

2024 年计算机编程素养提升交流活动

拔尖班

动态规划 1

时间：2024 年 7 月 5 日 08:00 ~ 11:30

题目名称	勋章	剑心	入海	富士山下
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	medal	heart	sea	fuji
可执行文件名	medal	heart	sea	fuji
输入文件名	medal.in	heart.in	sea.in	fuji.in
输出文件名	medal.out	heart.out	sea.out	fuji.out
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	10	20	10	20
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	medal.cpp	heart.cpp	sea.cpp	fuji.cpp
-----------	-----------	-----------	---------	----------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14 -static
-----------	------------------------

勋章 (medal)

【题目背景】

前方是未知，迎面是海风
塞壬的歌会诱人忘记初衷。
他们说每一个风浪，都能够淹没我
可我会像奥德修斯一样，
朝着心中的方向，哪怕众神会在彼岸阻挡。

【题目描述】

给定长度为 n 的数列 a ，第 i 个数为 a_i ，你可以对数列实施以下操作：

- 选择 a 的一个连续子数列（可以为空）
- 在任意位置插入该子数列的和

恰好对数列执行 k 次操作，数列中元素之和最大是多少？
由于答案可能很大，你只需要输出答案对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

【输入格式】

从文件 *medal.in* 中读入数据。
第一行为一个正整数 n ，表示数列的长度。
第二行为 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n 。

【输出格式】

输出到文件 *medal.out* 中。
输出一行一个整数，表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 5 1
2 4 -2 8 -12 9
```

【样例 1 输出】

```
1 17
```

【样例 2 输入】

```
1 2 2
2 -4 -7
```

【样例 2 输出】

```
1 999999996
```

【子任务】

对于 20% 的测试数据, $n = 2$;

对于另外 30% 的测试数据, $a_i > 0$;

对于 100% 的测试数据, $1 \leq n, k \leq 2 \times 10^5$, $|a_i| \leq 10^9$ 。

剑心 (heart)

【题目背景】

往后是阴霾
往前是山隘
想逃也逃不开
命运再主宰
执着的心也不会更改

【题目描述】

可莉在 n 行 m 列的池塘中炸鱼，第 i 行第 j 列的格子用 (i, j) 表示，在其中 k 块格子中有一些鱼。将一枚炸弹抛到 (i, j) 中，所有满足 $|x - i| + |y - j| \leq 1$ 的格子 (x, y) 中的鱼都会被捕获一条。

想要捕获全部的鱼，至少需要多少炸弹？

【输入格式】

从文件 *heart.in* 中读入数据。

输入的第一行包含三个整数 n, m, k 。

接下来 k 行，每行三个整数 x_i, y_i, a_i ，表示在 (x_i, y_i) 中有 a_i 条鱼。

【输出格式】

输出到文件 *heart.out* 中。

输出一行一个整数，表示最少的炸弹使用数目。

【样例 1 输入】

```
1 5 5 3
2 1 1 2
3 2 2 1
4 5 5 2
```

【样例 1 输出】

```
1 4
```

【子任务】

对于 100% 的测试数据, $1 \leq n, m \leq 1000$, $1 \leq k \leq 10$, $1 \leq a_i \leq 3$, $1 \leq x_i \leq n$, $1 \leq y_i \leq m$ 。

入海 (sea)

【题目背景】

我们现在就要出发
有些问题
还不需要回答
唱着这首歌
向着海的方向

【题目描述】

给定两个数 x, y ，求有多少种不同的长度为 n 的序列 (a_1, a_2, \dots, a_n) ，其所有元素的最大公约数为 x 且最小公倍数为 y 。

两个序列 (a_1, a_2, \dots, a_n) 与 (b_1, b_2, \dots, b_n) 不同，是指存在至少一个位置 i 满足 $a_i \neq b_i$ 。

由于答案可能很大，请输出答案对 998 244 353 取模后的结果。

【输入格式】

从文件 `sea.in` 中读入数据。

每个测试点有多组测试数据。

输入的第一行包含一个整数 Q 表示询问次数。

接下来 Q 行，每行包含三个整数 x, y, n 表示一组询问。对于每个询问，保证至少存在一个满足条件的序列。

【输出格式】

输出到文件 `sea.out` 中。

输出 Q 行。对于每组测试数据，输出一行一个整数，表示答案对 998 244 353 取模的结果。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 3 6 2
3 12 144 3
4 233 251640 10
```

【样例 1 输出】

```
1 2
2 72
3 905954656
```

【子任务】

对于 40% 的测试数据, $n \leq 30$;

对于 70% 的测试数据, $n \leq 5000$;

对于 100% 的测试数据, $1 \leq Q \leq 100$, $2 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq x, y \leq 10^9$ 。

富士山下 (fuji)

【题目背景】

谁都只得那双手靠拥抱亦难任你拥有
要拥有必先懂失去怎接受
曾沿着雪路浪游为何好事泪流
谁能凭爱意要富士山私有

【题目描述】

给定一个 01 序列 $a_1a_2\cdots a_n$, $a_i \in \{0,1\}$ 。
我们可以修改该序列的任意一个数字，可以将 0 变成 1，也可以将 1 变成 0，注意不能删除或增加数字。
请问，修改不超过 k 个数字能让给定的序列中不含有特定的子串 110 的方案数有多少种，由于答案很大，输出对 998 244 353 取模的结果。

【输入格式】

从文件 *fuji.in* 中读入数据。
输入的第一行包含两个整数 n,k ，表示 01 序列的长度和最多可修改的数字个数。
第二行 n 个字符 $a_1a_2\cdots a_n$ ，无空格。

【输出格式】

输出到文件 *fuji.out* 中。
输出一行一个整数，表示修改不超过 k 个数字让给定的序列中不含有 110 子串的方案数，对 998 244 353 取模。

【样例 1 输入】

```
1 5 2
2 11000
```

【样例 1 输出】

```
1 8
```


【样例 1 解释】

共有 01000, 10000, 00000, 10100, 10010, 10001, 01001, 01010 几种情况。

【子任务】

对于 10% 的测试数据, $n = 3$;

对于另外 30% 的测试数据, $a_i = 0$;

对于 100% 的测试数据, 满足 $1 \leq n, k \leq 5000$, $a_i \in \{0, 1\}$ 。