)$$

La perturbation est rejetée si  $L_0(p)$  admet un pôle en 0.

$$L_0(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{\prod_{i=0}^n (p - p_i)}{\prod_{j=0}^m (p - p_j)}$$

### 4.3 Contraintes de dépassement sur le nombre de pôles

Les dépassements et les oscillations sont dûes aux zéros à partie réelle négative et aux pôles complexes conjugués. Dans  $G(p)$  nous n'avons qu'un zéro à partie réelle négative et aucune paire de pôles complexes conjugués. Nous devons essayer de ne plus apparaitre ce zéro dans la boucle ouverte.

Donc ne pas avoir des zéros négatifs dans le transfert  $L_0(p)$ . Faut pas oublier de tenir compte que le degré du correcteur doit être positif, pour vérifier la causalité de  $L_0(p)$ . Or,  $K(p)$  est causal si  $\deg(K) < 0$ .

Et,  $\deg(G) = -2$ .

Pour cela nous devons augmenter le degré du dénominateur de  $L_0(p)$  en ajoutant  $n + 3$  pôles.

$$\deg(K) = \deg(L_o) - \deg(G) \Leftrightarrow \deg(L) \leq -3$$

$$L_0(p) = \frac{1}{p(p + p_0)(p + p_1)}$$

### 4.4 Contrainte sur le bruit de mesure

$$y(p) = -T(p)b(p)$$

$b(t)$  est un phénomène haute fréquence, il faut  $T(j\omega)$  petit pour  $\omega$  assez grand, donc  $S(j\omega) \simeq 1$  pour des  $\omega$  assez grand.

$$\text{On a } L_0(p) = \frac{1}{p(p + p_0)(p + p_1) \prod_{j=0}^m (p - p_j)}$$

$$S(p) = \frac{p(p + p_0)(p + p_1) \prod_{j=0}^m (p - p_j)}{1 + p(p + p_0)(p + p_1) \prod_{j=0}^m (p - p_j)}$$

Notons  $D_S(p)$  le dénominateur de la fonction de sensibilité.

Pour  $p$  assez grand,  $D_S(p) = p(p + p_0)(p + p_1) \prod_{j=0}^m (p - p_j)$ . Alors,  $S(p) = 1$ , pour  $p$  assez grand. Pour cela suffit de ne pas ajouter de zéros sur  $L_0(p)$  pour maintenir un numérateur et un dénominateur de  $S(p)$  égale en HF.

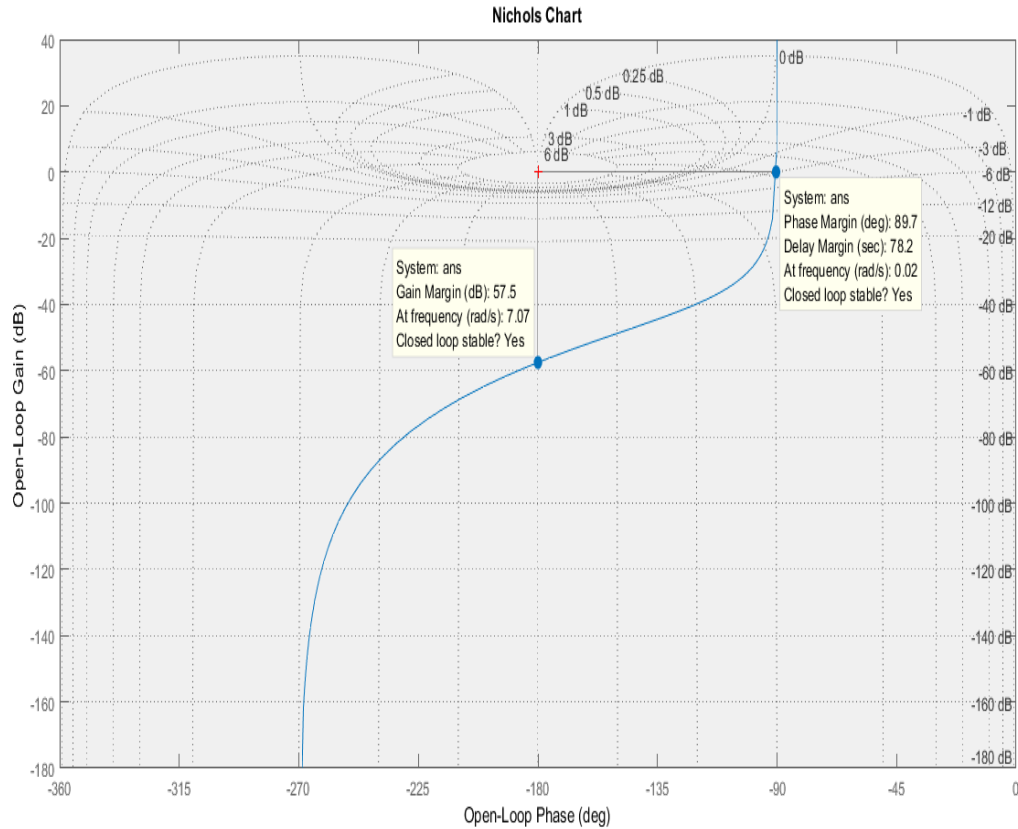


FIGURE 16 – Diagramme de Nyquist de  $S(p)$

#### 4.5 Contrainte de stabilité

Pour l'instant  $S_0(p) = \frac{p(p + p_0)(p + p_1)}{1 + p(p + p_0)(p + p_1)}$ . Appliquons le critère de Routh, pour avoir les conditions de stabilité en fonction des paramètres  $p_1$  et  $p_2$ .

1	$p_1 p_2$
$p_1 + p_2$	1
$p_1 \cdot p_2 - \frac{1}{p_1 + p_2}$	0
1	0

TABLE 2 – Critère de Routh de  $S_0(p)$

Donc, pour avoir un système stable, nous devons satisfaire les relations suivantes :

1.  $p_1 + p_2 > 0$
2.  $p_1 p_2 > \frac{1}{p_1 + p_2}$

#### 4.6 Compromis Stabilité-Précision

Pour satisfaire la condition sur l'erreur de vitesse, on cherche l'équivalent en basse fréquence de la boucle ouverte :  $\frac{1}{p_1 p_2} \cdot p^{-1}$

Donc l'erreur de vitesse est égale à  $p_1 \cdot p_2$ .

Nous avons 3 conditions à respecter désormais :

1.  $p_1 + p_2 > 0$
2.  $p_1 p_2 > \frac{1}{p_1 + p_2}$
3.  $p_1 p_2 < 1$

Pour satisfaire les 3 conditions ci-dessus en même temps, nous serons amenés à prendre une ou deux des valeurs  $p_1$  et  $p_2$  inférieur à 1. Or, si on choisit un pôle inférieur à 1.6, on ne respectera plus la spécification d). Pour cela, nous allons mettre un gain  $K$  en place, en vise de régler ce problème.

$$L_0(p) = \frac{K}{p(p + p_0)(p + p_1)}$$

Nos nouvelles conditions sont maintenant :

1.  $p_1 + p_2 > 0$
2.  $p_1 p_2 < k$  (équivalent en basse fréquence de  $L_0(p) : \frac{K}{p_1 p_2} \cdot p^{-1}$ )
3.  $k > 0$
4.  $p_1 p_2 > \frac{k}{p_1 + p_2} \Leftrightarrow K < (p_1 + p_2)(p_1 p_2)$

On choisit alors selon les conditions ci-dessus :

1.  $p_1 = 10$
2.  $p_2 = 5$  (équivalent en basse fréquence de  $L_0(p) : \frac{K}{p_1 p_2} \cdot p^{-1}$ )
3.  $k = 950$

$$L_0(p) = \frac{950}{p(p + 5)(p + 10)}$$

$$\Leftrightarrow K(p) = \frac{L_0(p)}{G(p)} = 950 \frac{(p + 1)(p + 4.5)(p + 1.5)}{(p + 10)(p + 5)(p + 1.25)}$$

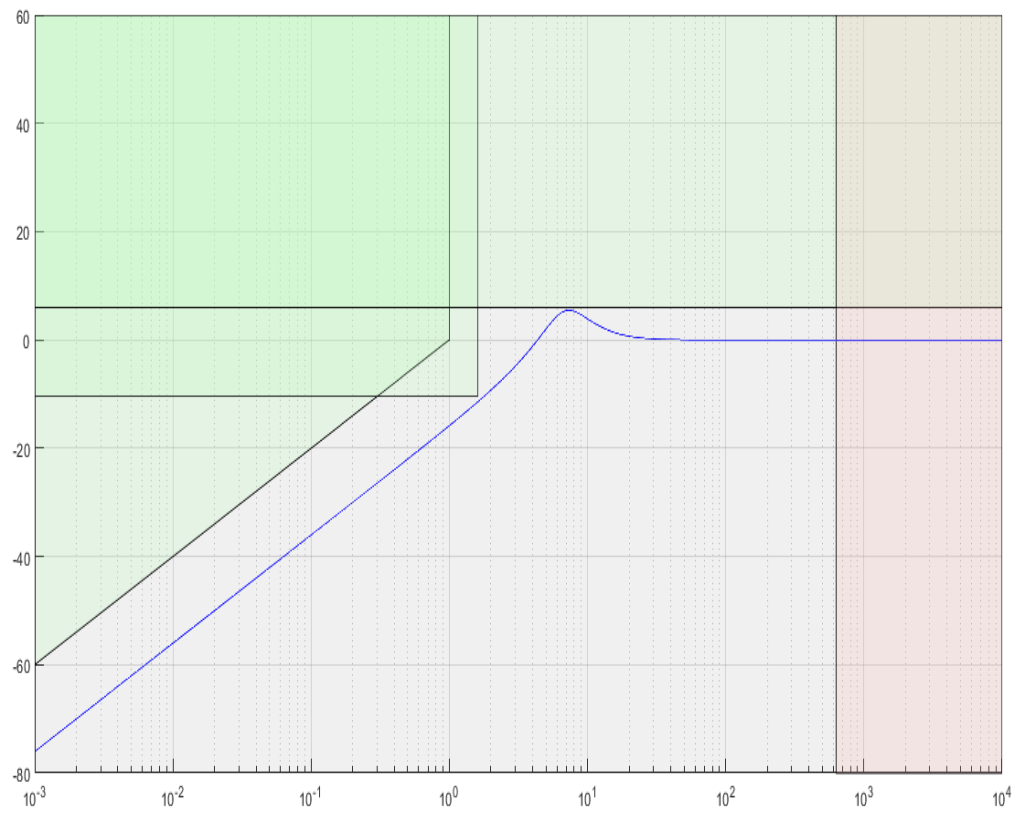


FIGURE 17 – Tracé Final

Cette méthode nous permet de gérer les différentes spécifications sans être obligé de suivre un modèle de correcteur, mais plutôt concevoir notre propre correcteur qui répond à nos propres spécifications

## 5 Conclusion

Pour conclure, dans ce rapport nous avons vu 2 méthodes différentes pour satisfaire un cahier de charge.

Dans un premier temps, nous avons réalisé des gabarits en se basant sur des conditions qui assurent nos spécifications, ce travail était par contre basé sur un correcteur PI, nous étions donc amenés à régler les paramètres de ce dernier.

Pour le Loop-Shaping, nous avons conçu une boucle ouverte qui correspond aux spécifications demandées, pour en retirer la forme du correcteur.

Nous avons aussi eu la chance d'utiliser différentes utilités du logiciel MATLAB-SIMULINK ainsi que revoir les connaissances vues en TD et en Cours.

Malheureusement, je n'ai pas eu le temps de développer certaines choses contraintes par le temps, en fait je n'ai pas réussi à répondre clairement au choix du gain  $K$ .

Pour finir, les 2 méthodes me semblent complémentaires, nous avons en fait fini par vérifier la validité de la fonction  $L_0(p)$  sur le gabarit.

## 6 Script MALAB

---

```

clear all
close all

w1 = 1;
n1 = 1;
w2 = 1.6;
a2 = 0.3;
a3 = 2;
w4 = 200*pi;
a4_1 = 0.999;
a4_2 = 1.001;
wlogmin = -3;
wlogmax = 4;
wmin = 10^wlogmin;
wmax = 10^wlogmax;
Gmin = -80;
Gmax = 60;
w = logspace(wlogmin,wlogmax,2000); % Echantillon de frquences en chelle log
ha = axes;
set(ha,'XScale','log');
hold on
h1=line([wmin w1 w1],[n1*20*log10(wmin/w1) 0 Gmax]);
h2=line([wmin w2 w2],[20*log10(a2) 20*log10(a2) Gmax]);
h3=line([wmin wmax],[20*log10(a3) 20*log10(a3)]);
h4_1=line([w4 w4 wmax],[Gmin 20*log10(a4_1) 20*log10(a4_1)]);
h4_2=line([w4 w4 wmax],[Gmax 20*log10(a4_2) 20*log10(a4_2)]);
figure(2)
hab = axes;
set(hab,'XScale','log');
hold on
h1b=patch([wmin w1 w1 wmin],[n1*20*log10(wmin/w1) 0 Gmax Gmax],[0.7 1 0.7]);
h2b=patch([wmin w2 w2 wmin],[20*log10(a2) 20*log10(a2) Gmax Gmax],[0.7 1 0.7]);
h3b=patch([wmin wmax wmax wmin],[20*log10(a3) 20*log10(a3) Gmax Gmax],[0.7 1 0.7]);
h4_1b=patch([w4 w4 wmax wmax],[Gmin 20*log10(a4_1) 20*log10(a4_1) Gmin],[1 0.7 0.7]);
h4_2b=patch([w4 w4 wmax wmax],[Gmax 20*log10(a4_2) 20*log10(a4_2) Gmax],[1 0.7 0.7]);
set([h1b;h2b;h3b],'FaceAlpha',0.2);
set([h4_1b;h4_2b],'FaceAlpha',0.2);
k=2;
a=2;
ti=a*k;
S = tf([ti 7*ti 12.75*ti 6.75*ti 0],[ti 7*ti ti*16*k+12.75*ti 6.75*ti+k*20*ti+16*k 20*k]);
GS = 20*log10(squeeze(abs(freqresp(S,w))));
hBodeS = plot(w,GS,'b-');
set(hBodeS,'YData',GS);

```

---